

## 조합하중을 받는 해양구조물 원통부재의 최종강도 해석

박 치 모\*  
(97년 3월 10일 접수)

### Ultimate Strength Analysis of Cylindrical Members of Offshore Structure Subject to Combined Loads

Chi-Mo Park\*

**Key Words** : Cylindrical Members(원통부재), Ultimate Strength Analysis(최종강도해석), Combined Loads(조합하중), Load Interaction(하중상호작용), Imperfection Sensitivity(결함 민감도)

#### Abstract

Simple and efficient way of nonlinear analysis considering elasto-plastic large deformation is introduced to calculate the ultimate strength of ring-stiffened cylinders subject to combined load of axial compression and lateral pressure.

Parametric study gives various collapse modes according to the combination ratio of axial compression and lateral pressure, interaction between axial compression and lateral pressure and imperfection sensitivity of ultimate strength.

#### 1. 서 언

고정식 또는 반잠수식 해양구조물의 주요 구조부재로 널리 활용되는 원통구조는 그 보강방식에 따라 비보강, 원환보강, 종골재보강, 원환-종골재 직교보강 원통 등으로 분류되고 구조물의 종류나 사용부위에 따라 축압축, 측면외압 및 이들의 조합하중 등의 다양한 하중상태에 놓이게 되는데 설계자가 해당 하중상태에 적합한 보강방식을 선택하고 최적구조설계를 수행하기 위

해서는 이들 다양한 형태의 원통구조가 각종의 하중을 받을 때의 구조적 거동을 파악할 수 있어야 할 것이다.

이와 같은 구조거동중 구조설계에 있어서 가장 중요한 것 중의 하나가 최종강도인데 두께가 극히 얇은 비보강 원통셀의 경우는 해석이 비교적 용이한 선형탄성 좌굴해석으로 이를 추정할 수 있으나 그 밖의 경우는 대부분 붕괴하중에 도달하기 전에 대변형, 탄소성 거동을 거치게 되어 이들을 고려한 비선형 수치해석을 요구하게 된다.

\* 울산대학교 조선해양공학부

비선형 수치해석법으로는 우선, 3차원 유한요소 해석을 생각할 수 있으나 이는 막대한 계산시간을 요하여 매개변수 연구를 통한 설계식의 개발에는 실용성이 없어 그 활용예를 찾아보기 어렵다.

본 논문의 저자는 1차원 축대칭요소를 사용하여 유체정수압(측면 외압=축압축 외압)을 받는 원환 보강 원통의 최종강도를 계산하는 비선형 유한요소 해석법을 개발한 바 있다<sup>1)</sup>.

본 논문에서는 축압축 압력과 측면 외압의 임의의 조합하중을 다룰 수 있도록 이를 개선하고 매개변수 연구를 통해 이들 하중의 조합비에 따른 붕괴 모우드의 변화, 이들 두 종류의 하중간의 상호작용, 최종강도의 초기결함에 대한 민감도 등 원통부재의 주요 강도 특성을 밝히고 이의 효율적인 활용 방안 등을 제시하고자 한다.

## 2. 증분형 평형방정식

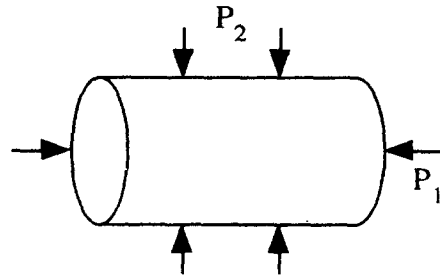
참고문헌 1)에서는 증분형 변위-변형도 관계, 증분형 응력-변형도 관계, 증분형 가상일의 방정식, 유한요소 정식화 과정 등을 통해 유체정수압을 받는 원환보강 원통에 대해 다음과 같은 증분형 평형방정식을 유도한 바 있다.

$$[K] \{\Delta d\} - \{\Delta F^e\} = \{R\} \quad (1)$$

여기서  $[K]$ ,  $\{\Delta d\}$ ,  $\{R\}$  는 각각 전체강성행렬, 전체변위 증분벡터, 잔류력 벡터이고,  $\{\Delta F^e\}$ 는 등가절점력 증분벡터로서 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \{\Delta F^e\} = & \Delta P \sum_0^{EL} \int_0^1 \int_0^{2\pi} ([N]^T \{d_{\theta}\} \\ & + [N]^T [B_r] \{d^e\}) d\theta l d\xi \quad (2) \\ & - [\pi r^2 \Delta P]_0 + [\pi r^2 \Delta P]_L \end{aligned}$$

여기서  $r, l$  은 각각 원통요소의 반경과 길이를  $\theta, \xi$  는 각각 원통요소의 원주방향 좌표와 무차원화된 길이방향 좌표를 나타내고,  $[N]$  는 형상함수 행렬이며  $[B_r]$  는 유체 정수압의 추종력 효과를 나타내는 행렬이고  $\{d^e\}$  는 요소의 절점변위 벡터이다.



$$\rho = \frac{P_2}{P_1} \quad \begin{aligned} \rho = 0; & \text{ Axial pressure} \\ \rho = \infty; & \text{ Lateral pressure} \\ 0 \leq \rho \leq \infty; & \text{ Combined load} \end{aligned}$$

Fig. 1 Loads on the cylinder

(2)식에서 첫째 항은 측면외압에 대한 적분을 둘째 및 셋째 항은 원통 양단의 축압축력을 나타내는데, Fig. 1에 보인 바와 같이 축압축 압력이 P1 이고 측면외압이 P2 인 경우 이들로 (2)식의 P 를 대치하고 하중조합비  $r = P_2/P_1$  을 도입하면 (2)식을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{aligned} \{\Delta F^e\} = & \rho \Delta P_1 \sum_0^{EL} \int_0^1 \int_0^{2\pi} ([N]^T \{d_{\theta}\} \\ & + [N]^T [B_r] \{d^e\}) d\theta l d\xi \quad (3) \\ & - [\pi r^2 \Delta P_1]_0 + [\pi r^2 \Delta P_1]_L \end{aligned}$$

이와 같이 구성된 증분형 평형방정식을 하중증분법과 반복법의 조합인 수정 Newton-Raphson 법으로 풀어 하중-변위 관계 및 최종강도를 구하게 된다.

## 3. 원통구조의 붕괴양식

원환보강 원통구조의 붕괴양식은 축대칭 항복, 보강재 사이의 셸의 국부좌굴, 보강재의 국부좌굴, 셸과 보강재의 전체좌굴 등으로 분류할 수 있다<sup>2)</sup>. 이들 중 본 연구에서는 원환 보강재의 국부좌굴을 제외한 모든 양식을 고려하였다.

## 4. 원통셸의 초기형상결함

### 4-1. 형상결함의 가정

원통셸의 일반적인 형상결함은 다음과 같이 Fourier

의 급수로 표현할 수 있다<sup>3,4)</sup>.

$$\begin{aligned} \tilde{w}(s, \theta) = & \sum_i A_{oi} \cos \frac{i\pi s}{L} \\ & + \sum_n \sum_k A_{kn} \cos \frac{k\pi s}{L} \cos n\theta \end{aligned} \quad (4)$$

윗 식에서 첫째항은 축대칭 형상결함, 둘째항은 비축대칭 형상결함을 나타내고 있는데, 원통셀의 최종강도는 주로 비축대칭 탄성좌굴에 지배될 뿐 아니라 축대칭 붕괴는 형상결함에 크게 영향을 받지 않는다는 가정하에 본 연구에서는 단지 비축대칭 형상결함만을 고려하였다. 게다가 비축대칭 여러 모우드들 간에 상호작용이 크지 않을 것이라는 가정하에 이들 모우드를 크게 두 종류로 나누어 개별적으로 적용시켰다<sup>5,6)</sup>.

원환보강재 사이의 셀좌굴;

$$w_1 = e \sin \frac{\pi s}{L_r} \cos n\theta \quad (5)$$

보강재와 셀의 전체좌굴;

$$w_1 = e \sin \frac{\pi s}{L} \cos n\theta \quad (6)$$

여기서  $e, n, L_r, L$  은 각각 형상결함의 진폭, 원주방향의 wave 수, 원환보강재의 간격, 원통의 전체 길이이다.

#### 4-2. 형상결함에 대한 설계규정

ASME<sup>7)</sup>, DnV-OS<sup>8)</sup> 등에서는 비축대칭 형상결함에 대하여 원형으로 부터의 탄성좌굴 모우드의 반파장에 걸친 최대 이탈량의 허용한도를 다음과 같이 규정하고 있다.

$$\frac{e}{t} < \text{less value between} \left[ -\frac{1.8}{n(100t/D_0)} + 0.015n \right] \text{ and } 1.0 \quad (7)$$

여기서  $n, D_0, t$  는 각각 탄성좌굴모우드의 원주방향 wave 수, 평균직경, 셀두께이다.

### 5. 수치해석 및 검토

#### 5-1. 해석 모델

원환보강 원통의 최종강도 특성을 살펴보기 위

하여 반잠수식 해양구조물의 연결기둥의 전형적인 치수를 갖는 비교적 얇은 모델과 고정식 해양구조물 구조부재의 전형적인 치수를 갖는 비교적 두꺼운 모델을 선정하여 각각 MODEL-SS, MODEL-JK 로 이름짓고 이들 두 모델의 여러가지 최종강도 특성을 비교해 보기로 한다. Fig. 2는 원환보강 원통의 부재치수에 대한 부호규약을 보여주고 있으며 이들 두 모델의 기하학적, 재료적 특성은 Table 1에 정리하였다. 실제 원통의 양단에서의 경계조건은 변위성분들이 부분적으로 구속되는 탄성지지에 해당하겠으나 본 연구에서는 두 극단적인 경우로서 단순지지와 고정지지를 고려하였으며 각각 다음과 같이 정의하였다<sup>5,9)</sup>.

- 1) 단순지지:  $w_0 = v_1 = w_1 = 0$
- 2) 고정지지:  $w_0 = \beta_0 = v_1 = w_1 = \beta_1 = 0$

해석결과 두 경계조건에 대한 최종강도값은 거의 일치하였는데 이것은 양단에서 멀리 떨어진 안쪽 구간에서 붕괴가 경계조건에 영향을 거의 받지 않기 때문인 것으로 사료된다.

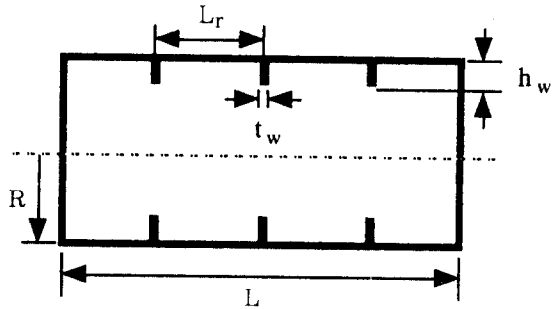


Fig. 2 Notation for a ring-framed cylinder

Table 1 Geometric and material properties of two analysis model

Model	L (mm)	L <sub>r</sub> (mm)	R (mm)	t (mm)	L <sub>r</sub> /R	R/t	stiffener(mm) h <sub>w</sub> * t <sub>w</sub>	E [GPa]	σ <sub>y</sub> [MPa]	e <sub>t</sub> (mm)	
SS	540	180.0	450.0	3.00	0.4	150	-48.0	3.00	204	272	1.73
JK	4877	812.8	197.2	12.57	4.1	15	-78.7	13.28	204	272	3.00

#### 5-2. 붕괴모우드 및 최종강도의 결정

본 논문에서는  $n$  값을 변화시키며 최종강도를 계산하고 그 중 최소값과 그에 대응되는  $n$  값을 각

각 그 원통구조의 최종강도와 붕괴모우드로 선택 하도록 하였다. 한편 Kendrick<sup>10)</sup>은 유체정수압을 받는 양단이 단순지지된 원통셸의 탄성좌굴하중을 주는 다음 식을 제안한 바 있다.

$$P_m = \left(\frac{Et}{R}\right) \left[ n^2 - 1 + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi R}{L} \right)^2 \right]^{-1} \left\{ \left[ n^2 \left( \frac{L}{\pi R} \right)^2 + 1 \right]^{-2} + \left[ \frac{t^2}{12R^2(1-\nu^2)} \right] \left[ n^2 - 1 + \left( \frac{\pi R}{L} \right)^2 \right]^2 \right\} \quad (8)$$

이 식에서  $P_m$ 의 최소값을 주는  $n$ 이 탄성좌굴 모우드이다. 본 연구에서는 이 식으로 부터 얻어지는  $n$  값 근처에서 붕괴모우드를 찾으므로써 계산 시간을 크게 절감할 수 있었다.

5-3. 조합하중하의 붕괴모우드

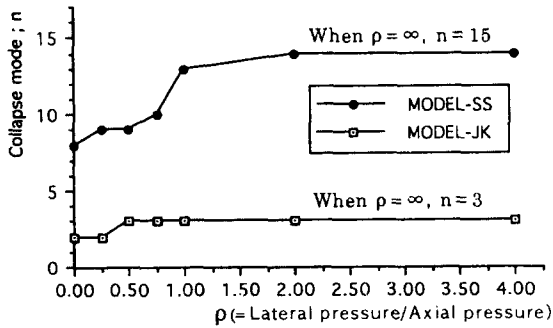


Fig. 3 Relationship between the collapse mode and load combination ratio

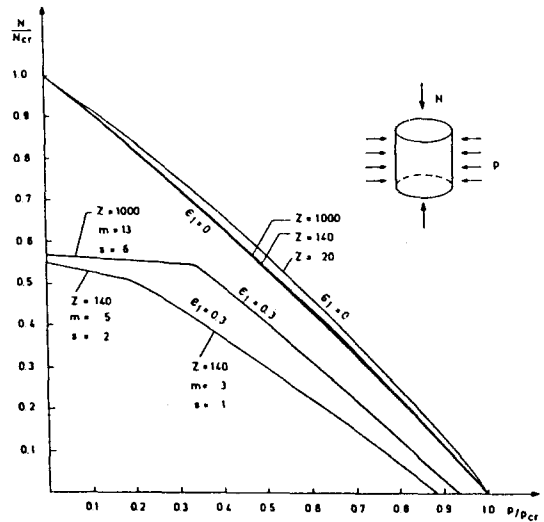
하중조합비  $\rho$ 를 다양하게 변화시키면서 두 모델에 대한 붕괴모우드를 계산하여 Fig. 3에 정리하였다. 이 그림으로 부터 MODEL-SS의 경우  $\rho=0$ 일 때 즉, 축압축력만 작용할 때  $n$  값이 8이고  $\rho$  값이 증가함에 따라 점차 증가하여  $\rho=\infty$ 일 때 즉, 측면외압만 작용할 때 15가 되며, MODEL-JK의 경우  $\rho=0$ 일 때 즉, 축압축력만 작용할 때  $n$  값이 2이고  $\rho$  값이 증가함에 따라 증가하여  $\rho=\infty$ 일 때 즉, 측면외압만 작용할 때 3이 됨을 알 수 있다. 이상을 종합하여 다음 두 가지의 결론을 유도해낼 수 있다.

- 하중조합비에 따라 붕괴모우드는 변화하며 하중조합 상태가 축압축 쪽에서 측면외압 쪽으로 옮겨 갈수록 모우드수는 증가한다.

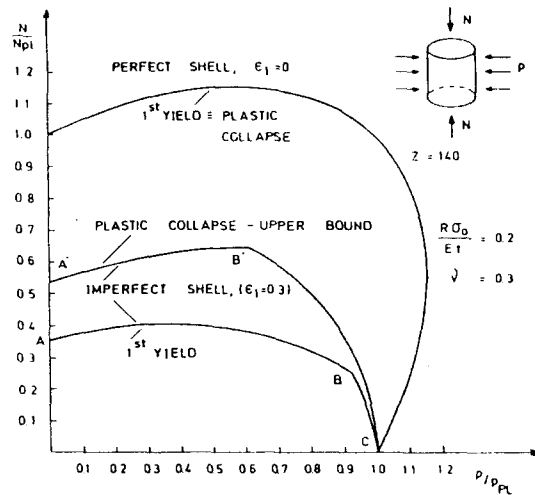
- 원환보강재의 간격이 좁을수록, 직경에 비해 셸두께가 얇을수록 모우드수는 증가한다.

5-4. 조합하중하의 상호작용

Fig. 4는 참고문헌 11)에서 인용한 것으로 얇은 원통셸과 두꺼운 원통셸이 각각 완전한 경우와 초



a) Elastic buckling(thin shell)

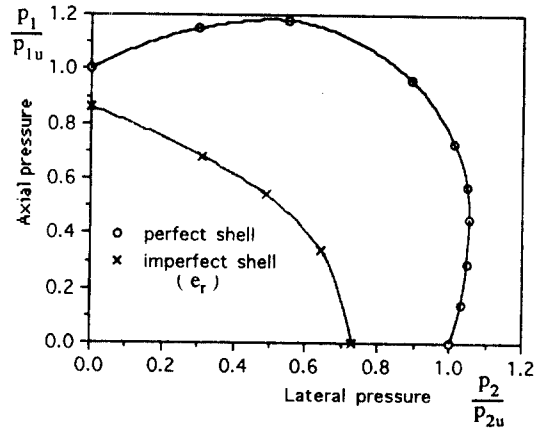


b) Plastic collapse(thick shell)

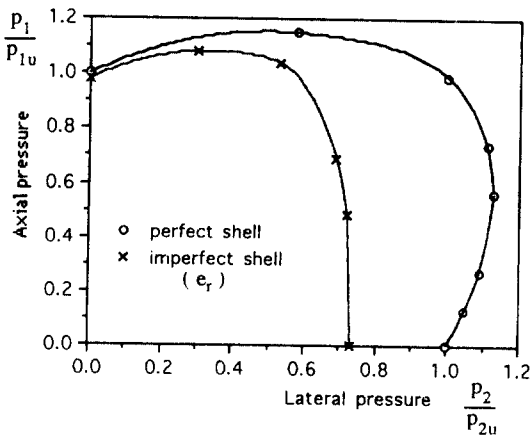
Fig. 4 Load interaction diagrams(Axi-symmetric imperfection)<sup>11)</sup>

기형상결함을 갖는 두 경우에 대한 하중의 상호 작용을 보여주고 있다. 여기서  $N_{cr}$ ,  $P_{cr}$  은 각각 축압축력, 측면외압이 단독으로 작용할 때의 탄성좌굴하중을,  $N_{PL}$ ,  $P_{PL}$  은 각각 축압축력, 측면외압이 단독으로 작용할 때의 소성 붕괴하중을 의미한다.

이 그림은 최종강도가 주로 탄성좌굴에 지배되는 얇은 셸의 특징과 최종강도가 주로 축대칭 항복에 지배되어 초기 형상결함이 없는 완전한 경우 von Mises 의 항복조건인 타원으로 나타나는 두꺼운 셸의 특징을 잘 설명해 주고 있다.



(a) MODEL-SS



(b) MODEL-JK

Fig. 5 Load interaction diagrams(Asymmetric imperfection)

또한 본 연구에서는 MODEL-SS, MODEL-JK 두 모델에 대해 초기 형상결함이 각각 0 인 경우 (Perfect shell)와 설계규정의 허용치  $e_r$  인 경우 (Imperfect shell) 하중조합비  $\rho$  를 변화시키면서 최종강도 값을 계산하여 Fig. 5에 정리하였다. 여기서  $P_{1u}$ ,  $P_{2u}$  는 각각 축압축력, 측면외압이 단독으로 작용할 때의 최종강도를 의미한다.

이 그림으로 부터 MODEL-SS(얇은 셸)가 형상결함을 갖는 경우 비교적 탄성좌굴과 유사한 상호 작용을 보이고 있으나 완전한 경우는 이론상 좌굴이 발생하지 않고 축대칭 항복에 의해 붕괴되기 때문에 비교적 von Mises 의 타원에 가까운 형상을 보임을 알 수 있다.

한편 MODEL-JK(얇은 셸)는 형상결함의 유무에 무관하게 Fig. 4의 두꺼운 셸의 경우와 잘 일치하고 있는데 이것은 두꺼운 셸의 경우 형상결함의 축대칭여부에 관계없이 붕괴가 좌굴과는 거리가 멀고 소성 붕괴에 가깝기 때문에 완전한 경우는 물론이고 형상결함이 있는 경우에도 von Mises 의 타원의 모양을 어느 정도 갖는 역학적으로 타당한 현상을 잘 보여주고 있다.

또한 Fig. 4와 Fig. 5를 비교해 보면 축대칭 형상결함은 주로 축압축 강도에 민감한 반면, 비축대칭 형상결함은 주로 측면외압 강도에 민감하며 이러한 경향은 두꺼울수록 두드러진 것으로 나타나고 있다.

한편, 각급 관련기관에서는 이용 가능한 실험자료들의 하한경계를 기준으로 나름대로의 조합하중 설계공식을 제시하고 있는 바<sup>3)</sup> 앞서 살펴본 바와 같이 상대적인 척수비에 따라 다른 특성을 보이는 하중상호작용의 특성을 고려하지 않고 잡다한 실험자료의 하한경계로 설계식을 규정하는 것은 개선의 여지가 있는 것으로 사료된다.

### 5-5. 형상결함에 대한 최종강도의 민감도

Fig. 6에는 하중조합비  $\rho$  의 변화에 따른 관련규정의 허용치 내에서의 최종강도 저하량을 보여주고 있다. 여기서  $P_u$  는 형상결함이 없는 완전한 경우의 최종강도이고  $P_{u,e}$  는 관련규정의 허용치 만큼의 형상결함을 갖는 경우의 최종강도를 의미

한다. 이 그림에 의하면 축압축이 지배적일 경우는 얇은 쪽이 더 민감하나 축면외압이 지배적일 경우 민감도는 두께에 관계없이 일정한 값에 수렴하는 것으로 나타나고 있다.

한편 Fig. 7에는 유체정수압( $\rho=0$ )이 작용하는 경우 형상결합의 크기에 따른 최종강도 값의 변화를 나타내었다.

이 그림에서는 얇은 쪽의 최종강도가 두꺼운 쪽보다 작은 결함에는 훨씬 더 민감하나 규정의 허용치 근처의 형상결합에서는 대략 40% 정도의 크기로 최종강도 저하가 거의 비슷하고 그 이후에는 오히려 역전되는 것으로 나타나고 있다.

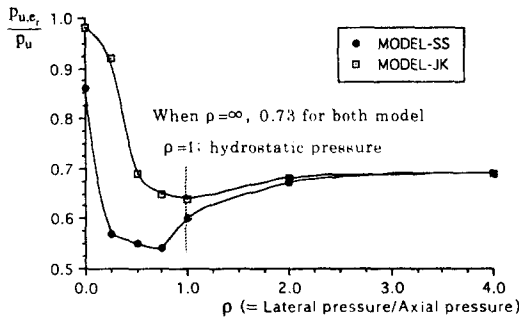


Fig. 6 Relation between ultimate strength and load ratio  $\rho$

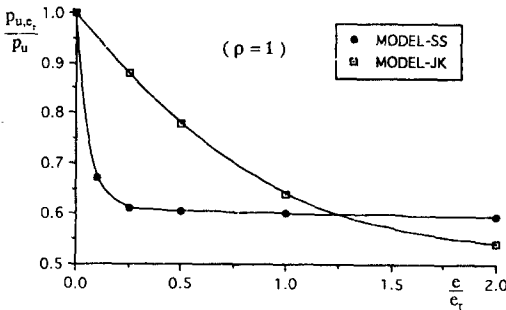


Fig. 7 Asymmetric imperfection sensitivity

## 6. 결 론

1차원 축대칭요소를 이용하여 조합하중을 받는 원환보강 원통셴의 최종강도를 구하는 탄소성 대변형 해석법을 개발하고 이를 이용한 수치해석을

통하여 다음의 몇 가지 결론을 도출하였다.

- 1) 본 연구의 수치해석법은 유체정수압( $\rho=1$ )의 경우 기존의 실험결과<sup>12)</sup>와 비교하여 이미 그 타당성을 검증한 바 있으며<sup>1)</sup> 본 연구에서 고려한 다양한 조합하중의 경우에도 타 연구결과와 비교해 각종의 역학적 거동을 제대로 표현하는 것으로 본 해석이론의 추가적인 검증이 이루어졌다고 할 수 있다.
- 2) 복잡한 원환보강 원통셴의 최종강도 값을 워크스테이션 컴퓨터에서 1~2 분 정도에 구해내는 계산 효율성으로 매개변수 연구를 통한 설계식의 개발에 유용하다고 판단된다.
- 3) 현재 대부분의 관련 기관에서는 탄성좌굴하중에 실험자료들로부터 얻은 감소계수를 곱하는 형태로 최종강도에 관한 설계식을 제안하고 있다<sup>2)</sup>. 충분한 매개변수 연구 이전에 아직 이른 결론이긴 하나 본 연구의 해석결과에 의하면 두 계산모델 모두 축대칭 붕괴하중으로 부터 40% 정도의 거의 같은 최종강도 저하를 보이는 것으로 미루어 탄성좌굴하중 보다는 축대칭 붕괴하중을 기준으로 설계식을 구성하는 것도 고려 볼만한 일로 사료된다.
- 4) 본 연구와 관련된 추후의 연구 과제로 다음 사항을 제안한다.
  - 실험결과와의 비교를 통한 본 해석법의 추가적인 검증
  - 축대칭 형상결합에 대한 최종강도 민감도 해석(본 해석프로그램으로 해석 가능)
  - 본 해석법에 의한 매개변수 연구를 통한 설계식의 개선
  - 종보강 및 직교보강 원통의 최종강도 해석법 개발
  - 보강재의 국부좌굴문제 포함

## 참고문헌

- 1) Park, C.M. and Yim, S.J., "Ultimate Strength Analysis of Ring-Stiffened Cylinders under Hydrostatic Pressure", Proc. of the 12th Conference on Offshore Mechanics and Arctic Engineering(OMAE), Vol.1, 1993

- 2) American Petroleum Institute, "Bulletin on Stability Design of Cylindrical shells", API Bulletin 2U, 1st Edition, May 1, 1987
- 3) Kenny, J.P., "Buckling of Offshore Structure", GULF, 1984
- 4) Arbocz, J. and Babcock, C.D., "The Effect of General Imperfections on the Buckling of Cylindrical Shell", Journal of Applied Mechanics, pp. 28-38, 1969
- 5) Subbiah, J., "Nonlinear Analysis of Geometrically Imperfect Stiffened Shells of Revolution", Journal of Ship Research, Vol.32, No.1, March, 1988
- 6) Sachinis, A., "Ultimate Strength of Unstiffened and Ring-stiffened Circular Cylinders", Ph.D. Thesis, Univ. of Glasgow, 1982
- 7) American Society of Mechanical Engineers Boiler and Pressure Vessel Code, Section VIII, Divisions 1 and 2 and section III, Division 1, 1980
- 8) Det Norske Veritas(DnV-OS) Rules for the Design, Construction and Inspection of Offshore Structure - Appendix C : Steel Structure, Hfvik, Norway, 1982
- 9) Bushnell, D., "Computerized Analysis of Shell- Governing Equations", Comput. & Structures, Vol. 18, No.1-4, 1984
- 10) Kendrick, S.B., "Collapse of Stiffened Cylinders under External Pressure", Paper C 190/72 in Proc. of a Conference on "Vessels under Buckling Conditions", Institution of Mechanical Engineers, London, 1972
- 11) Reis, A.J. and Walker, A.C., 'Externally pressurized cylindrical shells: buckling and collapse under combined loading', Collapse : IUTAM Symposium, Edited by Thompson, J.M.T. and Hunt, G.W., 1983
- 12) Miller, C.D. and Kinra, R.K., "External Pressure Tests of Ring-Stiffened Fabricated Cylinders", Offshore Tech. Conf., Paper OTC 4107, 1981