

# 장력안정트러스 구조물의 안정화를 위한 매개변수의 범위 결정에 관한 연구

## Determination of the Boundary of Parameters for Stabilization of Truss Structures Stabilized by Cable Tension

권택진\* 한상을\*\* 최옥훈\*\*\*  
Kwun, Taek-Jin Han, Sang-Eul Choi, Ok-Hun

### 요약

최근, 텐세그리티(tensegrity)구조개념을 적용한 대공간구조시스템인 케이블돔구조는 구조물 전체의 관점에서는 하나의 자기평형상태를 만족하는 구조로서 돔과 같이 닫힌형상(closed form)의 구조에는 유리한 구조시스템이지만, 보울트(vault)와 같은 열린형상(openform)의 구조에는 적용상 문제가 있다. 따라서, 본 논문에서는 이 문제를 해결하는 방안중의 하나로써, <안정화된 단위요소>를 이용하여 장력안정트러스의 기본요소인 단위구조의 안정화를 지배하는 기하학적 매개변수들의 범위를 설정하는 방법이 제안되고 그 변수들의 상호관련성을 규명하고자 한다.

수치해석은,  $\alpha$ 가 안정화범위에 있을 경우, 여러 가지 경우의 높이에 따른 중심위치( $\alpha$ ), 트러스 부재에 의한 각( $\theta$ ) 그리고 평면상의 비(x/y)와 같은 매개변수의 변화에 따라 안정화에 가장 지배적인 축력모드( $N_{15}$ ,  $N_{16}$ ,  $N_{25}$ ,  $N_{26}$ )들의 상호작용이 조사되었다.

### Abstract

The characteristics of stabilization for stabilized truss unit-structures with cable and truss are investigated in this paper. This unit system is composed of a central post and eight cables, and is connected by hinge joints, and stabilized by self-equilibrated stress field. As this unit structure itself is a statically closed and stabilized system individually, it can be employed to assemble structures with various configurations.

In this study, for stabilization of truss structures stabilized by cable tension, the structural concept of unit structures, the range of various geometrical parameters and the relationship of governing parameters about unit systems are explained.

**Keywords** : unit system, self-equilibrated stress field, stabilization, governing parameter, truss structure stabilized by cable tension

## 1. 서론

대공간을 형성하는 구조시스템의 경우, 스패의 길이가 일정한 범위를 초과하면 자중이 시스템의

\* 정회원·성균관대학교 건축공학과, 교수

\*\* 정회원·인하대학교 건축공학과, 교수

\*\*\* 정회원·안동공전 건축과, 교수

• 이 논문에 대한 토론회를 1997년 12월 31일까지 본 학회에 보내주시면 1998년 3월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

구조적 거동특성을 지배하는 가장 중요한 요소가 된다. 따라서, 스패의 증가에 따른 지붕의 자중을 최소화하기 위하여 좌굴이 발생가능한 압축부재의 사용을 가능한 최소화할 수 있는 구조시스템의 고려가 요구된다.

대공간 구조시스템중 장력을 도입하여 강성을 부여하는 구조시스템으로서는, 케이블네트구조, 막구조 및 텐세그리티(Tensegrity)구조 등이 있다. 앞의 두 구조시스템은 많은 연구가 이루어져 왔지만, 후자의 시스템에 관한 연구는 아직 미흡한 실정이며, 현재까지의 연구결과를 살펴보면 다음과 같다. C. R. Calladine은 Maxwell의 법칙에서 요구되는 부재수보다 적은 부재수를 갖고 더욱 안정된 프레임을 구성할 수 있다는 사실을 밝혔으며, 초기장력을 도입하여 기하강성을 부여한 강한 프레임을 제안하였다<sup>1)</sup>. S. Pellegrino는 장력으로 안정화된 구조물의 해석에서 선형대수적으로 구할 수 있는 방안을 제안하였고<sup>2)</sup>, 그 후 다나카와 항가이에 의해 일반역행렬을 적용한 해석법이 연구되었다<sup>3)</sup>.

장력을 도입하여 압축재의 수를 감소시킨 구조시스템을 실제 구조물에 적극적으로 적용하였던, R. B. Fuller는 이와 같은 장력구조를 "Tensile-Integrity(약칭Tensegrity)"라 명명하고, 그 응용법을 제안하였으며<sup>3)</sup>, A. Pugh는 다양한 텐세그리티모델의 모형에 의해 시공의 단순화방안을 제시하였다<sup>4)</sup>.

A. Motro는 텐세그리티구조의 역학적성질을 다양한 모델을 통하여 조사하였고, 텐세그리티구조를 이용한 평판형 또는 쉘형지붕프레임을 제안하였다<sup>6), 7)</sup>.

그 후, 기존의 막구조와 케이블 네트구조의 한계를 극복하기 위하여, 텐세그리티구조개념을 적용한 장력안정구조에 관한 연구가 진행되어 왔다<sup>8), 9)</sup>.

D. H. Geiger는 공기막구조가 갖는 각종 문제점을 해결하기 위한 합리적인 구조로서 케이블 돔구조를 제안하였으며<sup>12)</sup>, 장력안정구조를 실제 구조물에 성공적으로 적용한 사례로는 서울올림픽 체조경기장과 미국에 있는 조지아돔 등이 있다<sup>10)</sup>.

이 Geiger의 케이블 돔구조는, 그림 1과 같이,

인장재인 케이블과 압축재인 포스트재와 경계압축링으로 구성되어 있다. 이구조물은 구조물전체의 관점에서 하나의 자기평형상태(self-equilibrium condition)를 만족하는 구조로서<sup>17)</sup>, 돔과 같은 닫힌형상의 구조에는 유리한 구조시스템이 되지만, 볼올트(vault)와 같은 열린형상에는 적용상 문제가 되고 있다. 이와 같은 현 시점에서 <안정화된 단위구조>를 이용하여 안정한 트러스 구조를 구성하는 장력안정트러스 개발에 관한 연구의 필요성이 제기되고 있다.

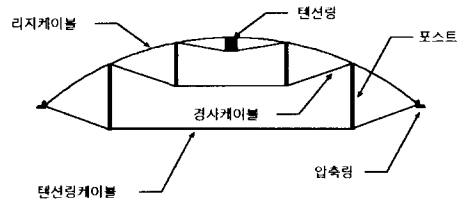


그림 1 케이블 돔구조

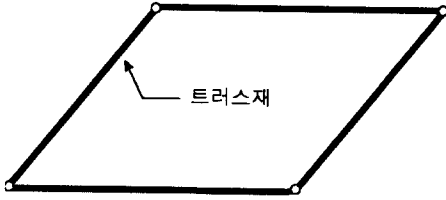
본 논문에서는, 위에서 언급한 장력안정트러스의 기본이 되는 단위구조의 안정화를 위하여, 가장 지배적인 매개변수의 범위를 설정하는 방법을 제시하고, 그 매개변수들의 상호 관련성을 규명하고자 한다.

## 2. 단위모델의 자기평형 축력모드 산출식

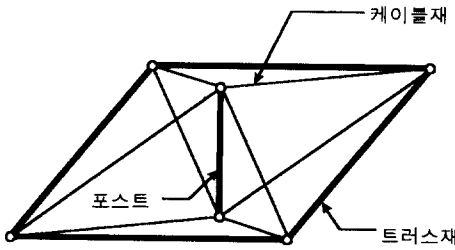
안정화된 장력안정트러스구조를 구성하는 <단위구조>는 그림 2에서 보는 바와 같이 4개의 트러스재가 힌지로 접합된 불안정구조물에, 포스트와 케이블재를 이용해서 자기평형장력을 도입하여 안정화된 것이다.

본 절에서는, 그림 3과 같은 단위구조 해석모델의 각 절점의 평형식에서, 장력안정트러스를 형성하는 기본단위구조의 자기평형 축력모드의 기초방정식을 정식화한다.

그림 3에서,  $x$  축방향은 절점5와 6을 잇는 방향이고,  $y$  축은 절점3과 4를 잇는 방향과 평행하다.  $z$  축은 절점1과 2를 연결하는 부재의 길이(H)방향과 일치한다.



(a) 불안정 구조물



(b) 안정화된 단위구조

그림 2 단위구조

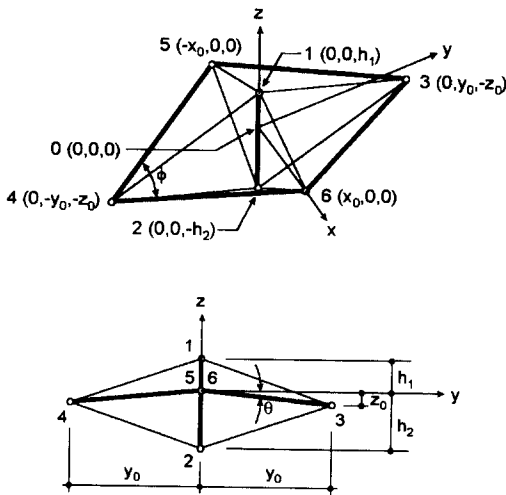


그림 3 기본 단위 구조 모델

파라메타  $\phi$ 는 4-5부재와 4-6 부재 또는 3-5부재와 3-6부재에 의해 이루어지는 각이다.  $\theta$ 는, 단면상에서 보는 바와같이, 부재3-5와 부재4-5(또는 부재3-6과 부재4-6)가  $y$ 축에 의해 이루어지

는 각이다.  $h_1$ 은  $y$ 축에서 절점1까지의 길이이고,  $h_2$ 는  $y$ 축에서 절점2까지의 길이이다.

$L_{ij}$ 와  $N_{ij}$ 는 절점번호  $i$ 과  $j$ 를 연결하는 부재의 길이와 자기평형 축력모드를 표시한다. 각 부재 길이( $L_{ij}$ )는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 l_{35} = l_{36} = l_{45} = l_{46} &= \sqrt{x_0^2 + y_0^2 + z_0^2} \equiv L_1 \\
 l_{13} = l_{14} &= \sqrt{y_0^2 + (z_0 + h_1)^2} \equiv L_2 \\
 l_{23} = l_{24} &= \sqrt{y_0^2 + (h_2 - z_0)^2} \equiv L_3 \\
 l_{15} = l_{16} &= \sqrt{x_0^2 + h_1^2} \equiv L_4 \\
 l_{25} = l_{26} &= \sqrt{x_0^2 + h_2^2} \equiv L_5 \\
 l_{12}(=H) &= h_1 + h_2 \equiv L_6
 \end{aligned} \tag{1}$$

$H$ 는 포스트의 높이이다. 절점 3이  $y$ 축에서  $z$  방향으로 떨어진 거리를  $h_0(=z_0)$ 라 두고, 각 절점에서 연결된 부재내의 힘을 좌표축방향으로 분해하여 좌표축상의 분력을 각각 총합하면,  $x$ 와  $y$  그리고  $z$ 방향의 분력으로 이루어진 힘의 평형식은 다음과 같이 구할 수 있다.

절점1에서의 평형식 :

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} 0 \\ y_0 \\ -h_1 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{13}}{l_{13}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y_0 \\ -h_0 - h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{14}}{l_{14}} + \begin{Bmatrix} -x_0 \\ 0 \\ -h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{15}}{l_{15}} \\
 + \begin{Bmatrix} x_0 \\ 0 \\ -h_1 \end{Bmatrix} \frac{N_{16}}{l_{16}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ -h_1 - h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} = 0
 \end{aligned}$$

절점2에서의 평형식 :

$$\begin{aligned}
 \begin{Bmatrix} 0 \\ y_0 \\ h_2 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{23}}{l_{23}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ -y_0 \\ h_2 - h_0 \end{Bmatrix} \frac{N_{24}}{l_{24}} + \begin{Bmatrix} -x_0 \\ 0 \\ h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{25}}{l_{25}} \\
 + \begin{Bmatrix} x_0 \\ 0 \\ h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{26}}{l_{26}} + \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ h_1 + h_2 \end{Bmatrix} \frac{N_{12}}{l_{12}} = 0
 \end{aligned}$$

절점3에서의 평형식 :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -x_0 \\ -y_0 \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{35}}{1_{35}} + \begin{pmatrix} x_0 \\ -y_0 \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{36}}{1_{36}} + \begin{pmatrix} 0 \\ -y_0 \\ h_0+h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{13}}{1_{13}} \\ & + \begin{pmatrix} 0 \\ -y_0 \\ h_0-h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{23}}{1_{23}} = 0 \end{aligned}$$

절점4에서의 평형식 :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -x_0 \\ y_0 \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{45}}{1_{45}} + \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{46}}{1_{46}} + \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \\ h_0+h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{14}}{1_{14}} \\ & + \begin{pmatrix} 0 \\ y_0 \\ h_0-h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{24}}{1_{24}} = 0 \end{aligned} \quad (2)$$

절점5에서의 평형식 :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{35}}{1_{35}} + \begin{pmatrix} x_0 \\ -y_0 \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{45}}{1_{45}} + \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{15}}{1_{15}} \\ & + \begin{pmatrix} x_0 \\ 0 \\ -h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{25}}{1_{25}} = 0 \end{aligned}$$

절점6에서의 평형식 :

$$\begin{aligned} & \begin{pmatrix} -x_0 \\ y_0 \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{36}}{1_{36}} + \begin{pmatrix} -x_0 \\ -y_0 \\ -h_0 \end{pmatrix} \frac{N_{46}}{1_{46}} + \begin{pmatrix} -x_0 \\ 0 \\ h_1 \end{pmatrix} \frac{N_{16}}{1_{16}} \\ & + \begin{pmatrix} -x_0 \\ 0 \\ -h_2 \end{pmatrix} \frac{N_{26}}{1_{26}} = 0 \end{aligned}$$

식(2)에서, 각각의 자기평형축력모드값들을  $N_{35}$ 의 향으로 구하고, 그 결과식에 식(1)을 대입하면, 다음과 같은 자기평형축력모드의 관계식을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} & N_{35} : N_{13} : N_{23} : N_{15} : N_{25} : N_{12} = \\ & -(h_1+h_2)\sqrt{x_0^2+y_0^2+z_0^2} : 2h_2\sqrt{y_0^2+(z_0+h_1)^2} \\ & : 2h_1\sqrt{y_0^2+(h_2-z_0)^2} : 2(h_2-z_0)\sqrt{x_0^2+h_1^2} \\ & : 2(z_0+h_1)\sqrt{x_0^2+h_2^2} : -4\{z_0(h_2-h_1)+2h_1h_2\} \end{aligned} \quad (3)$$

$$\begin{aligned} & N_{35}=N_{36}=N_{45}=N_{46} \\ & N_{15}=N_{16}, N_{25}=N_{26} \\ & N_{13}=N_{14}, N_{23}=N_{24} \end{aligned} \quad (4)$$

좌표축의 원점이 포스트의 중간점(H/2)에서 z 방향으로 임의의 거리만큼 떨어져 있는 위치를  $\alpha$ 라 하면,  $h_1$ 과  $h_2$ 는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$h_1 = \frac{H}{2} - \alpha, \quad h_2 = \frac{H}{2} + \alpha \quad (5)$$

### 3. 해석결과

매개변수( $\alpha$ )에 따른 단위모델의 안정화는 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-3부재 및 2-4부재의 축력모드곡선에 의해 지배적이고<sup>17)</sup>,  $\alpha$ 가 안정화범위에 속하는 경우, 매개변수( $\theta$ )에 따른 단위모델의 안정화는 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-5부재 및 2-6부재의 축력모드곡선에 의해 지배적임이 밝혀진 바 있다<sup>19)</sup>.

따라서 본 절에서는,  $\theta$ 의 변화에 가장 지배적인 자기평형축력모드( $N_{15}$ ,  $N_{16}$ ,  $N_{25}$ ,  $N_{26}$ )인 경우에 대해 알아본다.

해석모델은 그림 4와 같고, 좌표는  $x_0=150\text{cm}$ ,  $y_0=260\text{cm}$ ,  $\phi=59.68^\circ$ 이다.

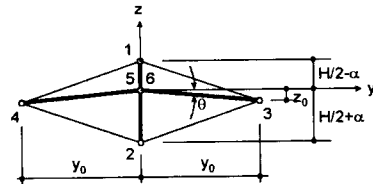
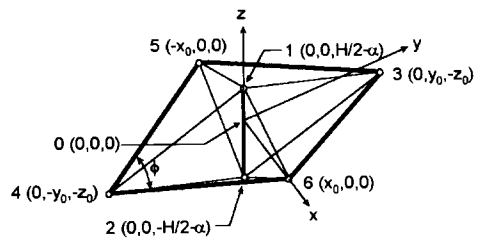
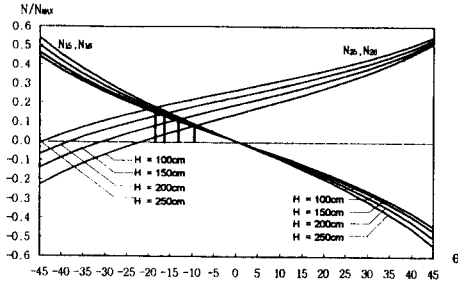


그림 4 해석 단위모델

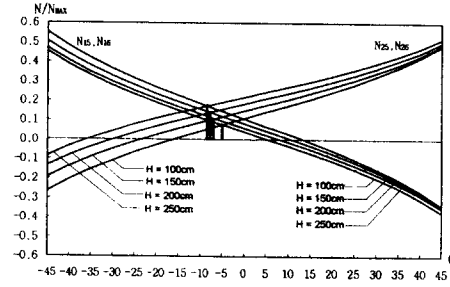
$\alpha/(H/2)$ 의 변화가  $-1.0, -0.5, 0, 0.5, 1.0$ 인 경우, 포스트높이( $H=1\text{m}, 1.5\text{m}, 2\text{m}, 2.5\text{m}$ )의 변화와  $\theta$ 와의 관계에 따른 자기평형축력모드의 결과는 그림5와 같고,  $\alpha/(H/2)$ 의 변화가  $0.0, 0.5, 0.75, 1.00$ 인 경우,  $x/y$ 의 비와 의 관계에 따

른 자기평형축력모드는 그림6과 같다.

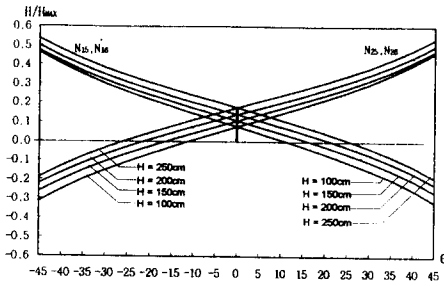
그림5에서, 가장 지배적인 1-5부재 및 1-6부재의 축력모드곡선과 2-5부재 및 2-6부재의 축력모드곡선이 포스트의 높이( $H$ )에 따른 결과에 대해 고찰해보면, 축력모드의 최적값들은  $\alpha/(H/2)=0.0$



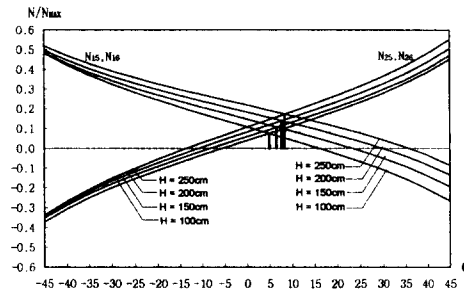
(a)  $\alpha/(H/2) = -1.0$



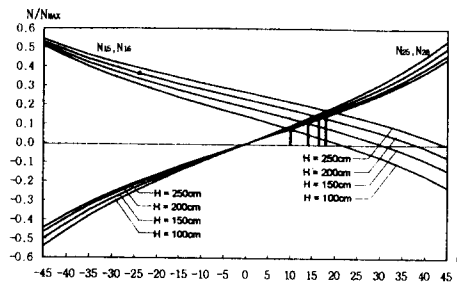
(b)  $\alpha/(H/2) = -0.5$



(c)  $\alpha/(H/2) = 0.0$



(d)  $\alpha/(H/2) = 0.5$



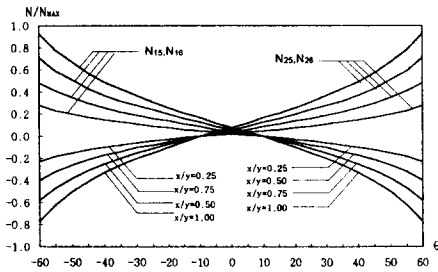
(e)  $\alpha/(H/2) = 1.0$

그림 5 포스트이 높이(H)와  $\theta$ 의 변화에 따른 자기평형 축력모드

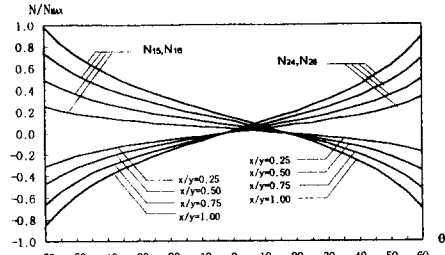
일 때는  $\theta=0$ 에서 수직으로 상승하며,  $\alpha/(H/2)$ 가 0보다 크면  $\theta > 0$ 의 범위에서 우측상향으로 증가하고,  $\alpha/(H/2)$ 가 0보다 작을수록  $\theta < 0$ 의 범위에서 좌측상향으로 증가하는 경향이 있다.

그림6에서, 크기( $x/y$ 의 비)에 따른 영향을 알

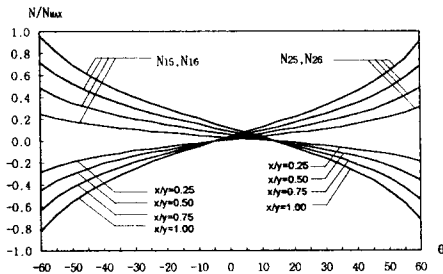
아보면  $x/y$ 의 비와  $\theta$ 의 관계에서는  $\alpha/(H/2)$ 가 증가하면 안정화 범위에서의 최적값인  $\theta$ 는 증가하나, 축력모드의 값은 변화하지 않고 일정함을 보여 주고 있다.



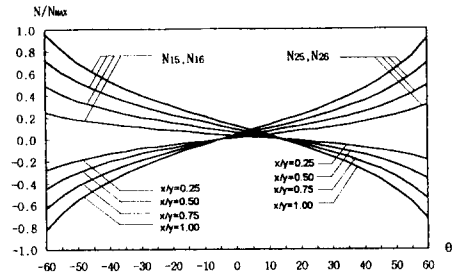
(a)  $\alpha/(H/2) = 0.0$



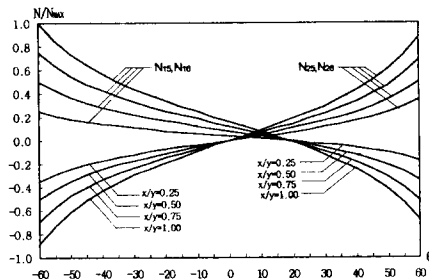
(b)  $\alpha/(H/2) = 0.25$



(c)  $\alpha/(H/2) = 0.50$



(d)  $\alpha/(H/2) = 0.75$



(e)  $\alpha/(H/2) = 1.00$

그림 6  $x/y$ 의 비와  $\theta$ 의 변화에 따른 자기평형 축력모드( $H=100\text{cm}$ )

## 4. 결 론

그림 5와 그림 6에서, 장력재가 이완상태가 되지 않는 단위모델의 안정화는, 1-5부재 및 1-6부재의 축력모드곡선과  $N/N_{MAX} = 0$ 의 교차점에서 2-5부재 및 2-6부재의 축력모드곡선과  $N/N_{MAX} = 0$ 의 교차점까지의 범위이다. 여기에서 가장 적절한  $\theta$ 값은 두 곡선이 만나는 값이다. 매개변수가  $\alpha$ 인 경우에는, 1-5부재 및 1-6부재의 축력곡선과 2-3부재 및 2-4부재의 축력모드곡선에 의해 지배적임이 밝혀졌다<sup>16)</sup>.

따라서,  $\alpha$ 의 변화에 따른 안정화는  $N_{15}, N_{16}, N_{23}, N_{24} \geq 0$ 을 만족해야 하므로,  $\alpha$ 의 안정화 범위결정은 식(3)과 식(4)를 이용하여, 다음과 같은 기하학적 조건식에 맞도록 선택한다.

$$\begin{aligned} (h_2 - z) \sqrt{y^2 + (h_2 - z)^2} &\geq 0 \\ 2h_1 \sqrt{x^2 + h_2^2} &\geq 0 \end{aligned} \quad (6)$$

$\alpha$ 가 안정화 범위에 있을 경우에는,  $\theta$ 의 변화에 따른 안정화가  $N_{15}, N_{16}, N_{25}, N_{26} \geq 0$ 을 만족해야 하므로,  $\theta$ 의 안정화범위결정은 다음과 같은 기하학적 조건식에 맞도록 선택한다.

$$\begin{aligned} (h_2 - z) \sqrt{x^2 + h_1^2} &\geq 0 \\ (z + h_1) \sqrt{x^2 + h_2^2} &\geq 0 \end{aligned} \quad (7)$$

따라서 안정화된 단위구조를 실제구조물에 적용시, 위에서 알아본 바와 같이 여러 가지 경우에 따라, 안정화를 위한 기하학적 조건식(6)과 (7)를 이용하여 안정화의 범위를 미리 설정해두면, 매우 적절히 사용할 수 있다고 사료된다.

## 감사의 글

본 연구는 1997년도 초대형구조시스템 연구센터의 지원으로 수행되었습니다. 이에 대해 깊은 감사를 드립니다.

## 참 고 문 헌

1. Calladine, C. R., "Buckminster Fuller's Tensegrity Structures and Clerk Maxwell's Rules for the Constructions of Stiff Frames," *Int. Jour. Solids Structures*, pp. 161-172., 1978
2. Pellegrino, S., Calladine C., "Two-Step Matrix Analysis of Prestressed Cable Nets," *Proc. of 3rd International Conference on Space Structures*, pp. 774-749, 1984
3. Fuller, R. B. and Marks, R., "The Dymaxion World of Buckminster Fuller," Doubleday Anchor Press, 1970.
4. Pugh, A., *An Introduction to Tensegrity*, University of California Press, 1976
5. Emmerich, D. G., "Exercices de Geo-metrie Constructive Travaux d'etudi-ants," *Ecole Nationale Supérieure des Beaux Arts, Paris, Architectures*, pp. 744-749, 1984
6. Motro, A., "Forms and Forces in Tensegrity Systems", *Proc. of 3rd International Conference on Space Structures*, pp. 283-288, 1984
7. Motro, A., "Tensegrity Systems-Latest Developments and Perspectives", *Proc. of IASS, Madrid, 1989*
8. Vilnay, O., "Structures Made of Infinite Regular Tensegric Nets," *IASS Bulletin No. 63, Vol. XVIII*, pp. 51-57, Apr., 1977
9. Frei Otto, *Tensile Structure*, the MIT press, 1979.
10. Geiger, D. H. and Stefaniuk A., Chen D., "The Design and Construction of Two Cable Domes for the Korean Olympics," *Proc. of IASS Symposium, Osaka, Vol. 2*, pp.265-272, 1986
11. Saitoh, M., "Hybrid Form-Resistant Structure," *Proc. of IASS Symposium, Osaka, Vol. 2*, pp. 257-272, 1986

12. Geiger, D. H., Membrane Structures, Encyclopedia of Architecture, Design, Engineering, and Construction Vol. 3, John Wiley & Sons, Inc., 1989
13. Hanaor, A., "Developments in tensegrity system : an overview," space structure 4, Thomas Telford, London, 1993
14. Nestorovic, M., "Analysis of the properties of integrity tensioned tensegrity domes," spacestructure 4, Thomas Telford, London, 1993
15. Chen, Pei Shan, Masaru Abe and Kawaguchi, M., "Shape of tensegrity frames with an optimum rigidity," spacestructure 4, Thomas Telford, London, 1993
16. 권택진, 한상을, 김충한, 최옥훈, "장력안정트러스구조물의 안정화기법에 관한 연구", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제9권 제2집, pp. 330-339, 1996.
17. 서일교, 최옥훈, Hybrid 케이블구조물의 해석 및 설계에 관한 연구, 제15회한국전산구조공학회 강습회, 1997. 1
18. 半谷, 形態非線形問題の數値解析法と 其の應用, 計算工學研究會, 1993. 3
19. 권택진, 한상을, 최옥훈, "장력안정화 트러스의 단위구조 형상결정에 관한 연구", 한국전산구조공학회 학술발표회 논문집, 제10권 제2집, pp. 152-159, 1997. 4

(접수일자 : 1997. 4. 7)