

海岸埋立을 위한 水平位置 決定에 關한 研究⁺

문 두 열*
(96년 9월 25일 접수)

A Study on Horizontal Positioning for the Seashore Reclamation

Du-Yeoul Mun*

Key Words : electromagnetic distance measuring (전자파측거의:EDM), surveying(측량), quadrilateral(사변망), triangulation(삼각측량), trilateration(삼변측량), adjustment (조정), accuracy(정확도), traverse surveying(트래버어스 측량)

Abstract

With the increase use of electromagnetic distance measuring equipment, it is required that we need to study the higher dimensional applications and detail technical methods. The purpose of this paper is to improve the accuracy of ocean construction surveying and computer programming for determining of horizontal position of a quadrilateral by measuring line on traverse surveying, triangulation and trilateration. As long distance measurements with high accuracy became possible by the apperance of EDM distance measuring instruments, we induced correct adjustment equation through angle condition and area condition equation. After that we compared and examined the accuracy of the correctness of the EDM operation for the experimental model. From its a result of the practical application to quadrilateral, it has been found that its triangulation and traverse surveying algorithms provide better accuracy than trilateration.

1. 서 론

육지에서 떨어진 하천이나 바다위에 해양공사를 위한 측점을 설치해야 할 때 안개나 아지랭이 같은 기상조건과 파도 등의 해상조건의 장애가 있는 경우에도 보다 정확한 측량이 요구된다. 그 위치측량에는 크게 3가지로 나눌수 있는데 첫째, 지

상에 설치한 두 기준점에 트랜싯을 설치하여 기선 상에서 각각의 각도를 측정하여 위치를 구하거나 둘째, 육지에 측표가 되는 기지점을 세 점 또는 그 이상 설정하고 그 측량선상에서 각 점의 협각을 육분의로서 관측하여 삼각분도기로 측정위치를 구하거나 셋째, 전파측위장치에 의한 방법이 있는데 이 방법은 지상에서 3km 이상 떨어지고 트랜

+ 이 연구는 1996학년도 동의대학교 자체 학술 연구 조성비에 의하여 연구 되었음

* 동의대학교 토목공학과

실험에 의한 측정이 불가능한 해역으로 매립이나 해양조사등을 실시하는 작업선의 위치를 전파로 측정하는 방법으로 관서국제공항건설에 토운선의 유도에 이용되었다^{1)~6)}.

본 연구에서는 海洋工事에서 많이 이용되고 있는 측점의 座標 설정에 사변망을 구성하여 3가지의 측량방식을 적용하여 위치측정을 하고자 하는데 첫째, 삼각형의 內角을 측정하고 사인(sin)법칙의 변방정식에 의해 角調整을 실시하는 삼각측량 방식과 둘째, 최근 널리 보급되고 있는 전자파측거의의 출현으로 장거리(邊)의 측정이 용이해지면서 미정계수에 의한 최소제곱법을 이용하여 角조건과 面積조건에 의한 삼변측량 방식 그리고 셋째, 사변망의 4개의 각과 4변장을 측정하여 각보정과 거리에 의해 변보정을 실시하는 트래버어스측량 방식의 이론식을 유도한 후, 서로 비교하고자 한다.

그 비교 방법으로 우선, 유도된 복잡한 이론식을 컴퓨터 프로그래밍하여 체계적으로 정리하였으며 또한, 직접 실험하여 나온 모델의 실험값을 적용하므로써 그 동안 규명되지 않았던 삼각측량의 角측정에 微小角 오차가 있을시 全변장에 미치는 영향에 대하여 검토하였다. 그리고 삼변측량에서 변장(거리)의 微小오차가 사변망 전체의 좌표에 미치는 영향에 대하여 분석하며, 트래버어스측량이 삼각, 삼변측량 방식과 비교하여 사변망해석에 유효하게 이용될 수 있는가에 대하여 좌표로서 비교검사하므로써 해양공사의 측점 설정에 편리함과 신속성, 정확도의 향상을 도모하는데 그 목적을 두었다.

2. 이론식

2.1 삼각측량

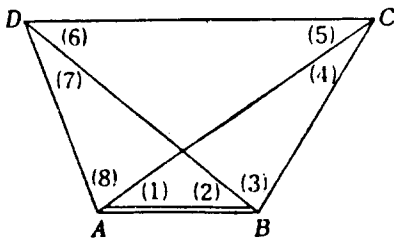


Fig. 1 A network of quadrilateral

Fig. 1의 사변망에서 기선 AB와 8개의 內角이 실측되며 조정법에는 각 조건과 변 조건을 동시에 조정하는데 각각의 관측각을 (1),(2),.....,(8), 보정량을 v_1, v_2, \dots, v_8 로 하면 각 조건식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \{(1)+v_1\}+\{(2)+v_2\}+\dots+\{(8)+v_8\}=360^\circ \\ & \{(1)+v_1\}+\{(2)+v_2\}=\{(5)+v_5\}+\{(6)+v_6\} \\ & \{(3)+v_3\}+\{(4)+v_4\}=\{(7)+v_7\}+\{(8)+v_8\} \end{aligned} \quad (2.1)$$

관측각의 각조건 오차계산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & (1)+(2)+\dots+(8) - 360^\circ = w_1 \\ & (1)+(2)-\{(5)+(6)\} = w_2 \\ & (3)+(4)-\{(7)+(8)\} = w_3 \end{aligned} \quad (2.2)$$

식(2.2)를 식(2.1)에 대입하면 각 방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} & v_1 + v_2 + \dots + v_8 + w_1 = 0 \\ & v_1 + v_2 - (v_5 + v_6) + w_2 = 0 \\ & v_3 + v_4 - (v_7 + v_8) + w_3 = 0 \end{aligned} \quad (2.3)$$

$\triangle ABC, \triangle BCD, \triangle CDA, \triangle DAB$ 의 순차 sine법칙을 적용하면 변조건식이 성립한다.

$$\frac{\sin[(2)+v_2] \cdot \sin[(4)+v_4] \cdot \sin[(6)+v_6] \cdot \sin[(8)+v_8]}{\sin[(1)+v_1] \cdot \sin[(3)+v_3] \cdot \sin[(5)+v_5] \cdot \sin[(7)+v_7]} = 1 \quad (2.4)$$

양변에 대수를 취하면

$$\begin{aligned} & \log\sin\{(2)+v_2\}+\log\sin\{(4)+v_4\}+\log\sin\{(6)+v_6\} \\ & +\log\sin\{(8)+v_8\}-\log\sin\{(1)+v_1\}-\log\sin\{(3)+v_3\} \\ & -\log\sin\{(5)+v_5\}-\log\sin\{(7)+v_7\} \\ & =0 \end{aligned} \quad (2.5)$$

이 된다.

관측각의 변조건 오차계산은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} & \{\log\sin(1)+\log\sin(3)+\log\sin(5)+\log\sin(7)\} \\ & -\{\log\sin(2)+\log\sin(4)+\log\sin(6)+\log\sin(8)\}=w_4 \end{aligned} \quad (2.6)$$

식(2.5)의 각항을 전개하고 각각의 1"에 대한 $\log\sin(i)$ 값의 차를 d_i 로 하면

$$\log\sin((i) + v_i) = \log\sin(i) + d_i v_i$$

가 되고, 이 값을 식(2.5)에 대입하여 정리하면 변 방정식에 대한 오차방정식이 얻어진다.

$$d_1v_1 + d_3v_3 + d_5v_5 + d_7v_7 - d_2v_2 - d_4v_4 - d_6v_6 - d_8v_8 + w_4 = 0 \quad (2.7)$$

식(2.3), 식(2.7)의 오차방정식에 미정계수 $-2k_i$ 를 곱하여 각 보정량의 제곱의 합에서 뺀 2차식 F 를 만들어 $\frac{F}{dv_i} = 0$ 이 되는 v 를 구하면 된다.

$$F = v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 + v_7^2 + v_8^2 - 2k_1(v_1^2 + v_2^2 + v_3^2 + v_4^2 + v_5^2 + v_6^2 + v_7^2 + v_8^2 + w_1) - 2k_2(v_1^2 + v_2^2 - v_5^2 - v_6^2 + w_2) - 2k_3(v_3^2 + v_4^2 - v_7^2 - v_8^2 + w_3) - 2k_4(d_1v_1 + d_3v_3 + d_5v_5 + d_7v_7 - d_2v_2 - d_4v_4 - d_6v_6 - d_8v_8 + w_4) = 0 \quad (2.8)$$

식(2.8)을 식(2.3), 식(2.7)에 대입하면 k_i 의 4원 1차 연립방정식이 얻어진다.

$$\begin{aligned} 8k_1 \cdot \{(d_1+d_3+d_5+d_7)-(d_2+d_4+d_6+d_8)\}k_4 + w_1 &= 0 \\ 4k_2 + (d_1-d_2-d_5-d_6)k_4 + w_2 &= 0 \\ 4k_3 + (d_3-d_4-d_7-d_8)k_4 + w_3 &= 0 \\ \{(d_1+d_3+d_5+d_7)-(d_2 \cdot d_4+d_6+d_8)\}k_1 &+ (d_1-d_2-d_5+d_6)k_2 \\ (d_3-d_4-d_7+d_8)k_3 + (d_1^2+d_2^2+\dots+d_8^2)k_4 + w_4 &= 0 \end{aligned} \quad (2.9)$$

식(2.9)에서 k_1 를 구하여 식(2.8)에 대입하여 보정량을 구한다.

미정계수의 계수를 a_{ij} 로 하면 즉

$$\begin{aligned} a_{11} &= 8, a_{12} = 0, a_{13} = 0, \\ a_{14} &= (d_1+d_3+d_5+d_7)-(d_2+d_4+d_6+d_8) \\ a_{21} &= 0, a_{22} = 4, a_{23} = 0, a_{24} = d_1-d_2-d_5-d_6 \\ a_{31} &= 0, a_{32} = 0, a_{33} = 4, a_{34} = d_3-d_4-d_7-d_8 \\ a_{41} &= d_1+d_3+d_5+d_7-d_2-d_4-d_6-d_8, a_{42} = d_1-d_2-d_5+d_6 \\ a_{43} &= d_3-d_4-d_7+d_8, a_{44} = d_1^2+d_2^2+\dots+d_8^2 \end{aligned} \quad (2.10)$$

로 두면

$$\begin{aligned} a_{11}k_1 + a_{12}k_2 + a_{13}k_3 + a_{14}k_4 &= -w_1 \\ a_{21}k_1 + a_{22}k_2 + a_{23}k_3 + a_{24}k_4 &= -w_2 \\ a_{31}k_1 + a_{32}k_2 + a_{33}k_3 + a_{34}k_4 &= -w_3 \\ a_{41}k_1 + a_{42}k_2 + a_{43}k_3 + a_{44}k_4 &= -w_4 \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$\text{즉, } A \cdot K = W$$

$$K = \frac{\text{adj.}A}{\text{det.}A} W \quad (2.12)$$

식(2.12)로 구한 k_1 를 식(2.8)에 대입하고, 보정량 v_i 를 구하여 보정한다.

단, 4×4 행렬 이상의 $\text{det.}A = a_{11}A_{11} + a_{12}A_{12} + a_{13}A_{13} + a_{14}A_{14}$ 이다.

[A_{ij} 는 $(-1)^{i+j} \text{det.}M_{ij}$ 여인수행렬]

2.2 삼변측량

2.2.1. 다각조건(angle condition method)에 의한 조정

사변형의 내각의 합은 어떤 모양의 사각형이라도 360° 인 조건과 여러 경우의 각조건(다각조건)을 고려하여 Fig. 2의 부호에 따라 식들이 성립한다.

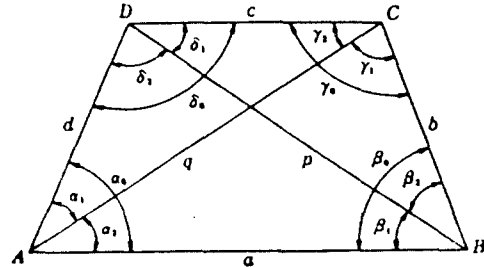


Fig. 2 Quadrilateral network

2.2.1.1 조건 I의 경우(전체각에 대한 조건식) 관측은 모두 변장뿐이므로 cosine 제2법칙에 의해서 사변형의 모든 각들을 구하면 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \alpha_1 &= \cos^{-1} \frac{d^2 + q^2 - c^2}{2dq}, \\ \alpha_2 &= \cos^{-1} \frac{a^2 + q^2 - b^2}{2aq}, \\ \beta_1 &= \cos^{-1} \frac{a^2 + p^2 - d^2}{2ap}, \\ \beta_2 &= \cos^{-1} \frac{b^2 + p^2 - c^2}{2bp} \end{aligned} \quad (2.13)$$

$$\gamma_1 = \cos^{-1} \frac{b^2 + q^2 - a^2}{2bq},$$

$$\gamma_2 = \cos^{-1} \frac{c^2 + q^2 - d^2}{2cq}$$

식(2.13)에서 사변형 전체의 각오차 ω_1 은

$$\omega_1 = \alpha_1 + \alpha_2 + \beta_1 + \beta_2 + \gamma_1 + \gamma_2 + \delta_1 + \delta_2 \quad (2.14)$$

이며, 이에 따른 오차방정식은 다음과 같다.

$$d\alpha_1 + d\alpha_2 + d\beta_1 + d\beta_2 + d\gamma_1 + d\gamma_2 + d\delta_1 + d\delta_2 + \omega_1 = 0 \quad (2.15)$$

cosine 제 2법칙을 각각 전미분하여 미분항을 오차방정식에 대입하고 변장보정함수로 변환시켜 각 보정값의 계수를 정리하면

$$A_a = \frac{1}{q \cdot \sin \alpha_2} + \frac{1}{d \cdot \sin(\alpha_1 + \alpha_2)} - \frac{1}{a \cdot \tan(\alpha_1 + \alpha_2)} - \frac{1}{a \cdot \tan(\beta_1 + \beta_2)}$$

오차방정식은 아래와 같이 변의 함수로 변환된다.

$$A_a \cdot \delta_a + A_b \cdot \delta_b + A_c \cdot \delta_c + A_d \cdot \delta_d + A_p \cdot \delta_p + A_q \cdot \delta_q + \omega_1 = 0 \quad (2.16)$$

식(2.16)은 사변형 전체 각에 대한 오차방정식이며 $\delta_a, \delta_b, \delta_c, \delta_d, \delta_p, \delta_q$ 는 각 변장에 포함되는 오차로서 보정의 대상이 되는 값이다.

이 보정량을 구학 위하여 식(2.16)에 미정계수 $2K_1$ 을 곱하여 각 보정량의 제곱의 합에서 뺀 2차식을 만들면 다음과 같다.

$$F = \delta a^2 + \delta b^2 + \delta c^2 + \delta d^2 + \delta p^2 + \delta q^2 - 2K(A_a \cdot \delta_a + A_b \cdot \delta_b + A_c \cdot \delta_c + A_d \cdot \delta_d + A_p \cdot \delta_p + A_q \cdot \delta_q) \quad (2.17)$$

식(2.17)에 최소제곱법을 적용하여 미정계수를 구한 다음 보정량을 계산하면 다음과 같다.

$$k_i = \frac{-\omega_1}{[A_i^2]} \quad \delta i = k_i \cdot A_i, \quad \text{단, } i = a, b, c, d, p, q \quad (2.18)$$

2.2.2 면적조건(area condition method)에 의한 조정

면적조건에 의한 사변망의 계산은 각 삼각형의 면적을 Heron의 식으로 구하는데 6개의 변장으로 구성되는 사변망 전체의 면적은 다음과 같다.

Fig. 3에서 AC와 DB가 이룬 각을 θ 라 하고, $2r = a^2 - b^2 + c^2 - d^2$ 으로 가정하면 벡터(vector)정리에 의해서

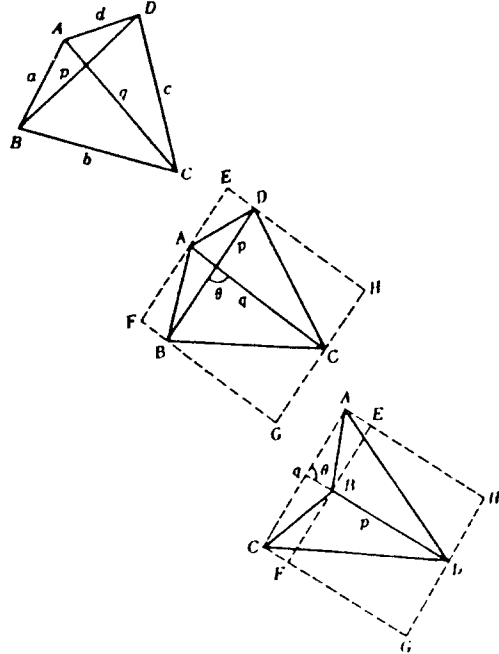


Fig. 3 Area computation of quadrilateral

$$\begin{aligned} 2r &= (\vec{AB} + \vec{BC}) \cdot (\vec{AB} - \vec{BC}) \\ &\quad + (\vec{CD} + \vec{AD}) \cdot (\vec{CD} - \vec{AD}) \\ &= \vec{AC}(\vec{AB} - \vec{BC}) - (\vec{CD} + \vec{AD})\vec{AC} \\ &= \vec{AC} \{ -(\vec{BC} - \vec{CD}) + \vec{DA} + (\vec{AB}) \} \\ &= 2\vec{AC} \cdot \vec{DB} \\ &= 2p \cdot q \cos \theta \end{aligned}$$

$$\cos \theta = \frac{r}{pq}, \quad \sin \theta = \sqrt{1 - \left(\frac{r}{pq}\right)^2}$$

이다.

따라서 사변망 전체면적을 F라 하면

$$F = \frac{1}{2} pq \sqrt{1 - \left(\frac{r}{pq}\right)^2} = \frac{1}{2} \sqrt{p^2 q^2 - r^2} \quad (2.19)$$

가 된다.

2.2.2.1 면적조건

$$F = \frac{1}{2} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) = 0$$

Fig. 4에서 각 면적을

$$\begin{aligned} \square ABCD &= F, \quad \triangle ABC = F_1, \quad \triangle ACD = F_2 \\ \triangle BCD &= F_3, \quad \triangle ABD = F_4 \end{aligned}$$

로 하면 다음과 같은 조건식이 성립한다.

$$\begin{aligned} \square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD, \quad F = F_1 + F_2 \\ \square ABCD &= \triangle BCD + \triangle ABC, \quad F = F_3 + F_4 \\ 2\square ABCD &= \triangle ABC + \triangle ACD + \triangle BCD + \triangle ABD \end{aligned}$$

$$F - \frac{1}{2} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) = 0 \quad (2.20)$$

변장에 따른 계산면적을 식(2.20)에 대입하였을 때 반드시 0이 된다고는 할 수 없으며 이때 생긴 오차를 w_{13} 이라 하면

$$F - \frac{1}{2} (F_1 + F_2 + F_3 + F_4) = w_{13} \quad (2.21)$$

가 되며

이에 따른 미분방정식은 다음과 같다.

$$\delta F - \frac{1}{2} (\delta F_1 + \delta F_2 + \delta F_3 + \delta F_4) + w_{13} = 0 \quad (2.22)$$

식(2.21)을 각각 전미분하여 정리하고 식(2.22)에 대입하여 변장만의 함수로 바꾼 다음 보정변의 각 항 $\delta a, \delta b, \delta c, \delta d, \delta p, \delta q$ 의 계수를 다음과 같이 놓으면

$$\begin{aligned} M_a &= \left(\frac{F_1}{s_1} - \frac{F_1}{s_1-a} + \frac{F_1}{s_1-b} + \frac{F_1}{s_1-q} + \frac{F_4}{s_4} \right. \\ &\quad \left. - \frac{F_4}{s_4-a} + \frac{F_4}{s_4-d} + \frac{F_4}{s_4-p} + \frac{2 \cdot r \cdot a}{2} \right) \\ M_b &= \left(\frac{F_1}{s_1} - \frac{F_1}{s_1-a} + \frac{F_1}{s_1-b} + \frac{F_1}{s_1-q} + \frac{F_3}{s_3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{F_3}{s_3-b} + \frac{F_3}{s_3-c} + \frac{F_3}{s_3-p} + \frac{2 \cdot r \cdot b}{2} \right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_c &= \left(\frac{F_2}{s_2} - \frac{F_2}{s_2-c} + \frac{F_2}{s_2-d} + \frac{F_2}{s_2-q} + \frac{F_3}{s_3} \right. \\ &\quad \left. - \frac{F_3}{s_3-b} + \frac{F_3}{s_3-c} + \frac{F_3}{s_3-p} + \frac{2 \cdot r \cdot c}{2} \right) \end{aligned} \quad (2.23)$$

미분방정식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} M_a \cdot \delta a + M_b \cdot \delta b + M_c \cdot \delta c + M_d \cdot \delta d \\ + M_p \cdot \delta p + M_q \cdot \delta q - 8w_{13} = 0 \end{aligned} \quad (2.24)$$

보정량을 정하기 위하여 미정계수에 의한 최소 제곱법에 따라 편미분하고 보정량을 구하면 다음과 같다.

$$k_{13} = \frac{8w_{13}}{M_i^2},$$

$$\delta_i = k_{13} \cdot M_i \quad \text{단, } i = a, b, c, d, p, q \text{ 이다.} \quad (2.25)$$

2.2.3 좌표보정

2점 A, B의 방위각(좌표기준측)을 알고 구하고 자 하는 C의 좌표를 구하는 식은 다음과 같다.

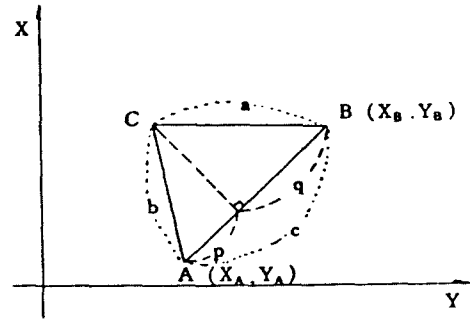


Fig. 4 Calculation of coordinate by trilateration

$$\begin{aligned} X_C &= X_A + p \cos \theta + r \sin \theta \\ &= X_B - q \cos \theta + r \sin \theta \\ Y_C &= Y_A + p \sin \theta - r \cos \theta \\ &= Y_B - q \sin \theta - r \cos \theta \end{aligned} \quad (2.26)$$

식(2-26)에서 p, q, r, θ 는 다음과 같다.

$$\cos \theta = \frac{X_R - X_A}{c}, \quad \sin \theta = \frac{Y_R - Y_A}{c}$$

$$p = \frac{1}{2} \cdot \frac{b^2 + c^2 - a^2}{c}, \quad q = \frac{1}{2} \cdot \frac{a^2 - b^2 + c^2}{c}$$

$$r = \sqrt{b^2 - p^2} = \sqrt{a^2 - q^2} \quad (2.27)$$

2.3 트래버어스측량

2.3.1 측각오차

사변망의 측점총수가 n 이고, 교각의 관측값을 a_1, a_2, \dots, a_n , 그 합을 [a]라 하면 측각오차(Ea)는 다음과 같다.

$$\text{내각관측인 경우 } E_a = [a] - 180^\circ (n-2) \quad (2.28)$$

2.3.2 각오차 분배

[a]의 합은 사변망에서 360° 가 되어야하며 허용범위보다 클때는 재측을 해야 한다.

2.3.3 방위의 계산

방위각이 $0^\circ \sim 90^\circ$ 인때 (제 I 상한) 방위=N(방위각)E

방위각이 $90^\circ \sim 180^\circ$ 인때 (제 II 상한) 방위=S($180^\circ -$ 방위각)E

방위각이 $180^\circ \sim 270^\circ$ 인때 (제 III 상한) 방위=S(방위각 - 180°)W

방위각이 $270^\circ \sim 360^\circ$ 인때 (제 IV 상한) 방위=N($360^\circ -$ 방위각)W

2.3.4 위거 및 경거의 계산

수학의 직각좌표계에서 Y축의 값이 위거이고 X축의 값은 경거가 된다.

2.3.5 폐합오차의 계산

$$\text{폐합오차} = \sqrt{(\text{위거의오차})^2 + (\text{경거의오차})^2}$$

2.3.6 컴퍼스법칙

폐합조정을 위하여 쏘변의 길이에 비례하여 조정량을 구하여야 한다.

각 측선의 전체위거에 대한조정량 =

$$\text{위거의폐합오차} \times \frac{\text{측선의길이}}{\text{쏘변의길이}}$$

각 측선의 전체경거에 대한조정량 =
경거의폐합오차 \times $\frac{\text{측선의길이}}{\text{쏘변의길이}}$

2.3.7 좌표계산

동서선을 y축, 자오선을 x축으로 하는 직각좌표축에 대한 어떤측선 시단점의 좌표와 그 경거·위거를 알면 동측선 종단점의 좌표를 계산할 수 있다. 단, 점의 횡좌표를 합경거, 종좌표를 합위거라 한다.

3. 실험지역에 대한적용 및 고찰

두가지 이론식의 결과를 비교하기 위하여 택한 대상지역은 동의대학교 운동장으로서 실험 사변망은 Fig. 5와 같은 평탄한 지역으로 먼저, 그 정확도의 기준(절대값)이 되는 점 A,B,C,D의 거리, 角, 座標를 전자파측거기인 Topcon Total stations GTS 700(측정범위:3km, 정도:±(2mm+2ppm), 최소독치:1")와 검정용으로 리바스돈 tape(100m)와 1" 독 Theodolite를 각각 30회 측정하여 미리 구하였다. 그 결과 거리는 A-B: 32.0m, B-C: 16.553m, C-D: 15.811m, D-A: 22.361m, A-C: 29.155m, B-D: 29.732m이며 측정각은 (1)30-58-24, (2)42-16-59, (3)22-43-08, (4)84-03-45, (5)49-24-29, (6)23-50-53, (7)74-18-03, (8)32-28-50이다. 그 다음 사변망에 대한 삼각측량과 삼변측량 그리고 트래버어스측량의 정확도 비교를 위하여 각邊과 각角에 균등 또는 불균등하게 오차(error)를 일정한 값 1/4,697을 주어서 삼각, 삼변, 트래버어스 측량으로 조정하여 각각 비교하여 보기로 한다.

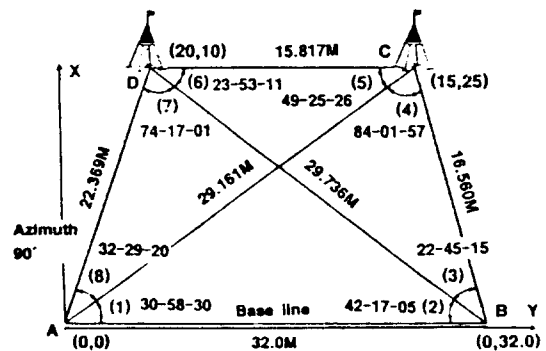


Fig. 5 A Surveying of quadrilateral

3.1 컴퓨터프로그래밍

삼각형의 내각이 180° 가 되도록 角조건의 조정을 한 후 사인법칙에 의한 변조건의 수정을 한 후 변장을 계산하여 좌표를 구하는 삼각측량프로그램과 변을 측정한 후에 코사인 제 2법칙에서 제1,2수정角을 구하여 좌표를 계산하는 삼변측량프로그램, 그리고 角조정 후 변조정을 compass법칙으로 구하여 좌표를 구하는 트래버어스측량프로그램을 작성하였고, 실측치를 적용시킨 결과 Table 1 ~ Table 12와 같다.

3.2 측각의비교

Table 1은 角 (1)~(8)까지 일정하게 측각오차를 주어 角보정한 삼각, 삼변, 트래버어스측량의 계산값이며 Table 2는 불규칙적으로 오차를 가하여 角보정한 값이고 Table 3과 4는 1" 의 차(표차)이다.

Table 1 A Measurement and correction angle of quadrilateral(equal error)

Measurement angle	Triangulation		Trilateration		Traverse surveying	
	First correction	Second correction	First correction	Second correction	Azimuth angle	Compass direction
(1)30-58-24	30-57-50	30-57-50	30-58-27	30-58-18	90-00-00	N 0 S
(2)42-16-59	42-16-25	42-16-25	42-17-06	42-16-56		E 32 W
(3)22-43-08	22-42-34	22-42-34	22-42-48	22-42-53	24-59-53	N 15 S
(4)84-03-45	84-03-11	84-03-11	84-01-48	84-01-53		E 7 W
(5)49-24-29	49-23-55	49-23-55	49-24-14	49-24-24	71-31-39	N 5 W
(6)23-50-33	23-50-19	23-50-19	23-50-41	23-50-50		E 15 W
(7)74-18-03	74-17-29	74-17-29	74-16-33	74-16-28	36-37-17	N 20 W
(8)32-28-50	32-28-16	32-28-16	32-28-23	32-28-18		E 10 W

Table 2 A Measurement and correction angle of quadrilateral(unequal error)

Measurement angle	Triangulation		Trilateration	
	First correction	Second correction	First correction	Second correction
(1) 30-58-04	30-57-30	30-57-30	30-58-05	30-26-26
(2) 42-16-59	42-16-25	42-16-25	42-16-47	42-09-09
(3) 22-43-28	22-43-14	22-43-14	22-44-02	22-51-51
(4) 84-03-05	84-02-51	84-02-51	84-00-46	84-35-35
(5) 49-24-29	49-23-55	49-23-55	49-24-16	49-55-55
(6) 23-50-33	23-49-59	23-49-59	23-52-01	23-40-40
(7) 74-18-43	74-18-09	74-17-49	74-15-51	74-02-03
(8) 32-29-10	32-28-36	32-28-16	32-28-11	32-23-23

Table 3 A side adjustment angle by differences of quadrilateral(equal error)

Triangulation			Trilateration		
Log sin	Difference (×10 ⁻⁴)	Side adjustment angle	Log sin	Difference (×10 ⁻⁷)	Side adjustment angle
(1)9.711383	35.082	30-57-50	(1)9.711481	35.07243	30-58-18
(2)9.827802	23.15509	42-16-25	(2)9.827875	23.14802	42-16-57
(3)9.586652	50.29826	22-42-34	(3)9.586749	50.28522	22-42-53
(4)9.997656	2.192724	84-03-11	(4)9.997639	2.200804	84-01-53
(5)9.880388	18.04285	49-23-55	(5)9.88044	18.03782	49-24-23
(6)9.606557	47.65953	23-50-20	(6)9.606704	47.62024	23-50-51
(7)9.983469	5.920285	74-17-29	(7)9.983432	5.927027	74-16-27
(8)9.729872	33.07863	32-28-16	(8)9.729879	33.07793	32-28-19

Table 4 A side adjustment angle by differences of quadrilateral(unequal error)

Triangulation			Trilateration		
Log sin	Difference (×10 ⁻⁴)	Side adjustment angle	Log sin	Difference (×10 ⁻⁷)	Side adjustment angle
(1) 9.711313	35.0909	30-57-13	(1) 9.71151	35.06931	30-58-26
(2) 9.827802	23.15509	42-16-42	(2) 9.827904	23.14525	42-17-08
(3) 9.586655	50.27088	22-42-57	(3) 9.587038	50.24588	22-43-51
(4) 9.997652	2.194787	84-03-08	(4) 9.997621	2.208856	84-00-34
(5) 9.880388	18.04285	49-23-39	(5) 9.880464	18.043	49-23-55
(6) 9.606461	47.65203	23-50-16	(6) 9.60694	47.58926	23-51-40
(7) 9.983481	5.918083	74-17-32	(7) 9.983418	5.929832	74-16-03
(8) 9.729872	33.07863	32-28-33	(8) 9.729896	33.07619	32-28-23

3.3 거리(변장)의 비교

Table 5는 전체변장의 오차 31cm를 균등하게 각 변(측선)에 주었고, Table 6은 각 변(측선)에 불균등하게 변장오차를 주어서 조정을 삼각,삼변측량으로 하여 기준값(Base line)과 오차를 비교하였다.

Table 5 An error of adjustment line and measurement line line(equal error)

Measurement line	Line	Value(m)	Triangulation		Trilateration		Base line
			Adjustment line	Error(mm)	Adjustment line	Error(mm)	
A-B	32.000	32.000m	0	32.000m	0	32.000m	
B-C	16.557	16.553m	0	16.557m	4	16.553m	
C-D	15.814	15.811m	0	15.814m	3	15.811m	
D-A	22.366	22.361m	0	22.366m	5	22.361m	
A-C	29.161	29.150m	0	29.159m	4	29.150m	
B-D	29.738	29.732m	0	29.737m	5	29.732m	

Table 6 An error of adjustment line and measurement line(unequal error)

Measurement line	Triangulation		Trilateration		Base line	
	Line	Value(m)	Adjustment line	Error(mm)		Adjustment line
A-B	32.000	32.000m	0	32.000m	0	32.000m
B-C	16.560	16.553m	0	16.559m	6	16.553m
C-D	15.817	15.811m	0	15.818m	7	15.811m
D-A	22.369	22.361m	0	22.368m	7	22.361m
A-C	29.161	29.155m	0	29.165m	10	29.155m
B-D	29.736	29.732m	0	29.739m	7	29.732m

Table 5와 Table 6에서 각,변조정의 결과 기준선과 비교해 볼 때 삼각측량에 의한 조정 변장이 삼변측량 보다 더 정확하였다.

3.4 좌표의 비교

지금까지의 3가지 방법에 대하여 좌표값으로 최종 결과의 정확도를 비교하여 보기로 한다. Table 7과 Table 9는 사변망의 (1)~(8)각에 균등한 오차를 주어서 구한 삼각측량의 좌표이며 Table 8과 Table 10은 불규칙적인 오차를 주어서 구한 삼각점의 좌표이다. 삼각측량이 삼변측량 보다 더 정확하였으며 변장오차의 영향이 각오차 보다 더 크므로 변(거리)측정에 주의가 요망된다.

Table 7 An error of computed coordinates by triangulation(equal error)

Triangulation			
Coordinates(X)	Error(mm)	Coordinates(Y)	Error(m)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= -5.2×10-6m	0.005	Y(2)= 32m	0
X(3)= 15.000m	0	Y(3)= 25.000m	0
X(4)= 20.000m	0	Y(4)= 10.000m	0

Table 8 An error of computed coordinates by triangulation(unequal error)

Triangulation			
Coordinates(X)	Error(mm)	Coordinates(Y)	Error(mm)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= -5.2×10-6m	0.005	Y(2)= 32m	0
X(3)= 14.997m	3	Y(3)= 25.005m	5
X(4)= 19.996m	4	Y(4)= 10.000m	0

Table 9 An error of computed coordinates by trilateration(equal error)

Trilateration			
Coordnates(X)	Error(mm)	Coordnates(Y)	Error(mm)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= -5.2×10-6m	0.005	Y(2)= 32m	0
X(3)= 15.006m	6	Y(3)= 25.002m	2
X(4)= 20.006m	6	Y(4)= 9.999m	1

Table 10 An error of computed coordinates by trilateration(unequal error)

Trilateration			
Coordnates(X)	Error(mm)	Coordnates(Y)	Error(mm)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= -2.4×10-6m	0.002	Y(2)= 32m	0
X(3)= 15.010m	10	Y(3)= 25.006m	6
X(4)= 20.009m	9	Y(4)= 9.999m	1

Table 11의 트래버어스측량의 좌표오차는 測角數 4개에 일정한 오차를 주어서 나온 결과를 각조정과 변조정을 통하여 나온 결과이며, Table 12는 변장 4개에 균등한 오차를 주어 각,변조정 한 후 나온 결과인데 그 오차는 삼각측량 만큼 양호하면서 삼변측량보다는 적게 나타므로 앞으로 사변망의 좌표실정에 이용 될 수 있는 방법이다. 또한, 角 측정 보다 변장(측선)관측에 의한 영향이 더 크게 나타날 수 있으므로 정확한 거리측정에 의한 사변망 구축이 필요하다.

Table 11 An error of computed coordinates by traverse surveying(angle error)

Traverse surveying			
Coordnates(X)	Error(mm)	Coordnates(Y)	Error(mm)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= 0m	0	Y(2)= 32m	0
X(3)= 15.000m	0	Y(3)= 25.000m	0
X(4)= 20.000m	0	Y(4)= 10.000m	0

Table 12 An error of computed coordinates by traverse surveying(line error)

Traverse surveying			
Coordnates(X)	Error(mm)	Coordnates(Y)	Error(mm)
X(1)= 0m	0	Y(1)= 0m	0
X(2)= 0m	0	Y(2)= 32m	0
X(3)= 15.000m	0	Y(3)= 24.990m	10
X(4)= 20.000m	0	Y(4)= 9.980m	20

4. 결 론

지금까지 海洋工事에서 많이 이용되고 있는 측정의 座標설정에서 기존의 內角측정의 삼각측량법과 거리(邊)측정의 삼변측량법 그리고 변과 각을 동시에 측정하는 트래버어스측량 의 이론식을 유도한 후 컴퓨터 프로그래밍하여 비교해 본 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.

첫째, 사변망에서 角측정에 의한 삼각측량이 邊측정의 삼변측량보다 오차가 더 적게 나났는데 이것은 트래버어스측량에서도 같은 결과를 나타내었으며 즉, 微小邊의 오차가 微小角의 오차 보다 전체 좌표에 더 큰 영향을 주므로 측정의 좌표결정에 삼각측량방식을 이용해야 할 것이다.

둘째, 트래버어스측량은 전자과측거리로써 거리를 정확하게만 측정하면 삼각측량만큼의 높은 정확도를 얻을 수 있으므로 앞으로 사변망에서 보다 많은 이용이 요구되며 또한, 삼변측량을 이용할 때는 변측정의 정확도가 좌표에 큰영향을 미치므로 주의가 요망된다.

셋째, 사변망의 좌표설정에 지금까지 복잡한 수식으로 적용이 원활하지 못하였던 삼각, 삼변, 트래버어스측량을 컴퓨터 프로그래밍하여 간단 명료화 하였으므로 공사현장에서 많은 이용과 높은 정확도를 기대할 수 있을 것이다.

참고 문헌

1) 全國建設研修センター：工事測量現場必携, 森北出版, p.74

2) N. F. Danial, "Space Resection with Distances.", ACS-ASP Technical Paper, pp.700~709, 1983

3) D. F. Mazera and R. S. Shrestha, "3-D Geodetic Network Adjustment Model.", ASCE, March, Vol. 110, No. 1, pp. 74~91, 1984

4) Li-Yu Sung and D. D. Jackson, "Three Dimensional Adjustment of Trilateration Data.", Geographical Research Letters, Vol. 12, No. 1, pp.25~28, 1985

5) V. Argeseanu, "Three-Dimensional Adjustment of a Terrestrial Geodetic Network-A Collocation Solution.", Australian Jr. of Geodesy, Photogrammetry and Surveying No.44, June, pp.1~37, 1986

6) A. G. Camacho, "Three Dimensional Adjustment with Inner Constraint Small Control Network.", Survey Review, October, pp. 371~382, 1988

7) 문두열외 12인, "실용측량학", pp.361~390, 1996

8) 이성태, "삼변측량의 종류와 조정법", 대한측량협회지, pp.34~37, 1981

9) 장한영, "매트릭스를 이용한 삼변측량", 대한지적공사, pp.52~60, 1982

10) 박운용, "다변유심망에 대한 삼변측량의 적용", 대한지적공사, pp.52~57, 1982

11) 김희규, "삼변측량에 의한 위치결정의 정확도 향상에 관한 연구", 동아대학교 박사학위 논문, pp. 3~30, 1990