

입력한계를 갖는 비선형시스템을 위한 견실제어기의 설계

최형식*, 이민호**

The Design of a Robust Controller for Nonlinear Systems with Input Saturation

Hyeung-Sik Choi*, Min-ho Lee**

ABSTRACT

This paper presents a robust controller design for uncertain nonlinear systems with input saturation. In actual application, the robust controller may require a high input torque so that it faces input saturation due to power limitation of the system. The saturation problem may cause instability of the system. To improve this problem, a robust controller using a fuzzy logic control is proposed. The proposed controller keeps state errors bounded. To validate the proposed controller, an invert pendulum and its control system is set up. The experimental result shows bounded angular position errors under saturated input torques.

Key Words: Robust controller(견실제어기), Fuzzy Logic(퍼지논리), Input Saturation(입력한계), Uncertain nonlinear systems(불확실한 비선형시스템)

1. 서론

모든 물리적 시스템의 구동기(actuator)에는 시스템에 투입하는 에너지의 용량이 제한되는 포화(saturation)현상이 존재한다. 시스템을 설계할 경우에는 시스템의 구동속도나 부하를 고려하여 구동기의 용량을 선택하지만 시스템을 고속으로 구동하거나 고부하가 걸리는 시스템에서는 구동부의 포화를 피할 수 없다. 구조적이거나 경제성으로 혹은 고속 구동이거나 고부하가 걸리므로 구동기 용량의 제한을 받는 시스템들은 정밀한 궤도의 추적이 어

렵게되고 심지어 시스템의 불안정성이 초래될 수도 있다. 대부분의 고속 고부하 시스템은 비선형이고 운동방정식이 복잡하지만 선형화 함으로서 운동방정식을 단순화시킬 수 있다. 이러한 선형화시킨 포화요소가 있는 시스템에 대하여 이미 여러 연구결과가 있다. 우선 선형시스템에서 와인드업 방지를 위한 PID나 PI에 대한 연구결과가 있고⁽¹⁾ 선형시스템에서 시간지연을 이용하여 와인드업 문제를 해결하는 연구결과가 보고되었다⁽²⁾. 또한 임계된 상태를 갖는 선형시스템에서의 안정도에 관한 연구를 행하였고⁽³⁾ 선형시스템에서 비선형 포화구동기를 적용한 페루

* 한국해양대 기계·냉동·자동차 공학부
 ** 한국해양대 전기공학과

프시스템의 안정도에 대한 연구결과가 존재한다⁽⁴⁾. 한편 포화구동기를 갖는 불확실한 선형시스템의 건설제어에 대한 연구결과도 발표되었다⁽⁵⁾. 이 외에도 시간영역에서 포화구동기를 갖는 선형시스템의 안정도에 대한 연구결과가 있고^(6,7) 주파수 영역에서 포화구동기를 갖는 선형시스템의 안정도에 대한 연구결과도 있다^(8,9). 시스템의 운동방정식을 선형화시킬 경우에 해석은 용이하지만 시스템의 불확실성(uncertainty)을 증가시키고 따라서 제어를 하여도 정확한 출력응답을 기대하기가 어렵고 페루프시스템의 안정도 연구도 평형점 근방의 국소적인 지역에서만 그 의의를 찾을 수 있다. 따라서 고속 고부하 시스템과 같은 비선형 시스템의 제어 시에 비선형 시스템의 모델을 직접 사용하고 이의 제어를 위한 비선형 제어기의 연구가 요구된다. 이러한 비선형 제어기는 구동기의 포화용량을 갖는 제어입력 하에서도 원하는 궤도 추적을 행하며 안정도를 보장하여야 한다. 비선형 포화구동기를 갖는 시스템의 제어기에 대한 연구로는 입력한계를 갖는 로봇 매니플레이터의 제어에 관한 연구논문이 있다⁽¹⁰⁾.

본 논문은 참고문헌 [10]에서 제안된 입력한계를 갖는 로봇 매니플레이터에 제안된 퍼지알고리즘을 이용한 건설제어기를 개선하고 일반적인 불확실한 다입력다출력 비선형시스템의 건설제어기로 보편화하였다. 불확실한 비선형운동 시스템의 제어를 위하여 시스템의 안정도 조건을 만족하면서 제어입력의 한계를 벗어나지 않는 건설 제어 알고리즘에 관하여 연구하였다. 적용하기 쉬운 퍼지 논리를 이용하여 위치나 속도오차가 일정이상 증가하면 제어입력의 입력한계 토크 크기를 줄여주는 논리를 적용하였다. 제안된 퍼지건설 제어기는 기존건설제어기의 강건성과 입력한계를 벗어나지 않는 제어기이다. 또한 불확실한 비선형시스템의 한 예로 도립진자시스템의 운동방정식을 살펴보고 도립진자시스템 및 이의 제어장치를 직접 제작하여 제안된 제어기를 구현하는 실험을 행하였다.

본 논문은 다음과 같은 구성을 갖는다. 2장에서는 비선형시스템의 $n \times 1$ 차원의 일반적인 운동방정식을 정립하고 이 방정식에서 불확실한 파라미터와 유계된 입력외란의 정의를 내린다. 3장에서는 건설제어기에서 구동능력의 포화를 갖는 불확실한 비선형시스템의 제어를 위하여 퍼지알고리즘을 이용하여 제어입력을 입력한계 이하로 제어하는 제어 알고리즘에 관하여 연구하였고 구동능력의 한계를 만족하는 제안된 제어기의 안정도를 연구한다. 비선형시스템인 도립진자 시스템의 모델링과 제어기의

설계를 5장에서 행하였다. 6장에서는 제안된 제어기의 적용가능성을 도립진자제어 시스템을 제작하여 직접 적용하는 실험을 행함으로써 제안된 제어 알고리즘의 타당성을 하드웨어적으로 검증하였다.

2. 비선형시스템의 운동방정식

$\{r_1, r_2, \dots, r_m\}$ 의 상대적인 벡터차원 ($n = \sum_{i=1}^m r_i$)을 갖는 다입력다출력(MIMO) 비선형시스템의 상태방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \dot{\zeta} &= f(\zeta) + g(\zeta)u \\ y &= h(\zeta) \end{aligned} \quad (1)$$

여기서 $f: M \rightarrow R^n$, $g: M \rightarrow R^{n \times m}$, $u \in R^m$, 그리고 $h: M \rightarrow R^m$ 는 $M \subset R^n$ 영역(domain)에 충분히 유한(smooth) 사상이다. 만약 시스템의 식 (1)에 diffeomorphism $T: M \rightarrow R^n$ 이 존재하여 $D = T(M)$ 가 원점을 포함한다면 이의 입출력은 선형 가능하다. 따라서 변수변환 $x = T(\zeta)$ 를 통하여 비선형 시스템의 식(1)을 다음의 방정식으로 표현할 수 있다⁽³⁾:

$$\begin{aligned} \dot{x} &= Ax + B\{\alpha(x) + \beta(x)u\} \\ y &= Cx \end{aligned} \quad (2)$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \text{diag}(a_1, a_2, \dots, a_m), \quad B = \text{diag}(b_1, b_2, \dots, b_m), \\ C &= \text{diag}(c_1, c_2, \dots, c_m), \quad \alpha(x) = (\alpha_1(x), \alpha_2(x), \dots, \alpha_m(x))^T \\ \beta(x) &= (\beta_1(x), \beta_2(x), \dots, \beta_m(x))^T \end{aligned}$$

그리고 $\beta(x)$ 는 모든 $x(t)$ 에 대하여 역변환 가능하다. 또한 $a_i \in R^{n \times n}$, $b_i \in R^{n \times 1}$, $c_i \in R^{1 \times n}$ 이며 $\alpha_i(x)$ 와 $\beta_i(x)$ 는 다음과 같다

$$\begin{aligned} \alpha_i &= \begin{vmatrix} 0 & 1 & \dots & 0 \\ & & \dots & \\ & & & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{vmatrix} \\ b_i &= (0, \dots, 0, 1)^T, \quad c_i = (1, 0, \dots, 0), \\ \alpha_i(x) &= L_f^i h_i(x), \quad \beta_i(x) = L_G L_f^{i-1} h_i(x) \end{aligned}$$

여기서 상태 $x(t) \in R^n$ 와 제어입력 $u(x,t) \in R^m$ 이며 $\alpha(x) \in R^n$ 는 $f(x,t)$ 의 불확실한 요소를 나타낸다. 또한 $L_F^{n-1}h_i(x)$ 는 예 F 에 관하여 $h_i(x)$ 의 Lie미분이다. 식 (2)에서 $\alpha(x)$ 와 $\beta(x)$ 를 정확히 모른다면, 제어입력은 다음과 같은 추정식으로 표현된다.

$$u = \hat{\beta}^{-1}(x)\{v - \hat{\alpha}(x) + R\} \quad (3)$$

여기서 $\hat{\beta}(x)$ 와 $\hat{\alpha}(x)$ 는 $\beta(x)$ 와 $\alpha(x)$ 를 구성하는 같은 성분(properties)을 갖고 불확실한 항들도 matching condition을 만족한다고 가정한다. v 는 선형화된 궤환제어기로 다음의 식으로 표현된다.

$$v = -\Gamma x \quad (4)$$

여기서 $\Gamma \in R^{n \times n}$ 는 궤환이득행렬이다. 식 (3)을 식 (2)에 적용하여 정리하면 다음의 식으로 표현된다.

$$\dot{x} = \bar{A}x + B\eta + BR \quad (5)$$

여기서 $\bar{A} = A - B\Gamma$ 이고 η 는 다음과 같다.

$$\eta = \omega + \sigma R \quad (6)$$

여기서

$$\begin{aligned} \omega &= (\alpha(x) - \beta(x))\hat{\beta}^{-1}(x)\hat{\alpha}(x) + (\beta(x)\hat{\beta}^{-1}(x) - I)v \\ \sigma &= \beta(x)\hat{\beta}^{-1}(x) - 1 \end{aligned}$$

이때 이들은 시스템의 불확실한 항들이다. 식 (5)이 안정하기 위해서는 다음의 가정들이 만족되어야 한다.

i) ω 와 σ 는 연속이며 시간과 상태 $x(t)$ 에 대하여 연속이고 균일하게 유계(uniformly bounded)되어야 한다.

ii) 불확실한 항 ω 의 놈 $\|\omega\|$ 은 모든 $(x,t) \in R^n \times R$ 에 대하여 알려진 함수 $\rho(\cdot)$ 에 의해 다음과 같이 유계된다.

$$\|\eta\| \leq \rho \quad (7)$$

여기서 함수 $\rho(\cdot): R^n \times R \rightarrow R_+$ 이다.

iii) 연속이고 양의 정의를 갖는 스칼라 함수 $V(\cdot): R^n \times R \rightarrow R_+$ 가 존재하고 $\lambda_i(\cdot): R_+ \rightarrow R_+$, $i = 1, 2$ 이다. 따라서

$$\lambda_1 \|x\|^2 < x^T P x < \lambda_2 \|x\|^2 \quad (8)$$

여기서 $P \in R^{n \times n}$ 는 대칭인 양의 한정행렬(symme

tric positive definite matrix)이다.

3. 건설제어기의 설계

본 논문에서는 식 (5)에서 불확실한 파라미터의 추정 오차를 갖는 비선형시스템의 제어를 위하여 Corless⁽¹¹⁾이 제안한 것과 유사한 건설제어기를 이용한다. 이 제어기는 파라미터의 불확실성을 갖는 시스템의 상태추적오차를 유계된 범위 내로 제한한다. 그 건설제어기 R 은 x 와 모든 $x \in R^n$ 에 대해 연속이며 다음과 같이 구성된다

$$R = -\frac{(B^T P x)\rho^2}{\|B^T P x\|\rho + \varepsilon} \quad (9)$$

여기서 ε 는 작은 양의 상수이다. 식 (7)에서 η 는 식 (10)과 같이 유계되고 여기서 두 번째 식은 식 (7)과 식 (9)의 $\|R\| \leq \rho$ 를 이용하면 유도된다. 또한 여기서 우측 항과 등호를 만족하는 ρ 가 존재한다고 가정한다.

$$\begin{aligned} \|\eta\| &\leq \|\omega\| + \|\sigma R\| \\ &\leq \|\omega\| + \|\sigma\|\rho = \rho \end{aligned} \quad (10)$$

여기서

$$\|\omega\| = \left\| (\alpha(x) - \beta(x))\hat{\beta}^{-1}(x)\hat{\alpha}(x) + (\beta(x)\hat{\beta}^{-1}(x) - I)v \right\|$$

$\|\cdot\|$ 는 L_2 놈을 의미한다. 식 (10)의 두 번째 식 중에서 등호의 관계를 이용하면 식 (11)을 만족하는 ρ 를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\rho = (1 - \|\sigma\|)^{-1}(\|\omega\|) \quad (11)$$

식 (10)에서 나타난 바와 같이 $\rho > 0$ 되어야 하므로 다음의 조건이 만족되어야 한다

$$\max\|\sigma\| < 1 \quad (12)$$

건설제어기의 안정성을 검사하기 위하여 (8)의 가정을 만족하는 양의 리아푸노프 함수가 다음과 같이 정의된다

$$V = x^T P x \quad (13)$$

V 를 시간에 관해 미분하고 식 (5)과 다음의 식 (15)을 이용하여 정리하면 다음 식이 성립된다.

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{x}^T P x + x^T P \dot{x} \\ &= -x^T Q x + 2x^T P B (\eta + R) \end{aligned} \quad (14)$$

정정대각행렬 (positive definite diagonal matrix) $Q \in R^{n \times n}$ 을 만족하는 리아푸노프식 (The Lyapunov Equation) 은 다음과 같이 표현된다.

$$\bar{A}^T P + P \bar{A} = -Q \quad (15)$$

식 (10)을 이용하면 식 (14)은 다음과 같이 표현된다

$$\begin{aligned} \dot{V} &\leq -x^T Q x + 2 \|x^T P B\| \rho + 2x^T P B R \\ &\leq -x^T Q x + 2(B^T P x)^T \left(\frac{B^T P x}{\|B^T P x\|} \rho + R \right) \end{aligned} \quad (16)$$

식 (16)의 두 번째 식에 견실제어기 (10)를 적용하면 \dot{V} 에 대한 다음의 부등식이 구해진다.

$$\dot{V} \leq -\lambda \|x\|^2 + 2\varepsilon. \quad (17)$$

여기서 $\lambda = \min\{Q\}$.

식 (17)의 안정도에 관한 이론과 증명은 참고문헌[11]에 나타나 있다. 이 문헌에 나타난 것과 같이 상태오차는 궁극적으로 $\sqrt{\varepsilon}$ 에 어떤 상수를 곱한 값에 유계된다. 따라서 일정시간이 경과한 후에 추적오차는 ε 의 크기가 작을수록 작아진다. 하지만 식 (9)의 견실제어기에서 작은 ε 을 선택한 경우 ρ 의 변수인 추적오차 x 가 클수록 ρ 가 증가하여 입력토크의 크기는 증가하므로 실제 시스템의 제어에서 하드웨어적으로 제한된 제어입력 때문에 입력포화 이상이 요구될 수 있다. 이때 ε 을 크게하여 식 (9)의 견실제어기의 크기를 입력포화 내로 조정하는 것이다. 본 논문에서는 이 ε 의 크기를 퍼지제어를 이용하여

제어한다. 식(9)의 견실제어기 $U = -\frac{(B^T P x)\rho^2}{\|B^T P x\|\rho + \varepsilon}$

의 제어입력 $U = (u_1, u_2, \dots, u_n)^T$ 과 상태 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)^T$ 가 벡터임에도 각 인수에 대하여 일관적으로 상수 ε 을 사용하였으나 본 논문에서는 벡터의 각 인수 u_i 에 대하여 x_i 즉 e_i 와 \dot{e}_i 의 크기에 따라 정해진 퍼지 rule에 의해 추론하여 각 축에 대한 ε 의 성분인 ε_i 의 크기를 제어하여 견실제어입력의 크기를 제어하는 퍼지견실제어기이다. 입력포화에 도달할 정도로 ρ 의 크기가 증가하면 ε_i 의 크기를 증가시켜 견실제어입력을 입

력한계 이하로 제어하고 ρ 가 감소하면 추적오차를 줄이기 위해 ε_i 을 감소시키는 논리구조를 갖는다. 식 (9)의 견실제어기에서 ε_i 의 조정은 ρ 의 크기가 추적오차의 함수이므로 x_i 의 증가에 따라 ε_i 의 크기를 퍼지 변수화시켜 제어한다. 퍼지제어에 관하여 다음 장에서 설명한다.

4. 입력한계를 갖는 퍼지 견실제어기의 설계

퍼지제어는 1974년에 Mamdani등에 의해 제어에 도입되었고^[12] 이의 구성은 일반적으로 퍼지화, 규칙베이스, 추론과 비퍼지화로 구성된다. 본 논문에서 위치오차 $e_i(k) = x_{di}(k) - x_i(k)$ 와 속도오차 $\dot{e}_i(k) = \dot{x}_{di}(k) - \dot{x}_i(k)$ 를 퍼지제어기의 입력들인 e 와 \dot{e} 의 i 번째 벡터성분이라 하고 이들은 관측에 의한 확정된 수치이다. 이들은 본 논문에서 견실제어입력의 크기를 결정하는 ρ 의 변수이며 퍼지화 되고 분할된다. 제어규칙은 다음과 같이 언어적으로 표현되고사용된 퍼지 제어규칙은 다음과 같이 or로 결합된다.

R1: if e_i is PL and \dot{e}_i is PL, then y_i is L1, where L1 = P4
or

R2: if e_i is PL and \dot{e}_i is PS, then y_i is L2, where L2 = P3
or

·
·
·

R25: if e_i is NL and \dot{e}_i is NS, then y_i is L25, where L25 = P4
(18)

본 논문에서는 실제 시스템에 on-line 적용하기 위하여 Table 1에서 나타난 바와 같이 가능한 적은 25개의 퍼지 규칙이 사용하였다. 규칙에서 N은 negative, P는 positive, ZE는 zero, S는 small 그리고 L은 large를 나타낸다. 또한 PL은 positive large, 그리고 NS negative small 등을 나타낸다.

Table 1. Fuzzy rule base

$e \setminus \dot{e}$	PL	PS	ZE	NS	NL
PL	P4	P3	P2	P3	P4
PS	P3	P2	P1	P2	P3
ZE	P2	P1	P0	P1	P2
NS	P3	P2	P1	P2	P3
NL	P4	P3	P2	P3	P4

퍼지제어규칙에 적용된 퍼지집합의 소속함수는 다음과 같다.

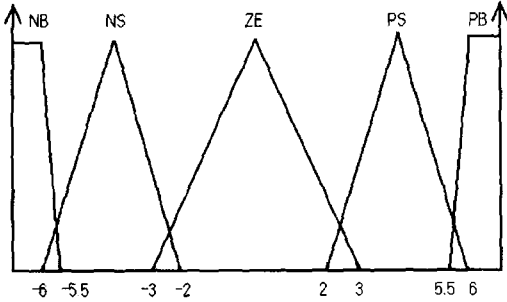


Fig. 1 Membership function of input variables

ϵ_i 에 대한 제어입력은 다음과 같이 구성된다.

$$\epsilon_i = \{P0, P1, P2, P3, P4\}$$

제어방법은 만약 입력변수 e 와 \dot{e} 가 충분히 증가하여 시스템의 제어토크가 한계를 초과할 정도가 되면 제어입력 ϵ_i 의 크기를 증가시켜 제어토크의 크기를 한계 내에 머물도록 한다. 제어입력이 시스템의 구동능력내에 존재할 때에는 ϵ_i 의 크기를 감소시켜 일정한 시간 후에는 상태오차가 작은 범위에 머물도록 퍼지규칙을 적용한다. 퍼지 추론은 Max-Min 추론법칙을 사용하였다. 즉 제어규칙 R1부터 R25까지의 각 전진부의 최소치인 적합도를 퍼지화된 제어입력에 곱하여 더한 전체의 합을 추론결과로 정하였다. 실제의 제어입력으로 적용하기 위하여 추론 결과의 비퍼지화를 행하였고 이 비퍼지화 방법은 무게 중심법 (Center of gravity)을 사용하였다. 이와 같은 방법으로 도립진자의 회전축의 제어를 위한 식 (9)의 건실 제어기의 ϵ_i 을 정한다.

5. 도립진자 시스템의 모델링 및 제어기 설계

2장에서 정의된 비선형시스템의 한 예로서 도립진자시스템이 존재한다. 본 장에서는 도립진자시스템의 운동방정식을 정리하고 2장에서 전개된 식으로 변환하여 4장에서 제안한 제어기를 도립진자시스템에 적합한 형태로 설계한다.

5.1 도립진자 시스템의 모델링

본 논문에서는 제안된 제어기의 실제 적용을 위해서 도립진자시스템을 직접 제작하였고 이의 구성도와 시스템

은 각각 Fig. 2와 Pic. 1과 같다.

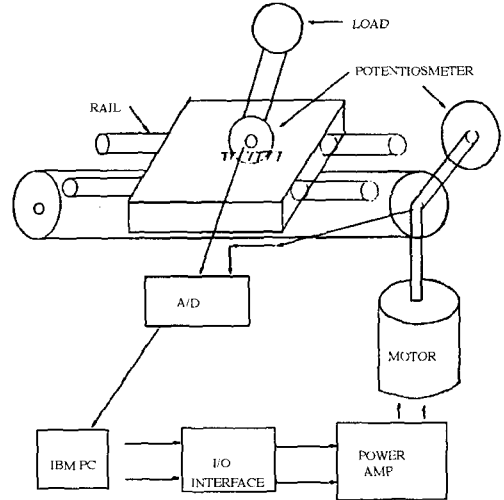
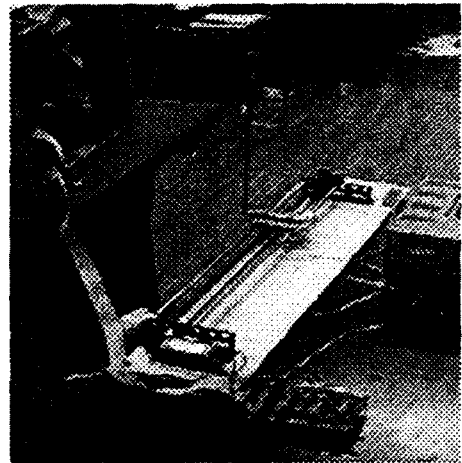


Fig. 2 Schematic diagram of invert pendulum



Pic. 1 Pendulum control system

도립진자시스템의 모델링을 용이하게 하기 위하여 진자의 무게중심이 한 점에 집중된다고 가정하였다. 따라서 도립진자시스템의 운동방정식은 다음과 같이 표현된다^(1,3).

$$(m_x + m_p)\ddot{y} + m_p L \cos(\theta)\ddot{\theta} - m_p L \dot{\theta}^2 \sin(\theta) = U \quad (19)$$

$$m_p L \cos(\theta)\ddot{y} + m_p L^2 \ddot{\theta} - m_p L G \sin(\theta) = 0 \quad (20)$$

여기서 m_p 는 진자의 부하이고, m_x 는 횡방향 이동축의 질량이며, $\theta(t)$ 는 진자링크의 각위치이다. (19)-

(20) × cos(θ) / L 하고 정리하면 다음의 식이 구해진다

$$\ddot{y} = \xi \quad (21)$$

여기서
$$\zeta = \frac{D(\theta) + U}{M} \quad (22)$$

U는 제어입력이며 M과 D(θ)는 다음과 같다.

$$M = m_x + m_p \sin^2(\theta) \quad (23)$$

$$D(\theta) = m_p L \dot{\theta}^2 \sin(\theta) + m_p G \sin(\theta) \cos(\theta) \quad (24)$$

식 (20)을 식 (19)에 대입하고 정리하면 다음의 식이 유도된다.

$$\ddot{\theta} = \frac{-G}{L} \sin(\theta) - \frac{1}{L} \cos(\theta) \zeta \quad (25)$$

5.2 퍼지 건설제어기의 설계

본 논문에서 도립진자제어의 목적은 링크를 직립으로 세우는 것이고 횡축의 위치제어는 고려하지 않는다. 링크의 길이 L은 정확히 측정 가능하나 질량 m_x와 m_p은 모른다고 가정하였다. 식 (25)에 정의된 운동방정식을 제어하기 위하여 비선형 제어기 U가 다음과 같이 설계된다.

$$U = -\hat{D}(\theta) - \frac{L}{\cos(\theta)} \hat{M}(v + R) \quad (26)$$

여기서 $\hat{D}(\theta)$ 와 \hat{M} 는 각각 D(θ)와 M의 추정치이다. 제어기 U를 식 (25)에 적용하면 다음의 식이 유도된다.

$$\begin{aligned} \ddot{\theta} &= -\frac{G}{L} \sin(\theta) - \frac{1}{L} \cos(\theta) \frac{1}{M} (D - \hat{D} - \frac{L}{\cos(\theta)} \hat{M}(v + R)) \\ &= F(\theta) + \frac{\hat{M}}{M} (v + R) \end{aligned} \quad (27)$$

여기서
$$F(\theta) = -\frac{G}{L} \sin(\theta) - \frac{\cos(\theta)}{LM} (D - \hat{D}). \quad (28)$$

식 (27)에서 제어기 $v = -K_d \dot{\theta} - K_p \theta$ 로 설계하면 식 (25)은 다음의 식으로 표현된다.

$$\ddot{\theta} = -K_d \dot{\theta} - K_p \theta + \omega + \sigma R + R \quad (29)$$

여기서
$$\omega = F(\theta) + \sigma v, \quad \sigma = \frac{\hat{M} - M}{M}.$$

식 (29)을 상태방정식으로 표현하면

$$\dot{x} = \bar{a}x + b(\omega + \sigma R) + bR \quad (30)$$

여기서

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix}, \quad b = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad \bar{a} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -k_p & -k_d \end{bmatrix}$$

식 (30)에 존재하는 불확실한 항들을 제어하기 위하여 건설제어기는 다음과 같이 설계된다.

$$R = -\frac{(b^T p x) \rho^2}{\|b^T p x\| \rho + \epsilon} \quad (31)$$

여기서

$$P = \begin{bmatrix} \frac{5k_d}{k_p} + \frac{5k_p + 5}{k_d} & \frac{5}{k_p} \\ \frac{5}{k_p} & \frac{5k_p + 5}{k_p k_d} \end{bmatrix},$$

식 (31)에서 ρ는 식 (11)에 정의된 것과 같고 여기서 ||ω||는 다음과 같이 정의된다.

$$\|\omega\| = \|F(\theta) + \frac{M - \hat{M}}{M} v\| \quad (32)$$

식 (31)의 제어기를 식 (30)의 도립진자시스템에 적용하고 식 (13)과 같은 리아푸노프 함수를 정의하여 안정도를 유추하면 식 (17)과 같은 각위치의 안정한 결과를 얻을 수 있다.

6. 실험 및 결과고찰

제안된 제어기를 실험적으로 검증하기 위하여 제어장치를 포함하는 도립진자시스템을 직접 제작하였고 이는 Pic. 1에 나타나 있다. 시스템의 구성은 Fig. 2와 같이 IBM 펜티엄 마이크로컴퓨터, data acquisition 및 모터 드라이버 보드, DC 모터, 및 도립진자로 구성되어 있다. IBM 마이크로컴퓨터는 적용된 제어알고리즘의 연산에 사용된다. 모터드라이버는 달링턴 트랜지스터로 구성되어 있고 DC 파워서플라이로부터 전압을 공급받는다. 각 모터의 센서로는 포텐쇼미터를 사용하였고 이들로부터의

쾌환 아날로그신호는 data acquisition 보드상의 A/D 변환기를 통하여 회전당 8비트 디지털 신호로 변환되고 이는 디지털 I/O를 통하여 컴퓨터로 전달된다. 도립진자에서 불확실한 파라미터는 진자의 무게 m_x 와 횡방향 이동축의 무게 m_p 이며 L은 진자의 길이이고 정확히 측정하였다. 이들의 실제치는 $m_x: 0.2(\text{Kg})$, $m_p: 0.05(\text{Kg})$, $L: 0.2(\text{meter})$ 이고 추정치는 각각 $0.3(\text{Kg})$ and $0.1(\text{Kg})$ 로 가정하였다.

위와 같이 제작된 도립진자 시스템을 제안된 건설제어기를 적용하여 제어하였고 제어알고리즘은 4장에서 제안된 퍼지논리를 이용하였다. 제어규칙은 25개로 정하였고 퍼지건설 제어기의 제어변수 p_0, p_1, p_2, p_3, p_4 은 각각 $0.005, 0.05, 0.5, 1, 5$ 로 정하였다. 건설제어기의 제어이득은 $k_a=15$ 와 $k_p=15$ 로 설정되었다. 이상과 같은 제어조건과 외부환경 하에서 도립진자의 직립을 11초간 제어하였고 이의 실험결과를 Fig 3, 4, 5에 나타내었다. Fig. 3에서 횡축은 운동시간을 종축은 추적오차를 나타낸다. Fig. 4는 퍼지건설제어기를 적용한 경우의 입력토크의 크기를 나타내고 Fig. 5는 퍼지제어를 통한 ϵ 의 크기를 나타낸 것이다. Fig. 4에서 보여진 입력토크의 크기는 ϵ 의 크기의 퍼지제어를 통하여 입력한계치 이하

로 제어된 것이다. 8비트(최대치인 256) 디지털제어를 적용하여 2초와 3초경에 한계전력 24(W) 이내로 조정되도록 적용되어 안정도이론을 만족하면서 최대입력을 가할 수 있도록 ϵ 을 제어하였다. Fig. 3, 4, 5에서 나타난 실험결과를 유추하면 파라미터가 불확실한 도립진자 시스템에 퍼지논리를 이용한 건설제어기를 적용함으로써 진자의 직립에 일정한 오차(bounded error)를 갖는 안정한 시스템을 이룰 수 있음을 알 수 있다.

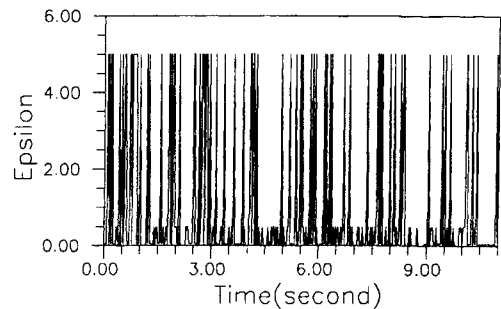


Fig. 5 The magnitude of ϵ

7. 결 론

본 논문은 불확실한 비선형시스템의 제어를 위한 새로운 건설제어기의 설계와 적용에 관한 연구이다. 입력토크의 한계(saturation)를 갖는 불확실한 비선형시스템의 제어를 위한 기존의 건설 제어기는 유한하지만 매우 큰 입력토크의 가정 하에 정의되었다. 제안된 제어기는 퍼지논리를 이용하여 입력토크를 한계이하로 유지할 수 있도록 개선하였고 추적오차를 일정범위 내에 존재하게 제어한다. 불확실한 비선형시스템의 한 예로 도립진자시스템의 운동방정식을 살펴보고 실제 도립진자시스템 및 이의 제어장치를 제작하여 제안된 제어기를 구현하는 실험을 행하였다. 실험을 통하여 추적오차는 균일하게 유계(uniformly bounded)됨을 보여주고 퍼지제어에 의하여 ϵ 을 조정함으로써 입력토크가 한계를 벗어나지 않음을 보여주었다.

후 기

본 연구는 1996년도 교육부 학술연구조성비(기계공학: ME96-D-24)에 의하여 연구되었음.

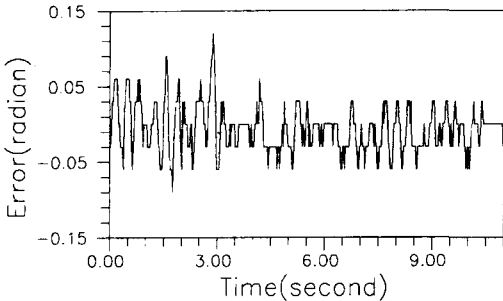


Fig. 3 The angular position error of the inverted pendulum

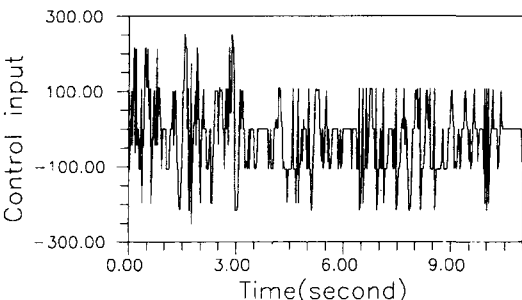


Fig. 4 The magnitude of control input

참 고 문 헌

1. Astrom, K. J. and Wittenmark, B., "Computer Controlled System -theory and design", 2nd edi, Prentice Hall, 1990.
2. Chang, P. H., Park, S. H., and Lee, S. U., "Robust Control of the System With Saturation Element Using TDC", *Proc. of KACC*, pp732-737, 1994.
3. Kosut, R. L., "Design of Linear Systems with Saturating Linear Control and Bounded States", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol 28, No. 1, pp 121-124, Jan 1983.
4. Chen, B. S. and Wang, S. S., "The Stability of Feedback Control with Nonlinear Saturating Actuator: Time Domain Approach", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol 33, No. 5, pp 483-487, May 1988.
5. Kim, J. H. and Bien, Z., "Robust Stability of Uncertain Linear Systems with Saturating Actuators", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol 39, No. 1, pp 202-207, Jan 1994.
6. Gutman, P. O. and Gutman, S., "A Note on the Control of Uncertain Linear Dynamical Systems with Constrained Control Inputs", *IEEE Trans. Automat. Contr.*, Vol 30, pp 484-486, May 1985.
7. Chou, J. H. and Horng, I. R., and Chen, B. S., "Dynamical Feedback Compensator for Uncertain Time Delay Systems Containing Saturating Actuator," *Int. J. Contr.* Vol. 49, No. 3, pp. 961 -968, 1989.
8. Krikelis, N. J. and Barkas, S. K., "Design of Tracking Systems subject to Actuator Saturation and Integrator Wind-up," *Int. J. Contr.* Vol. 39, No. 4, pp. 667 -682, 1984.
9. Wang, W. J. and Chen, B. S., "Stability of Large-scale Systems with Saturating Actuators", *Int. J. Contr.* Vol. 47, No. 3, pp. 827 -850, 1989.
10. 최 형식, "로봇 매니플레이터의 입력한계를 갖는 퍼지전실제어기의 설계", 대한기계학회 96 춘계학술대회.
11. Corless, M. and Leitmann, G., "Continuous State Feedback Guaranteeing Uniform Ultimate Boundedness for Uncertain Dynamic Systems", *J. Automatic Controls*, AC-26, 1139-1143, 1979.
12. Mamdani, E. H. and Appilian, S., "An Experiment in Linguistic Synthesis with a Fuzzy Logic Controller", *Int. J. Man-Machine Stud.*, Vol. 7, pp.1-13, 1975.
13. Friedland, B., "Control System Design", Mcgraw-Hill, 1986.