

# 선 집속 초음파 현미경을 이용한 음탄성효과 측정에 의한 응력 평가

김진오\*, 李永春\*\*

## Stress Evaluation by the Measurement of Acoustoelastic Effect Using a Line-Focus Acoustic Microscope

Jin O. Kim\*, Yung-Chun Lee\*\*

### ABSTRACT

The relationship between the applied stresses and the change of elastic wave velocity has been established based on the acoustoelasticity theory. The non-uniform stress field in a loaded specimen has been evaluated from the surface acoustic wave velocity measured by the line-focus acoustic microscopy with the acoustoelastic constants obtained from a calibration test. The evaluated stresses are in good agreement with the results calculated by finite element method.

**Key Words:** acoustoelasticity (음탄성), stress (응력), surface acoustic wave (표면탄성파), elastic coefficient (탄성계수), line-focus acoustic microscope (선 집속 초음파 현미경)

### 1. 서론

고체 내의 응력과 탄성과 전파 특성 간의 관련성에 근거하여 초음파에 의한 응력 평가 기술이 비파괴평가의 한 분야로서 연구되어 왔다. 그러한 연구의 토대는 음탄성 현상이라고 일컬어지는 것으로서, 응력에 의해 탄성과 전파속도가 변화하는 것이다. 이 현상은 빛에서의 광탄성에 대응하는 것으로 재료의 비선형성에 기인한다. 즉, 재료의 대변형이나 응력-변형을 관계의 비선형성 때문에 나타난다.

음탄성 효과는 일반적으로 매우 작기 때문에 공학적으로 응용되는 탄성론에서는 보통 무시되는 사항들 -가령, 온도, 미세한 불균질성, 약간의 이방성- 이 음탄성 효과에서는 무시될 수 없다. 실제로 응력에 의해 야기된 이방성은 대개 압연이나 인발 등의 재료 가공에 의해 야기된 이방성보다 작다.

현존하는 음탄성 이론은 소재가 탄성영역 내에 있다는 전제 하에서 성립하므로, 소성변형을 받은 소재의 잔류응력에는 음탄성 이론이 적용될 수 없으나 소재의 탄성영역 내에 있는 작용응력이나 잔류 열응력에는 음탄성 이론이

\* 숭실대학교 기계공학과  
 \*\* Northwestern University

적용가능하다.

본 논문에서는 기존의 음탄성 이론<sup>(1,2)</sup>을 토대로 종파 및 횡파와 표면파에 대한 음탄성 관계식을 정리하고, 응력과 표면파 속도변화와의 관계를 밝힌다. 그리고 선 집속 초음파 현미경을 이용하여 표면탄성과 속도 측정을 통해 음탄성계수를 결정하고 2차원 불균일 응력분포 평가에 활용한 사례를 소개하여, 음탄성효과를 활용한 응력 평가 가능성을 제시한다.

## 2. 음탄성 이론

음탄성 효과를 이론적으로 설명하기 위해서는 고체에 응력이 작용하지 않은 '자연상태 (natural state)'에서 시작하여, 응력이 작용되고 있는 '초기상태 (initial state)'를 거쳐, 응력이 작용되고 있는 중에 탄성파가 전파되고 있는 '최종상태 (final state)'로 단계적으로 살펴보게 된다.<sup>(3)</sup> 음탄성 이론은 자연상태의 재료 물성치와 초기상태의 응력 또는 변형률로부터 최종상태의 파동속도를 표현한다.

### 2.1 2차탄성계수와 3차탄성계수

고전적인 탄성론에서는 변형률(strain)이 매우 작다고 가정되어 변형에너지가 변형률의 2차함수로 표현된다. 그러나 변형률이 작지 않으면 3차 또는 그 이상의 고차항이 포함되어 변형에너지는 다음과 같이 표현된다.<sup>(3)</sup>

$$W = \frac{1}{2}c_{pq} \varepsilon_p \varepsilon_q + \frac{1}{6}c_{pqr} \varepsilon_p \varepsilon_q \varepsilon_r + O(\varepsilon^4),$$

$$p, q, r = 1, 2, \dots, 6 \quad (1)$$

여기서  $c_{pq}$ 는 2차탄성계수로서 흔히 '탄성계수'라고 불리고  $c_{pqr}$ 은 3차탄성계수이다.

2차탄성계수인  $c_{pq}$ 는 일반적인 이방성의 재질에서는 21개의 독립된 상수인데, 재질의 대칭성이 증가함에 따라 독립 계수의 갯수가 줄어들어 등방성 재질에서는 2개의 독립된 탄성계수를 가져 Lamé 상수  $\lambda$  와  $\mu$  로 표현될 수 있다. 3차탄성계수  $c_{pqr}$ 은 일반적인 이방성의 재질에서 56개의 상수인데 등방성 재질에서는 3개의 계수를 가져  $n_1, n_2, n_3$ 로 표현될 수 있다. 다른 문헌<sup>(4)</sup>에서는 3차탄성계수를  $l(=n_1/2+n_2), m(=n_2+2n_3), n(=4n_3)$ 로 표현하기도 한다.

### 2.2 종파 및 횡파의 음탄성

등방성 고체에서 응력을 받아 변형이 있는 상태에서  $x_3$  방향으로 탄성파가 전파될때 종파의 속도  $V_L$ 과  $x_1$  및  $x_2$  방향 성분의 횡파의 속도  $V_{T1}$ 과  $V_{T2}$ 는 다음과 같이 표현된다.<sup>(1)</sup>

$$\rho V_L^2 = \lambda + 2\mu + (\lambda + n_1 + 2n_2) \varepsilon_{NN}^i + 2(2\lambda + 5\mu + 2n_2 + 4n_3) \varepsilon_{33}^i \quad (2)$$

$$\rho V_{T1}^2 = \mu + (\lambda + n_2) \varepsilon_{NN}^i + 2(\mu + n_3)(\varepsilon_{33}^i + \varepsilon_{11}^i) + 2\mu \varepsilon_{33}^i \quad (3)$$

$$\rho V_{T2}^2 = \mu + (\lambda + n_2) \varepsilon_{NN}^i + 2(\mu + n_3)(\varepsilon_{22}^i + \varepsilon_{33}^i) + 2\mu \varepsilon_{33}^i \quad (4)$$

여기서 첨자  $i$ 는 초기상태를 의미하고 밀도  $\rho$  와 탄성계수들은 자연상태의 물성치들이며 변형률  $\varepsilon_{NN} = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$  이다. 식(2)-(4)는 공통적으로 다음식의 형태를 갖고있다.

$$a = a_0 + a_1 \varepsilon_{11}^i + a_2 \varepsilon_{22}^i + a_3 \varepsilon_{33}^i \quad (5)$$

여기서  $a = \rho V^2$  이고  $a_0 = \rho V_0^2$  로서  $V_0$  는 응력의 작용이 없는 상태에서 파동 전파속도이다.

### 2.3 표면파의 음탄성

응력의 작용을 받고있는 등방성 고체의 표면( $x_2=0$ )에서  $x_1$  방향으로 전파하는 Rayleigh파에 있어서, 표면에서  $\sigma_{22}^i = 0$  라는 구속조건이 있어  $\varepsilon_{11}^i, \varepsilon_{22}^i, \varepsilon_{33}^i$  는 독립적이지 않으므로  $\varepsilon_{33}^i$  는  $\varepsilon_{11}^i$  와  $\varepsilon_{22}^i$  로 표현될 수 있어, 전파속도는 식(5) 대신에 다음의 형태로 표현된다.

$$\alpha = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{11}^i + \alpha_2 \varepsilon_{22}^i \quad (6)$$

여기서  $\alpha = \rho V_R^2$  이고  $\alpha_0 = \rho V_{R0}^2$  로서,  $V_{R0}$  는 응력의 작용이 없는 상태에서의 Rayleigh파의 속도이다.  $\alpha_1$  과  $\alpha_2$  는 계수로서 식(6)의  $a_0, a_1, a_2$  의 조합으로 표현될 수 있다.  $\alpha_0, \alpha_1$  및  $\alpha_2$  는 식(6)을 다음 식<sup>(2)</sup>에 대입하고 상수항,  $\varepsilon_{11}^i$  항 및  $\varepsilon_{22}^i$  항으로 정리하였을 때 상수항,  $\varepsilon_{11}^i$  항의 계수,  $\varepsilon_{22}^i$  항의 계수들에 각각 해당한다.

$$[S_{2222}\{\alpha - (\sigma_{11} + S_{1111})\} + S_{1122}^2]\{\alpha_{11} + S_{1212}\} = S_{1212}S_{2222}(\alpha - \sigma_{11})^2\{\alpha - (\sigma_{11} + S_{1111})\} \quad (7)$$

여기서  $S_{klmn}$ 은 초기상태에서의 비선형 응력-변형률 관계<sup>(4)</sup>로부터 다음과 같이 표현되는 상수이다.

$$S_{klmn} = \lambda \delta_{kl} \delta_{mn} + \mu (\delta_{km} \delta_{ln} + \delta_{kn} \delta_{lm}) + [(-\lambda + n_1) \delta_{kl} \delta_{mn} + (-\mu + n_2) (\delta_{km} \delta_{ln} + \delta_{kn} \delta_{lm})] \epsilon_{NN} + 2(\lambda + n_2) (\epsilon_{kl} \delta_{mn} + \epsilon_{mn} \delta_{kl}) + 2(\mu + n_3) (\epsilon_{km} \delta_{ln} + \epsilon_{kn} \delta_{lm} + \epsilon_{lm} \delta_{kn} + \epsilon_{ln} \delta_{km}) \quad (8)$$

한편,  $\alpha_0$ 를 표현하는  $V_{R0}$ 는 횡파 속도  $V_{T0}$ 와 2차탄성 계수로 표현되는 다음 식에서도 구해진다.<sup>(5)</sup>

$$(V_{R0}/V_{T0})^6 - 8(V_{R0}/V_{T0})^4 + 8[(3\lambda + 4\mu)/(\lambda + 2\mu)] (V_{R0}/V_{T0})^2 - 16(\lambda + \mu)/(\lambda + 2\mu) = 0 \quad (9)$$

결과적으로 응력에 의한 Rayleigh표면파 속도의 변화는 초기상태의 변형률 및 자연상태의 탄성계수들에 의해 다음과 같이 표현된다.<sup>(2)</sup>

$$(V_R - V_{R0})/V_{R0} = \left(\frac{\alpha_1}{2\alpha_0}\right) \epsilon_{11}^i + \left(\frac{\alpha_2}{2\alpha_0} - \frac{\mu}{\lambda}\right) \epsilon_{22}^i \quad (10)$$

식(10)에서 알 수 있듯이 Rayleigh파의 속도는 전단 변형률  $\epsilon_{12}^i$  또는 전단 응력  $\sigma_{12}^i$ 에 영향받지 않는다.

### 2.4 응력과 표면파 속도

Fig.1과 같이  $x_3=0$ 인 면에서  $x_1$ 방향 응력  $\sigma_{11}$ 과  $x_2$ 방향 응력  $\sigma_{22}$ (침차  $i$  생략)가 존재하는 상태에서  $x_1$ 방향으로의 표면파 전파 속도  $V_1$ 와  $x_2$ 방향 속도  $V_2$ (도시되지 않음)를 고려한다. 식(10)의  $\epsilon_{11}^i$ 과  $\epsilon_{22}^i$ 에 응력-변형률 관계인  $\epsilon_{11}^i = (\sigma_{11} - \nu \sigma_{22})/E$ 와  $\epsilon_{22}^i = (\sigma_{22} - \nu \sigma_{11})/E$ 를 대입하면 다음과 같이 응력과 표면파 속도 변화의 관계를 얻는다.

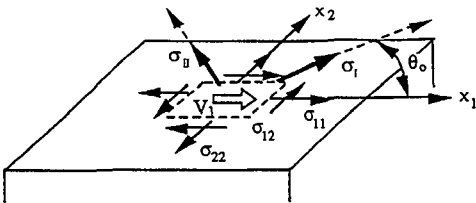


Fig. 1 Surface wave (shown by white arrow) propagating on the  $x_1$ - $x_2$  plane of a stressed solid.

$$(V_1 - V_0)/V_0 = K_1 \sigma_{11}/E + K_2 \sigma_{22}/E \quad (11a)$$

$$(V_2 - V_0)/V_0 = K_1 \sigma_{22}/E + K_2 \sigma_{11}/E \quad (11b)$$

여기서  $E$ 는 영률이며,  $K_1$ 과  $K_2$ 는 다음과 같이  $V_0$ 와 2차 및 3차 탄성계수로 표현되는 상수이다.

$$K_1 = \frac{\alpha_1}{2\alpha_0} - \nu \left( \frac{\alpha_2}{2\alpha_0} - \frac{\mu}{\lambda} \right) \quad (12a)$$

$$K_2 = \frac{\alpha_2}{2\alpha_0} - \frac{\mu}{\lambda} - \nu \frac{\alpha_1}{2\alpha_0} \quad (12b)$$

식(11a-b)를  $\sigma_{11}$ 과  $\sigma_{22}$ 에 대해 표현하면 다음과 같다.

$$\sigma_{11}/E = S_1(V_1 - V_0)/V_0 + S_2(V_2 - V_0)/V_0 \quad (13a)$$

$$\sigma_{22}/E = S_1(V_2 - V_0)/V_0 + S_2(V_1 - V_0)/V_0 \quad (13b)$$

식(13a-b)에서 변수들을 무차원화하기 위하여 응력을 영률  $E$ 로 나눈 형태를 취하였다. 여기서  $S_1$ 과  $S_2$ 는 음탄성 계수로서,  $K_1$  및  $K_2$ 와 다음의 관계가 있다.

$$S_1 = K_1/(K_1^2 - K_2^2), \quad S_2 = -K_2/(K_1^2 - K_2^2) \quad (14a,b)$$

식(13a-b)를 이용하여 표면파 속도  $V_1$ 와  $V_2$ 로부터 응력  $\sigma_{11}$ 과  $\sigma_{22}$ 를 구할 수 있다.

전단응력  $\sigma_{12}$ 를 구하기 위해서는 여러 방향의 표면파 속도를 알아야한다. 주응력  $\sigma_1$ 과  $\sigma_{11}$ 의 방향이  $x_1$ 축과  $x_2$ 축에 대해 각각  $\theta_0$ 의 각도가 있을때, 수직응력  $\sigma_{11}$ 과  $\sigma_{22}$ 는 Mohr circle에 의해 주응력과 다음의 관계가 있음을 알 수 있다.

$$\sigma_{11} = 1/2 (\sigma_1 + \sigma_{11}) + 1/2 (\sigma_1 - \sigma_{11}) \cos \theta_0 \quad (15a)$$

$$\sigma_{22} = 1/2 (\sigma_1 + \sigma_{11}) - 1/2 (\sigma_1 - \sigma_{11}) \cos \theta_0 \quad (15b)$$

식(15a,b)를 식(11a)에 대입하여 다음식을 얻는다.

$$(V_1 - V_0)/V_0 = 1/2 (K_1 + K_2)(\sigma_1 + \sigma_{11})/E + 1/2 (K_1 - K_2)(\sigma_1 - \sigma_{11})/E \cos 2\theta_0 \quad (16)$$

식(16)은  $V_1$ 이  $\theta_0$ 에 대해 대칭인 함수임을 보여주므로  $\theta_0$ 는 방향별 표면파 속도 변화의 대칭성으로부터 결정될

수 있다. Mohr circle에 따르면 전단응력  $\sigma_{12}$ 는 수직응력과 다음의 관계가 있다.

$$\sigma_{12} = 1/2 (\sigma_{11} - \sigma_{22}) \tan 2\theta_0 \quad (17)$$

따라서 식(13a-b)를 이용해 구한 응력  $\sigma_{11}$  및  $\sigma_{22}$ 와 주응력 방향  $\theta_0$ 을 식(17)에 대입하면 전단응력  $\sigma_{12}$ 가 구해진다.

식(13a-b)는 Rayleigh파에 대한 식(10)으로부터 유도된 것이다. 표면파 중에 다른 종류인 표면종파(surface-skimming longitudinal wave)<sup>(6)</sup>에 대해서는 식(2)로부터 유도해야 한다. 종파의 속도도 전단 변형률에 영향받지 않으므로, 응력의 영향에 의해 표면종파 속도의 변화도 식(11)-(14)의 형태로 표현될 수 있다. 다만, 표면종파의 음탄성 계수 값이 Rayleigh파의 음탄성 계수 값과 다를 뿐이다. 따라서 표면종파 전파속도의 변화를 측정할 경우에도 식(13a-b) 및 식(17)을 이용하여 응력 성분들을 구한다.

### 3. 실험

앞절에서 유도된 음탄성 관계식의 활용으로서 PMMA 시편에 대해서, 선 집속 초음파 현미경을 사용하여 표면탄성과 속도를 측정하고, 음탄성계수를 결정한 후 2차원 불균일 응력분포를 평가하였다.

#### 3.1 선 집속 초음파 현미경

표면탄성과의 속도를 측정하는 고전적인 방법은 썬기형 결합체에 접합된 변환기(transducer) 두개를 이용하는 것이나 변환기 사이의 거리를 정밀하게 알기 어려워 교정이 필요할 뿐아니라 수 cm의 측정 거리를 요하기 때문에 수 mm 정도의 국부적인 면적에 사용하기는 어렵다. 최근에 발달해 온 측정용 초음파 현미경<sup>(7)</sup> 기술을 사용하면 이렇게 좁은 영역의 표면파 속도를 정밀하게 측정할 수 있다. 초음파 현미경은 처음에 영상(image)용으로 발명되었는데 후에 정량적인 측정용으로도 사용되었고, 선 집속(line-focus) 형태로 하여 이방성 소재에서 원하는 방향의 표면파 속도를 측정할 수 있는 장치도 개발되었다.<sup>(8)</sup> 이러한 장치의 내력과 구성 및 원리 등은 이미 다른 곳<sup>(9,10)</sup>에서 설명한 바 있다.

시편에 표면파를 생성하고 그 속도를 측정하는 원리는 Fig.2에서 설명된다. 측정용 초음파 현미경의 렌즈는 개

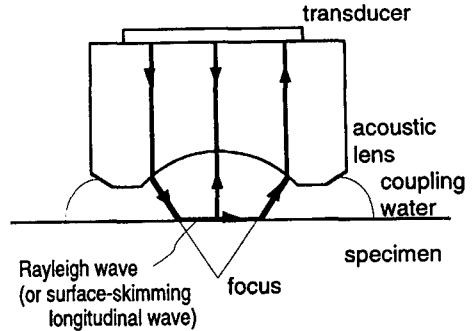


Fig. 2 Schematic diagram of an acoustic lens, showing the principle of surface wave generation and measurement.

구 각(aperture angle)이 충분히 커서 시편으로 입사하는 음파들 중에는 입사각이 임계각인 음파도 만들어지므로 시편에 표면파를 생성하게 된다. Fig.2에는 Rayleigh파 또는 표면종파에 해당하는 음파를 도시하였다. Fig.2에 보인 바와 같이 두가지 성분의 음파, 즉 수직으로 입사한 음파의 반사파와, 표면파가 커플링 액체를 통해 방출한 음파중 렌즈를 거쳐 변환기에 도달한 음파의 합이 변환기의 출력으로 나타난다. 이 두가지 수신 음파의 전파 경로에 따른 상대적 위상 차이에 의해 두 음파의 벡터 합성이 이루어진다. 그리하여 렌즈 또는 시편을 서로에게 상대적으로 접근시켜가면서 얻는 변환기의 출력의 기록은 두가지 음파 성분의 음파 양의 간섭을 반복적으로 나타내며, 이 기록은 렌즈 초점과 시편 표면 간의 거리(z) 변화에 따른 변환기 출력 전압(voltage)의 변화이기에 V(z)커브라고 일컬어진다. 이러한 V(z)커브는 주기성을 띤 형태로 나타나며, 이 주기  $\Delta z$ 와 표면파 속도는 함수 관계가 있으므로 결국 표면파 속도가 구해진다. 사용된 장치의 속도측정 범위 안에서 가진되는 표면파 모드에 따라 Rayleigh파 또는 표면종파의 전파속도가 측정된다.

점 집속(point-focus) 초음파 현미경을 사용하면 평면에서 모든 방향의 표면파 속도의 평균값이 구해진다. 반면에 선 집속 초음파 현미경을 사용하면 표면파가 한 방향으로 전파하므로 원하는 방향의 표면파의 속도를 측정할 수 있다. 이 원리를 이용해 여러 방향의 표면파 속도를 측정하여 이방성 박막의 탄성계수를 산출하는데에 선 집속 초음파 현미경이 활용된 바도 있다.<sup>(11,12)</sup>

고체 표면은 응력이 없는 자유표면이므로 세개의 응력 성분  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ 만이 존재한다. 표면파의 영향은 표면 아래 몇 파장 정도 이내에만 미치므로, 표면 부근 응력 만

이 표면과 속도에 영향을 준다. 225 MHz의 파동을 생성하고 감지하는 초음파 현미경에서 파장은 일반적으로 10~30 $\mu\text{m}$ 이므로 다른 응력 성분들  $\sigma_{13}, \sigma_{23}, \sigma_{33}$ 은 0이라 간주되고  $\sigma_{11}, \sigma_{22}, \sigma_{12}$ 는 표면과 속도에 영향을 미치는 표면 부근에서  $x_3$ 방향으로 일정한 크기라고 간주된다. 변형률의 표현으로는  $\epsilon_{33}$ 를 포함하는 4개의 성분이 존재하나 3개의 변형률 성분만이 독립적이다.

### 3.2 음탄성 계수 측정

식(13a-b)를 이용하여 응력을 구하기 위해서는 음탄성 계수  $S_1$ 과  $S_2$ 를 미리 알아야 한다. 2차 및 3차 탄성계수를 안다면 이 계수들을 계산할 수 있다. 2차탄성계수는 대부분의 탄성 소재에 대해서 알려져 있으나, 3차탄성계수는 단 몇가지 소재에 대해서만 알려져 있고 그나마 같은 소재에 대해서도 측정자에 따라 큰 차이가 나는 수치들이 보고되어 있다.<sup>(13,14)</sup> 이와같이 탄성계수에 대한 신빙성 있는 자료가 없는 경우 음탄성계수  $S_1$ 과  $S_2$ 는 실험에 의해 결정되어야 한다.

다음 절에서 응력 분포 평가를 하게될 대상체의 재질인 PMMA (polymethylmethacrylate)의 같은 평판에서 절단하여 인장 시험용 시편을 Fig.3과 같은 모양으로 만들었다. 시편의 두께는 6 mm이고 스트레인게이지가 그림에서와 같이 접착되어 있다. 초음파 현미경의 시편대위에 설치된 인장 장치에 의해서 시편이 단계적인 인장하중을 받는다. 여기서 좌표축  $x_1$ 은 인장 방향이고  $x_2$ 는 인장에 직각 방향이다.  $x_1$ 방향의 표면과 속도  $V_1$ 과  $x_2$ 방향의 표면과 속도  $V_2$ 가 인장 단계별로 3.1절에 설명한 방법으로 측정되었다. PMMA에서 Rayleigh파는 측정되지 않고 표면종파의 속도가 측정되었다.<sup>(15)</sup>

Fig.4는 측정결과로서  $x_1$ 방향과  $x_2$ 방향의 표면종파 속도인  $V_1$ 과  $V_2$ 로서, 예상되는 바와 같이 변형률에 따른 선형 변화를 보여준다. Fig.4의 데이터로부터 식(11a)와 (11b)의 상수를 구하였다. 우선  $V_0$ 는  $\epsilon_{11}=0$ 인 지점에서의  $V_1$ 과  $V_2$ 의 평균값으로  $V_0=2771.4$  m/s가 얻어졌다. 인장시험에서  $x_1$ 방향으로만 균일응력이 작용하는 것

으로 전제하므로, 식(11a)와 (11b)는  $\sigma_{22}=0$ 를 대입하여  $K_1 = [(V_1 - V_0)/V_0]/\epsilon_{11}$  와  $K_2 = [(V_2 - V_0)/V_0]/\epsilon_{11}$  로 단순화할 수 있다. Fig.4의 데이터인 여덟단계의 변형률별  $V_1$ 과  $V_2$  값들로부터 최소자승법에 의한 선형커브 fitting을 하여, 선형 그래프의 기울기에 해당하는  $K_1=-1.78$  과  $K_2=-0.40$  을 얻었다. 이 수치들은 참고문헌(15)에 보고된 수치들과 약간 다른데, 그 차이는 음탄성 효과가 미세한 재질 차이에 민감하게 영향받기 때문인 것으로 추정된다. 구해진  $K_1$ 과  $K_2$  값으로부터 결정된 음탄성계수는  $S_1 = -0.59$ 와  $S_2=0.13$ 이다.

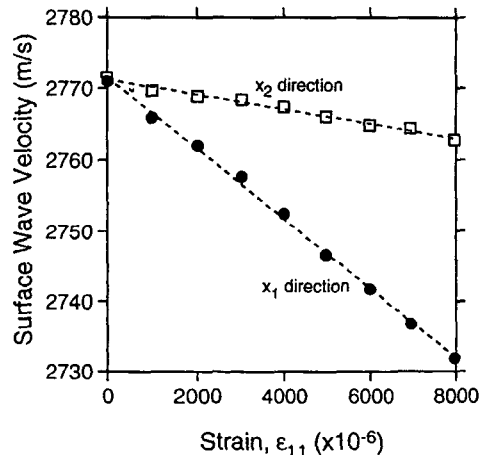


Fig. 4 Variation of the leaky surface-skimming longitudinal wave velocity measured on PMMA at uniaxial loading test. The strain has been measured in the  $x_1$ -direction (loading direction) by using a strain gauge located along the center line as shown in Fig.3. Dashed lines are linear curve-fit.

부가적으로, 응력 또는 변형률의 영향에 의한 표면과 속도의 방향별 변화를 살펴본다. Fig.3에 보인 시편에서  $x_1$ 축과  $x_2$ 축이 주응력 방향이므로  $\sigma_{11}=0$  이고  $\sigma_1/E=\epsilon_{11}$  이다.  $x_1$ 축에 대한 상대적인 각도  $\theta$ 의 방향으로의 속도를  $V(\theta)$ 라고 할 때 식(16)으로부터 다음 식이 구해진다.

$$[V(\theta) - V_0]/V_0 = 1/2 (K_1 + K_2)\epsilon_{11} + 1/2 (K_1 - K_2)\epsilon_{11} \cos 2\theta \quad (18)$$

Fig.3에 보인 PMMA 시편이  $x_1$ 방향으로 인장을 받을 때 표면과 속도의 방향별 변화가 Fig.5에 보여져있다. 이 그림에서 점들은 일정한 인장력을 유지한 상태에서 각 전

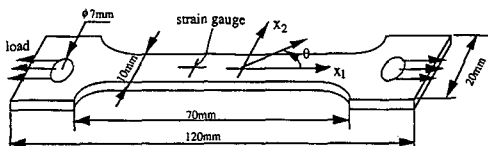


Fig. 3 Specimen for the calibration test by uniaxial loading.

파방향 별로 표면파 속도를 측정된 결과이다. 인정하지 않은 상태 ( $\epsilon_{11}=0$ )와 2단계의 인장력 ( $\epsilon_{11}=3400 \times 10^{-6}$ ,  $\epsilon_{11}=8000 \times 10^{-6}$ ) 상태에서 얻어진 값들이다. 실선은 식 (18)에 의해 계산된 결과인데, 측정결과가 이들과 서로 잘 일치한다. Fig.5에서 알 수 있듯이 표면파 속도의 방향별 변화는 주응력 방향에 대해 대칭성을 보이므로 주응력 방향을 결정하는 한 방법이 된다.

### 3.3 응력 분포 평가

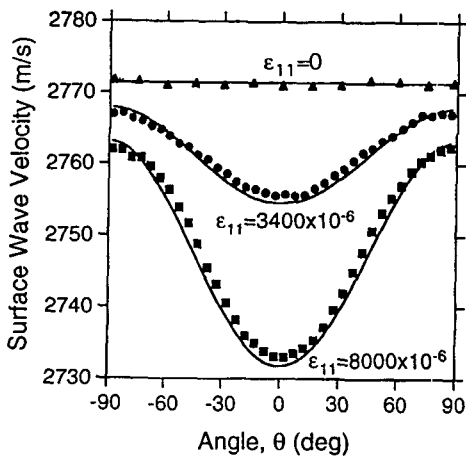
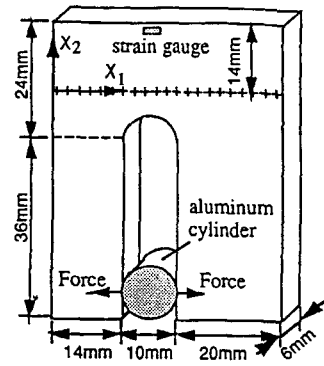


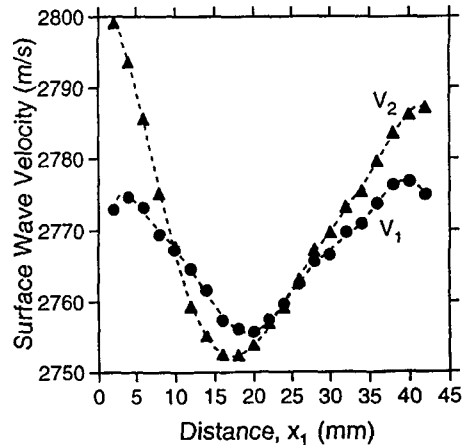
Fig. 5 Angular dependence of the leaky surface-skimming longitudinal wave velocity for PMMA at uniaxial loading in the  $\theta=0^\circ$  direction.

불균일한 응력 분포를 갖는 PMMA 시험편의 모양과 치수가 Fig.6(a)에 보여져 있다. 평면 응력 상태로 간주될 수 있는 구조이며, 노치에 알루미늄 롤러를 삽입하여 응력장을 야기시켰다. 롤러의 직경을 바꾸면 응력의 크기를 변화시킬 수 있다. 스트레인게이지를 시험 한곳에 부착하여 특정 지점에서의 변형률을 측정하였다. Fig.6(a)의 시험편에 +표시를 한 대로  $x_1$ 축을 따라 2 mm 간격의 지점에서 표면파의 속도가 측정되었다.

$x_1$ 과  $x_2$  방향으로 전파하는 표면파의 속도  $V_1$ 와  $V_2$ 의 측정결과가 Fig.6(b)에 보여져 있다. 측정된 속도  $V_1$  및  $V_2$ 와 3.2절에서 구한  $S_1$ ,  $S_2$ ,  $V_0$  값들을 식(13a,b)에 대입하여 수직응력  $\sigma_{11}$ 과  $\sigma_{22}$ 가 구해졌다. 가령  $x_1=4\text{mm}$ 인 지점에서는 측정된 속도가  $V_1=2774.6\text{m/s}$ ,  $V_2=2793.6\text{m/s}$  이므로  $\sigma_{11}/E=0.4 \times 10^{-3}$ ,  $\sigma_{22}/E=-4.5 \times 10^{-3}$  이다. 그 응력 성분들은 또한 유한요소법으로 계산되었는데, 계산결과는 상대값이므로 스트레인게이지



(a)



(b)

Fig. 6 Non-uniform stress field measurement for PMMA; (a) shape and size of the specimen, where + marks are the locations of the wave measurement, (b) measured velocity of the leaky surface-skimming longitudinal wave.  $V_1$  and  $V_2$  are the velocities of the waves propagating in the  $x_1$  and  $x_2$  directions, respectively.

로 측정된 변형률 값을 이용해 절대값으로 변환하였다. 이와같이 표면파 속도 측정에 의해 구해진 수직응력 분포와 유한요소법에 의해 계산된 결과가 Fig.7(a)에 비교되어 있다. 두가지 결과가 서로 잘 일치하고 있다.

Fig.6(a)의 시험편에 +표시를 한 지점 중 몇군데에서 전단응력이 구해졌다. Fig.5의 커브를 얻는 과정처럼 우선 표면파 속도의 방향별 변화가 측정되었다. 각 지점에서 파동속도가 최소인 대칭중심 방향을 주응력  $\sigma_1$ 의 방향으로 보고,  $x_1$ 방향과 이루는 각도  $\theta_0$ 가 결정되었다. 앞서 구한 수직응력  $\sigma_{11}$  및  $\sigma_{22}$ 와 각도  $\theta_0$ 를 식(17)에

대입하여 전단응력  $\sigma_{12}$ 가 구해졌다. 가령  $x_1=4\text{mm}$  인 지점에서는 방향별 속도변화에서 찾은  $\theta_0 = -20^\circ$ 와 위에서 구한  $\sigma_{11}$ 과  $\sigma_{22}$  값들을 사용한 결과  $\sigma_{12}/E = -2.1 \times 10^{-3}$ 이다. 이와같이 구해진 전단응력 분포가 Fig.7(b)에 보여져 있으며 유한요소법으로 계산된 결과와 비교되어 있다.

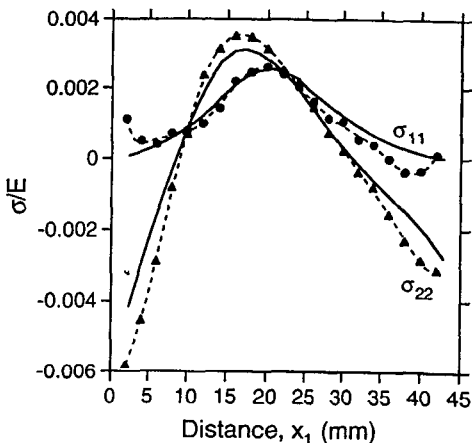
다. PMMA를 시편으로 하여 선 집속 초음파 현미경을 이용하여 측정된 표면탄성과 속도로부터 2차원 응력분포를 평가한 사례를 소개하여, 음탄성 효과에 의한 응력 평가 가능성을 제시하였다.

### 후 기

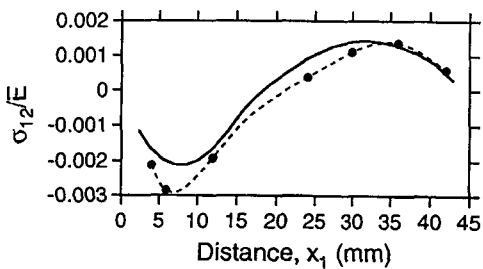
본 논문은 저자들이 Northwestern대학교 J. D. Achenbach 교수의 연구센터(Center for Quality Eng. & Failure Prevention)에서 공동으로 수행한 연구의 결과를 바탕으로 한다.

### 참 고 문 헌

1. Pao, Y.-H., Sachse, W., and Fukuoka, H., "Acoustoelasticity and Ultrasonic Measurements of Residual Stresses", Physical Acoustics, Vol. 17, Academic Press, New York, Chapter 2, 1984.
2. Hirao, M., Fukuoka, H., and Hori, K., "Acoustoelastic Effect of Rayleigh Surface Wave in Isotropic Materials", ASME Journal of Applied Mechanics, Vol. 48, pp. 119-124, 1981.
3. Hearmon; R. F. S., "Third-Order Elastic Coefficients", Acta Crystallography, Vol. 6, pp. 331-340, 1953.
4. 徳岡辰雄と岩清水幸夫, "音彈性", 機械の研究, 第27卷 第7號, pp. 860-864, 1975.
5. Viktorov, I. A., Rayleigh and Lamb Waves, Plenum Press, New York, 1967.
6. Weglein, R. D., "A Model for Predicting Acoustic Material Signatures", Applied Physics Letters, Vol. 34, pp. 179-181, 1979.
7. Kushibiki, J. and Chubachi, N., "Material Characterization by Line-Focus-Beam Acoustic Microscope", IEEE Sonics and Ultrasonics, Vol. SU-32, pp. 189-212, 1985.
8. Briggs, A., Acoustic Microscopy, Oxford University Press, New York, 1992.
9. 김진오, "초음파 현미경을 이용한 신소재 평가", 월간 세라믹스 1월호, pp. 86-89, 1993.



(a)



(b)

Fig. 7 Comparison of the measured (symbols) and calculated (solid lines) stresses; (a) normal stresses, (b) shear stress.

### 4. 결 론

음탄성 이론에 근거하여 본 논문에서는 종파 및 횡파와 표견파에 대한 음탄성 관계식을 정리하고, 작용응력과 표면탄성과 속도변화와의 관계를 밝혔다. 이관계는 변형률과 표면탄성과 속도변화와의 관계식에 근거한 것으로, 표면에서의 응력과 변형률 간의 관계를 적용하여 얻은 것이

10. 김진오, "초음파 현미경을 이용한 측정 기술", 측정 표준, 제16권 제3호, pp. 39-47, 1993.
11. Kim, J. O., Achenbach, J. D., Shinn, M., and Barnett, S. A., "Effective Elastic Constants of Superlattice Films Measured by Line-Focus Acoustic Microscopy", ASME Journal of Engineering Materials and Technology, Vol. 117, pp. 395-401, 1995.
12. 김진오, "표면파 속도와 역산법에 의한 박막 탄성 계수 산출", 대한기계학회지, 제34권 제7호, pp. 510-516, 1994.
13. Smith, R. T., Stern, R., and Stephens, R. W. B., "Third-Order Elastic Moduli of Polycrystalline Metals from Ultrasonic Velocity Measurements", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 40, pp. 1002-1008, 1966.
14. Egle, D. M. and Bray, D. E., "Measurement of Acoustoelastic and Third-Order Elastic Constants for Rail Steel", Journal of the Acoustical Society of America, Vol. 60, pp. 741-744, 1976.
15. Obata, M., Shimada, H., and Mihara, T., "Stress Dependence of Leaky Surface Wave on PMMA by Line-Focus-Beam Acoustic Microscope", Experimental Mechanics, Vol. 30, pp. 34-39, 1990.