

연속보의 동적 최적설계에 관한 연구

Dynamic Optimal Design of Continuous Beams

이 병 구* 오 상 진** 모 정 만***
Lee, Byoung-Koo Oh, Sang - Jin Mo, Jeong-Man

요 지

이 논문은 연속보의 동적 최적설계에 관한 연구이다. 본 연구에서는 연속보의 근사적인 최적제원을 결정하기 위하여 컴퓨터 프로그램의 실행결과를 이용한 기법을 이용하였다. 경간길이, 질량 및 휨강성이 변화하는 연속보의 자유진동해석과 이동 집중하중이 작용하는 경우 동적응답해석을 실행할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 개발하였다. 모형실험 결과와 이론적인 해석결과가 잘 일치하여 해석결과와 타당성을 검증할 수 있었다. 설계 효율을 나타내기 위하여 최대 동적응력, 경간사이의 응력차이, 이동 집중하중이 작용하는 점에서의 rms처짐 및 전체시간의 총질량 등 4가지의 무차원 변수들의 선형결합으로 이루어지는 최적함수를 정의하였다. 3경간 연속보에 대한 해석결과 개략적인 최적제원을 갖는 연속보로 설계하는 경우 등간격의 등단면 연속보에 비해 설계효율을 개선할 수 있음을 알 수 있었다.

Abstract

The main purpose of this paper is to investigate the dynamic optimal design of continuous beams. The computer-aided optimization technique is used to obtain the near-optimal parameters of continuous beam. The computer program is developed to obtain the natural frequency parameters and the forced vibration responses to a transit point load for the continuous beam with variable support spacing, mass and stiffness. The model test data is in good agreement with the computer calculation, which serves to validate the mathematical analysis. The optimization function to describe the design efficiency is defined as a linear combination of four dimensionless span characteristics; the maximum dynamic stress; the stress difference between span segments; the rms deflection under the transit point load; and the total span mass. Studies of three span beams show that the beam with near-optimal parameters can improve design efficiency when compared to a uniform beam with even spacing of the same total span length.

Keywords : continuous beam, dynamic optimal design, forced vibration, computer-aided optimization technique, optimization function, near-optimal parameter

1. 서 론

교량설계에서는 교량축조비용에 따른 경제적

인 측면은 물론 기능적, 구조적, 미적요인 및 축조방법 등과 같은 실제적인 요인들이 고려되어야 한다¹⁾. 전통적인 설계과정으로 교량을 설계하는

* 정회원·원광대학교 토목환경공학과, 교수

** 한국과학기술원 토목공학과, 박사후 연수과정

*** 원광대학교 대학원, 박사과정

· 이 논문에 대한 토론을 1997년 9월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 12월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

경우 설계자의 경험 등에 의해 효과적인 설계를 수행할 수 있는 장점도 있지만, 설계변수와 제약 조건이 많은 경우 설계자가 제약조건에 맞는 결과를 얻기 위해서는 많은 반복작업을 수행해야 하며 이러한 과정에서 설계상의 오류가 발생하기도 한다.

이러한 전통적인 설계과정의 문제점은 제약조건을 효율적으로 일괄처리할 수 있는 최적설계과정을 세부설계단계에 도입하므로써 개선될 수 있으며, 이와 관련하여 많은 연구^{2)~10)}가 수행되어졌다. 그러나 실제 구조물의 설계에 있어 최적개념의 적용에는 많은 제한요소가 뒤따른다. 특히 교량 등과 같이 구조안정성, 사용성 및 미적인 측면 등이 모두 고려되어야 하는 경우에는 더욱 그러하다.

다경간 연속교는 도로교에서 많이 볼 수 있는 구조형식이며, 이에 대한 효율적인 설계는 단순교보다 훨씬 복잡하고 어렵다. 더욱이 다경간 연속교에서 이동 차량하중에 의한 동적효과를 고려하는 경우 효율적인 설계가 이루어지도록 경간길이(교각간격), 휨강성, 단위길이당 질량 등의 조합을 결정하는 것은 매우 어렵고 많은 노력을 필요로 한다. 따라서 이러한 요소들의 영향에 대한 체계적인 연구를 위해서는 다경간 연속교의 동적해석을 효율적으로 수행할 수 있는 알고리즘과 설계변수인 경간길이, 휨강성, 단위길이당 질량 등에 따른 설계효율을 나타낼 수 있는 새로운 지표가 필요하다.

이상과 같은 연구배경에서 본 연구에서는 이동 집중하중에 의한 동적응답을 고려한 다경간 연속보의 근사적인 최적제원을 결정하는데 연구목적이 있다. 이를 위하여 경간별로 단면이 불연속적으로 변화하는 연속보의 고유진동수 및 진동형을 산출하고, 모드중첩법을 이용하여 이동 집중하중을 받는 연속보의 동적응답을 산출하기 위한 컴퓨터 프로그램을 작성한다. 설계변수들에 의한 효율성을 정량적으로 나타내기 위하여 최대 동적응력, 경간사이의 응력차이, 이동 집중하중이 작용하는 점에서의 rms(root mean square)치 및 전체지간의 총질량 등 4가지 무차원 변수들로

구성되어지는 최적함수(optimization function)를 결정한다. 본 논문에서 최적설계는 "전통적인 최적화기법(conventional optimization technique)에 의한 최적설계를 의미하는 것은 아니며, 설계가능영역내의 제원을 갖는 연속보와 등간격의 등단면 연속보의 상대적인 설계효율을 비교하므로써 연속보의 근사적인 최적제원을 결정하는 것"을 의미한다.

2. 동적응답해석

그림 1은 지간길이 L 인 N 경간 연속보를 나타낸 것으로 $n(=1,2,\dots,N)$ 은 각 경간의 구분번호, $l(=L/N)$ 은 평균 경간길이이다. α_n 은 n 번째 경간길이와 평균 경간길이 비이며, ρ_n 및 EI_n 은 각각 n 번째 경간의 단위길이당 질량 및 휨강성을 나타낸다. 또한 $u=u(x, t)$ 는 횡방향변위, x 는 보축상 임의점의 위치를 나타내기 위한 전체좌표계를 나타내고, x_n 은 각 경간에서 왼쪽지점을 원점으로 하는 국부좌표계를 나타낸다.

회전관성과 전단변형효과를 고려하지 않은 Bernoulli-Euler 보이론에 의한 각 경간의 동적거동을 지배하는 편미분방정식은 다음과 같다¹¹⁾.

$$EI_n \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho_n \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = q \quad (1)$$

(1)식에서 $q=q(x, t)$ 는 단위길이당 횡방향하중을 나타낸다.

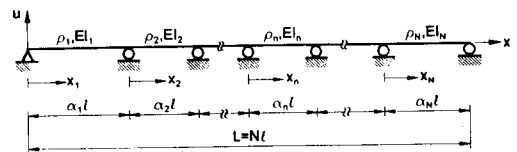


그림 1 다경간 연속보

보가 조화진동을 한다고 가정하면 횡방향변위의 조화진동식은 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$u(x, t) = w(x) \sin(\omega_n t) \quad (2)$$

(2)식에서 $w(x)=w$ 는 횡방향변위의 진폭이며, ω_k 는 고유각진동수(rad/sec), k 는 모드번호, t 는 시간이다.

(1)식에 (2)식을 대입하고 $q=0$ 라 놓으면 다음 (3)식의 자유진동을 지배하는 미분방정식이 된다.

$$\frac{d^4w}{dx^4} - \lambda_k^2 w = 0 \tag{3}$$

(3)식에서 λ_k 의 내용은 다음 (4)식과 같다.

$$\lambda_k = \left(\frac{\rho_n \omega_k^2}{EI_n} \right)^{1/4} \tag{4}$$

(3)식의 일반해는 다음 (5)식과 같으며, 이 식에서 A, B, C, D 및 λ_k 는 각 경간의 단부조건에 따라 결정되는 상수이다.

$$w = A \sin(\lambda_k x) + B \cos(\lambda_k x) + C \sinh(\lambda_k x) + D \cosh(\lambda_k x) \tag{5}$$

그림 1에서 국부좌표계와 전체좌표계사이의 관계는 다음 (6)식과 같다.

$$x_1 = x, \quad 0 \leq x \leq \alpha_1 l \tag{6.1}$$

$$x_n = x - \sum_{i=1}^{n-1} \alpha_i l, \quad n=2, 3, \dots, N \tag{6.2}$$

그림 1에 나타낸 연속보에서 각 지점의 단부조건 및 내부지점에서의 연속조건을 국부좌표계에 대하여 나타내면 다음 (7)식과 같다. 연속보의 각 지점에서 수직방향변위 및 양단에서의 휨모멘트는 "0"이므로 이에 대한 경계조건식은 (7.1)~(7.3)식과 같으며, 내부지점에서 인접경간에 대한 단면회전각 및 휨모멘트의 연속조건식은 (7.4), (7.5)식과 같다.

$$w_n=0, \quad x_n=0, \alpha_1 l, \alpha_2 l, \dots, \alpha_N l \text{ 에서 } \tag{7.1}$$

$$\frac{d^2 w_1}{dx_1^2} = 0, \quad x_1 = 0 \text{ 에서 } \tag{7.2}$$

$$\frac{d^2 w_N}{dx_N^2} = 0, \quad x_N = \alpha_N l \text{ 에서 } \tag{7.3}$$

$$\left(\frac{dw_n}{dx_n} \right)^{x_n=\alpha_n l} = \left(\frac{dw_{n+1}}{dx_{n+1}} \right)^{x_{n+1}=0} \tag{7.4}$$

$$\left(EI_n \frac{d^2 w_n}{dx_n^2} \right)_{x_n=\alpha_n l} = \left(EI_{n+1} \frac{d^2 w_{n+1}}{dx_{n+1}^2} \right)_{x_{n+1}=0} \tag{7.5}$$

n 번째 경간에서의 k 번째 모드에 대하여 (5)식을 다시 쓰면 다음과 (8)식과 같다.

$$w_{kn} = A_{kn} \sin(\lambda_{kn} x_n) + B_{kn} \cos(\lambda_{kn} x_n) + C_{kn} \sinh(\lambda_{kn} x_n) + D_{kn} \cosh(\lambda_{kn} x_n) \tag{8}$$

(8)식에서 λ_{kn} 은 n 번째 경간의 k 번째 진동모드에 대한 값이다. (7)식의 단부조건 및 연속조건을 (8)식에 대입하면, 상수 A_{kn}, B_{kn}, C_{kn} 및 D_{kn} 사이의 관계식은 다음 (9)~(12)식과 같다¹²⁾.

$$D_{kn} = -B_{kn} \tag{9}$$

$$A_{kn} = \frac{-B_{kn} \cos(\lambda_{kn} \alpha_n l) + B_{k(n+1)} \left[\lambda_{k(n+1)}^2 / \lambda_{kn}^2 \right] [EI_{n+1} / EI_n]}{\sin(\lambda_{kn} \alpha_n l)} \tag{10}$$

$$C_{kn} = \frac{B_{kn} \cosh(\lambda_{kn} \alpha_n l) - B_{k(n+1)} \left[\lambda_{k(n+1)}^2 / \lambda_{kn}^2 \right] [EI_{n+1} / EI_n]}{\sinh(\lambda_{kn} \alpha_n l)} \tag{11}$$

$$B_{kn} H_{kn} - B_{k(n+1)} \left[\frac{\lambda_{k(n+1)}^2}{\lambda_{kn}^2} \frac{EI_{n+1}}{EI_n} G_{kn} + \frac{\lambda_{k(n+1)}}{\lambda_{kn}} G_{k(n+1)} \right] + B_{k(n+2)} \frac{\lambda_{k(n+2)}}{\lambda_{kn} \lambda_{k(n+1)}} \frac{EI_{n+2}}{EI_{n+1}} H_{k(n+1)} = 0 \tag{12}$$

연속보의 양단이 단순지지된 경우 상수 C_{k1} 과 $C_{k(N+1)}$ 은 "0"이며, (12)식에서 G_{kn} 과 H_{kn} 의 내용은 다음 (13), (14)식과 같다.

$$G_{kn} = \coth(\lambda_{kn} \alpha_n l) - \cot(\lambda_{kn} \alpha_n l) \quad (13)$$

$$H_{kn} = \operatorname{csch}(\lambda_{kn} \alpha_n l) - \operatorname{csc}(\lambda_{kn} \alpha_n l) \quad (14)$$

연속보의 기하학적 형상을 나타내는 N , ρ_n , EI_n , α_n 및 L 이 주어진 경우 (12)식은 G_{kn} 과 H_{kn} 으로 이루어지는 계수를 갖는 상수 $B_{k2} \sim B_{kN}$ 에 대한 $(N-1)$ 개의 제차 대수방정식(homogeneous algebraic equation)의 형태로 표현된다. 상수 $B_{k2} \sim B_{kN}$ 은 "0"이 아니므로 G_{kn} 과 H_{kn} 으로 형성되는 계수로 이루어지는 행렬값을 "0"이라 놓으면, $k=1,2,3,\dots$ 에 대응되는 $\lambda_{k1}, \lambda_{k2}, \dots, \lambda_{kN}$ 을 구할 수 있다. 여기서 결정된 근과 (9)~(11)식을 이용하면 (8)식으로부터 각 모드에 대응되는 진동형을 구할 수 있다.

본 연구에서는 집중하중 F 가 일정속도 v 로 이동하는 경우 연속보의 동적응답을 얻기 위하여 모드중첩법¹³⁾을 이용하였으며, 그 과정을 정리하면 다음과 같다.

연속보 전체구간의 진동형 $W_k(x)$ 는 다음 (15)식과 같이 각 경간 진동형의 합으로 나타낼 수 있다.

$$W_k(x) = \sum_{n=1}^N w_{kn} \quad (15)$$

수직방향 처짐 및 하중을 $W_k(x)$ 의 급수로 확장하면 각각 (16), (17)식과 같다.

$$u(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) W_k(x) \quad (16)$$

$$\frac{1}{\rho_n(x)} q(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} P_k(t) W_k(x) \quad (17)$$

(16)식에서 Q_k 는 k 번째 모드의 진폭이며, (17)식에서 P_k 는 하중요소(load factor)이다. 하중요소 P_k 는 (17)식에 $\rho_n(x)$ 와 $W_j(x)$ 를 곱하고, 연속보 전체시간 $0 \leq x \leq L$ 까지 적분하므로써 (18)식과 같이 구할 수 있으며, 이 과정에서 (19)식에 나타낸 정규모드의 직교성을 이용한다.

$$P_k(t) = \frac{1}{R_k} \int_0^L q(x, t) W_k(x) dx \quad (18)$$

$$\int_0^L \rho_n(x) W_i(x) W_j(x) dx = \begin{cases} 0, & \text{if } j \neq k \\ R_k, & \text{if } j = k \end{cases} \quad (19)$$

여기서,

$$R_k = \sum_{n=1}^N \rho_n \int_0^{\alpha_n l} w_{kn}^2 dx_n \quad (20)$$

(16), (17)식을 (1)식에 대입하면 다음 (21)식과 같으며, 이 식에서 $(\cdot) = d/dt$ 를 의미한다.

$$\ddot{Q}_k(t) + \omega_k^2 Q_k(t) = P_k(t) \quad (21)$$

$x=0, t=0$ 에서 출발하여 일정속도 v 로 이동하는 일정크기 F 인 수직방향하중은 다음 (22)식과 같이 나타낼 수 있다.

$$q(x, t) = F \cdot \delta(x - vt) \quad (22)$$

지간길이가 L 인 연속보 위에 작용하는 전체하중은 다음 (23)식과 같다.

$$\int_0^L F \cdot \delta(x - vt) dx = \begin{cases} F, & 0 \leq vt \leq L \\ 0, & vt \leq L \end{cases} \quad (23)$$

(23)식에서 $\delta(x - vt)$ 는 Diract delta function이다.

(18)식에 (22), (23)식을 적용하면 $P_k(t)$ 는 다음 식과 같이 나타낼 수 있다.

$$P_k(t) = \frac{FW_k(vt)}{R_k} \quad (24)$$

이상의 관계식을 이용하면 집중하중 F 가 일정속도 v 로 이동하는 경우 연속보의 동적응답을 구할 수 있다. 연속보의 초기진동은 없는 것 즉, $u(x, 0) = \partial u(x, 0) / \partial t = 0$ (또는 $Q_k(0) = \dot{Q}_k(0) = 0$)으로 가정하여 (21)식의 미분방정식을 해석하고, (16)식으로부터 수직방향처짐 $u(x, t)$ 를 결정한다. 또한 각 경간에서의 휨모멘트는 다음 (25)식으로부터 구할 수 있다.

$$M_n(x, t) = EI_n \sum_{k=1}^{\infty} Q_k(t) \frac{d^2 W_k(x)}{dx^2} \quad (25)$$

연속보의 제원 N , ρ_n , EI_n , α_n , L 및 이동하중의 특성인 F , v 가 입력되는 경우 대상 연속보의 자유진동 및 동적응답을 얻을 수 있도록 FORTRAN77으로 컴퓨터 프로그램화 하였다. 본 연구에서는 동적응답해석의 결과로서 이동 집중하중의 작용점과 각 내부지간의 중앙단면에서의 수직 처짐 및 휨모멘트의 시간이력곡선이 출력되도록 프로그램을 작성하였다.

3. 해석결과의 검증

본 연구에서는 이론적인 해석결과를 검증하기 위하여 그림 2에 나타난 바와 같이 3경간 연속보 모형을 제작하여 동적응답실험을 실시하였으며, 강제로 제작된 연속보모형의 제원을 표 1에 수록하였다. 표 2는 본 연구에서 이론적으로 산출된 연속보모형의 고유각진동수와 구조해석프로그램인 SAP90의 해석결과를 20번 모드까지 비교한 것이다. 이 표에서 본 연구결과와 SAP90에 의한 해석결과는 매우 우수하게 근접함을 알 수 있다.

한편 이동하중은 총중량이 2kgf인 1축차량을 제작하여 연속보모형의 단면중심축 상부에 설치된 안내레일(guide rail)을 따라 유도전동기에 의하여 제어되도록 하였다.

본 실험에서는 차량속도를 25~700cm/sec까지 변화시켰으며, 각 경간의 중앙단면에 부착된 변형률게이지로 부터 데이터 취득 및 분석장치를

표 1 연속보모형의 제원

내 용	경 간		
	n=1	n=2	n=3
$EI_n(\text{kgf} \cdot \text{cm}^4)$	134400	107500	134400
$\rho_n(\text{kgf} \cdot \text{sec}^2/\text{cm}^4)$	3.834×10^{-5}	3.067×10^{-5}	3.834×10^{-5}
$\alpha_n \ell (\text{cm})$	150	150	150

표 2 본 연구와 SAP90의 고유각진동수 비교

모드번호 k	본 연구		SAP90
	λ_k	$\omega_k(\text{rad/sec})$	$\omega_k(\text{rad/sec})$
1	0.0209523	25.992	25.971
2	0.0234790	32.639	32.484
3	0.0288622	49.321	49.585
4	0.0419030	103.96	103.89
5	0.0445357	117.43	116.90
6	0.0496827	146.14	146.91
7	0.0628523	233.89	233.73
8	0.0655246	254.20	253.04
9	0.0705775	294.92	296.43
10	0.0838002	415.78	415.49
11	0.0865164	443.17	441.10
12	0.0914705	495.38	497.82
13	0.1047464	649.61	649.09
14	0.1075081	684.31	680.98
15	0.1123652	747.54	750.98
16	0.1256911	935.37	934.34
17	0.1284999	977.64	972.47
18	0.1332613	1051.4	1055.7
19	0.1466343	1273.0	1270.9
20	0.1494917	1323.1	1315.2

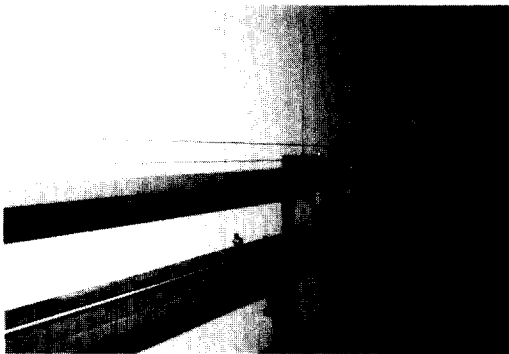


그림 2 연속보 모형

이용하여 변형률 이력을 측정하였다. 한편 측정된 변형률은 각 해당단면의 강성을 적용하여 휨모멘트로 변환하였다.

그림 3은 차량의 속도변화와 각 경간 중앙단면에 발생하는 최대휨모멘트 사이의 관계를 무차원 변수를 이용하여 나타난 것이다. 이 결과는 총 20개 모드를 고려하여 산출한 충분한 정도로 수렴된 결과로서 해석에 및 고찰에서 얻어진 모든 결과는 20개의 모드를 고려하였다. 한편 이 그림들에서 휨모멘트는 평균 경간길이를 갖는 단순보

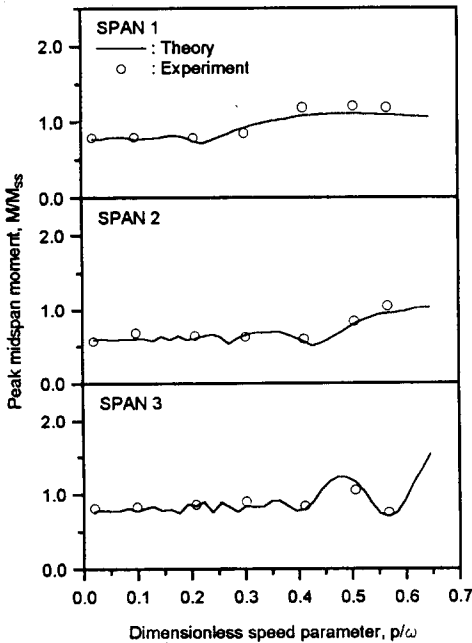


그림 3 각 경간의 중앙단면에 발생하는 최대휨모멘트

의 중앙단면에 발생하는 휨모멘트 $M_{ss}(=Fl/4)$ 로 정규화하였으며, 차량속도는 무차원 속도계수 (p/ω , dimensionless speed parameter)로서 나타내었다. 여기서 p 는 차량의 통과주기(transit ratio)로서 그 내용은 다음 (26)식과 같으며, ω 는 등단면 단순보의 제1고유각진동수로서 다음 (27)식과 같다.

$$p = \frac{\pi v}{l} \tag{26}$$

$$\omega = \frac{\pi^2}{(\alpha_1 l)^2} \sqrt{\frac{EI_1}{\rho_1}} = 26 \text{ rad/sec} \tag{27}$$

그림 3에서 본 연구의 이론적인 해석결과와 실험결과는 좋은 대응성을 보이고 있음을 알 수 있다. 해석결과와 실험결과의 차이는 무차원 속도계수에 따라 다르지만 최대 12% 정도로서 이론적인 해석결과의 예측정도는 비교적 우수함을 알 수 있다. 한편 이들 결과에서 무차원 속도계수 0.02는 평균 지간길이가 150cm인 모형실험에서의 차량속도 25cm/sec, 0.2는 250cm/sec에 해당

되는 속도이지만, 만일 평균 지간길이가 20m, 제1고유각진동수가 26rad/sec인 교량인 경우 실제속도는 각각 약 12km/h(0.02)와 120km/h(0.2)에 해당된다.

4. 최적함수

구조물 설계의 효율성을 실제적이면서도 단순한 형태로 표현하기 위한 많은 방법들¹⁴⁾이 있지만, 본 연구에서는 (28)식에 나타낸 바와 같이 4개의 무차원항으로 구성되는 최적함수 ϕ 를 결정하고자 한다. (28)식에서 M 은 구조물의 총질량으로 구조물의 규모 및 요구되는 일의 정도, σ 는 이동하중이 작용하는 동안 구조물에 발생하는 최대응력으로 구조부재의 재료선택을 반영하기 위한 것이다. 또한 $\Delta\sigma$ 는 이동하중이 작용하는 동안 최대응력이 발생하는 경간과 최소응력이 발생하는 경간에서 휨응력의 차이로서 구조재료의 효율적인 이용, y 는 이동하중 작용점에서의 rms치점으로 운전자의 승차감 즉 사용성을 반영하기 위한 것이다.

$$\phi = V_1 \frac{M}{M_r} + V_2 \frac{\sigma}{\sigma_r} + V_3 \frac{\Delta\sigma}{\Delta\sigma_r} + V_4 \frac{y}{y_r} \tag{28}$$

(28)식에서 $V_1 \sim V_4$ 는 가중치(weight value)이며, 총질량 M 은 다음 (29)식으로 부터 직접 산출할 수 있다.

$$M = \sum_{n=1}^N \rho_n \alpha_n l \tag{29}$$

또한 (28)식에서 M_r , σ_r , $\Delta\sigma_r$ 및 y_r 은 기준제원을 갖는 구조에 대한 총질량 및 응답값이다. 따라서 가중치 $V_1 \sim V_4$ 를 1이라 하면 기준제원을 갖는 구조에 대한 최적함수 $\phi=4$ 이며, 이보다 효율적인 경우는 $\phi < 4$, 비효율적인 경우는 $\phi > 4$ 이다.

다음 표 3은 본 연구에서 기준제원으로 택한 3경간 연속보의 제원을 나타낸 것이다.

표 3 기준제원을 갖는 연속보

내 용	경 간		
	n=1	n=2	n=3
EI_n (kgf·cm ²)	134400	134400	134400
ρ_n (kgf·sec ² /cm ²)	3.834×10^{-5}	3.834×10^{-5}	3.834×10^{-5}
α_n ℓ (cm)	150	150	150

결과적으로 본 연구에서는 표 3에 나타난 경간 길이가 일정한 등단면 3경간 연속보를 기준으로 전체지간길이 L 이 동일한 여러 가지 제원을 갖는 연속보에 대한 효율성을 (28)식의 최적함수로 표현하므로서 근사적인 최적제원을 결정한다.

5. 해석에 및 고찰

본 연구에서는 표 3에 나타난 제원을 갖는 3경간 연속보를 기준으로 최적함수를 결정하기 위하여 전체지간의 중앙인 $x=L/2$ 을 기준으로 대칭 구조 즉, $\alpha_1=\alpha_2$, $\alpha_2=3-2\alpha_1$, $EI_1=EI_3$, $\rho_1=\rho_3$ 인 3경간 연속보를 택하였다. 한편 보를 이루는 단면이 전체지간에서 단면높이가 h 로 일정하고, 내부지점에서 단면폭만 불연속적으로 변화한다면 단위길이당 질량, 휨강성 및 단면계수 $S_n=2I_n/h$ 의 비는 다음 (30)식과 같이 모두 일정한 값을 갖는다.

$$\frac{\rho_2}{\rho_1} = \frac{\rho_2}{\rho_3} = \frac{EI_2}{EI_1} = \frac{EI_2}{EI_3} = \frac{S_2}{S_1} = \frac{S_2}{S_3} = \beta \tag{30}$$

표 4는 최적함수를 결정하기 위하여 사용한 각 경간의 단위길이당 질량, 휨강성 및 경간길이를 표 3에 나타난 등단면 연속보에 대한 제원 비로서 나타난 것이다. 본 연구에서는 해석량을 줄이고 개략적인 최적제원을 결정하기 위하여 단위길이당 질량 및 휨강성을 총 8조의 X좌표값, 경간길이비를 총 9조의 Y좌표값으로 하는 총 72개 조합에 대하여 무차원 속도계수별로 동적응답해석을 실시하였다.

표 4 연속보의 제원

X	단위길이당 질량			휨강성		
	ρ_1/ρ_1	ρ_2/ρ_1	ρ_3/ρ_1	EI_1/EI_1	EI_2/EI_1	EI_3/EI_1
4	0.6	1.0	0.6	0.6	1.0	0.6
3	0.7	1.0	0.7	0.7	1.0	0.7
2	0.8	1.0	0.8	0.8	1.0	0.8
1	0.9	1.0	0.9	0.9	1.0	0.9
0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0	1.0
-1	1.0	0.9	1.0	1.0	0.9	1.0
-2	1.0	0.8	1.0	1.0	0.8	1.0
-3	1.0	0.7	1.0	1.0	0.7	1.0

Y	경 간 길 이 비		
	α_1	α_2	α_3
4	0.60	1.8	0.60
3	0.70	1.6	0.70
2	0.80	1.4	0.80
1	0.90	1.2	0.90
0	1.00	1.0	1.00
-1	1.05	0.9	1.05
-2	1.10	0.8	1.10
-3	1.15	0.7	1.15
-4	1.20	0.6	1.20

동적응답해석결과 얻어진 휨모멘트 및 처짐의 시간이력을 이용하여 σ , $\Delta\sigma$ 및 y 를 결정하였으며, 이를 기준제원을 갖는 등간격의 등단면 연속보에 대한 동적응답해석 결과로부터 산출된 σ , $\Delta\sigma$, 및 y 로서 정규화하여 최적함수를 결정하였다. 최적함수 결정시 가중치 $V_1 \sim V_4$ 는 "1"을 적용하였으며, 따라서 기준제원을 갖는 연속보에 대한 $\phi=4$ 이다.

그림 4는 표 4에 나타난 단위길이당 질량을 X축, 경간길이비를 Y축으로 하여 총질량비 M/M_0 을 Z축에 나타난 것으로 X, Y축의 확장계수(expansion factor)를 5로 하여 부드럽게 처리한 것이다. 이 그림에서 총질량비 $M/M_0 \leq 1$ 임을 알 수 있어 경제적인 측면만을 고려하는 경우 본 연구에서 택한 단위길이당 질량 및 경간길이비 조합을 갖는 모든 연속보는 등간격의 등단면 연속보에 비해 경제적인 구조물임을 알 수 있다.

그림 5~8은 무차원 속도계수가 0.02인 경우 단위길이당 질량, 휨강성 및 경간길이비에 따른

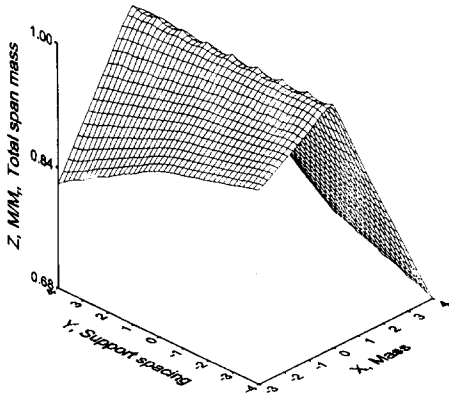


그림 4 총질량

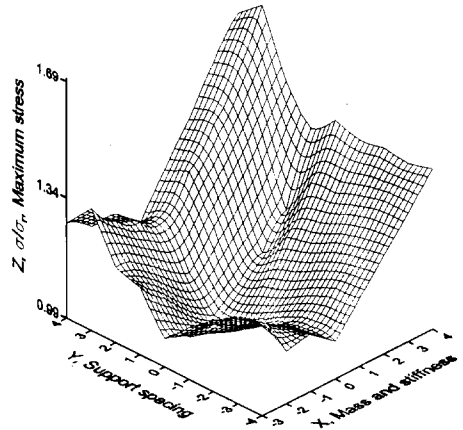


그림 5 최대응력

σ/σ_c , $\Delta\sigma/\Delta\sigma_c$, y/y_c 및 최적함수의 변화를 나타낸 것이다. 그림 6에서 $\Delta\sigma/\Delta\sigma_c$ 는 다른 인자들에 비해 값이 비교적 커서 그림 8에 나타낸 최적함수를 지배하는 인자임을 알 수 있다.

그림 8에서 최적함수 ϕ 는 $(X, Y) = (-2, 0)$ 에서 3.31, $(X, Y) = (-3, 0)$ 에서 가장 작은 3.04를 나타내고 있다. 따라서 등간격의 등단면 연속보에 대한 최적함수가 4인 점을 감안하면, $(X, Y) = (-2, 0)$ 와 $(X, Y) = (-3, 0)$ 인 제원을 갖는 연속보로서 설계하는 경우 기준제원을 갖는 연속보에 비해 각각 17.3% 및 24.0% 정도 설계효율이 개선됨을 알 수 있다.

그림 9, 10은 무차원 속도계수가 각각 0.1과 0.2인 경우 최적함수 변화를 나타낸 것이다. 이들 그림에서 주요한 최적함수 ϕ 를 나타내는 제원 및 최적함수는 $p/\omega = 0.1$ 인 경우 $(X, Y) = (-2, 0)$ 에서 3.11, $(X, Y) = (-3, 0)$ 에서 3.49, $p/\omega = 0.2$ 인 경우 $(X, Y) = (-2, 0)$ 에서 3.49, $(X, Y) = (-3, 0)$ 에서 3.45이다.

이상에서의 수치해석결과 표 4에서 $(X, Y) = (-2, 0)$ 로 표현된 제원을 갖는 연속보인 경우 기준제원을 갖는 등단면 연속보에 비해 12~22%, $(X, Y) = (-3, 0)$ 의 제원을 갖는 연속보는 설계효율이 12~24% 정도 개선됨을 알 수 있었다.

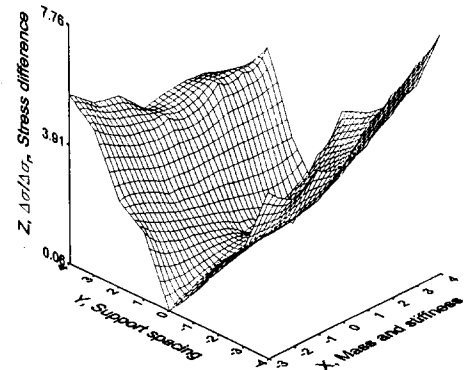


그림 6 응력차이

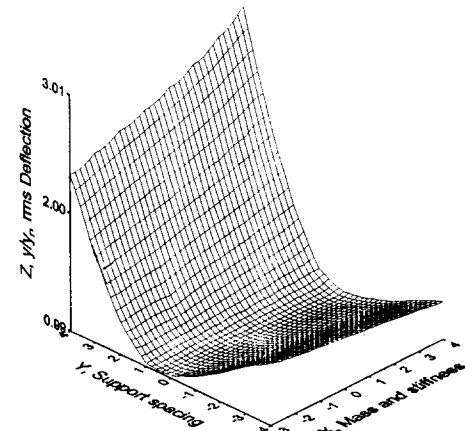


그림 7 rms처짐

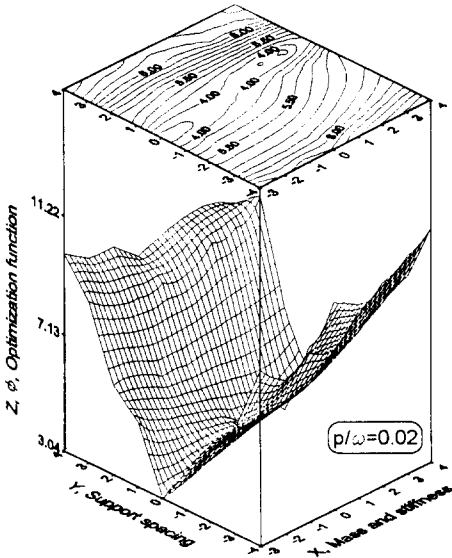


그림 8 최적함수 ($p/\omega=0.02$)

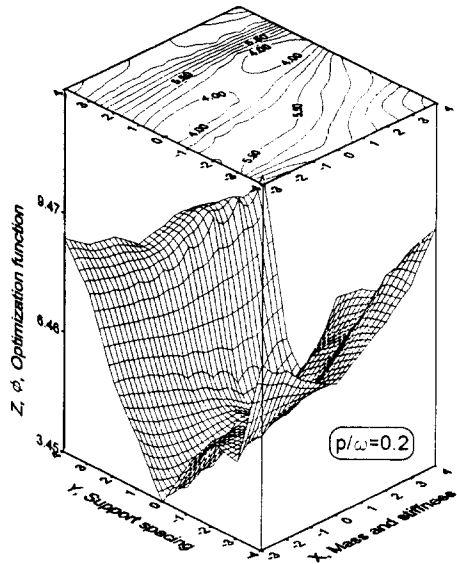


그림 10 최적함수 ($p/\omega=0.2$)

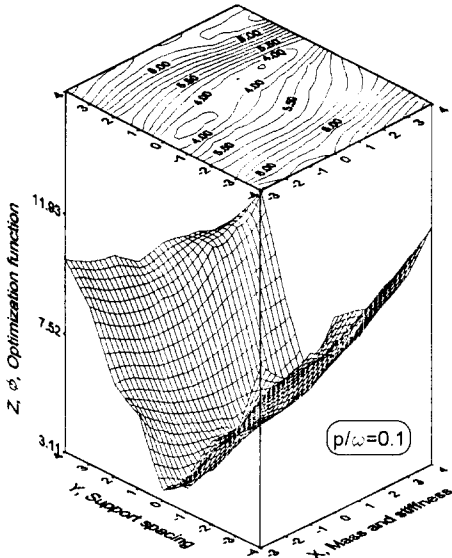


그림 9 최적함수 ($p/\omega=0.1$)

6. 요약 및 결론

본 논문은 연속보의 동적 최적설계에 관한 연구이다. 이 논문에서는 경간별로 단면이 불연속

적으로 변화하는 연속보의 고유진동수 및 진동형을 산출하고, 모드중첩법을 이용하여 이동 집중하중을 받는 연속보의 동적응답해석을 수행할 수 있는 컴퓨터 프로그램을 작성하였다. 또한 실험실 규모의 모형실험을 실시하여 이론적인 해석결과를 검증하였다.

실제 해석에에서는 일반적인 설계가능영역내에서 3경간 연속보의 제원을 변화시키면서 무차원 속도계수 0.02, 0.1 및 0.2에 대한 동적응답해석을 실시하여 응답값을 얻고, 이를 등간격의 등단면 연속보에 대한 응답값으로 정규화하여 최적함수를 결정하였다. 일련의 수치해석결과 등간격의 등단면 연속보에 비해 개략적인 최적제원을 갖는 연속보가 설계효율이 우수함을 알 수 있었다.

감사의 글

이 논문은 1995년도 한국학술진흥재단의 공모 과제 연구비 지원에 의하여 이루어진 것으로 연구비를 지원해 준 재단당국에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. O'Connor, C., Design of Bridge Superstructures, John Wiley & Sons, 1971.
2. Haug, E.J. and Kirmser, P.G., "Minimum-Weight Design of Beams with Inequality Constraints on Stress and Deflection," Journal of Applied Mechanics, ASME, Vol. 34, No. 4, 1967, pp. 999-1004.
3. Schilling, C.G., "Optimum Properties for I-shaped Beams," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 110, No. ST12, 1974, pp. 2385-2401.
4. Minnetyan, L., Nelson, R.B. and Mingori, D.L., "Dynamics and Optimal Design of AGT System," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol.106, No. ST4, 1980, pp. 897-914.
5. Turner, H.K. and Plaut, R.H., "Optimal Design for Stability under Multiple Loads," Journal of the Engineering Mechanics Division, ASCE, Vol. 106, No. EM6, 1980, pp. 1365-1382.
6. Azad, A.K., "Continuous Steel I-Girders : Optimum Proportioning," Journal of the Structural Division, ASCE, Vol. 106, No. ST7, 1980, pp. 1543-1555.
7. Wilson, J.F. and Barbas, S.T., "Dynamic of Near-Optimal Spans with Moving Loads," Journal of Advanced Transportation, Vol. 16, No.3, 1982, pp. 253-283.
8. Fenske, T.E. and Yener, M., "Interactive Bridge Optimization Program," Proceedings of the Fourth Conference on Computing in Civil Engineering, ASCE, 1986, pp. 316-329.
9. Abuyounes, S. and Adeli, H., "Optimization of Hybrid Steel Plate Girders," Computers & Structures, Vol. 27, No. 5, 1987, pp. 575-582.
10. Dhillon, B.S. and Kuo, C.H., "Optimum Design of Composite Hybrid Plate Girders," Journal of Structural Engineering, Vol. 117, No. 7, 1991, pp. 2088-2098.
11. Fertis, D.G, Dynamics and Vibration of Structures, John Wiley & Sons, 1973.
12. Biggs, J.M., Introduction to Structural Dynamics, McGraw-Hill, 1982.
13. Fryba, L., Vibration of Solids and Structures under Moving Loads, Noordhoff International Publishing, 1972.
14. Fox, R.L., Optimization Methods for Engineering Design, Addison-Wesley, 1971.

(접수일자 : 1997. 3. 13)