

충격하중을 받는 원통의 최초좌굴시간의 변동성에 대한 기하학적 초기결함의 영향

Influence of Geometric Initial Imperfection on the First Buckling Time Variation of Cylinder Under Impact Load

김 두 기*
Kim, Du-Ki

요 약

본 논문에서는 랜덤한 축대칭 기하학적 초기결함을 갖는 원통이 축방향 충격하중을 받는 경우의 반경방향 변위가 임계기준치를 최초로 통과하는 확률론적 충격좌굴 파괴시간을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다. 랜덤한 기하학적 초기결함의 생성을 위해 초기결함의 평균함수 및 상관함수를 이용하여 확률장을 형성하는 방법을 사용하였다. 본 논문에서 제시된 방법은 실제적인 기하학적 초기결함이 갖는 불확실성을 취급하는데 적절하고 실용적이므로 이를 고려한 원통의 구조안전도해석에 이용할 수 있다.

Abstract

In this paper a method is suggested for the probabilistic analysis of impact buckling failure time of cylinder with random axisymmetric geometric imperfection under axial impact. Failure is assumed as axisymmetric radial deformation exceeds the given criteria for the first time.

For the generation of random geometric initial imperfection, random field theory by mean function and autocorrelation function of geometric imperfection is used.

Suggested method is useful for the treatment of the randomness of realistic geometric imperfection and can be used for the structural safety analysis of cylinder considering its effect.

Keywords : impact buckling, geometric imperfection, random field, reliability, cylinder

1. 서 론

정적압축하중을 받는 셸 구조물에 있어서 기하학적 초기결함이 좌굴파괴강도를 심하게 저하시키고 있다는 것은 Koiter¹⁾ 이래 여러 연구^{2~6)}를 통

해 이미 입증된 사실이다. 충격하중을 받는 경우의 셸 구조물의 경우에 있어서도 Budiansky⁷⁾의 연구 결과에서 나타난 바대로 기하학적 초기결함이 셸 구조물의 좌굴파괴에 정적 하중을 받는 경우보다 더 큰 영향을 미치고 있으므로 충격하중을

• 정희원, 국방과학연구소 책임연구원, 공학박사

• 이 논문에 대한 토론을 1997년 6월 30일까지 본 학회에 보내주시면 1997년 9월호에 그 결과를 게재하겠습니다.

받는 쉘 구조물의 보다 정밀한 안전도 해석을 위해서는 기하학적 초기결함의 영향을 반드시 고려해야한다.

여러 구조요소중 기하학적 초기결함을 고려한 원통형 쉘에 관한 충격하중특성해석은 많이 이루어졌으나 대개는 확정론적인 초기결함만을 고려한 경우가 대부분이다.

기하학적 초기결함이란 원통의 제작과정에서 필연적으로 발생하는 것으로서 실제 제작되는 쉘이 이상적인 쉘의 형상으로부터 길이방향과 원주방향으로 벗어나는 정도를 의미한다. 이 초기결함은 대량 생산되는 쉘의 경우에 동일한 공정, 동일한 설계치수, 동일 허용 오차범위 내에서 생산되었다 하더라도 동일한 형태로 존재하지 않고 어떠한 통계분포로만 표현할 수 있는 랜덤(random)한 모양으로 존재하게 되므로⁸⁾ 실제적인 경우에 이러한 랜덤한 초기결함을 고려할 수 있는 방법이 필요하게 된다.

확률론적 특성을 갖는 기하학적 초기결함을 고려한 구조물의 동적하중 연구는 Lindberg⁹⁾가 최초로 수행하였고 그 이후 소수의 연구자들에 의해 수행되어 왔다. 수행된 연구중 많은 것이 단일모드의 기하학적 초기결함을 고려하고 그 초기결함의 진폭을 확률변수로 취급하였다. 그러나 원통형 쉘에 있어서는 Koiter의 연구결과에서 나타나듯이 보와 같은 단순 구조물과 달리 좌굴과피하중 근처에서는 여러 가지의 파괴모드가 동시에 발생하는 특징을 가지므로 초기결함 및 부가변위로서 여러 가지의 모드를 동시에 고려해야한다.

본 논문에서는 확률적 분포특성을 갖는 여러 모드의 축대칭 초기결함을 갖는 원통이 축방향의 충격하중을 받는 경우에 반경방향 최대변위가 임의로 설정한 임계치를 초과하는 최초충격좌굴시간의 변동성을 확률론적 입장에서 분석할 수 있는 방법을 제시하였다.

2. 정식화

구조물에 작용하는 충격하중은 크게 2가지로 대별되는데 감소속도가 크고 지속시간이 작은 충격

하중과 감소속도가 작고 지속시간이 큰 작은 충격하중으로 나뉘어진다. 전자의 충격하중은 Lindberg¹⁰⁾, Kirkpartick¹¹⁾ 등이 고려하였고 후자의 충격하중은 Maymon¹²⁾, Zimcik¹³⁾ 등이 고려하였다.

본 논문에서 고려한 충격하중은 감소속도가 작고 지속시간이 큰 계단함수 형태의 충격하중으로서 Fig.1에 표시하였다.

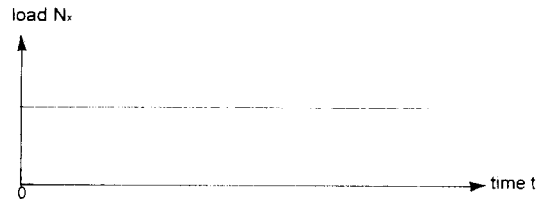


Fig. 1 Axial step load

충격좌굴과피의 기준은 Elishakoff¹⁴⁾와 같이 Hoff의 기준¹⁵⁾을 사용하여 반경방향의 변위에 대한 절대값의 임계치를 설정하여 임계치를 초과할 때를 좌굴과피로 가정하였다.

본 논문에서는 Lindberg¹⁰⁾, Maymon¹²⁾, Zimcik¹³⁾이 사용한 가정대로 반경방향의 관성력만을 고려하였다.

축대칭 기하학적 초기결함 W_0 을 갖는 박판 원통 쉘의 운동방정식은 다음과 같다.

$$D \frac{\partial^4 W}{\partial x^4} + N_x \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} + \rho h \frac{\partial^2 W}{\partial t^2} + \frac{Eh}{R^2} W = -N_x \frac{\partial^2 W_0}{\partial x^2} \quad (1)$$

위 식에서

W_0 : 축대칭 기하학적 초기결함

W : 축대칭 부가변형

x : 축방향 좌표

t : 시간

D : 원통의 치짐 강성(= $\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$)

h : 쉘 두께

R : 쉘의 반경

ν : 포아손 비

ρ : 쉘의 밀도

N_x : 축방향 하중

이때 축대칭의 초기결함 W_0 은 정규분포 특성을 갖는 좌표 x 의 확률함수이고 그 평균함수(mean function)는 $\bar{W}_0(x)$, 상관함수(autocorrelation function)는 $K_{w_0}(x_1, x_2)$ 로 표현한다.

양단의 경계조건을 단순지지조건으로 하면 식 (1)은 다음 경계조건을 만족한다.

$$W(x,t) = \frac{\partial^2 W}{\partial x^2} = 0 \text{ at } x=0, x=L \quad (2)$$

또한 초기조건은 다음과 같이 가정한다.

$$W(x, t) = \frac{\partial W}{\partial t} = 0 \text{ at } t=0 \quad (3)$$

계산상의 편이를 위해 다음과 같은 무차원화 계수를 도입한다.

$$\xi = \frac{x}{L}, \tau = w_0 t, \alpha = \frac{N_x}{N_{x,cl}}, w = \frac{W}{h}, w_0 = \frac{W_0}{h} \quad (4)$$

여기에서 $w_0, N_{x,cl}$ 은 각각 쉘의 기본 고유진동수, 고전적 좌굴하중(classical buckling load)으로서 다음과 같이 표현된다.¹⁶⁾

$$w_0 = \sqrt{\frac{D\pi^4}{\rho h L^4} + \frac{E}{\rho R^2}} \quad (5)$$

$$N_{x,cl} = \frac{D}{L^2} \gamma(\beta)$$

여기에서

$$\beta = \frac{EhL^4}{DR^2} \quad (6)$$

$$\gamma(\beta) = k^2(\beta)\pi^2 + \frac{\beta}{k^2(\beta)\pi^2}$$

k 는 축방향의 반정현파(half sinewave)의 수를 의미한다. 고전적 좌굴하중을 결정하기 위해서는 $N_{x,cl}$ 내의 $\gamma(\beta)$ 를 최소화하는 k_{min} 을 구해야 한다. 실제로 k 는 이산화변수(discret variable)이지만 $\beta \gg 1$ 인 경우에는 연속변수로 취급할 수 있다.

결과적으로 고전적 좌굴하중 $N_{x,cl}$ 은 다음과 같이 구해진다.

$$N_{x,cl} = N_{x,min} = \frac{Eh^2}{R\sqrt{3(1-\nu^2)}} \quad (7)$$

무차원계수를 이용하여 식(1)을 다시 써 보면

$$\frac{\partial^4 w}{\partial \xi^4} + \alpha\gamma(\beta) \frac{\partial^2 w}{\partial \xi^2} + (\beta + \pi^4) \frac{\partial^2 w}{\partial \tau^2} + \beta w = -\alpha\gamma(\beta) \frac{\partial^2 w_0}{\partial \xi^2} \quad (8)$$

위 식에서 w_0 가 확률변수이므로 위식은 성격상 확률론적 초기/경계치 문제(Stochastic initial/boundary value problem)가 된다. 식(8)의 해를 구하기 위해 모드중첩법을 이용한다.

기하학적 초기결함을 경계조건을 만족하는 유한개의 축대칭 좌굴모드에 의한 푸리에 급수로 전개하면^{10~12)}

$$w_0(\xi) = \sum_{n=1}^N A_n \sin n\pi\xi \quad (9)$$

위식에서 A_n 은 확률변수이고 그 평균값은 다음과 같이 표현된다.

$$E[A_n] = 2 \int_0^1 \bar{w}_0(\xi) \sin n\pi\xi d\xi = B_n \quad (10)$$

위식의 $\bar{w}_0(\xi)$ 는 기하학적 초기결함의 무차원 평균함수이다.

$w_0(\xi)$ 의 상관함수는 그 정의에 의해

$$K_{w_0}(\xi_1, \xi_2) = \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N E[(A_p - B_p)(A_q - B_q)] \sin(p\pi\xi_1) \sin(q\pi\xi_2) \quad (11)$$

이때 A_p 와 B_q 의 공분산(Covariance)을 $\sigma_{pq} = E[(A_p - B_p)(A_q - B_q)]$ 라고 하면

$$K_{w_0}(\xi_1, \xi_2) = \sum_{p=1}^N \sum_{q=1}^N \sigma_{pq} \sin(p\pi\xi_1) \sin(q\pi\xi_2) \quad (12)$$

고유모드간의 직교성에 의해

$$\sigma_{pq} = 4 \int_0^1 \int_0^1 K_{w_0}(\xi_1, \xi_2) \sin p\pi\xi_1 \sin q\pi\xi_2 d\xi_1 d\xi_2 \quad (13)$$

기하학적 초기결함으로 인한 무차원화된 최대칭 부가변형은 다음과 같이 표현할 수 있다.¹⁰⁾

$$w(\xi, \tau) = \sum_{n=1}^N G_n(\tau) \sin n\pi\xi \quad (14)$$

식 (9)과 (14)를 식 (8)에 대입하면 정리하면

$$\frac{d^2 G_n}{d\tau^2} + \frac{n^2 \pi^2}{\beta + \pi^4} G_n(\tau) \Xi = \frac{\alpha \gamma}{\beta + \pi^4} n^2 \pi^2 A_n$$

$$\Xi = [n^2 \pi^2 + \frac{\beta}{n^2 \pi^2} - \alpha \gamma] \quad (15)$$

만족해야 할 초기조건은 식 (3)에 의해

$$G_n(0) = \frac{dG_n}{d\tau}(0) = 0 \quad (16)$$

식 (14)의 해는 Ξ 의 값에 따라 다음과 같이 정리될 수 있다.

경우 1) $\Xi < 0$ 일 때

$$G_n(\tau) = \frac{-\alpha \gamma \dot{A}_n}{\Xi} [\cosh(\delta_n \tau) - 1] \quad (17)$$

경우 2) $\Xi > 0$ 일 때

$$G_n(\tau) = \frac{-\alpha \gamma \dot{A}_n}{\Xi} [\cosh(\delta_n \tau) - 1] \quad (18)$$

경우 3) $\Xi = 0$ 일 때

$$G_n(\tau) = \frac{\alpha \gamma \dot{A}_n}{2(\beta + \pi^4)} [\tau^2 n^2 \pi^2] \quad (19)$$

$$\text{이때 } \delta_n = \frac{n\pi}{\sqrt{\beta + \pi^4}} \sqrt{|\Xi|}$$

$G_n(\tau)$ 는 다음과 같이 표현 될 수 있다.

$$G_n = A_n \Phi_n(\tau) \quad (20)$$

따라서 무차원화된 총변위 $w_T(\xi, \tau)$ 는

$$w_T(\xi, \tau) = w_0(\xi) + w(\xi, \tau)$$

$$= \sum_{n=1}^N (A_n + G_n) \sin(n\pi\xi) \quad (21)$$

$$= \sum_{n=1}^N A_n (1 + \Phi_n(\tau)) \sin(n\pi\xi)$$

총 변위의 평균값 $\overline{w_T}(\xi, \tau)$ 는

$$\overline{w_T}(\xi, \tau) = E[w_T(\xi, \tau)]$$

$$= \sum_{n=1}^N E[A_n] (1 + \Phi(\tau)) \sin(n\pi\xi) \quad (22)$$

$$= \sum_{n=1}^N B_n (1 + \Phi_n(\tau)) \sin(n\pi\xi)$$

또한 총 변위의 공간-시간에 관한 상관함수는 다음 식으로 표현된다.

$$K_{w_T}(\xi_1, \tau_1; \xi_2, \tau_2)$$

$$= E\{[w_T(\xi_1, \tau_1) - w_T(\xi_1, \tau_1)]$$

$$[w_T(\xi_2, \tau_2) - w_T(\xi_2, \tau_2)]\} \quad (23)$$

$$= \sum_{m=1}^N \sum_{n=1}^N \sigma_{mn} (1 + \Phi_m(\tau_1))$$

$$(1 + \Phi_n(\tau_2)) \sin(m\pi\xi_1) \sin(n\pi\xi_2)$$

최초파괴시간을 T_f, C_L 을 임계치라고 하면

$$w_T(\xi, T_f) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n [1 + \Phi_n(T_f)] \sin(n\pi\xi) = C_L \quad (24)$$

이때 A_n 이 확률변수가 되므로 최초파괴시간 또한 확률특성을 가지게 된다.

3. 랜덤한 기하학적 초기결함의 생성

랜덤한 기하학적 초기결함의 생성을 위해 여러 가지 방법이 사용되고 있으나 대표적인 방법으로는 무차원 기하학적 초기결함의 푸리에 계수를 주어진 확률분포특성을 갖는 확률변수로 직접 모델링하는 방법, 실제 제작된 쉘의 측정 데이터에서 얻어진 초기결함을 이용하여 가상의 확률장을 형성하는 방법, 기하학적 초기결함의 평균함수 및 상관함수를 이용하여 기하학적 초기결함의 확률장을 형성하는 방법 등이 사용되고 있다. 본 논문에서는 3번째 방법을 사용하여 기하학적 초기결함의 확률장을 형성하였다.

우선 정규분포의 특징을 갖는 무차원화된 기하학적 초기결함의 식(10)의 평균값 함수 $\bar{w}(\xi)$ 와 식(11)의 상관함수 $K_{w_0}(\xi_1, \xi_2)$ 로 표현된다고 하면 식(10), (11)의 관계에 의해 랜덤한 기하학적 초기결함은 확률벡터 $[A] = [A_1, A_2, \dots, A_N]$ 의 생성에 의해 구현될 수 있다. 확률벡터 $[A]$ 의 평균벡터는 $E[[A]] \equiv [B] \equiv [B_1, \dots, B_N]$ 이고 공분산 행렬은 $[\sigma_{pq}]$ 가 된다. 초기결함의 생성 방법은 Wang¹⁷⁾이 사용한 방법을 이용하였다.

임의의 확률벡터 $[V]$ 가 표준 정규분포특성을 가지며 $N(0, I_M)$ 으로 분포된다고 하자. 이때 I_M 은 크기 M 인 단위 행렬(Identity matrix)을 의미한다. 공분산 행렬 $[\sigma_{pq}]$ 는 대칭성을 가지며 정지정행렬(positive-definite matrix)이므로 Cholesky의 분해 알고리즘(decomposition algorithm)에 의해 다음과 같이 분해된다.

$$[\sigma_{pq}] = [C][C]^T \tag{25}$$

위 식을 이용하면 확률벡터 $[A]$ 를 다음 식으로 모사(simulation)할 수 있다.

$$[A] = [B] + [C][V] \tag{26}$$

식(26)에 의해 원하는 샘플수 만큼의 기하학적 초기결함의 확률장을 형성하게 되면 각각의 기하학적 초기결함의 샘플을 고려한 해석결과로부터 최초파괴시간의 확률론적 특성을 구할 수 있다.

4. 수치계산 및 고찰

랜덤한 무차원 기하학적 초기결함의 푸리에 진폭을 표현하는 확률벡터 $[A]$ 의 생성을 위해서는 다음과 같은 지수여현함수 형태의 상관함수를 사용하였다.

$$K_{w_0}(\xi_1, \xi_2) = c_0 \text{EXP}(-c_1 |\xi_1 - \xi_2|) \cos[c_2(\xi_1 - \xi_2)] \tag{27}$$

위와 같은 형태의 상관함수는 Elishakoff¹⁸⁾, Pal-ossopoulos¹⁹⁾ 등이 푸리에 급수로 표현되는 ran-

dom한 기하학적 초기결함을 표현하는데 효과적으로 이용하였다.

해석방법의 적용을 위해 $L=300 \text{ cm}$, $R=100 \text{ cm}$, $h=0.4 \text{ cm}$, $\nu=0.3$, $E=2.0E6 \text{ kgf/cm}^2$ 인 기하학적, 재료적 특성을 갖는 원통에 축방향으로 고전적 좌굴하중에 해당하는 충격하중이 작용할 때(무차원 하중계수 $\alpha=1.0$ 일때) 최소의 좌굴하중

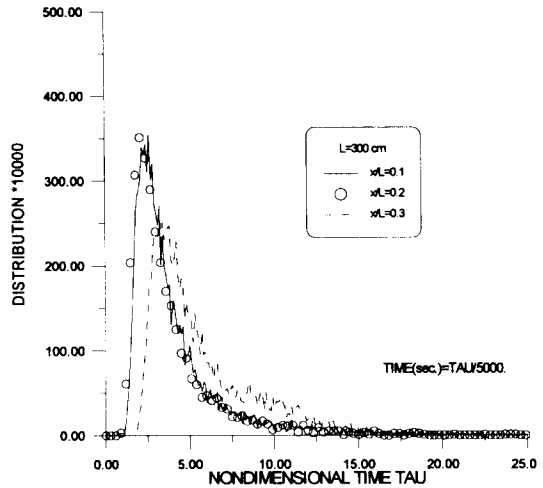


Fig. 2a Probability density function of first buckling time at $x/L=0.1, 0.2, 0.3$ with imperfection modes $\sin 27\pi\xi$ and $\sin 31\pi\xi$

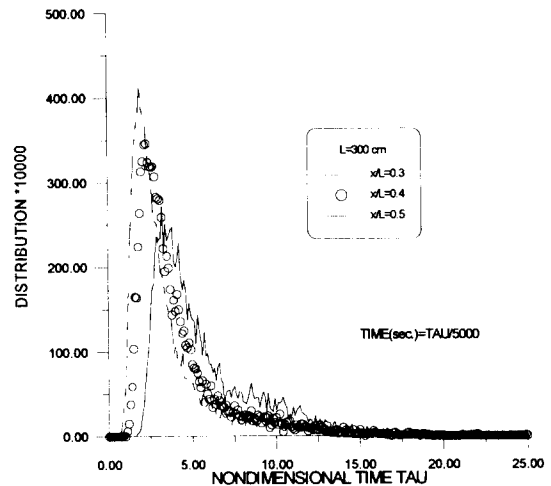


Fig. 2b Probability density function of first buckling time at $x/L=0.3, 0.4, 0.5$ with imperfection modes $\sin 27\pi\xi$ and $\sin 31\pi\xi$

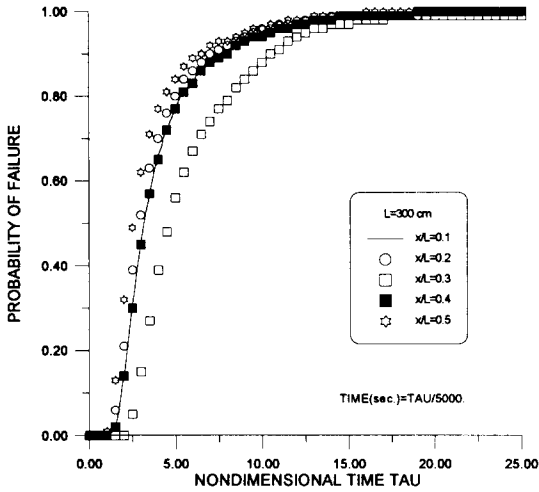


Fig. 3 Probability of failure at various longitudinal section with imperfection modes $\sin 27\pi\xi$ and $\sin 31\pi\xi$

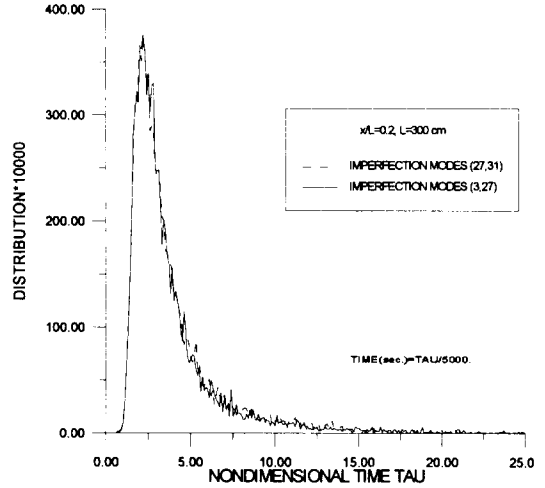


Fig. 5 Probability density function of first buckling time at $x/L=0.2$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\xi$ and $\sin b\pi\xi$

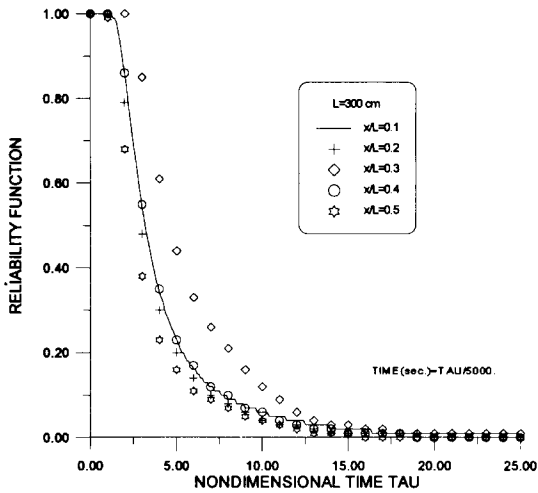


Fig. 4 Reliability function at various longitudinal section with imperfection modes $\sin 27\pi\xi$ and $\sin 31\pi\xi$

을 주는 반정현파인 $k_{min}=27$ 을 포함하는 인접한 2개의 모드 $\sin 27\pi\xi$, $\sin 31\pi\xi$ 를 고려하고 그 모드의 진폭에 대해서 식 (26)을 사용하여 10,000개의 랜덤한 샘플을 생성하였고 결과적으로 얻어진 10,000가지의 랜덤한 기하학적 초기결함을 고려하여 축대칭 변위가 임계치 C_L 을 초과하는 최초좌굴시간의 통계적 결과를 Fig. 2a부터 Fig. 5까지 표시하였다.

이때 식 (27)으로 표현되는 초기결함의 상관함수의 계수는 $c_0=0.005$, $c_1=1.5$, $c_2=3.0$ 으로 일정한 값을 가정하였다. 또한 임계 기준치는 $C_L=0.3$ 으로 하였다.

이 경우의 임계기준치는 탄성범위에서의 원통의 축대칭변위를 그 설계목적상 제한하고자 하는 값으로서 설정된다고 가정하였다.

이 경우에 생성된 10,000가지의 기하학적 초기결함을 고려한 경우에 대해서 임계치 C_L 을 초과하는 최초충격좌굴파괴시간의 분포도를 길이방향의 여러 구간에 대해 Fig. 2a와 2b에 나타내었다.

Fig. 2a와 2b에 나타난 결과는 무차원 시간 축에 있어서의 최초로 임계치를 통과하는 확률론적 충격좌굴시간의 확률밀도함수(Probability density function) $f_T(\tau)$ 를 의미한다.

Fig. 2a와 2b에서 나타난 결과는 최초로 임계치를 통과하는 확률론적 충격좌굴시간의 확률밀도함수의 형태는 길이 방향의 여러 구간에 있어서 약간의 정량적인 차이는 있으나 그 전반적인 분포 형태는 Rayleigh 분포시 유사한 확률밀도 함수를 보이고 있다.

길이방향의 변화상태는 $x/L=0.1$ 일 때에 비해 $x/L=0.2$, $x/L=0.3$ 일 때 분산정도가 증가하면서

스큐(skew)가 감소하나 $x/L=0.4$ 부터는 그 경향이 반대가 되어 $x/L=0.5$ 에서는 스큐가 매우 증가하고 초기에 임계치를 최초통과하는 확률밀도가 높아지게 된다.

Fig. 2a와 2b의 결과가 임계치를 통과할 최초충격좌굴시간의 확률밀도 함수이므로 이 결과를 시간에 대해 적분하면 확률분포함수(Probability distribution function) $F_T(\tau)$ 를 구하게 된다.

$F_T(\tau)$ 와 $f_T(\tau)$ 의 관계는 다음 식과 같다.

$$F_T(\tau) = \int_0^{\tau} f_T(\tau) d\tau = \text{Probability} [0 \leq T \leq \tau] \quad (28)$$

Fig. 3에서는 5개의 길이구간에 대해 계산된 확률분포함수를 나타내고 있다.

이 확률분포함수는 어떤 임의의 시간에 있어서 특정구간에서 변위가 임계치를 통과할 확률 즉 충격좌굴파괴확률을 나타내고 있다. 이 결과에서 볼 때에는 최초통과시간면에 있어서는 $x/L=0.5$ 에서 파괴확률이 전반적으로 높고 $x/L=0.2-0.3$ 에서 상대적으로 낮다.

Fig. 4에서는 5개의 길이구간에 대해 계산된 신뢰도 함수를 나타내고 있다.

이 신뢰도는 어떤 임의의 시간에 있어서 파괴가 되지않을 확률을 의미한다. 이 결과에서 볼 때에는 최초통과시간면에 있어서는 $x/L=0.5$ 에서 신뢰도가 전반적으로 낮고 $x/L=0.2-0.3$ 에서 가장 높다.

기하학적 초기결함 모드의 효과를 보기 위하여 Fig. 2a-4에서와 모든 조건은 동일하되 기하학적 초기결함으로는 임계모드를 포함하되 상호인접하지 않은 모드인 $\sin 3\pi\zeta$ 와 $\sin 27\pi\zeta$ 을 고려하여 10,000가지의 상이한 기하학적 초기결함을 생성한 후에 그 통계적 결과를 해석한 결과를 Fig. 5-8에 나타내었다.

Fig. 5와 6에서는 $x/L=0.2, 0.5$ 인 경우에 대해 동일 조건에서의 최초충격좌굴파괴시간의 분포도를 나타내었는데 모드 $\sin 27\pi\zeta$ 와 $\sin 31\pi\zeta$ 이 존재하는 경우의 분포상태가 모드 $\sin 3\pi\zeta$ 와 $\sin 27\pi\zeta$ 이 존재하는 경우에 비해 Fig. 5와 같이 $x/L=0.2$ 인 경우는 파괴시간의 초기분포경향이 다소 상이

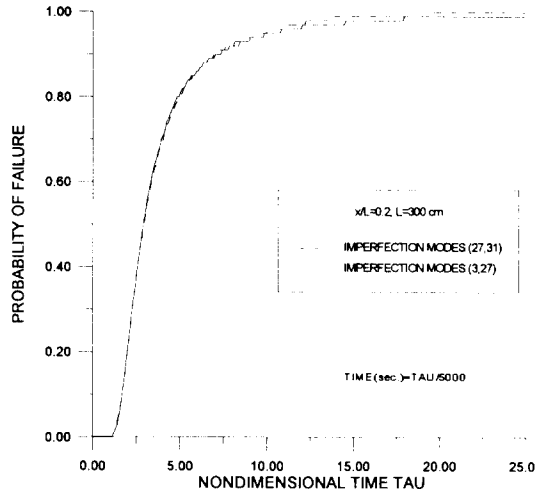


Fig. 6 Probability density function of first buckling time at $x/L=0.5$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\zeta$ and $\sin b\pi\zeta$

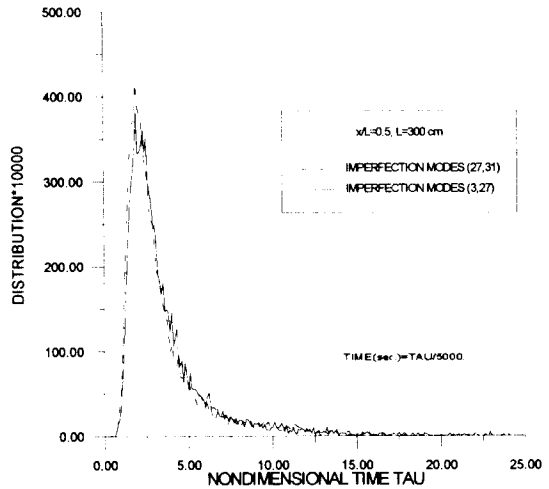


Fig. 7 Probability of failure at $x/L=0.2$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\zeta$ and $\sin b\pi\zeta$

하나 Fig. 6과 같이 $x/L=0.5$ 인 경우에는 그 영향이 거의 나타나지 않고 있다. Fig. 7에서는 $x/L=0.3$ 인 경우의 무차원 시간대 파괴확률의 관계를 초기결함 모드의 2가지 경우에 대하여 비교하였는데 인접한 모드가 존재하는 경우의 파괴 확률이 다소 변화하나 Fig. 8에 나타난대로 $x/L=0.5$ 인

경우의 파괴확률은 2가지 경우에 대해 정량적으로 큰 차이가 없다.

다음에는 임계모드를 포함하지 않은 초기결함 모드인 $\sin 19\pi\xi$ 와 $\sin 23\pi\xi$ 을 고려하여 동일한 계산을 수행하였다. Fig. 9와 10에는 각각 $x/L=0.2$, 0.5 인 경우의 최초충격좌굴시간의 확률밀도함수를 나타내고 있다. 이 결과에서 보면 확률밀도함

수의 정성적인 형태는 유사하지만 그 정량적 크기는 매우 큰 차이를 나타내고 있고 $x/L=0.3$ 일 때보다 $x/L=0.5$ 일 때는 그 영향이 감소하였다. Fig. 11과 12에는 각각 $x/L=0.2$, 0.5 일 때의 시간별 파괴확률을 나타내고 있는데 임계모드를 포함한 경우의 최대파괴확률이 1.0이지만 임계모드를 포함하지 않는 경우의 파괴확률은 최대 0.6정도인

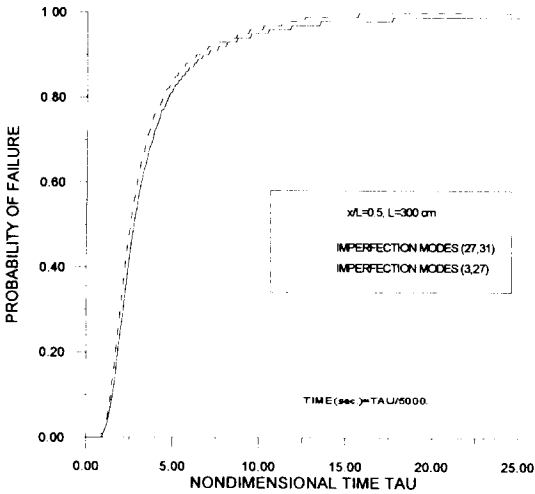


Fig. 8 Probability of failure at $x/L=0.5$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\xi$ and $\sin b\pi\xi$

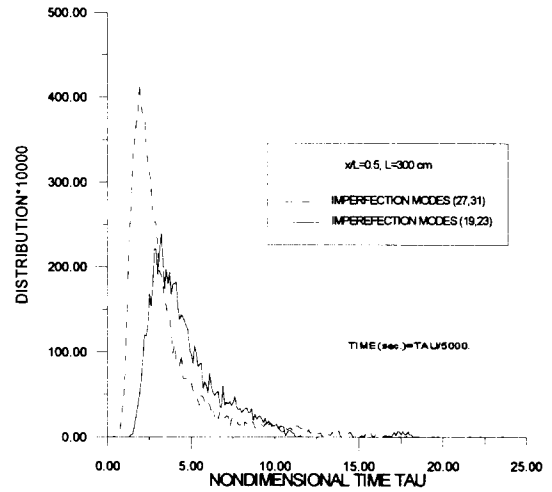


Fig. 10 Probability density function at $x/L=0.5$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\xi$ and $\sin b\pi\xi$

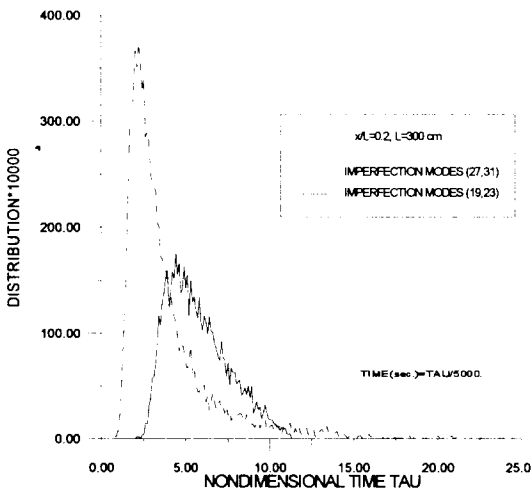


Fig. 9 Probability density function at $x/L=0.2$ with 2 imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\xi$ and $\sin b\pi\xi$

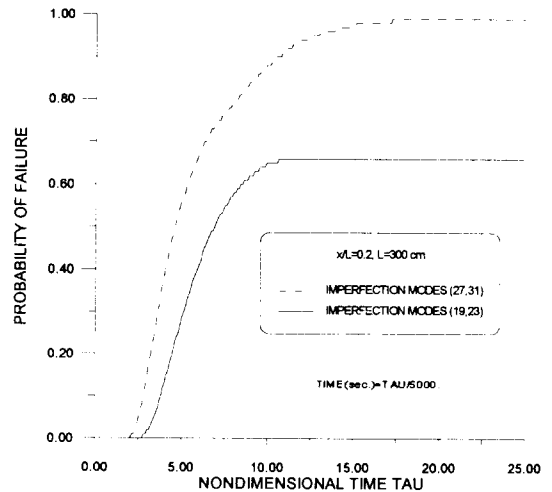


Fig. 11 Probability of failure at $x/L=0.2$ with different imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\xi$ and $\sin b\pi\xi$

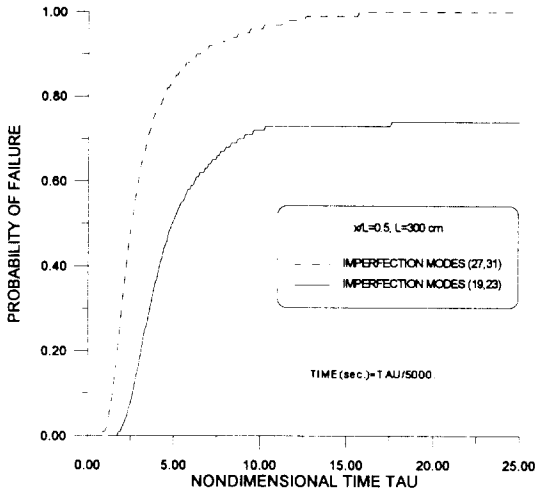


Fig. 12 Probability of failure at $x/L=0.5$ with different imperfection cases, where imperfection modes (a, b) means $\sin a\pi\zeta$ and $\sin b\pi\zeta$

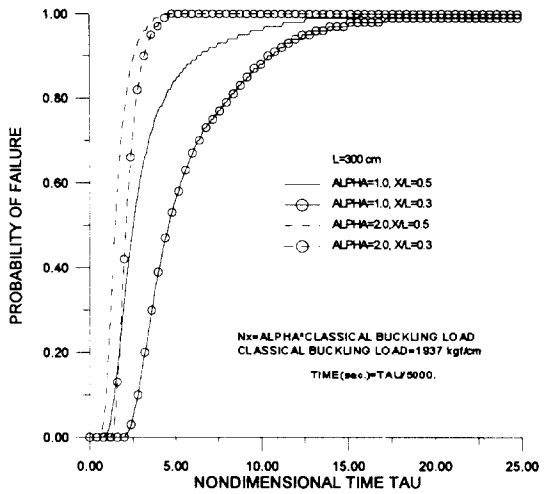


Fig. 14 Effect of impact load magnitude on the probability of first buckling

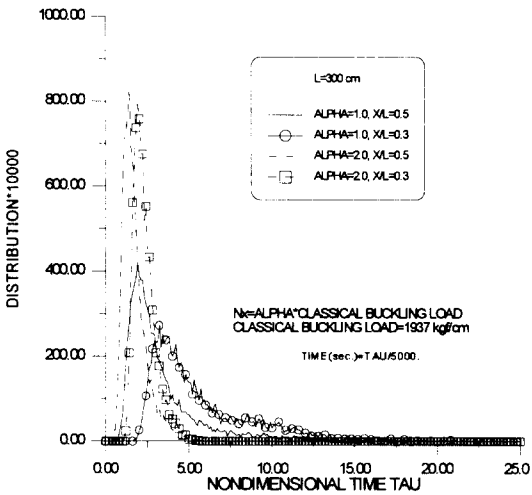


Fig. 13 Effect of impact load magnitude on the PDF of first buckling time

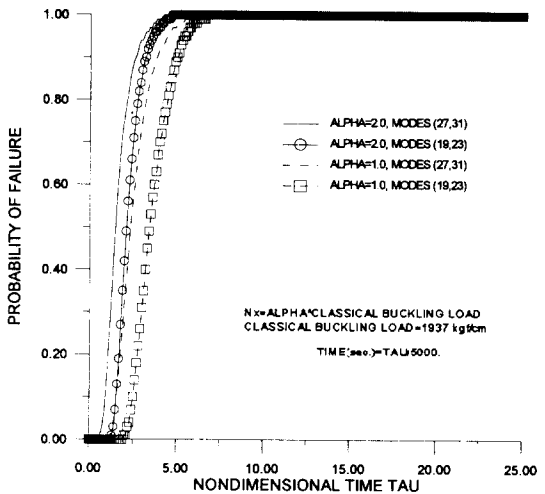


Fig. 15 Effect of variation of impact load imperfection modes on the failure probability, where imperfection modes(a, b) means $\sin a\pi\zeta$ and $\sin b\pi\zeta$

것으로 나타나 파괴 확률에 임계모드의 초기결함의 존재여부가 큰 영향을 주고 있음이 확인된다.

하중의 크기가 갖는 영향을 보기 위하여 기하학적 초기결함모드가 $\sin 27\pi\zeta$ 와 $\sin 31\pi\zeta$ 일 때 모든 값은 동일하게 하고 부차원 하중계수 $\alpha=2.0$ 로 하여 고전적 좌굴하중의 2배에 해당하는 충격하중

을 가해 보았다. 이 경우의 최초충격좌굴파괴시간에 대한 확률밀도함수를 2개의 구간 $x/L=0.3$, 5에 대해 Fig. 13에서 나타내었다. $x/L=0.3$ 일 때는 하중의 크기에 따라 확률밀도함수가 매우 상이하나 중앙부로 갈수록 확률밀도함수의 형태가 거의 일치하게 된다. Fig. 14에서는 하중의 크기에

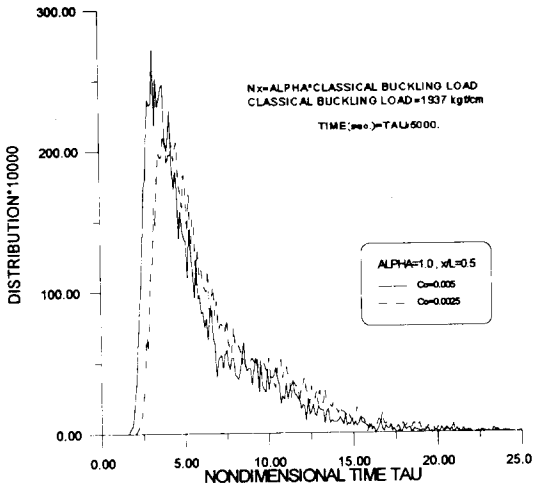


Fig. 16 Effect of spectral parameter on the PDF

다른 분포함수를 비교하였다. $x/L=0.3$ 일 때 하중의 크기에 따른 충격좌굴 파괴확률의 변화는 매우 심하지만 중앙부에서는 하중의 크기에 큰 영향을 받고 있지 않는 것으로 나타나 있다.

Fig. 15에서는 중앙부에서 하중의 크기와 초기결합 모드를 변화시켰을 때의 영향을 보여주고 있다. 하중이 $\alpha=1.0$ 일 때는 초기결합모드가 임계모드인 $\sin 27\pi\zeta$ 를 포함하였는지의 여부에 따라 충격좌굴파괴확률이 심하게 변화하지만 $\alpha=2.0$ 일 때는 그 영향은 상대적으로 감소하고 있음을 알 수 있다.

Fig. 16에서는 기하학적 초기결합의 확률장을 형성하는 파라메타인 식 (27)의 c_0 가 각각 0.005, 0.0025일 때의 확률밀도 함수를 비교하였는데 스펙트럴 계수(spectral parameter)의 영향을 확인할 수 있다. 즉 c_0 의 증가에 의한 기하학적 초기결합의 분산증가로 인하여 초기에 파괴될 확률이 증가하는 것을 확인할 수 있다.

5. 결 론

본 논문에서는 랜덤한 축대칭 기하학적 초기결합을 갖는 원통이 축방향 충격하중을 받는 경우에 기하학적 초기결합으로 인한 최초충격좌굴 파괴시

간의 변동성을 해석할 수 있는 방법을 제시하였다.

충격좌굴파괴시간의 통계적 특성을 분석한 결과 그 분포는 Rayleigh 확률밀도함수와 유사한 형태로 확인되었다. 또한 길이방향으로 여러 단면에서의 최초충격좌굴시간은 정량적인 면에서 통계적 특성이 상이하였다. 충격좌굴파괴확률에 미치는 임계모드의 기하학적 초기결합의 영향은 매우 큰 것으로 나타났으나 하중의 크기, 길이방향 위치에 따라 그 영향은 변화하였다. 이와 아울러 기하학적 초기결합의 확률장을 형성하는 스펙트럴 계수의 영향도 확인되었다.

본 논문에서 제시된 방법은 통계적 특성을 가지는 실제적인 기하학적 초기결합의 불확실성을 취급하는데 적절하고 실용적이므로 이를 고려한 구조안전도해석에 이용할 수 있을 것이다.

참 고 문 헌

1. Koiter W. T., "On the stability of elastic equilibrium", Dissertation, U. of Delft, Holland (1945), English Translation AFFDL Report TR-70-20, 1970
2. Hutchinson J. W. & Amazigo J. C., "Imperfection sensitivity of eccentrically stiffened cylindrical shells," AIAA Journal, Vol. 5, No. 3, pp. 392-401, 1967
3. Yamaki N., "Elastic stability of circular cylindrical shells", North-Holland, 1984
4. Watanabe E., "A unified approach to elasto-plastic strength of compressed cylindrical Shells," JSCE, Vol. 4, No. 2, pp. 131-139, April, 1987
5. Arbocz J., "Koiter's stability theory in a computer-aided engineering environment," Int. J. Solids Structures, Vol. 26, No. 9/10, pp. 945-973, 1990
6. 박 치모, "원환으로 보강된 원통형 쉘의 최종강도 해석", 서울대학교 조선공학파 박사학위 논문, 1990
7. Budiansky B., "Dynamic Buckling of imperfection-sensitive structures," ONR Report No.

- 18, 1964
8. Arbocz J., "The effect of initial imperfection on shell stability", in 'Thin-Shell Structure' edited by Fung & Sechler, , Prentice-Hall, pp. 205-245, 1974
 9. Lindberg H. E., "Impact buckling of a thin bar", ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 32, pp. 312-322, 1965
 10. Lindberg H. E. and Florence A. L., "Dynamic Pulse Buckling", Martinus Nijhoff Publishers, 1987
 11. S. W. Kirkpatrick & B. S. Holms, "Effect of initial imperfection on dynamic buckling of shells", Journal of Engineering Mechanics, Vol. 115, No. 5, pp. 1075-1093, May, 1989
 12. Maymon G. and Libai A., "Dynamics and failure of cylindrical shells subjected to axial impact", AIAA Journal, Vol. 15, No. 11, pp. 1624-1630, Nov., 1977
 13. Zimcik D. G. and Tennyson R. C., "Stability of circular cylindrical shells under transient axial impulsive loading", AIAA Journal, Vol. 18, No. 6, pp. 691-699, June, 1980
 14. Elishakoff I., "Axial impact buckling of a column with random initial imperfections", ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 45, pp. 361-365, June, 1978
 15. Hoff N. J., "Dynamic stability of structures", Keynote Address in 'Dynamic Stability of Structures' edited by Hermann G., pp. 7-44, Pergamon, 1965
 16. Stefan Markus, "The Mechanics of Vibrations of Cylindrical Shells, Elsevier, 1988
 17. Wang F. Y., "Monte carlo analysis of nonlinear vibration of rectangular plates with random geometric imperfections," Int. J. Solids Structures, Vol. 26, No. 1, pp. 99-109, 1990.
 18. Elishakoff I., "Reliability of axially compressed cylindrical shells with general random imperfections," J. of Applied Mechanics, Transactions of the ASME, Vol. 52, pp. 122-128, 1985
 19. Palassopoulos G. V., "Response variability of structures subjected to bifurcation buckling", J. Eng. Mech., Vol. 118, No. 6, pp. 1164-1183, 1992

(접수일자 : 1996. 9. 11)