

# 경사케이블의 동적 강성 행렬



안 상 수\*

## 1. 서 론

케이블은 부재 길이에 비해 단면적이 매우 적은 구조 부재로서 단면위 휨 강성이 거의 무시되고 인장력만으로 외력에 저항한다. 인장력 만으로 외력에 저항하기 때문에 단면내의 응력이 고르게 분포하여 단면의 사용에 있어 경제적인 이점이 있다. 하지만 휨강성이 거의 없어서 외부의 자극에 쉽게 진동하고 감쇠가 적어서 여진이 문제로 되는 경우도 발생한다.

이러한 케이블 부재의 동적 해석을 위해서 이제까지 많은 연구가 있었다. 그 중 대표적인 방법으로는 Ernst의 등가 탄성계수를 이용하여 강성 행렬을 구성하고 트러스의 질량행렬을 사용하여 동해석을 수행하는 방법을 들 수 있다. 이 방법은 케이블 교량의 예비 설계시에 손쉽게 사용할 수 있는 방법으로 케이블의 비선형성을 충분히 관찰할 수 없는 단점이 있다. 한편 실제 케이블과 같은 처짐 형상을 갖는 탄성 현수선 케이블

의 정해로부터 강성 행렬과 질량 행렬을 유도하여 케이블 구조물의 비선형 해석을 수행하는 방법<sup>4)</sup>을 들 수 있다.

하지만 이러한 방법들은 강성 행렬이나 질량 행렬 자체를 구성하는데도 많은 계산시간을 요하고 더구나 결과로서 얻게 되는 구조물의 시간이력 곡선으로는 구조물의 거동 특성에 대한 충분한 이해가 어렵다. 이 문제에 대한 해결 방안으로 케이블 부재의 동적 강성 행렬<sup>(1)</sup>을 사용하는 방법을 생각할 수 있으며 여러 연구자들에 의해 동적 강성 행렬이 유도되었다. 특히 Veletos<sup>5)</sup>는 케이블의 정적 평형상태에서의 형상을 포물선으로 가정하여 한 지점에서의 동적 강성계수를 유도하여 케이블의 동적 강성치의 특성을 깊이 연구하였다. 또한 Starossek<sup>6)</sup>은 평면상의 수평 포물선 케이블의 동적 강성 행렬을 유도하여 좌표 변환한 후 임의의 경사각을 갖는 케이블에 대한 동적 강성 행렬을 유도하였다. 하지만 케이블은 수평인 상태와는 달리 경사진 상태에서는 현방향

\* 한국도로공사 도로연구소 한크리트구조연구실 책임연구원

의 자중성분으로 인해 평형상태에서의 형상이 대칭을 이루지 않고 특히 자유진동 특성에 있어서 특정 새그비에서 내부장력이 증폭되는 현상을 보인다. 이러한 현상은 운동방정식의 해로부터 유도되는 동적 강성 행렬에도 영향을 주어 수평케이블의 경우와는 값에서 차이를 보이는 동적 강성값을 얻게 된다.

본 기사에서는 케이블의 동적 강성 행렬의 특성과 자중의 현방향 성분을 고려할 경우 동적 강성 행렬의 변화된 형태에 대해 언급하고 경사 케이블의 유도된 동적 강성 값을 다른 연구 결과와 비교해 본다.

## 2. 운동방정식과 정상상태 해

그림 1과 같이 공간상에 임의의 위치에 놓인 케이블에서 케이블 지점 A와 B에서의 내력에 큰 영향을 미치는 변위 성분은 평면내의 수직 성분( $w$ )이고 케이블의 평형상태( $C'$ )에서의 새그비는 1/4보다 작다고 가정하고 Hamilton의 원리를 적용하면 다음과 같이 평면 내수직성분에 대한 운동방정식을 얻을 수 있다<sup>9)</sup>.

$$H \frac{\partial^2 w}{\partial p^2} - q \sin \theta \frac{\partial w}{\partial p} - h \frac{q \cos \theta}{H_A} \frac{2}{1+r_H} = m \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \quad (1)$$

여기서  $p$ 는 정적 평형상태에서 라그란지안 좌표,  $\theta$ 는 케이블 현의 경사각,  $m$ 은 케이블 단위 길이당 질량,  $q$ 는 정적평형상태에서 케이블 단위 길이당 무게,  $H$ 는 정적 장력의  $x$ 방향 성분,  $H_A$ 는 지점 A에서 케이블 정적 장력의 수평성분,  $r_H$ 는 정적 장력비( $H_B/H_A$ ) 그리고  $h$ 는 동적 장력의  $x$ 방향 성분을 나타낸다.

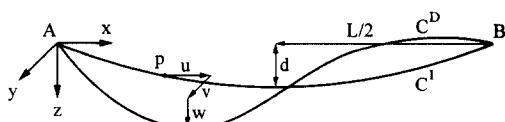


그림 1 공간상의 케이블 운동

정적 평형상태에서 케이블 장력의 현방향 성분을 고려하기 때문에 식(1)에 나타나는 장력의  $x$ 방향 성분  $H$ 는 다음과 같이 라그란지안 좌표의 함수가 된다.

$$H(p) = H_A - pq \sin \theta \quad (2)$$

한편 식(1)에 나타나는 미지의 동적 장력의 수평 성분  $h$ 는 응력-변형도 관계를 이용하여 다음과 같이 얻어진다.

$$h = \frac{EA}{L_e} \left\{ u(L_p, t) - u(0, t) + w(L_p, t) \frac{V_B}{H_B} \right. \\ \left. - w(0, t) \frac{V_A}{H_A} + \frac{q \cos \theta}{H_A} \frac{2}{1+r_H} \int_0^{L_p} w dp \right\} \quad (3)$$

여기서  $EA$ 는 케이블 단면의 축방향 강성,  $L_p$ 는 정적 평형상태에서의 케이블 길이  $V_A$ 와  $V_B$ 는 각각 지점 A와 B에서 정적 케이블 장력의 수직 성분을 나타내며  $L_e$ 는 다음식으로 주어진다.

$$L_e = \frac{L_p}{\sin^2 \theta} + \frac{H_A \cos \theta - V_A \sin \theta}{q \sin^3 \theta} \\ \left\{ \left( \frac{H_A \cos \theta - V_A \sin \theta}{H_B} \right) (1-r_H) + 2 \cos \theta \ln r_H \right\} \quad (4)$$

또한 동적 장력의 수직성분( $v$ )은 고차항을 무시하면 기하적인 적합조건으로부터 다음과 같이 구해진다.

$$v = H \frac{\partial w}{\partial p} + h \frac{V}{H} \quad (5)$$

여기서  $V$ 는 정적 평형상태에서 장력의 수직 성분으로 다음과 같이 주어진다.

$$V(p) = V_A - pq \cos \theta \quad (6)$$

이제 모든 동적량은 식(7)에서 (10)과 같이

조화함수의 형태로 나타낼 수 있다는 가정을 하면,

$$u(p, t) = \bar{u}(p)e^{i\omega t} \quad (7)$$

$$w(p, t) = \bar{w}(p)e^{i\omega t} \quad (8)$$

$$v(p, t) = \bar{v}(p)e^{i\omega t} \quad (9)$$

$$h(t) = \bar{h}e^{i\omega t} \quad (10)$$

케이블의 동적 강성 행렬을 유도하는데 필요한 식(1), (3) 그리고 (5)는 다음과 같이 얻어진다.

$$H \frac{d^2 \bar{w}}{dp^2} - q \sin \theta \frac{d \bar{w}}{dp} + \omega^2 m \bar{w} = \bar{h} \frac{q \cos \theta}{H_A} \frac{2}{1+r_H} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \bar{h} &= \frac{EA}{L_e} \left\{ \bar{u}_B - \bar{u}_A + \bar{w}_B \frac{V_B}{H_B} - \bar{w}_A \frac{V_A}{H_A} \right. \\ &\quad \left. + \frac{q \cos \theta}{H_A} \frac{2}{1+r_H} \int_0^{L_p} \bar{w} dp \right\} \end{aligned} \quad (12)$$

$$\bar{v} = H \frac{d \bar{w}}{dp} + \bar{h} \frac{V}{H} \quad (13)$$

여기서  $\bar{u}_A$ ,  $\bar{u}_B$  그리고  $\bar{w}_A$ ,  $\bar{w}_B$ 는 각각 지점 A와 B에서 x 방향과 z 방향 변위 성분이다.

식(11)의 해는 형태를 변형하고 새로운 변수를 도입하면 다음과 같이 얻어진다<sup>9)</sup>.

$$\begin{aligned} \bar{w}(s) &= \frac{1}{\sqrt{s}} \{ A \cos(s) + B \sin(s) \} \\ &\quad + \frac{q \cos \theta}{\omega^2 m H_A} \frac{2 \bar{h}}{1+r_H} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\text{여기서 } s = \frac{2\omega}{\sqrt{g \sin \theta}} \sqrt{\frac{L_p}{1-r_H}} - p \text{ 이다.}$$

식(12)와 (13)을 동적 강성 행렬의 유도에 바로 사용할 수 있도록 식(14)에서 쓰인 변수 s를 이용하여 변환시키면 다음과 같다.

$$\bar{h} = \frac{EA}{L_e} \left\{ \bar{u}_B - \bar{u}_A + \bar{w}_B \frac{V_B}{H_B} - \bar{w}_A \frac{V_A}{H_A} \right. \quad (15)$$

$$- \frac{g q \sin \theta \cos \theta}{\omega^2 H_A (1+r_H)} \int_{s_0}^{s_{L_p}} s \bar{w}(s) ds \right\}$$

$$\bar{v} = -\omega \sqrt{m H} \frac{d \bar{w}}{ds} + \bar{h} \frac{V}{H} \quad (16)$$

$$\text{여기서 } s_0 = \frac{2\omega}{\sqrt{g \sin \theta}} \sqrt{\frac{L_p}{1-r_H}}$$

$$\text{그리고 } s_{L_p} = \frac{2\omega}{\sqrt{g \sin \theta}} \sqrt{\frac{r_H L_p}{1-r_H}} \text{ 이다.}$$

### 3. 동적 강성 행렬

본 기사에서는 그림 2에 나타내진 것처럼 평면 내에서 4개의 자유도를 갖는 경사케이블의 동적 행렬을 유도한다.

절점변위 ( $\delta_i$ )에 의한 절점력 ( $f_i$ )은 그림 3에 나타난 바와 같이 절점 A와 B에서 동적 장력의 수평성분 ( $\bar{h}$ )과 수직성분 ( $\bar{v}_A$ ,  $\bar{v}_B$ )으로 나타내진다. 즉,

$$f_1 = -\bar{h} \cos \theta + \bar{v}_A \sin \theta \quad (17)$$

$$f_2 = -\bar{h} \sin \theta - \bar{v}_A \cos \theta \quad (18)$$

$$f_3 = \bar{h} \cos \theta - \bar{v}_B \sin \theta \quad (19)$$

$$f_4 = \bar{h} \sin \theta + \bar{v}_B \cos \theta \quad (20)$$

여기서  $\bar{h}$ 는 식(15)로 주어지고  $\bar{v}_A$ 와  $\bar{v}_B$ 는 식

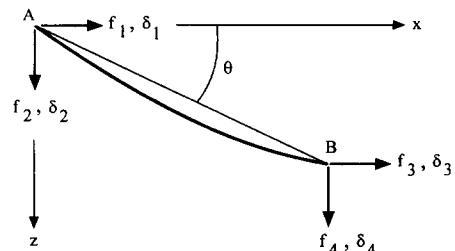


그림 2 국부 좌표계에서 절점력 및 절점변위

(16) 으로 부터 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{v}_A = -\omega \sqrt{mH_A} \left| \frac{d\bar{w}}{ds} \right|_{s=s_0} + \bar{h} \frac{V_A}{H_A} \quad (21)$$

$$\bar{v}_B = -\omega \sqrt{mH_B} \left| \frac{d\bar{w}}{ds} \right|_{s=S_{L_p}} + \bar{h} \frac{V_B}{H_B} \quad (22)$$

그러므로 주어진 절점변위에 대한 동적 장력의 수평, 수직성분을 각각 식(15), (21) 그리고 (22)로 구할 수 있으며 이로부터 식(17)에서 (20)을 이용하여 케이블의 동적 강성 계수를 구할 수 있다.

이러한 방법을 각 자유도에 대해 적용하면 최종적으로 다음과 같은 형태의 동적 강성 행렬을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{k} = \frac{EA}{L_e} \left( 1 + \frac{\eta^2 \xi}{4\omega^3} \right)^{-1} \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^e & \mathbf{k}_{12}^e \\ \mathbf{k}_{12}^e & \mathbf{k}_{22}^e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11}^r & \mathbf{k}_{12}^r \\ \mathbf{k}_{12}^r & \mathbf{k}_{22}^r \end{bmatrix} \quad (23)$$

여기서

$$\mathbf{k}_{11}^e = \begin{bmatrix} (1+\rho_1)^2 \cos^2 \theta \\ (1+\rho_1)(1-\rho_1 \cot^2 \theta) \cos \theta \sin \theta \\ (1-\rho_1 \cot^2 \theta)^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{k}_{12}^e = \begin{bmatrix} -(1+\rho_1)(1+\rho_2) \cos^2 \theta \\ -(1+\rho_1)(1-\rho_2 \cot^2 \theta) \cos \theta \sin \theta \\ -(1-\rho_1 \cot^2 \theta)(1-\rho_2 \cot^2 \theta) \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

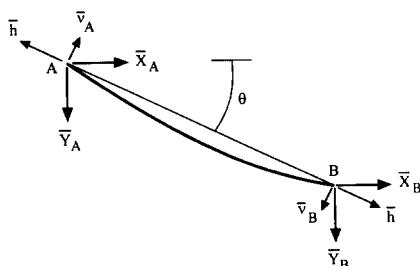


그림 3 절점 변위와 관련된 동적 장력 성분

$$\mathbf{k}_{22}^e = \begin{bmatrix} (1+\rho_2)^2 \cos^2 \theta \\ (1+\rho_2)(1-\rho_2 \cot^2 \theta) \cos \theta \sin \theta \\ (1-\rho_2 \cot^2 \theta)^2 \sin^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$(1+\rho_2)(1-\rho_2 \cot^2 \theta) \cos \theta \sin \theta \\ (1-\rho_2 \cot^2 \theta)^2 \sin^2 \theta$$

$$\mathbf{k}_{11}^r = -\mu_1 \sin \theta \mathbf{R}_s, \quad \mathbf{k}_{12}^r = -\zeta \sin \theta \mathbf{R}_s,$$

$$\mathbf{k}_{22}^r = \mu_2 \sin \theta \mathbf{R}_s$$

$$\mathbf{R}_s = \begin{bmatrix} \sin^2 \theta & -\cos \theta \sin \theta \\ -\cos \theta \sin \theta & \cos^2 \theta \end{bmatrix}$$

$$\bar{\omega} = \omega / \omega_0, \quad \omega_0 = \frac{2}{L_p} \sqrt{\frac{g}{q}} \frac{\sqrt{H_A} + \sqrt{H_B}}{2},$$

$$\eta^2 = \frac{EA}{T_e} \left( \frac{q L_p}{T_e} \right)^2 \cos^2 \theta$$

$$T_e = H_A \frac{(1 + \sqrt{r_H})^{2/3} (1 + r_H)^{2/3}}{\sqrt[3]{16}} \left( \frac{L_e}{L_p} \right)^{1/3}$$

$$\rho_1 = \frac{2}{\omega} \frac{1 - \sqrt{r_H}}{1 + r_H} \left\{ \frac{1 - \sqrt{r_H}}{4\omega} + r_H^{1/4} \csc 2\bar{\omega} - \cot 2\bar{\omega} \right\}$$

$$\rho_2 = \frac{2}{\omega} \frac{1 - \sqrt{r_H}}{1 + r_H} \left\{ \frac{1 - \sqrt{r_H}}{4\omega} - r_H^{1/4} \csc 2\bar{\omega} + r_H^{1/2} \cot 2\bar{\omega} \right\}$$

$$\mu_1 = \frac{q_p}{1 - \sqrt{r_H}} \left\{ \frac{1 - \sqrt{r_H}}{4} - \bar{\omega} \cot 2\bar{\omega} \right\},$$

$$\mu_2 = \frac{q_p}{1 + \sqrt{r_H}} \left\{ \frac{1 - \sqrt{r_H}}{4} + r_H^{1/2} \bar{\omega} \cot 2\bar{\omega} \right\}$$

$$\xi = \frac{2r_H^{1/4}}{1 + \sqrt{r_H}} \csc 2\bar{\omega} - \cot 2\bar{\omega} - \bar{\omega},$$

$$\xi = \frac{q_p r_H^{1/4}}{1 - \sqrt{r_H}} \bar{\omega} \csc 2\bar{\omega}$$

## 4. 결과 분석

### 4. 1 면내 자유진동수식

동적 강성 계수는 케이블의 운동방정식으로부

터 구해지므로 유도된 동적 강성 계수로부터 여러 가지 지지조건에 대한 케이블의 면내 자유진동수식을 구할 수 있다.

특히 지점이 모두 구속된 경사 케이블의 자유진동수에 대한 여러 가지 논의가 있다. Triantafyllou<sup>2), 3)</sup>는 경사케이블의 경우 Irvine<sup>4), 7)</sup>의 연구 결과와는 달리 특정한 새그비에서 대칭모드와 비대칭모드의 진동 주파수가 일치하지 않고 가까워진다고 발표했으며 이것을 그는 복합 모드의 형성이라고 했다. 이 복합 모드는 그 형상의 특이성으로 인해 이 모드로 진동시 내부 동적장력이 크게 증가되는 경향이 있으며 이것은 현방향의 자중에 의한 케이블 형상의 비대칭성으로 인해 발생하는 것으로 경사케이블에서는 나타날 수 밖에 없는 형상이다.

이러한 복합 모드의 형성에 대한 수학적 근거는 본 기사에서 유도한 동적 강성 계수로부터 직접 확인할 수 있다. 즉 양단이 고정된 케이블은 자유진동시 지지점에서의 강성값이 무한대가 된다는 것을 고려하면 식(23)에 나타난 동적 강성값 중 어느 것이나 모두 분모부분을 0의 값으로 잡으면 다음과 같이 양단 경사케이블에 대한 면내 자유진동수식을 유도할 수 있다.

$$\sin \bar{\omega} \left\{ \bar{\omega} \left( \frac{4\bar{\omega}^2}{\eta^2} - 1 \right) \cos \bar{\omega} + \sin \bar{\omega} \right\} - \left( \frac{1}{2} - \frac{r_H^{1/4}}{1 + \sqrt{r_H}} \right) = 0 \quad (24)$$

위의 식은 물론 식(14)에 양단 고정의 경계조건을 적용하여서도 유도할 수 있다.

케이블의 경사각이  $0^\circ$  일 경우 ( $r_H=1$ ), 식(24)는 Irvine<sup>4), 7)</sup>이 유도한 자유진동수식과 일치한다. 식(24)를 Triantafyllou and Grinfogel<sup>3)</sup>의 자유진동수식과 비교해볼 때, 식(24)에는 일치하지는 않지만 유사한 향이 있다. 즉 좌변의 마지막 항이 케이블 자중의 현 방향 성분의 영향을 나타내는 부분이다.

식(24)의 마지막 항은  $\eta^2 = 4n^2\pi^2$  (Irvine<sup>4), 7)</sup>이 지적한 Cross-over가 일어나는 새그비) 일때 식

(24)가 값이 비슷한 두개의 해를 갖게 한다. 하지만  $r_H=1$ (새그가 없는 경우나 수평케이블의 경우)이 아닌 이상 두 해는 결코 일치하지는 않는다. 그러므로 케이블의 복합 모드의 형성을 관찰하기 위해서는 반드시 케이블 자중의 현방향 성분을 고려하여야 한다.

#### 4.2 동적 강성 계수의 비교

그림 5에서 그림 10에는 그림 4에 그려진 경사케이블에 대해 동적 강성값  $k_{11}$ 을 무차원 주파수  $\omega'$  (이것은  $\omega(L_p/\pi)\sqrt{m_p/H}$ 이며 여기서  $H$ 는 정적 장력의 수평성분이다.)에 대해 그려 놓았다. 또한 몇가지 새그비와 두가지의 경사각  $\theta$ 에 대해 Veletsos and Darbre<sup>5)</sup> 그리고 Starossek<sup>6)</sup>의 결과와 비교하였다.

그림에서 보듯이 동적 강성값은 주파수가 증가함에 따라 감소하다가 동적 강성값이 0인 축을 지나 음의 무한대값을 보인다. 그 후 곡선은 양의 무한대값에서 다시 나타나는 반복적인 양상을 보인다.

곡선에서 동적 강성값이 0인 축에서의 주파수는  $k_{11}$ 에 해당하는 자유도가 구속되지 않고 나머지 자유도는 구속된 케이블의 자유진동수를 나타낸다. 또한 음과 양의 무한대값을 나타내는 주파수는 양단이 고정된 케이블의 자유진동수를 나타낸다.

그림에서 보듯이 동적 강성값이 음이 되는 부분이 있다. 이것은 케이블이 그 자유도 방향에 대해 외력에 저항하는 것이 아니라 오히려 외력의 방향으로 운동을 증가시키는 작용을 한다. 즉 케이블에 연결되어 있는 다른 구조부재의 이자

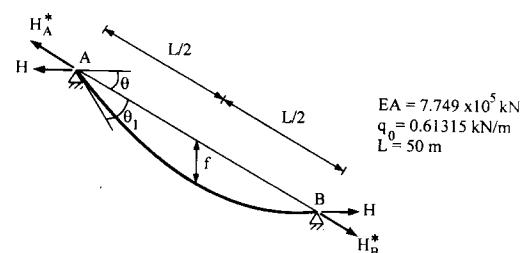


그림 4 경사 케이블

유도 방향에 대한 강성값이 케이블의 음의 강성값을 상쇄시키지 못하면 구조물의 이 가진 방향에 대한 응답은 점차적으로 커지게 된다. 이러한 현상은 위험한 상황을 초래하게 된다.

케이블이 팽팽한 경우, 케이블 전체 중량  $q_p L_p$ 는 케이블의 현방향 장력  $H_A$ 에 비해 아주 작은 값을 갖는다. 즉 이러한 경우 다음과 같이 생각할 수 있다.

$$\frac{q_p L_p}{H_A} \approx 0 \quad (25)$$

$$r_H \approx 1 \quad (26)$$

식 (25)과 (26)을 이용하면 팽팽한 케이블의 동적 강성값  $k_{11}$ 은 다음과 같다.

$$k_{11}^{out} = \frac{EA}{L_p} \cos^2 \theta + \frac{H_A}{L_p} 2\bar{\omega} \cot 2\bar{\omega} \sin^2 \theta \quad (27)$$

여기서  $\bar{\omega} = \omega(L_p/2)\sqrt{m/H_A}$ 이다. 식 (27)의 동적 강성값은 케이블의 경사각에 관계없이 Veletsos and Darbre<sup>5)</sup> 그리고 Starossek<sup>6)</sup>의 식과 일치한다.

그림 5에서 10까지의 결과를 다른 값들과 절대치를 비교해 볼 때 본 기사의 동적 강성값이 다른 결과보다 다소 큰 값을 보인다. 이것은 케이블에 새그가 없거나 수평이 아닌 한 식(24)의 마지막 항은 존재하게 되고 이 항이 식(23)의  $\xi$  값을 감소시켜 전제적인 동적 강성값이 증가하기 때문이다.

그림 5에서 보듯이 새그가 약간 있는 케이블의 경우는 다른 결과와 2%이내에서 결과가 잘 일치하나 그림 6과 8에 나타난 것처럼 새그비가 각각 1/68 그리고 1/56인 경우는 상대적인 차이가 5%와 6% 정도가 된다. 사실상 이 경우의 새그비는 Starossek<sup>6)</sup>이 유도한 동적 강성값 적용의 한계점이다.

그림 7, 9 그리고 10에는 다른 연구에서 유도된 동적 강성값의 적용의 한계점을 넘지만 본 기사의 결과가 함께 그려져 있다. 그림 7의 케이블은 자유 진동 시에 복합 모드 현상을 보이는

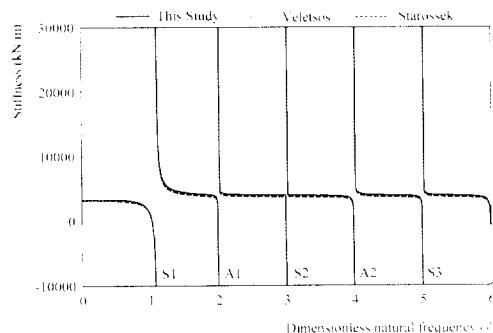


그림 5 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=30^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/171$ ,  $r_H=0.9799$ )

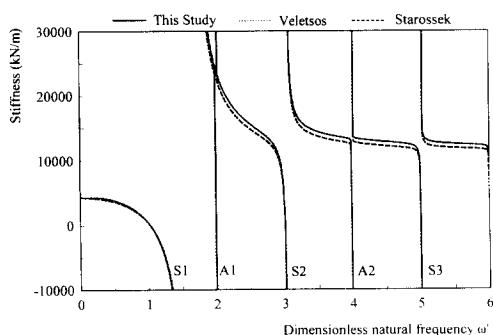


그림 6 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=30^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/68$ ,  $r_H=0.9500$ )

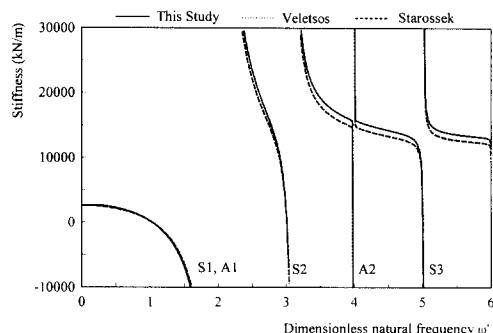


그림 7 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=30^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/53$ ,  $r_H=0.9371$ )

새그비를 갖는 케이블이어서 그림에서 보듯이 1차 대칭 모드(S1)의 주파수와 1차 비대칭 모드(A1)의 주파수가 같은 값을 갖는다. 이러한 현

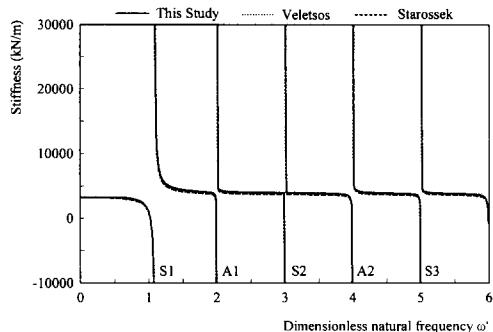


그림 8 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=60^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/56$ ,  $r_H=0.9402$ )

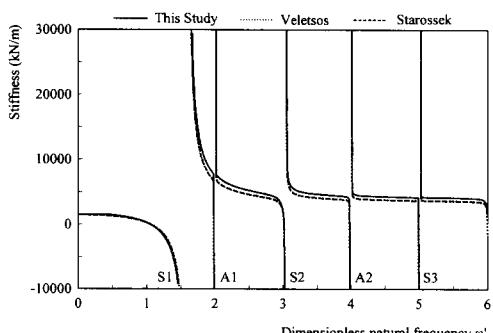


그림 9 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=60^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/28$ ,  $r_H=0.8815$ )

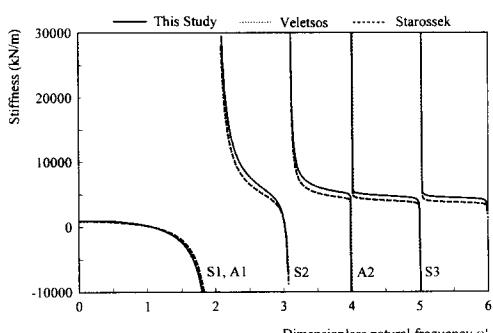


그림 10 동적 강성 계수 곡선 ( $\theta=60^\circ$ ,  $f/(L\cos\theta)=1/22$ ,  $r_H=0.8521$ )

상은 케이블 경사각이  $60^\circ$ 인 그림 10에서도 발견할 수 있다. 이 경우에 있어서 본 기사의 결과와 다른 결과들은 7%정도의 차이를 보이는데 이

때 장력비  $r_H$ 는 0.94이다. 그러므로 장력비가 0.94 이하가 되면 자중의 현 방향 성분을 고려해야 어느 정도 만족할 만한 자유 진동수와 동적 강성 값을 얻을 수 있다.

일반적으로 경사각이 고정된 케이블의 경우 케이블의 새그비가 증가할수록 케이블의 동적 강성 값은 감소하는 경향을 보인다. 하지만 그림 5에서 10까지의 결과를 보면 새그가 거의 없는 경우부터 복합 모드를 형성할 때까지 동적 강성 값은 전체적으로 증가한다. 이것은 복합 모드를 형성하는 새그비 근처에서 케이블의 내부 장력이 증가하기 때문이다.

## 5. 결 론

본 기사에서는 경사케이블의 자중의 현 방향성분을 고려하여 케이블의 동적 강성 행렬을 유도하였다. 이 동적 강성 행렬로부터 부재 자체의 동적 특성을 자세히 파악할 수 있을 뿐만 아니라 다른 구조물과 결합되었을 경우 동해석에 소요되는 시간을 대폭적으로 줄일 수 있고 거동을 예측할 수 있다는 장점이 있다.

유도된 동적 강성값을 다른 연구결과와 비교해 본 결과, 실 구조물의 부재로 사용되는 경사 케이블은 중량이 비교적 크기 때문에 현 방향 자중 성분을 무시할 수 없으며 항상 복합 모드 현상을 보인다는 것을 알았다. 또한 이러한 복합 모드 형성으로 인해 경사 케이블의 동적 강성값은 기존의 동적 강성값보다 좀 더 큰 값을 보인다.

## 참 고 문 헌

1. A. Y. T. Leung., *Dynamic Stiffness and Substructures*, Springer-Verlag, 1993
2. M. S. Triantafyllou and L. Grinfogel, *Natural Frequencies and Modes of Inclined Cables*, Journal of Structural Engineering, ASCE, Vol. 112, No. 1, 139-148, 1986
3. M. S. Triantafyllou, *The Dynamics of Taut Inclined Cables*, Quarterly Journal of Me-

- chanics and Applied Mathematics, Vol. 37, No. 3, 421-440, 1984
4. H. M. Irvine, *Free Vibrations of Inclined Cables*, Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 104, No. ST2, 343-347, 1978
5. A. S. Veletsos and G. R. Dabre, *Dynamic Stiffness of Parabolic Cables*, Earthquake Engineering and Structural Dynamics, Vol. 11, 367-401, 1983
6. U. Starossek, *Dynamic Stiffness Matrix of Sagging Cable*, Journal of the Engineering Mechanics, ASCE, Vol. 117, No. 12, 2815-2829, 1991
7. H. M. Irvine and T. K. Caughey, *The Linear Theory of Free Vibrations of a Suspended Cable*, Proceedings of the Royal Society, London, England, Series A, Vol. 341, 299-315, 1974
8. S. Ahn, *Static and Dynamic Nonlinear Analysis of Spatial Cable Networks using Elastic Catenary Cable Element*, M.S. Dissertation, Dept. of Civil Eng., Seoul National University, Seoul, Korea, 1991
9. S. Ahn, *The Free Vibration Characteristics and Structural Analysis using Dynamic Stiffness of an Inclined Cable*, Ph.D. Thesis, Dept. of Civil Eng., Seoul National University, Seoul, Korea, 1997 