Ko-압밀점토지반속 주응력회전 현상의 모형화

Modelling of Principal Stress Rotation in Ko-Consolidated Clay

홍 원 표*1
Hong, Won-Pyo
김 태 형*2
Kim, Tae-Hyung
이 재 호*3
Lee, Jae-Ho

Abstract

The isotropic single-hardening constitutive model has been applied to predict the behavior of soils during reorientation of principal stresses in the field. The predicted response by the model agrees well with the measured behavior for a series of torsion shear tests performed on hollow cylinder specimens of Ko-consolidated clay along various stress-paths. This indicates that the soil behavior during reorientation of principal stresses can be predicted by using the model with application of simple informations given by isotropic compression tests and conventional consolidated-undrained triaxial compression tests.

Isotropic elasto-plastic soil behavior has been served during primary loading from both the torsion shear tests and the predictions by the model. However, the directions of major principal strain increment given by the model have not coincided with the directions for tests during stress reversal, such as unloading and reloading, within isotropic yield surface for Ko-consolidated stress. This indicates that kinematic hardening model instead of isotropic hardening model should be developed to predict the soil behavior during stress reversal. The experimental strain increment vectors in the work-space have been compared with the directions expected for associated and nonassociated flow rules.

요 지

실제지반에 하중이 가하여 질 경우 발생되는 주응력회전시의 지반거동을 해석하기 위하여 등방단일경화구성모델이 적용되었다. 이 모델에 의한 해석결과는 Ko압밀점토의 중공 원통형 공시체에 여러가지 응력경로를 대상으로 실시된 일련의 비틀림전단시험에 의한 시험치와 좋은 일치를 보이고 있다. 결국 주응력회전시의 지반거동은 등방압축 및 통상적인 압밀비배수 삼축압축시험으로 얻을 수 있는 간단한 정보만을 활용한 이 모델로 예측될 수 있음을 알았다.

*1 정회원, 중앙대학교 공과대학 건설환경공학과 교수
*2 Graduate student, University of Colorado at Boulder
*3 정회원, 중앙대학교 대학원 건설환경공학과 박사과정

비틀림전단시험결과와 해석결과 모두에서 등방탄소성 지반거동을 최초재하 (primary loading)단계 동안에 관찰할 수 있었다. 그러나, Ko압밀응력의 등방항복면내에서 減荷나 再載荷와 같은 응력반전을 실시할 경우 최대주변형률증분 방향의 해석치는 시험치와 일치하지 않았다. 이는 응력반전시의 지반거동을 해석하기 위하여는 등방경화모델(isotropic hardening model)보다는 이동경화모델(kinematic hardening model)이 개발되어야함을 의미한다. 또한 본 연구에서는 일공간에서 변형률증분벡터의 시험치가 관련흐름법칙 및 비관련흐름법칙에 의한 해석법과 비교되었다.

Keywords : Ko-consolidated clay, Reorientation of principal stress, Hollow cylinder specimen, Torsion shear test, Isotropic hardening, Stress reversal

1. 서 론

Ko압밀점토의 주응력회전시 거동을 해석적으로 예측하기 위한 구성식을 만들기 위하여 등방탄소성이론, 파괴규준 및 비관련흐름법칙이 반드시 고려되어야 한다는 것이 비틀림전단시험결과 밝혀진 바가 있다(Hong and Lade, 1989a,b). 이러한 특성을 반영할 수 있는 구성식으로 등방단일경화구성모델 (isotropic single hardening constitutive model)을 적용하여 오고 있다. 이미 본 구성식은 정규압밀점토의 원통형공시체를 사용한 일련의 삼축압축시험거동해석에 적용하여 충분한 실용성이 있음을 밝힌바 있다(홍원표 등, 1996). 또한 지반의 삼차원거동해석에 본 구성식의 적용성을 검토하기 위하여 정규압밀점토시료 및 모래시료를 사용한 입방체형삼축시험결과를 본 구성식에 의한 해석치와 비교검토한 바 있다. 그 결과 본 구성식은 지반의 삼차원 거동 해석에 충분히 적용할 수 있음이 확인되었다.(남정만, 홍원표, 1994, 홍원표,남정만, 1994)

그러나, 정지상태지반에 하중이 가하여지면 응력의 크기가 변화됨과 동시에 주응력방향도 회전하게된다. 이러한 삼차원거동은 세 주응력방향이 항상 고정되어 있는 입방체형 삼축시험으로는 조사되지 못하므로 비틀림전단시험이 사용되고 있다.(남정만, 홍원표, 1993, 홍원표, 1988a,c) 최근에는 Ko압밀이력을 가지는 점토의 직교이방성과 주응력회전의 영향을 포함하는 정규압밀점토의 거동을 해석적으로 예측할 수 있는 방법을 모색하기 위하여 Ko압밀 EPK점토의 비틀림전단거동을 등방단일경화구성모델의 적용으로 예측하고 그 결과가 시험결과와 비교 검토되고 있다.(홍원표, 1996, 홍원표등, 1994) 이 검토결과, 원통형공시체를 사용하는 간단한 등방압축시험 및 압밀비배수 삼축압축시험으로 구한 계수(홍원표, 1987a,b)를 적용한 본 구성식으로 주응력회전이 가능한 전영역의 응력경로에 대하여 응력-변형률 거동, 간극수압 거동, 체적변형률 거동 등의 해석에 좋은 결과를 나타내고 있음을 보여주고 있다.

여기에 본 연구에서는 이들 연구의 연장으로 본 구성식으로 비틀림전단거동을 해석하였을 경우의 여러가지 거동을 분석하여 보고자 한다. 특히 본 연구에서는 주응력회전효과를 최초재하(primary loading), 減荷(unloading), 再載荷(reloading), 응력반전(stress reversal) 시 등의 거동별로 분석하여 본다. 또한 일공간상의 소성변형률증분방향에 대한 고찰로 흐름법칙(flow rule)도 검토하여 보고자 한다.

2. 비틀림전단시험

분말상태의 EPK(Edgar Plastic Kaolinite) 점토를 함수비가 액성한계(LL=60%)의 두배가 되도록 120% 함수비로 반죽성형하여 만든 중공원통형공시체를 2kg/cm^{2}의 유효구속압으

로 Ko압밀시킨 후 일련의 비틀림전단시험을 실시하였다. 이 시험의 결과는 이미 발표된 바 있으므로(홍원표, 1988b,c) 시험장치, 공시체준비과정, 시험방법 등에 관한 자세한 사항은 이 전논문(홍원표, 1988b, Hong and Lade, 1989a)을 참조하기로 하고 여기서는 개략적인 사항만 설명하기로 한다.

본 시험에 사용된 비틀림전단시험기는 구속압, 연직하중 및 토르크를 각각 독립적으로 공시체에 작용시킬 수 있도록 설계되어 있으며 시험에 사용된 중공원통형공시체의 내외경은 각각 18cm와 22cm이고 높이는 25cm이다.

사용된 EPK점토는 40%의 실트분과 60%의 점토분으로 구성되어 있다. 이 점토의 액성한계와 소성한계는 각각 60% 및 30%이며 비중은 2.62이고 활성도는 0.50이다. 이 점토는 정규압밀점토의 원통형공시체를 사용한 일련의 삼축압축거동 조사연구에 사용된 시료와 동일한 시료이다.(홍원표, 1987a,b, 홍원표, 1996)

시험은 표1에 정리되어 있는 바와 같이 15회의 비배수시험과 2회의 배수시험을 실시하였다. 이들시험은 주응력회전이 가능한 전 영역의 응력경로에 대하여 실시되었으며 응력경로는 그림 1(b)와 같다. 즉 이들 응력경로는 (1) 삼축압축 (2)삼축신장 (3)단순비틀림전단 (4) 삼축신장후 비틀림전단 (5)비틀림전단후 삼축신장의 다섯가지 응력경로로 대별된다.

3. 등방단일경화구성모델

본 연구에 적용되는 등방단일경화구성모델은 모래, 점토, 콘크리트, 암등과 같은 마찰물질에 적용하도록 Lade 등에 의해 제안된 흙의 탄소성구성모델이다(Hong and Lade, 1989b, Lade and Kim, 1998a,b). 이 구성식은 일경화시 하나의 항복면을 가진다는 점과 비관련흐름

표 1. 비틀림 전단시험

Test No.	Specimen(cm)			Test Condition		Phi(ϕ)	b	비고
	H	D_i	D_0	Undrained	Drained			
No.1	25	18	22	X		39.55	1.000	
No.2	25	18	22	X		35.61	0.766	
No.3	25	18	22	X		28.28	0.037	
No.4	25	18	22	X		27.92	0.032	
No.5	25	18	22	X		31.09	0.196	
No.6	25	18	22	X		32.69	0.186	
No.7	25	18	22	X		28.35	0.403	Leak
No.8	25	18	22	X		33.75	0.833	
No.9	25	18	22	X		33.92	0.534	
No.10	25	18	22	X		33.66	0.339	
No.11	25	18	22	X		27.96	0.000	
No.12	25	18	22	X		36.81	1.000	
No.13	25	18	22	X		31.37	0.183	
No.14	25	18	22		X	30.46	1.000	
No.15	25	18	22	X		38.26	0.610	
No.16	25	18	22	X		40.18	0.957	
No.17	25	18	22		X	34.90	0.951	

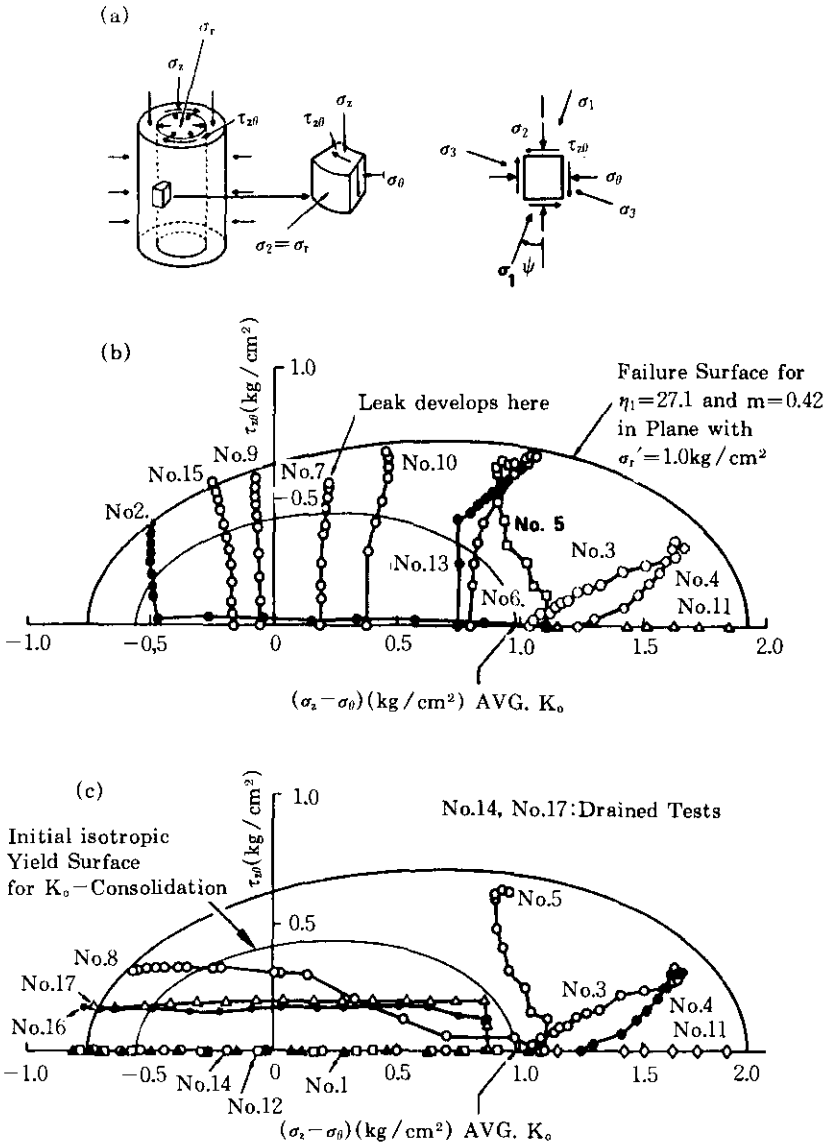


Fig 1. (a) Stress in hollow cylinder specimen:
(b) (c) Stress paths in torsion shear tests in plan with σ'_r=1.0(kg/cm²)

법칙을 사용하는 것이 특징이라 할 수 있다.

이 구성식에서는 먼저, 하중이 작용하여 변형이 발생하면 시간에 의한 영향을 고려하지 않을 경우 이 변형은 탄성변형과 소성변형의 두가지 성분으로 구성되어 있다고 고려한다. 이중 탄성거동은 Hooke의 법칙을 따르고 소성거동은 파괴규준, 비관련흐름법칙, 항복규준 및 일경화법칙으로 구성된 소성법칙을 따르도록 되어있다. 이 구성식에는 11개의 계수가 포함되어 있으며 이들 계수는 원통형공시체에 대

한 간단한 등방압축시험과 압밀비배수삼축압축시험으로 구할 수 있다.

본 연구에서 사용된 EPK 점토는 이전에 실시된 일련의 삼축압축 거동연구(홍원표, 1987a)에 사용된 시료와 동일하므로 이 구성식에 사용될 EPK 점토의 계수는 이전 연구로 구한 계수값(홍원표등, 1996)을 활용할 수 있을 것이다. 그 결과를 정리하면 표2와 같다.

표 2. EPK점토에 대한 등방단일경화모델의 계수

탄성거동			파괴규준		소성Potential		항복규준		경화함수	
M	λ	ν	m	η_1	Ψ_2	μ	h	α	C	p
71.4	0.515	0.38	0.42	27.1	−3.124	2.93	1.01	0.037	0.013	1.20

4. 주응력회전효과

4.1 Mohr원

전단시험시의 응력의 방향, 응력증분의 방향 및 변형률증분의 방향이 Mohr원으로 그림 2와 같이 구하여진다. 여기서 Ψ는 최대주응력 σ_1의 방향과 연직축 사이의 각이며 χ는 최대주응력증분 $\dot{\sigma}_1$의 방향과 연직축 사이의 각이고, ξ는 최대주변형률증분 $\dot{\varepsilon}_1$의 방향과 연직축사이의 각을 나타낸 것으로 식(1)~(3)으로 표시된다.

$$\tan 2\Psi = \frac{2\tau_{z\theta}}{\sigma_z - \sigma_\theta} \tag{1}$$

$$\tan 2\chi = \frac{2\dot{\tau}_{z\theta}}{\dot{\sigma}_z - \dot{\sigma}_\theta} \tag{2}$$

$$\tan 2\xi = \frac{2\dot{\varepsilon}_{z\theta}}{\dot{\varepsilon}_z - \dot{\varepsilon}_\theta} \tag{3}$$

탄성이론에 의하면 탄성변형률증분의 방향은 응력증분의 방향과 일치하지만 소성이론에서는 소성변형률증분의 방향이 응력의 방향과 일치한다. 따라서 탄성거동에서는 $\xi=\chi$이며 소성거동에서는 $\xi=\Psi$이 될 것이다. 그러므로 소성거동의 경우는 식(1)과 식(3)으로 부터 식(4)가 얻어질 수 있다.

$$\frac{2\cdot\tau_{z\theta}}{\sigma_z-\sigma_\theta} = \frac{2\cdot\dot{\varepsilon}_{z\theta}}{\dot{\varepsilon}_z-\dot{\varepsilon}_\theta} \tag{4}$$

여기서 $2\cdot\tau_{z\theta}/(\sigma_z-\sigma_\theta)$는 응력벡터의 방향을 나타내며 $2\cdot\dot{\varepsilon}_{z\theta}/(\dot{\varepsilon}_z-\dot{\varepsilon}_\theta)$는 변형률증분벡터의

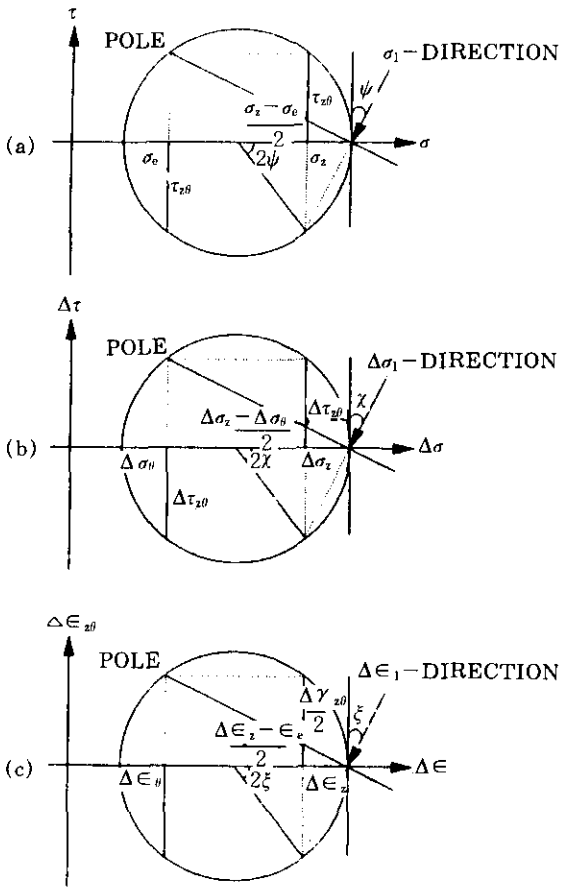


Fig 2. Direction of major principal : (a) stress : (b) stress incremental and (c) strain incremental

방향을 나타낸다. 또한 변형률증분벡터의 방향은 임의의 응력단계점에서의 변형률 접선기울기로 구하여 지며 응력벡터는 그 응력점과 원점사이의 직선기울기로 구하여 진다.

4.2 소성변형률증분방향

그림 3에서 그림 6까지는 여러가지 응력경로를 가지는 시험에 대한 소성변형률증분 방향을 조사한 것이다. 그림(a)는 응력경로와 각 응력상태에서의 소성변형률증분의 방향을 나타낸 결과이며 그림중 실선 화살표는 시험으로 구한 소성변형률 증분벡터이며 점선 화살표는 해석결과로 얻어진 소성변형률 증분벡터이다.

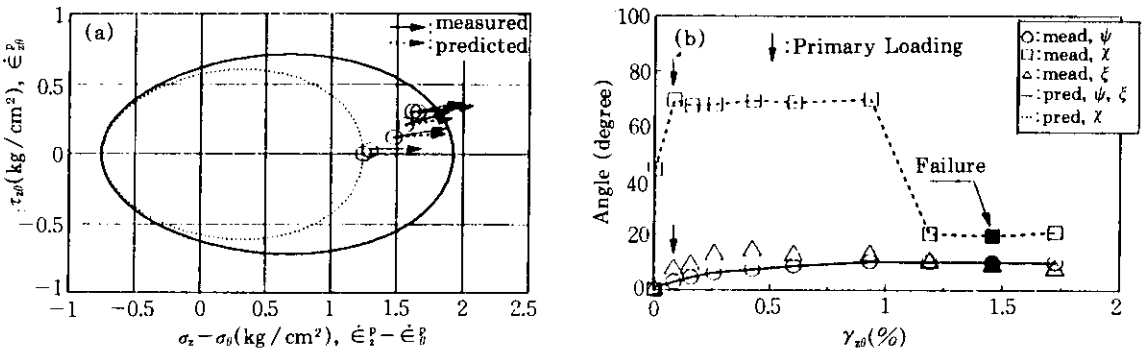
그림 중 점선으로 표시된 응력면은 Ko압밀에 해당하는 초기 등방항복면이다. 즉 Ko압밀후 이 항복면 밖으로 하중을 가하면 최초재하(primary loading)상태가 되며 만약 이 항복면 내로 하중이 작용하게 되면 이는 Ko상태로부터 감하(unloading)나, 재재하(reloading)의 응력경로를 의미하게 된다. 따라서 그림 3의 No.4시험은 응력경로가 Ko항복면 밖으로 되어 있으므로 처음부터 최초재하만 존재하는 경우이며 그림 4와 그림 5의 No.6시험과 No.9시험은 Ko압밀후 Ko항복면내에서 연직하중을 감하시킨 후 전단력을 재재하하여 Ko항복면 외부의 최초재하 단계까지 재하한 경우이다. 또한 그림 6의 No.16시험은 Ko압밀후 연직하중은 감소시키면서 전단력을 증가시켜 Ko항복면 내에서 응력반전시킨 후 계속하여 최초재하 단계까지 시험을 실시한 경우이다. 이들 응력경로상에 도시된 소성변형률증분방향을 살펴보면 Ko응력항복면내에서는 소성변형률증분방향의 해석치가 시험결과와 일치하지 않고 있다. 그러나 Ko항복면 외부의 최초재하 단계에서는 시험치와 해석치가 거의 일치하고 있다.

한편 그림(b)는 전단변형에 따라 발생한 응력방향, 응력증분방향 및 소성변형률증분방향이 연직축과 이루는 각 Ψ, χ및 ξ의 변화를 나타내고 있다. 여기서 Ψ, χ및 ξ는 각각 식(1), (2) 및 (3)으로 구하여진 값이다. 이 그림에서는 비틀림전단시험중 계산된 Ψ, χ및 ξ를 전단변형률 $\gamma_{z\theta}$에 대하여 정리하였으며 그림중 실선과 점선은 해석결과를 나타낸다. 또한 그림중 검은 표시는 파괴시의 상태를 나타내며 화살표는 최초재하단계를 나타낸다. 따라서 이 화살표 위치보다 낮은 전단응력에서는 Ko응력상태로부터 감하 혹은 재재하의 응력상태에 있음을 의미한다. 이 그림으로부터 최초재하 이후의 소성변형률증분방향의 해석결과는 전반적으로 시험결과와 근접한 결과를 나타내고 있다.

그림3에 도시된 No.4시험의 경우는 Ko응력상태에서 직접 초기재하단계로 들어갔기 때문에 이 시험에서는 그림 3(a)및 (b)에 도시된 바와 같이 변형률증분방향이 초기전단 변형률 단계에서부터 응력방향에 일치하고 있으므로 탄성거동이 거의 보이지 않고 있다.

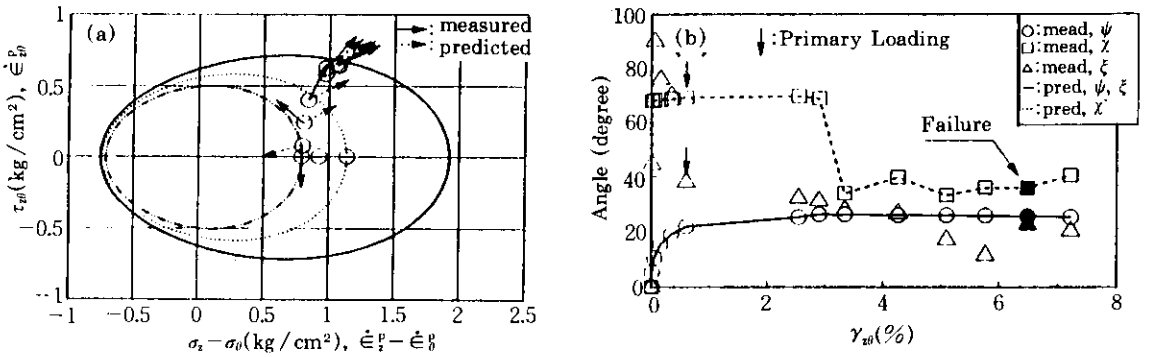
그림 4(a)에 도시된 No.6시험의 경우, Ko항복면내 응력경로에 도시된 소성변형률증분방향의 해석결과는 시험결과와 차이를 보이고 있으나 최초재하단계로 가면서 이들 두 결과와 일치하고 있음을 알 수 있다. 이 경향은 그림 4(b)에서도 볼 수 있다. 즉 낮은 전단응력에서는 ξ가 χ에 일치하는 탄성거동을 보이나 높은 전단응력에서는 ξ가 Ψ에 접근일치하는 소성거동으로 변하는 결과를 보이고 있다. 이러한 경향은 응력경로가 유사한 그림5의 No.2시험에서도 동일하게 관찰할 수 있다.

한편, 그림6에 도시된 No.16의 응력경로는 Ko압밀후 Ko항복면내에서 응력반전이 이루어지고 있어 그림 6(a)와 같이 항복면내에서의 소성변형률증분벡터의 해석결과는 시험결과와 일치하지 않는다. 그러나 이 항복면을 벗어나면서부터 서서히 이 두결과가 일치하여 가고 있다. 즉, 그림 6(b)에서 보는 바와 같이 탄성거동($\xi=\chi$)이 시험초기부터 지배적이며 응력상태가 등방항복면을 벗어나 파괴에 이르면서 소성거동($\xi=\Psi$)이 나타나고 있다.



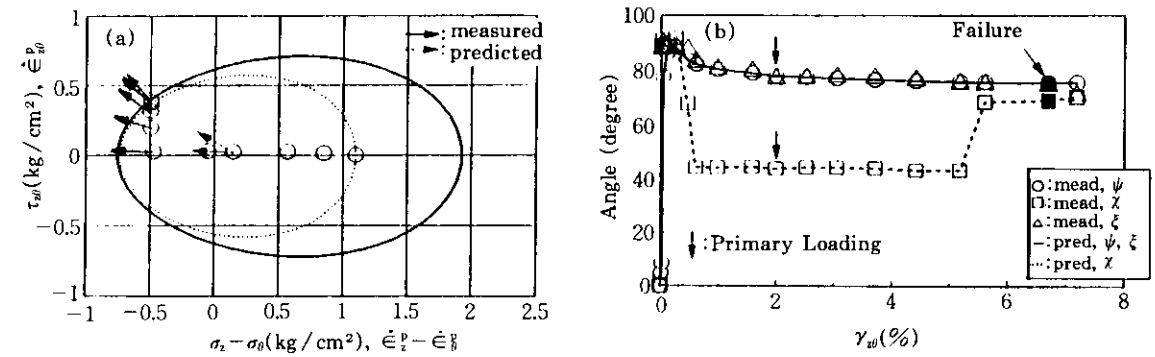
(a) (b)

Fig 3. (a) Stress path superimposed plastic strain incremental direction;
(b) Variations of angle ψ, χ and ξ for No.4



(a) (b)

Fig 4. (a) Stress path superimposed plastic strain incremental direction;
(b) Variations of angle ψ, χ and ξ for No.6



(a) (b)

Fig 5. (a) Stress path superimposed plastic strain incremental direction;
(b) Variations of angle ψ, χ and ξ for No.2

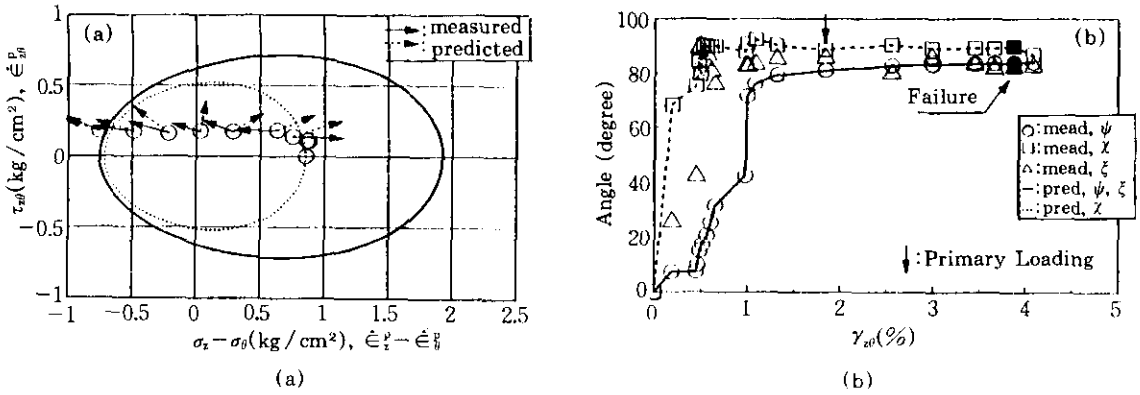


Fig 6. (a) Stress path superimposed plastic strain incremental direction;
(b) Variations of angle ψ, χ and ξ for No.16

4.3 탄소성거동

이상의 검토로부터 최대주변형률증분방향은 전단변형률이 적거나 혹은 초기시험단계에서는 최대주응력증분방향과 일치함을 알 수 있다. 이는 점토가 시험초기에는 등방탄성체로 거동함을 의미한다. 그러나 응력이 파괴상태로 증가될 때 최대주변형률증분방향은 최대주응력방향에 접근일치하게 되어 전형적인 등방소성거동을 보임을 알 수 있다. 결국 EPK점토의 비틀림전단시험의 거동은 탄소성체의 거동을 보이고 있으며 이 거동은 등방단일경화구성 모델로 잘 해석되어 지고 있음을 알 수 있다. 즉 이 구성식은 비틀림전단시험의 주응력축 회전시의 점토거동을 해석하기 위한 구성식으로 적합하다고 할 수 있다.

그러나 이 구성식에 의한 해석결과는 Ko압밀후 Ko응력 항복면 내에서 감하, 재재하 및 응력반전시의 거동해석시에는 부적합하였다. 이는 본 구성식이 최초재하단계의 거동해석에 적합한 등방경화구성식이기 때문이며 응력반전시의 거동해석을 포함할 경우는 이동경화구성식(Kinematic hardening model)의 개발이 필요하다고 생각된다.

5. 흐름법칙

5.1 일 공간

그림 7은 비틀림전단시험결과를 나타내기 적합한 공간개념을 설명하고 있다. 연직축은 유효 구속압 σ_r'을 나타내고 수평축은 연직축차응력 $(\sigma_z-\sigma_\theta)$과 비틀림전단응력 $\tau_{z\theta}$를 나타내고 있다. 이 공간은 $\sigma_r'=0$의 원점에서부터 파괴곡면으로 둘러싸여 있고 σ_r'이 일정한 면상에 나

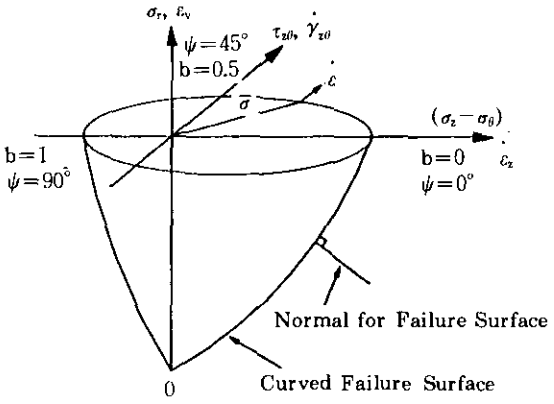


Fig 7. Three-dimensional stress space for torsion shear tests

타난 파괴면은 그림 2(b)에 보이는 달걀모양의 파괴면과 동일한 면이다.

비틀림전단시험시의 응력에 의하여 실시되는 일량 dW는 다음과 같이 유도되었다.(홍원표, 1988a, Hong and Lade, 1989a)

$$dW=(\sigma_z-\sigma_\theta)\dot{\varepsilon}_z+\sigma_r\cdot\dot{\varepsilon}_r+\tau_{z\theta}\cdot\dot{\gamma}_{z\theta} \quad (5)$$

따라서 변형률증분 $\dot{\varepsilon}_z$, $\dot{\varepsilon}_r$, $\dot{\gamma}_{z\theta}$는 각각 그림 7의 세축 $(\sigma_z-\sigma_\theta)$, σ_r, 및 $\tau_{z\theta}$축에 대응하는 변형률증분으로 취급할 수 있다. 파괴면에서의 변형률증분은 그림 7에 표시된 벡터 $\dot{\varepsilon}$로 표시될 수 있다.

5.2 관련흐름법칙과 비관련흐름법칙

흐름법칙중 지반에 적합한 흐름법칙을 결정하기 위하여 파괴시의 소성변형률증분벡터방향을 관련흐름법칙과 비관련흐름법칙에 의하여 결정되는 변형률증분벡터방향과 비교할 필요가 있다. 관련흐름법칙에서는 소성포텐셜함수와 항복함수가 동일한 것으로 가정하여 소성변형률증분벡터를 항복함수로부터 결정하는 반면에 비관련흐름법칙에서는 항복함수와 소성포텐셜함수를 분리하여 소성변형률증분벡터를 소성포텐셜함수로부터 결정한다.

(1) 관련흐름법칙에 의한 소성변형률증분벡터방향

우선 관련흐름법칙에 의한 소성변형률증분을 구하기 위하여 항복기준을 이용하면 식(6)과 같이 된다.

$$d\varepsilon_{ij}^p=d\lambda_p\frac{\partial f_p}{\partial\sigma_{ij}} \quad (6)$$

여기서 $d\lambda_p$는 소성변형률증분의 양을 조절하는 상수이고 항복함수 f_p는 Lade의 항복규준에 의한 다음식을 적용한다.

$$f_p=\left(\frac{I_1^3}{I_3}-27\right)\left(\frac{I_1}{P_a}\right)^m \quad (7)$$

f_p가 η_1일 때 파괴가 발생되며 η_1과 m은 표2의 값을 활용한다. 식(7)을 식(6)에 대입하여 소성변형률증분 $d\varepsilon_z^p$와 $d\varepsilon_{z\theta}^p$를 구하면 다음과 같다.

$$d\varepsilon_z^p=d\lambda_p\cdot\frac{\partial}{\partial\sigma_z}\left[\left(\frac{I_1^3}{I_3}-27\right)\cdot\left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m\right] \quad (8)$$

$$d\varepsilon_{z\theta}^p=d\lambda_p\cdot\frac{\partial}{\partial\tau_{z\theta}}\left[\left(\frac{I_1^3}{I_3}-27\right)\cdot\left(\frac{I_1}{p_a}\right)^m\right] \quad (9)$$

여기서 I_1과 I_3는 제1응력불변량과 제3응력불변량이며 원통형좌표계를 이용하면 다음과 같다.

$$I_1=\sigma_z+\sigma_\theta+\sigma_r \quad (10)$$

$$I_3=\sigma_r\cdot\sigma_\theta\cdot\sigma_z+\tau_{r\theta}\cdot\tau_{\theta z}\cdot\tau_{zr}+\tau_{\theta r}\cdot\tau_{z\theta}\cdot\tau_{rz}-(\sigma_r\cdot\tau_{\theta z}\cdot\tau_{z\theta}+\sigma_\theta\cdot\tau_{zr}\cdot\tau_{rz}+\sigma_z\cdot\tau_{r\theta}\cdot\tau_{\theta r}) \quad (11)$$

비틀림전단시험에서는 $\tau_{r\theta}=\tau_{rz}=0$이다. 식(10)과 (11)을 식(8)과 (9)에 대입하면 다음 식이 얻어진다.

$$d\varepsilon_z^p=d\lambda_p\cdot\left(\frac{3I_1^2}{I_3}-\frac{I_1^3}{I_3^2}\cdot\sigma_r\sigma_\theta\right)\cdot\left(\frac{I_1}{P_a}\right)^m+\eta_1\frac{m}{I_1} \quad (12)$$

$$d\gamma_{z\theta}^p=2d\varepsilon_{z\theta}^p=2d\lambda_p\cdot\frac{I_1^3}{I_3^2}\cdot\sigma_r\cdot\tau_{z\theta}\cdot\left(\frac{I_1}{P_a}\right)^m \quad (13)$$

(2)비관련흐름법칙에 대한 소성변형률증분벡터방향

한편 비관련흐름법칙에 의한 소성변형률증분은 다음식으로 구한다.

$$d\varepsilon_{ij}^p=d\lambda_p\frac{\partial g_p}{\partial\sigma_{ij}} \quad (14)$$

여기서 g_p는 소성포텐셜함수로 다음과 같다.

$$g_p=\left[\Psi_1\cdot\frac{I_1^3}{I_3}-\frac{I_1^2}{I_2}+\Psi_2\right]\cdot\left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu \quad (15)$$

계수 Ψ_1은 식(16)으로 구하며 계수 Ψ_2와 μ는 표2의 값을 활용한다. I_2는 제2응력불변량으로 식(17)과 같다.

$$\Psi_1=0.00155\cdot m^{-1.27} \quad (16)$$

$$I_2=\tau_{r\theta}\tau_{\theta r}+\tau_{\theta z}\tau_{z\theta}+\tau_{zr}\tau_{rz}-(\sigma_r\sigma_\theta+\sigma_\theta\sigma_z+\sigma_z\sigma_r) \quad (17)$$

식(15)를 식(14)에 대입하여 소성변형률증분 $d\varepsilon_z^p$와 $d\gamma_{z\theta}^p$를 구하면 다음과 같다.

$$d\varepsilon_z^p=d\lambda_p\left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu\times$$

$$\left[G-(\sigma_r+\sigma_\theta)\frac{I_1^2}{I_2}-\Psi_1(\sigma_r\sigma_\theta-\tau_{r\theta}^2)\frac{I_1^3}{I_3^2}\right] \tag{18}$$

$$d\gamma_{z\theta}^p=d\lambda_p\left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu \times$$

$$\left[2\frac{I_1^2}{I_2^2}\tau_{z\theta}-2\Psi_1(\tau_{r\theta}\tau_{zr}-\sigma_r\tau_{z\theta})\frac{I_1^3}{I_3^2}\right] \tag{19}$$

여기서,

$$G=\Psi_1(\mu+3)\frac{I_1^2}{I_3}-(\mu+2)\frac{I_1}{I_2}+\Psi_2\mu\frac{1}{I_1} \tag{20}$$

또한 비틀림전단시험에서는 $\tau_{r\theta}=\tau_{rz}=0$이므로 식(18)과 식(19)는 다음과 같이 정리된다.

$$d\varepsilon_z^p=d\lambda_p\left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu\left[G-(\sigma_r+\sigma_\theta)\frac{I_1^2}{I_2}-\Psi_1\sigma_r\sigma_\theta\frac{I_1^3}{I_3^2}\right] \tag{21}$$

$$d\gamma_{z\theta}^p=d\lambda_p\left[\frac{I_1}{P_a}\right]^\mu\left[2\frac{I_1^2}{I_2^2}\tau_{z\theta}+2\Psi_1\sigma_r\tau_{z\theta}\frac{I_1^3}{I_3^2}\right] \tag{22}$$

5.3 파괴시 변형률증분벡터

시험으로 구한 파괴시의 소성변형률증분벡터의 방향과 관련흐름법칙 및 비관련흐름법칙에 의한 벡터의 방향을 일공간속에 있는 파괴면상에 함께 도시하면 그림 8과 같다. 연직변형률증분 $\dot{\varepsilon}_z$와 전단응력 $\dot{\gamma}_{z\theta}$를 각각 파괴시의 연직축차응력 $(\sigma_z-\sigma_\theta)$와 전단변형률증분 $\tau_{z\theta}$에 중첩표시하였다. 흰원으로 표시된 파괴응력점은 시험으로 구한 파괴시 응력을 $\sigma_r'=1.00\text{kg}/\text{cm}^2$인 면상에 투영시켜 도시한 결과이다. 이 파괴응력점에 표시된 변형률증분벡터의 방향을 ε_z와 $\gamma_{z\theta}$ 사이의 관계선중 파괴점부근에서의 기울기로 구하여 질 수 있다. 파괴시에는 응력의 변화가 거의 없이 소성변형만 발생하므로 파괴시의 변형률증분은 거의 다 소성성분으로 간주된다.

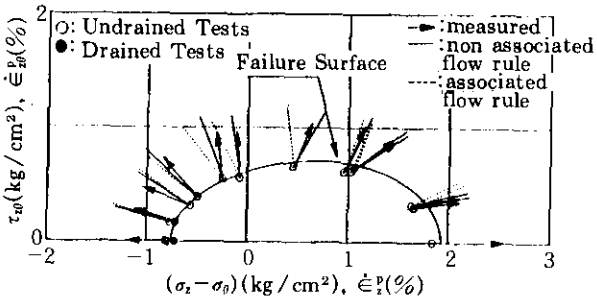


Fig 8. Directions of strain incremental vector at failure points

또한, 그림중 달걀모양의 실선은 해석결과로 얻어진 파괴면을 나타내고 있다. 실선의 화살표는 파괴시 소성변형률증분벡터의 시험치를 나타내며 점선과 가는 실선은 각각 관련흐름법칙과 비관련흐름법칙으로 정하여진 소성변형률증분방향을 나타내고 있다.

이 그림에서는 보는 바와 같이 소성변형률증분방향의 시험치는 파괴시의 항복면에 수직한 방향과 일치하지 않고 있다. 이는 관련흐름법칙에서 파괴시 변형률증분벡터가 항복면에 수직이 된다는 법칙에 맞지않음을 의미한다. 이 그림에서 관련흐름법칙에 의한 변형률증분방향도 항복면에 수직으로 표시되어 있지 않으나 이는 이 변형률증분방향이 그림 7에서 보듯이 파괴면에 수직으로 되어 있으나 이 방향이 $\sigma_r'=1.0\text{kg}/\text{cm}^2$ 면에 투영되었기 때문이다. 그러나, 시험치는 투영된 값이 아니므로 변형률증분방향의 시험치에는 투영의 영향이 들어있지 않다. 이 사항에 관하여는 이전 연구에서도 자세히 설명한 바 있다.(Hong and Lade, 1989a)

한편, 물리적 공간에서의 소성변형률증분방향을 조사해 본 그림 9의 비교결과에 의하면 시험으로 구한 소성변형률증분벡터는 대체적으로 비관련흐름법칙에 의한 방향과 일치하는 경향을 보이고 있다. 특히 b값이 0.5에서 1.0사이에서는 이 일치가 더욱 뚜렷함을 알 수 있다. 따라서, 지반의 거동을 예측하기 위하여 적용되는 흐름법칙으로는 비관련흐름법칙이 적합하다고 생각되는 바이다.

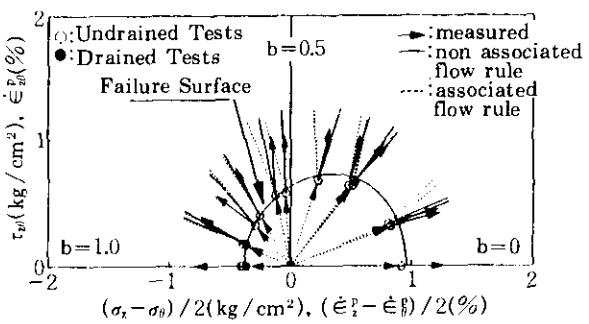


Fig 9. Directions of majer porincipal stress and strain incremental at failure surface

6. 결 론

Ko압밀지반에 하중이 가하여 질 경우 발생되는 주응력회전 현상을 포함하고 있는 실제 지반의 거동을 등방단일경화구성모델을 활용하여 해석적으로 예측이 가능한가 여부를 조사하였다. 이러한 목적으로 Ko압밀 EPK점토에 대하여 실시된 비틀림전단시험 결과를 등방단일경화 구성모델에 의한 해석결과와 비교검토하였다. 이 구성식을 사용하기 위하여는 열한개의 계수를 결정하여야 하는데 이들 값은 원통형공시체를 사용하는 통상적인 등방압축시험 및 압밀비배수삼축압축시험으로 결정하였다.

이 구성식에 의한 해석결과는 여러가지 응력경로 상태의 비틀림전단시험 거동과 아주 좋은 정도로 일치함을 보여주었다. 결국, 등방단일경화구성모델을 사용함으로서 원통형 공시체의 등방압축시험 및 압밀비배수 삼축압축시험에서 얻은 특성만으로도 주응력회전 효과를 고려한 지반의 거동을 예측할 수 있다.

본 구성식의 특성에 해당되는 등방탄소성론과 비관련흐름법칙에 관련된 거동분석에서는 시험결과와 해석결과가 동일한 경향을 보이고 있다. 즉, 최대주변형률증분방향은 전단변형률이 작거나 혹은 시험초기단계에서는 최대주응력 증분방향에 일치하는 등방탄성체의 거동을 보이며 응력이 파괴상태까지 증가될 때는 최대주변형률증분방향은 최대주응력방향에 일치하는 등방소성거동을 보이므로 결국 Ko점토의 비틀림전단시험 거동은 탄소성체의 거동을 보이고 있으며 이 거동은 본 구성식으로 잘 표현되고 있다. 그러나 Ko압밀후 Ko응력 항복면내에서의 감하 및 재재하의 응력반전시의 소성변형률증분방향은 본 구성식에 의한 방향과 일치하지 않았다. 이러한 응력반전시의 거동을 해석하기 위해서는 등방경화구성식(isotropic hardening model)보다는 이동경화구성식(kinematic hardening model)의 개발적용이 필요하다고 생각된다.

일공간에서 변형률증분벡터의 시험치는 파괴시의 항복면에 수직하지 않았으며 본 구성식의 소성포텐셜함수를 사용한 비관련흐름법칙에 의한 변형률증분방향과 전반적으로 일치하는 경향을 보이고 있다.

감사의 말

이 논문은 1995년도 중앙대학교 교내학술연구비 지원에 의한 것임을 밝히며 이에 감사의 뜻을 표하는 바이다. 또한 본 연구에 필요한 유익한 토론을 하여준 제주대학교 남정만 교수에게도 감사드리는 바이다.

참 고 문 헌

1. 남정만, 홍원표 (1993). "비틀림전단시험에 의한 모래의 응력-변형률 거동", 한국지반공학회지, 제9권 제4호, pp.65-81.
2. 남정만, 홍원표 (1994). "입방체형삼축압축시험에 의한 모래의 3차원거동 및 예측", 한국지반공학회지, 제10권 제3호, pp.111-117.
3. 洪元杓 (1987a). "正規壓密粘土의 非排水剪斷強度에 미치는 壓密方法의 影響", 大韓土質工學會誌, 第3卷 第2號, pp.41-53.
4. 洪元杓 (1987b). "正規壓密粘土의 強度에 미치는 Ko-壓密效果", 大韓土木學會論文集, 第7卷 第3號, pp.183-193.
5. 洪元杓 (1988a). "흙의 비틀림 剪斷試驗에 관한 基礎的硏究", 大韓土質工學會誌, 第3卷 第1號, pp.17-27.

6. 洪元杓 (1988b). "비틀림剪斷試驗에 의한 Ko-壓密粘土의 擧動", 大韓土木學會論文誌, 第8卷 第1號, pp.151-157.
7. 洪元杓 (1988c). "Ko-壓密粘土의 主應力回轉效果", 大韓土木學會論文誌, 第8卷 第1號, pp. 159-164.
8. 홍원표 (1996), "비틀림전단시험에 의한 Ko-압밀점토의 거동(2)", 대한토목학회논문집, 제16권, 제Ⅲ-6호, pp.565-575
9. 홍원표, 남정만 (1994). "등방단일경화구성모델에 의한 모래의 3차원거동 예측". 한국지반공학회지, 제10권 제1호, pp.103-116.
10. 홍원표, 남정만, 김태형, 이재호 (1994). "등방단일경화구성모델에 의한 Ko-압밀점토의 거동 예측". 대한토목학회 학술발표회 논문집 (Ⅰ), pp.475-478.
11. 홍원표, Lade, P.V., 남정만, 김태형 (1996). "등방단일경화구성모델에 의한 정규압밀점토의 거동예측의 예측", 한국지반공학회지, 제12권, 제2호, pp.9-18.
12. Hong,W.P. and Lade, P.V. (1989a). "Elasto-Plastic Behavior of Ko-Consolidated Clay in Torsion Shear Tests" *Soils and Found.*, Tokyo, Japan,29(2), pp.127-140.
13. Hong,W.P. and Lade, P.V. (1989b). "Strain Incremental and Stress Directions in Torsion shear Tests." *Journal of Geotechnical Engrg.* ASCE, Vol.115, No.10, pp.1388-1401.
14. Kim,M.K., and Lade,P.V. (1988). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials Ⅰ: Plastic Potential Function." *Computers and Geotechnics* 5., pp. 307-324.
15. Lade,P.V. and Kim, M.K.(1988a). "Single Hardening Constitute Model for Frictional Materials, Ⅱ, Yield Criterion and Plastic Work Contours," *Computers and Geotechnics*, Vol.6, p13-29.
16. Lade,P.V. and Kim,M.K.(1988b). "Single Hardening Constitutive Model for Frictional Materials Ⅲ. : Comparisons with ExperimentalData." *Computers and Geotechnics*, pp. 31-47.
17. Lade.P.V. (1990). "Single-Hardening Model with Application to NC Clay", *Journal of Geotechnical Engrg.*, ASCE, Vol.116, No.3, March, pp.394-414.

(접수일자 1996. 2. 26)