

지하공간 건설시 탄·소성 모델에 의한 지반계수 추정

A Geotechnical Parameter Estimation of Underground Structures
in Elasto-plastic Condition

이 인 모*¹

Lee, In-Mo

김 동 현*²

Kim, Dong-Hyun

이 우 진*³

Lee, Woo-Jin

Abstract

The design and construction of underground structures contain many substantial uncertainties. A reasonable estimation of geotechnical parameters is of paramount importance and must be one of the most difficult tasks in designing and constructing underground structures. If the plastic zone exists by tunnel excavation, the ground response may also be dependent on the yield criterion mainly composed of strength parameters.

In order to estimate unknown model parameters from the in-situ measurements as well as prior estimates for designing tunnels which have plastic zones, the Extended Bayesian Method(EBM) is adopted: an elasto-plastic finite element program is linked to the EBM as a mathematical model to predict the ground response. Mohr-Coulomb failure criterion is used to represent the plastic behavior. A hypothetical underground site, where the ground behaves elasto-plastically, is adopted to demonstrate the validity of the proposed feedback system.

요 지

지하공간에 대한 설계 및 시공시에는 필연적으로 많은 불확정성이 내포되어 있다. 가장 중요한 요소로는 설계단계에서 입력값으로 사용하는 지반계수이며, 이의 정확한 산정에는 많은 어려움이 따른다. 특히, 지하공동의 굴착으로 인해 소성영역이 발생하게 되면, 지반거동은 항복규준을 결정짓는 강도정수에 민감한 반응을 나타내므로 탄성해석법에만 근거한 역해석기법의 적용으로는 신뢰성 있는 지반계수를 추정할 수 없게 된다.

본 논문에서는 지하공간의 설계와 시공의 유기적인 결합으로 터널의 소성상태까지 고려할 수

*¹ 정회원, 고려대학교 공과대학 토목환경공학과 교수

*² 정회원, 코오롱건설(주) 토목설계팀 과장

*³ 정회원, 고려대학교 공과대학 토목환경공학과 조교수

있는 최적의 지반계수를 산정하기 위하여, 초기예측치와 계측치로부터 예측된 값을 합리적으로 조합할 수 있는 확장 Bayesian방법(Extended Bayesian Method : EBM)을 적용하였다. 지반 거동 예측은 Mohr-Coulomb 항복기준에 근거한 탄·소성 유한요소해석법을 사용하였다. 개발된 피드백 시스템의 효용성을 검증하기 위하여 소성 거동을 나타내는 단면에 대해 예제해석을 수행하였다.

Keywords : Elasto-plastic, Underground Structures, Back analysis, Strength parameters

1. 서 론

최근 지하공간에 대한 수요의 급증으로 인해 설계 및 시공기술은 괄목할 만한 발전을 이룩할 수 있었다. 그러나, 설계시 입력요소로 사용하고 있는 제반 계수들이 내포하는 불확정성 요소들에 대한 평가는 미비한 상태로 초기 추정된 지반계수의 불확정성을 극복하여 경제적이고 안전한 공사를 수행하기 위해서는 정확한 계측 및 이를 이용한 피드백 시스템의 적용이 요구된다.

지반공학 분야에서 지반거동의 예측을 위하여 종래에는 선형·탄성 수치해석이 널리 사용되어 왔으나, 정확한 거동 파악에는 많은 어려움이 따른다는 지적이 제기되어 왔다. 따라서 근래에는 비선형 또는 탄·소성 모델에 의한 해석이 일반적으로 사용되고 있다. 특히, 지하공동의 굴착으로 인한 터널주변의 거동이 탄성한계를 넘어 소성영역이 발생하게 되면, 지반의 거동은 지반의 탄성계수와 토압계수 뿐만 아니라, 항복한계를 결정짓는 강도정수에 의해서도 영향을 받게 된다. 즉, 지반거동 해석시 주로 사용되고 있는 Mohr-Coulomb 모델의 경우에 있어서는 지반의 점착력과 내부마찰각에 의해 지반거동이 영향을 받게 되며, 이 경우 탄성 수치해석만으로는 정확한 지반거동 예측이 어려우므로 탄·소성 수치해석법의 사용이 타당하다고 할 수 있다.

본 논문에서는 지반계수의 초기 추정치와 시공시의 계측치로부터 구해지는 지반계수값을 합리적으로 조합하여 최적의 지반계수를 구할

수 있는 피드백 시스템을 개발하고자 하였다. 이를 위하여 역해석기법으로는 확장 Bayesian 방법을 도입하였으며, 지반거동을 예측하기 위한 수학적 모델로는 Mohr-Coulomb 항복기준에 근거한 탄·소성 유한요소해석법을 이용하였다. 개발된 시스템은 소성영역의 발생이 예상되는 가상의 단면에 대한 예제해석 수행으로 그 적용성을 평가하였다.

2. 역해석 이론

본 연구에서는 지하공간 건설시 최적의 지반계수를 구하기 위한 역해석기법으로 확장 Bayesian 방법을 사용하였다. 해석기법에 대한 기본이론 및 활용범위에 대해서는 논문발표를 통해 소개한 바 있으며(이 등, 1996a, 이 등, 1996b), 다음에 개략적인 내용을 서술하였다.

지반거동에 대한 예측값과 계측값은 차이가 발생되므로 지반의 거동모델은 식 1과 같은 형태로 나타낼 수 있으며,

$$u^k = u^k(x|\theta) + \epsilon^k \quad (1)$$

여기서, u^k 와 u^k 는 각각 k 번째 단계에서의 관측값과 수학적 모델에 의한 예측값을, ϵ^k 는 k 번째 단계에서의 오차벡터, x 는 알고 있는 입력값, θ 는 분석하고자 하는 매개변수이다.

사전정보의 벡터는 식 2와 같이 나타내어지며,

$$\theta = p + \delta \quad (2)$$

여기서, p =초기 예측된 지반계수의 평균값,

δ =사전정보의 불확정성이다.

식 1의 계측치와 식 2의 사전정보에 관한 정

구분포를 이용하여 확장 Bayesian 방법에서의 목적함수를 식 3과 같이 정의할 수 있다.

$$J(\theta|\beta) = \sum_{k=1}^K \{ \mathbf{u}^k - \mathbf{u}^k(\mathbf{x}|\theta) \}^T \mathbf{V}_u^{-1} \{ \mathbf{u}^k - \mathbf{u}^k(\mathbf{x}|\theta) \} + \beta(\theta - \mathbf{p})^T \mathbf{V}_p^{-1} (\theta - \mathbf{p}) \quad (3)$$

여기서, K=측정구간(또는 측정단계),

β =불확실성의 크기를 나타내는 스칼라량이며,

\mathbf{V}_p =매개변수 θ 의 공분산 행렬,

\mathbf{V}_u =오차벡터 ϵ^k 의 공분산 행렬이다.

식 3에서 알 수 있듯이 확장 Bayesian 방법과 기존의 Bayesian 방법과의 근본적인 차이점은 초기 예측치와 계측치 사이에 부조화가 존재할 경우, 이를 효율적으로 조화시켜 주는 스칼라량 β 를 새로이 도입하는 것으로 β 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다(Honjo et al. 1994a, Honjo et al. 1994b).

$$\begin{aligned} l(\beta|\mathbf{u}^*, \mathbf{p}) &= \ln\{L(\beta|\mathbf{u}^*, \mathbf{p})\} \\ &\cong -\frac{1}{2}NK \ln\{J_0(\hat{\theta}) + \beta J_p(\hat{\theta})\} \\ &\quad + \frac{1}{2} \ln \left\{ \frac{\beta^M |V_p^{-1}|}{|\sum_{k=1}^K S^{kT} V_u^{-1} S^k + \beta V_p^{-1}|} \right\} + const \quad (4) \end{aligned}$$

여기서, N은 총 관측점의 갯수이며, M은 매개변수의 총갯수, S는 민감도 ($= (\frac{\partial \mathbf{u}^k}{\partial \theta^i})$)이다.

β 의 최적값은 식 4를 최대화시키는 값으로부터 구할 수 있으며, β 의 최적값을 구한 후 식 3에 의해 정의된 목적함수를 최소화시킴으로써

최적의 기반계수를 산정할 수 있다. 매개변수가 비선형 변수일 경우에 기반계수의 최적값을 구하기 위한 방편으로 Gauss-Newton 방법 또는 수정된 Box-Kanemasu 방법(Beck and Arnold, 1977)을 이용하였다.

3. 탄·소성 모델을 이용한 역해석기법

3.1 탄·소성모델에 의한 수치해석 및 역해석

탄성모델에 근거한 역해석 기법에 관해서는 기존의 논문을 통하여 상세히 발표하였으므로(이 등, 1996a, 이 등, 1996b) 생략한다. 본 연구에서는 이를 더욱 발전시켜 탄·소성 해석이 가능한 모델을 근거로 역해석을 할 수 있도록 하였다. 이를 위하여 Mohr-Coulomb 항복이론에 관련성 유동법칙(associated flow rule)을 적용하여 소성변형을 구할 수 있도록 하였다. 이의 해석을 위하여 Owen과 Hinton(1980)이 개발한 탄·소성 유한요소 프로그램을 터널굴착이 가능하도록 수정하였으며, 이를 이용한 역해석 프로그램을 2장에 서술한 EBM방법으로 개발하였다. 수정된 유한요소 프로그램의 흐름도는 그림 1과 같으며, 이를 근거로 한 역해석 프로그램의 근간은 그림 2에 표시되어 있다.

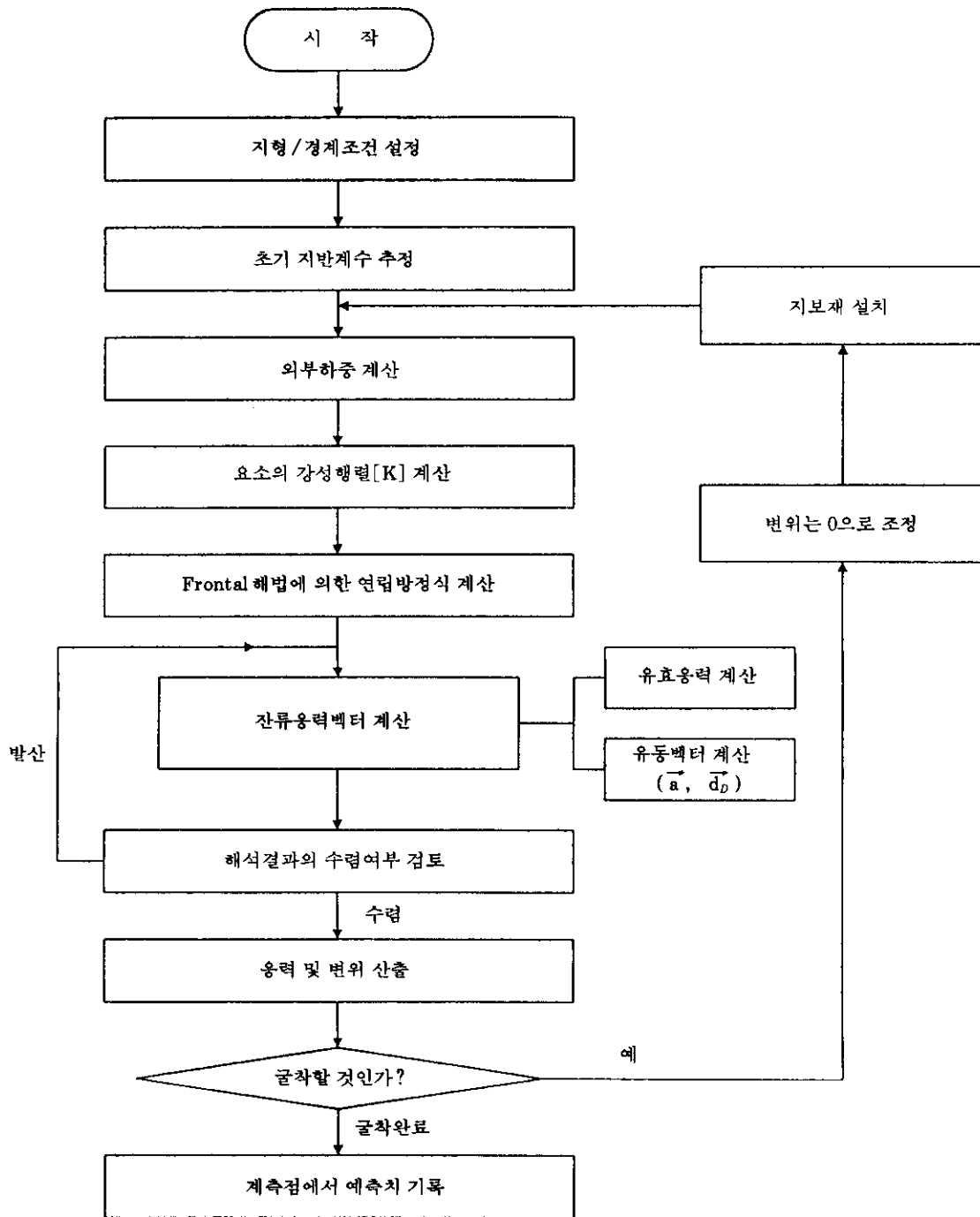


그림 1 유한요소 프로그램의 흐름도

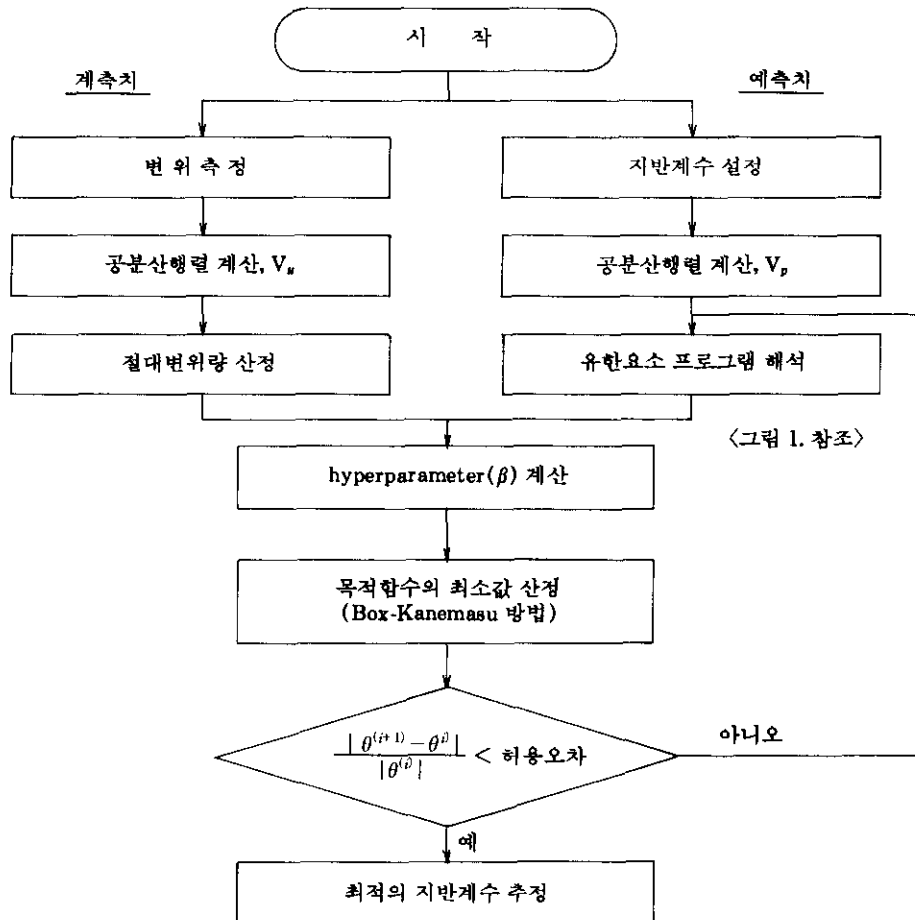


그림 2 피드백 시스템의 구성

3.2 매개변수 설정

지하공동의 굴착으로 인한 지반거동에 영향을 미치는 인자로는 지반의 탄성계수(E), 정지 토압계수(K₀) 또는 수평응력(σ_{h0}), 단위중량(γ), 포아송 비(ν), 점착력(c)과 내부마찰각(φ) 등이 있다. 이 중, 단위중량과 포아송비가 일정하다고 가정하면, 매개변수 벡터 θ와 평균벡터는 다음과 같이 나타낼 수 있으며,

$$\hat{\theta} = \begin{Bmatrix} \hat{E} \\ \hat{K}_0 \text{ or } \hat{\sigma}_{h0} \\ \hat{\tan\phi} \\ \hat{c} \end{Bmatrix} \quad \bar{p} = \begin{Bmatrix} \bar{E} \\ \bar{K}_0 \text{ or } \bar{\sigma}_{h0} \\ \bar{\tan\phi} \\ \bar{c} \end{Bmatrix} \quad (5)$$

여기서, $(\bar{\cdot})$ 는 (\cdot) 의 평균이다.

지반계수간의 상관관계가 없다고 가정하면, 공분산행렬은 다음과 같이 표시되어지며,

$$V_p = \begin{bmatrix} \text{Var}(E) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \text{Var}(K_0) \text{ or } \text{Var}(\sigma_{h0}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \text{Var}(\tan\phi) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \text{Var}(c) \end{bmatrix} \quad (6)$$

여기서 Var (·) 는 (·) 의 분산이다.

4. 예제해석

4.1 지반조건

제안된 피드백 시스템의 적용성을 평가하기 위하여 예제단면을 설정하여 해석을 수행하였다. 터널굴착시 주변지반에 과도한 응력발생으로 이완영역이 존재하게 되면, 구조물의 전체적인 안정성에 심각한 문제로 대두되므로 그림 3과 같은 지반조건을 가지는 가상의 단면을 설정하였다. 그림에서 보듯이 터널은 잔류토층에 위치하고 있으며, 터널의 단면형상은 직경 10m의 말굽모양(horse shoe type)으로 지보시스템은 10cm 두께의 연한 슛크리트를 타설한 것으로 모델링하였다. 각 지반조건별로 지반계수의 대표값은 표 1에 수록하였으며, 이 값들을 초기예측된 지반계수 즉, 사전정보로서 고려하였다. 지반거동 예측을 위한 수학적 모델로는 Mohr-Coulomb 모델에 근거한 탄·소성유한요소해석을 이용하였다.

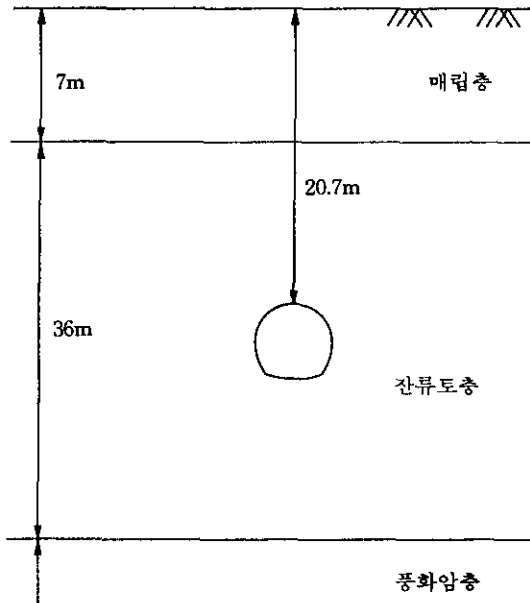


그림 3 대상공간 단면도

표 1. 초기 추정된 지반계수

	매립토	잔류토	풍화암
탄성계수(t/m^2)	2,000	3,000	20,000
토압계수	0.5	0.5	0.5
점착력(t/m^2)	1	3	5
내부마찰각(deg)	30	30	35
단위중량(t/m^3)	1.9	2.0	2.2

4.2 계측

계측은 터널주변에서 수행하였다고 가정하였으며, 범용유한차분 프로그램인 FLAC (1992)의 해

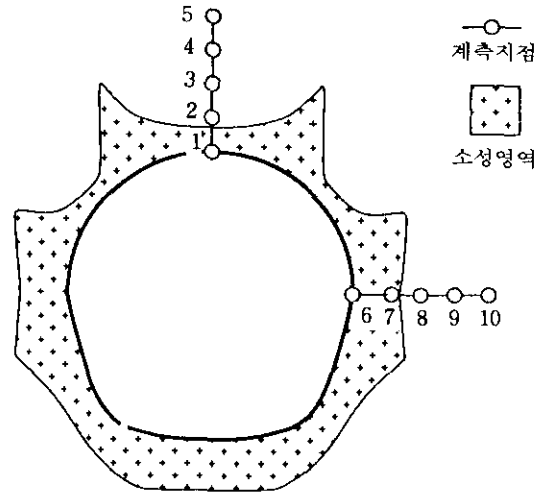


그림 4 계측기기의 설치위치 및 소성영역 분포도

표 2. 계측지점과 측정된 변위

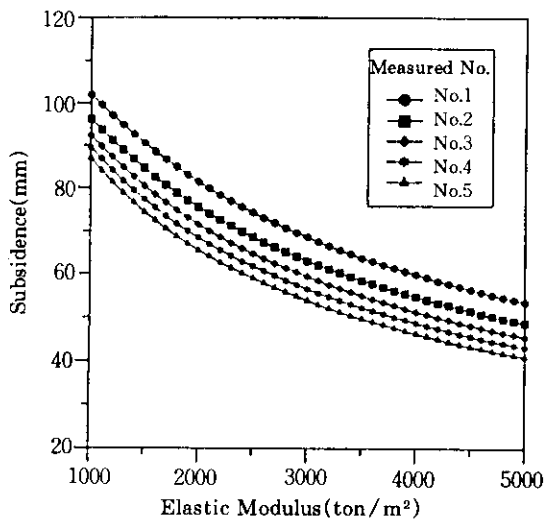
No.	터널 중심으로부터의 거리(m)	측정된 변위(mm)
1	4.5	74.5
2	5.5	66.3
3	6.5	59.6
4	7.5	54.5
5	8.5	50.4
6	4.55	30.8
7	5.7	13.5
8	6.7	4.6
9	7.7	2.0
10	8.7	0.9

석결과를 계측치로 가정하였다. 계측기기의 설치 위치와 계측된 변위는 그림 4와 표 2에 나타내었다. 그림 4에서 보듯이 터널주변에 소성영역이 존재하므로 본 지반의 거동은 탄·소성 모델에 의해 평가되어야 함을 알 수 있다.

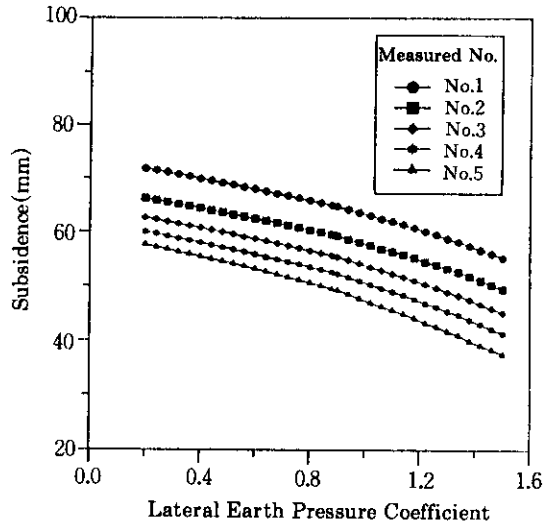
4.3 민감도 분석

지반계수의 변화에 따른 지반거동의 변화양상을 알아보기 위하여 민감도 분석을 수행하였으며, 그림 5~그림 7에 그 결과를 나타내었다. 해석은 각

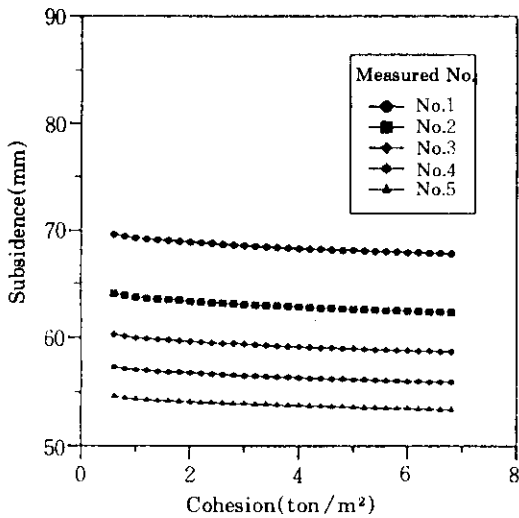
각의 지반계수별로 수행하였으며, 이 때 여타의 지반계수는 초기 추정된 값으로 고정시켰다. 그림에서 보듯이 지반이 탄성거동 양상을 보일 경우 지반 거동은 탄성계수와 토압계수에 의존하게 되나, 소성영역의 발생으로 인한 탄 소성 거동을 보일 경우에는 내부마찰각 역시 지반거동에 지대한 영향을 미치는 중요 요소임을 알 수 있다. 또한 지반의 점착력 변화가 발생변위량에 미치는 영향은 거의 없음을 알 수 있다.



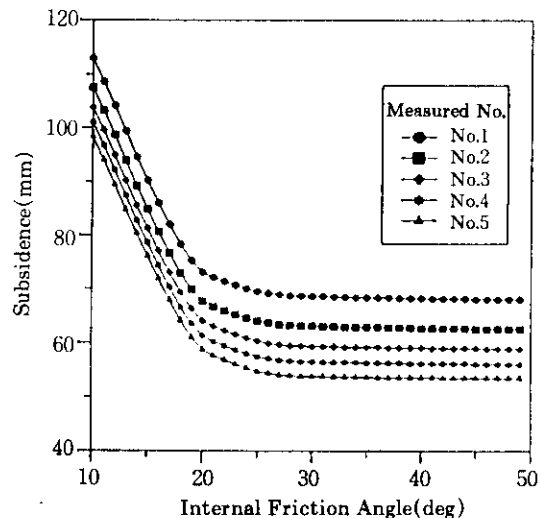
(a) 탄성계수



(b) 토압계수

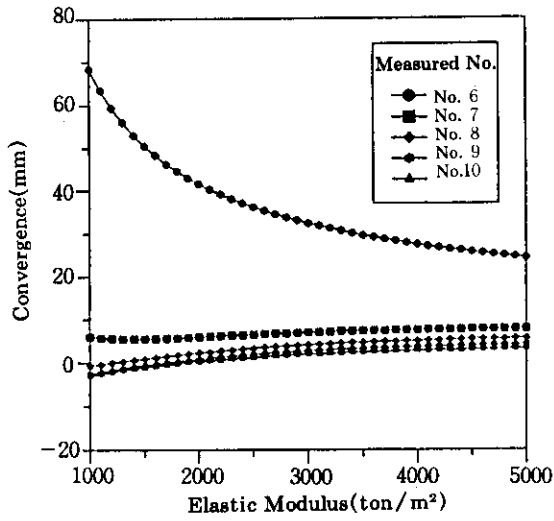


(c) 점착력

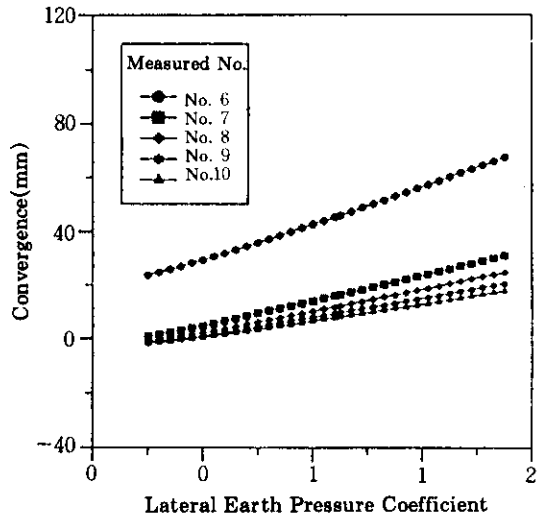


(d) 내부마찰각

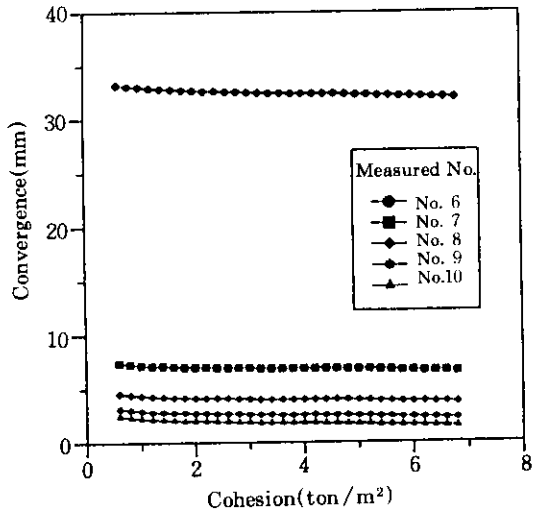
그림 5 천정부 침하에 대한 지반계수별 민감도



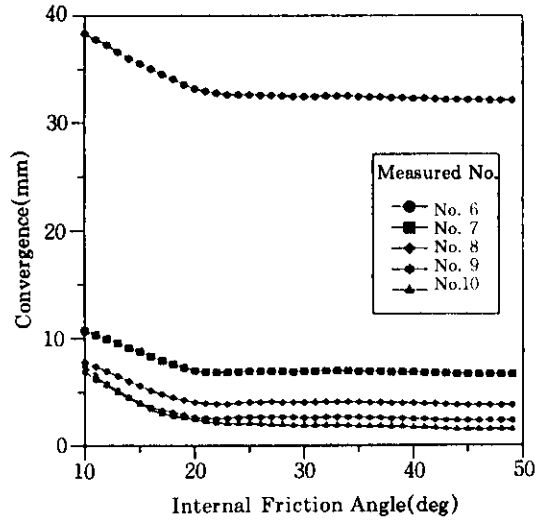
(a) 탄성계수



(b) 토압계수

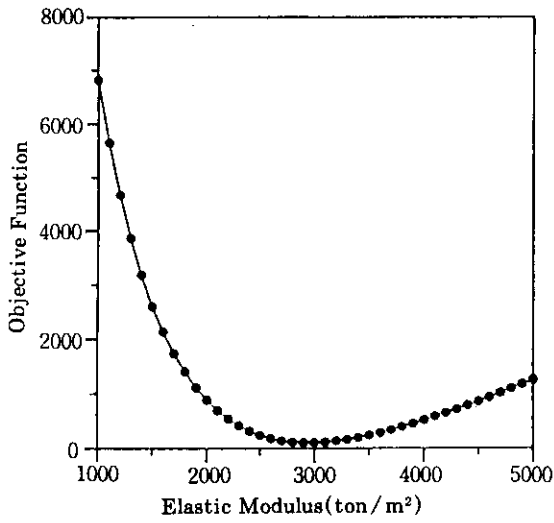


(c) 점착력

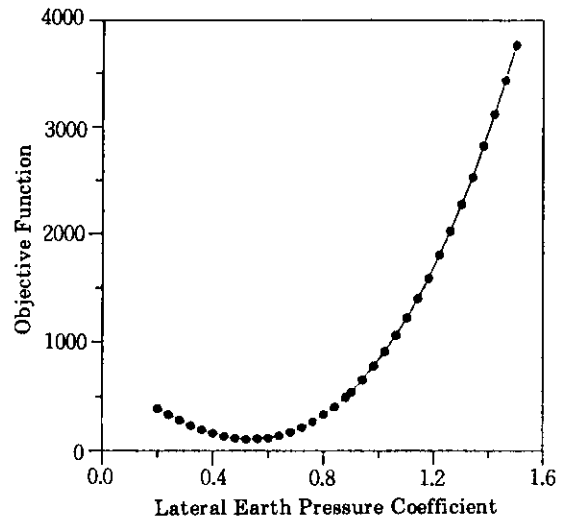


(d) 내부마찰각

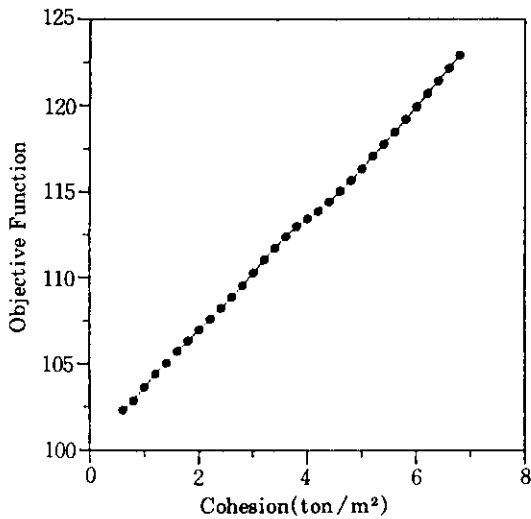
그림 6 측벽부 변위에 대한 지반계수별 민감도



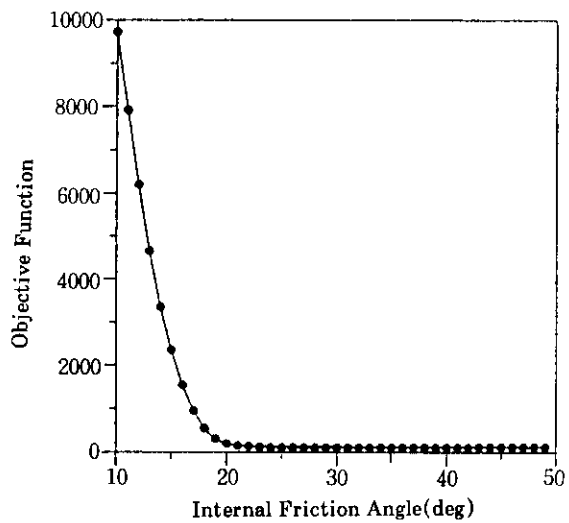
(a) 탄성계수



(b) 토압계수



(c) 점착력



(d) 내부마찰각

그림 7 지반계수의 변화에 따른 목적함수의 변화양상

4.4 지반계수 추정

본 연구에서 추정하고자 하는 지반계수로는 지반의 탄성계수, 토압계수, 점착력과 내부마찰각을 선정하였다. 또한 터널은 잔류토층에 위치하고 있으며, 매립층의 영향권밖에 위치하고 있으므로 지반계수 추정은 잔류토층에 국한하였다. 지반계수의

초기 추정치는 그림 3에 나타낸 바와 같이 터널설계시 일반적으로 사용하는 값을 사용하였으며, 이 값들은 표준관입시험 N값과의 상관관계 및 경험적인 방법에 의존하여 선정된 값들이다. 이 경우 변동계수는 표준관입시험 자체의 변동계수 0.26보다 높은 0.3을 사용하였으며, 분산값은 변동계수를 이용하여 다음 식으로 구할 수 있다.

$$\text{Var}(\cdot) = [\Omega(\bar{\cdot})]^2 \quad (7)$$

여기서, $\Omega(\cdot)$ 는 (\cdot) 의 변동계수이다.

역해석 수행시 계측지점의 개수에 따른 영향을 파악하기 위하여 측점수의 변화에 따른 해석을 수행하였다. 해석결과는 표 3에 수록하였으며, 초기 추정된 지반계수와 비교하였다. 표 3에서 보듯이 측점의 수가 4곳 이상일 경우부터 추정된 지반계수 값들이 수렴되는 양상을 보인다.

표 3. 계측지점의 변화에 따른 지반계수 추정

계측지점 수	E(t/m ²)	K _o	c(t/m ²)	φ(deg)
초기 추정치	3000.0	0.5	3.00	30.0
2	3182.1	0.51	3.00	31.5
4	3008.8	0.52	3.01	26.2
6	3013.9	0.47	3.02	27.6
8	3013.7	0.46	3.01	27.6
10	3013.6	0.46	3.02	28.0

5. 결론

본 연구에서는 초기 추정치와 계측치를 모두 고려할 수 있는 확장 Bayesian 방법과 Mohr-Coulomb 모델을 적용한 유한요소해석법을 이용하여 피드백 시스템을 구성하였다. 제안된 기법을 소성 영역의 발생으로 지반의 거동이 탄·소성 거동을 보이는 지반에 대한 적용으로 그 타당성을 검토하였으며, 본 논문의 결론을 요약하면 다음과 같다.

- 1) 본 연구에서는 지반의 탄성계수, 토압계수 및 점착력과 내부마찰각을 매개변수로 사용하여 역해석을 수행하였다. 이 경우 막대한 시간과 비용이 소모될 뿐 아니라 계측지점의 한계로 인하여 최적값으로 수렴하지 못하는 경우가 발생할 가능성이 있으므로 역해석 수행전에 각 지반계수별로 지반거동에 미치는 영향을 검토하여야 한다. 각 지반계수별로 민감도 분석을 수행한 결과, 지반의 점착력에 의한 영

향은 거의 없는 것으로 나타났으며, 이는 피드백 과정중에서 점착력을 고정된 값으로 가정하고 나머지 지반계수들로 역해석 수행이 가능함을 보여준다.

- 2) 많은 지반계수를 매개변수로 하는 복잡한 모델의 경우, 일반적으로 매개변수의 불확정성이 증가한다. 따라서, 이러한 경우는 계측지점의 개수를 증가시켜 해석의 신뢰도를 확보하여야 하며, 본 연구에서와 같이 4개의 매개변수를 사용하는 탄·소성 모델의 경우 최소한 6개의 계측지점이 요구됨을 알 수 있었다.

참고 문헌

1. 이인모, 김동현, Lo, K.Y. (1996a), "지하공간 설계와 시공의 지반공학적 접근과 실무적용", 한국지반공학 회지, vol. 12, no.2, pp. 43-57.
2. 이인모, 김동현 (1996b), "지하구조물의 합리적인 지반계수 추정 연구", 대한토목학회논문집, vol. 16, III-5, pp. 423-431.
3. Beck, J. V. and Arnold, K. J. (1977), *Parameter Estimation in Engineering and Science*, JohnWiely & Sons, Inc.
4. FLAC (1992), "Manual (Ver. 3.2)", Itasca Consulting Group.
5. Honjo, Y. Wen-Tsung, L. and Sakajo, S. (1994a), "Application of Akaike Information Criterion Statistics to Geotechnical Inverse Analysis: the Extended Bayesian Method", *Structural Safety*, vol.14, pp. 5-29.
6. Honjo, Y. Wen-Tsung, L. and Guha, S. (1994b), "Inverse Analysis of an Embankment on Soft Clay by Extended Bayesian Method", *Int. J. Numer. Anal. Methods Geomech.*, vol. 18, pp. 709-734.
7. Owen, D.R.J. and Hinton, E. (1980), *Finite Elements in Plasticity: Theory and Practice*, Pineridge Press, Swansea.

(접수일자 1997. 3. 7)