

본 연구는 1995년도 교육부 학술 연구 조성비에 의하여 연구되었음

자유 곡면의 다축 NC 가공시 간섭 없는 공구 접근 자세 영역

강재관*

Interference-Free Tool Approach Directions in Multi-Axis NC Machining of Sculptured Surfaces

Jae-Gwan Kang*

ABSTRACT

In this paper, an algorithm of computing interference-free tool approach directions(visibility cone) with consideration of tool volume at an arbitrary point of a sculptured surface is developed. The surface is first approximated into a polyhedron with smaller subpatches and the tool approach directions are evenly sampled so as to test accessibility. Then the visibility cone is computed by testing if each approach direction is interfered by other surface subpatches. The results are represented as the binary spherical map which transform geometric information on sphere into algebraic one. The developed algorithm is implemented and tested by several sculptured surfaces, convincing it can be easily used as a tool for not only interference-free tool approach directions but also determining process planning of multi-axis NC machining of sculptured surfaces

Key Words: Tool interference(공구 간섭), Visibility(가시성), NC machining(NC 가공), Sculptured surface(자유곡면), Process Planning(공정 계획)

1. 서론

일반적으로 컴퓨터 그래픽에서 가시성(Visibility)이란 주어진 대상물이 관찰점에서 보이는가를 말한다. 이러한 가시성 개념은 NC 기계 가공에서는 공작물에 공구가 간섭 없이 접근할 수 있는가로 응용되며 따라서 가시성 개념은 NC 가공시 공작물의 가공 가능성 판정이나 셋업 자세와 칩수 결정등 가공에 필요한 공정 계획을 수립하는 도구로써 유용하게 사용되어 왔다. 또한 다양한 공구 자

세가 가능한 다축 가공이나 로봇트를 이용한 경로 계획에서 공구와 공작물의 충돌 문제를 해결할 수 있는 도구로도 유용하다. 따라서 지금까지 많은 NC 가공 연구에서 문제의 해결을 위해 가시성 개념이 사용되었으며 구체적으로 다면체 형상의 가공의 가공성 판정에 관한 Su⁽¹⁾의 연구와 금형 설계시 최적의 금형 분리 방향에 응용한 Chen⁽²⁾과 Oliver⁽³⁾, 그리고 자유 곡면 형상 가공에 응용된 많은 연구들⁽⁴⁻¹¹⁾이 있다.

그러나 지금까지의 이들 연구에서 사용된 가시성 개념

* 경남대학교 산업공학과

은 NC 가공에의 응용임에도 불구하고 대부분 공구의 볼륨을 고려하지 않고 공구를 직선으로 가정하였다. 엔드밀을 사용하는 다면체 형상의 NC 가공의 경우는 공구를 직선으로 가정하더라도 크게 문제가 되지 않으나 볼엔드밀을 사용하는 자유 곡면 가공의 경우에는 Fig. 1에서 보는 바와 같이 직선으로 가정한 경우가 볼륨을 갖는 실제 경우보다 과장된 해를 일게 한다. 이러한 문제는 가공 가능성 판정이나 셋업 자세 결정등 공정 계획을 수립하는 단계에서는 부정확한 해를 결과하며 특히 공구 접근 자세 결정등에 응용될 경우에는 곧바로 공구 몸체와 곡면간의 간섭 문제로 직결된다. 따라서 본 연구는 볼 엔드밀을 이용한 자유 곡면의 NC 가공시 공구 볼륨을 고려하여 곡면상의 임의의 점에 간섭 없이 접근할 수 있는 자세 영역의 계산에 관한다.

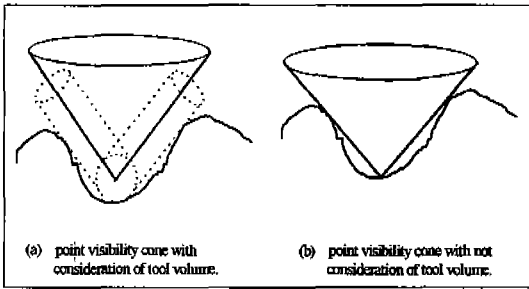


Fig. 1 Point visibility cone

2. 문제 해결을 위한 접근 방법

Fig. 1에서와 같이 곡면 상의 임의의 점에 공구가 간섭 없이 접근할 수 있는 자세 영역을 Point Visibility Cone(이하에서는 PVC로 약한다)라 한다⁽¹¹⁾. 이 장에서는 먼저 공구 볼륨을 고려한 PVC를 계산하기 위해 본 연구에서 접근하는 방법론의 대략을 설명한다.

2.1 곡면의 다면체로의 근사

본 연구에서는 분석의 용이함을 위하여 먼저 곡면을 평면의 패치 집합(다면체)으로 근사하여 사용한다. 다면체 형상의 사용은 기본적으로 근사 모형이라는 단점이 있으나 허용 오차 내에서 근사 모형을 얻을 경우 원 곡면을 이용하는 것보다 문제의 분석과 알고리즘의 개발이 훨씬 용이해진다.

곡면을 다면체 근사 모형으로 변환하는 방법으로는 지금까지 여러가지 방법들이 개발되어 있다. 대표적인 곡면

모형중의 하나인 Bezier 곡면인 경우에는 de Casteljau 알고리즘을 사용하여 분할된 subpatch가 허용오차 안에 들 때까지 분할을 계속해 나감으로써 원하는 근사 모형을 얻을 수 있다⁽¹³⁾. 또한 B-spline 곡면인 경우에는 Peng⁽¹⁴⁾의 곡면 분할 방법을 곧바로 적용할 수도 있고, B-spline 곡면을 복합 Bezier 곡면으로 변환한 후^(15,16) 앞서 설명했던 Bezier 분할 방법을 사용할 수도 있다.

때로는 주어진 곡면에 대한 공구 경로로부터 CC 데이터들이 주어지는 경우도 있다. 이러한 경우에는 CC 데이터를 이용하여 다면체 근사 모형을 구하는 기존의 방법들^(12,17)을 이용함으로써 허용오차를 만족하는 근사 다면체를 구할 수 있다.

만약 임의의 한 방법에 의해 주어진 곡면 $S(u,v)$ 가 근사 다면체로 변환된다면 곡면의 근사 다면체는 $\Delta_i, i \in [1:n]$ 로 표현할 수 있다. 본 연구에서는 근사 다면체가 삼각형 패치로 구성된다고 가정하며 삼각형 패치의 세 꼭지점은 $\Delta_{ik}, k \in [1:3]$ 로 표현하고 통일성을 위하여 반시계 방향으로 정의되는 것으로 한다.

2.2 BSM(Binary Spherical Map)

지금까지 곡면 상에서 PVC를 계산하는 방법으로는 공구를 하나의 직선으로 가정한 Suh⁽¹¹⁾의 방법이 있다. 이 방법에서는 곡면을 삼각형 패치 집합으로 근사한 후 각 삼각형 패치들을 구 상에 투영하여 투영된 영역을 차례로 접근 가능 영역에서 제거해 나가는 방법이 사용되었다.

특히 이 연구에서는 기존의 방법들과 달리 구 상에서의 기하학적 정보를 처리하는 방법으로 Fig.2와 같이 구를 같은 면적의 삼각형 셀로 분할하여 셀이 원하는 영역에 속하면 0, 그렇지 않으면 1로 표시하였다. 이러한 방법을 BSM(Binary Spherical Map)이라 하는데 BSM 방법은 기본적으로 근사 방법이기 때문에 해의 정확성이 다소 떨어지는 단점이 있으나 구 상의 기하적 정보를 처리하기 쉬운 대수적 정보로 변환하기 때문에 계산이 간편하며 제공되는 유한개의 탐색 공간을 해를 찾는 도구로 유용하게 이용할 수 있는 장점이 있다.

따라서 본 연구에서도 PVC를 계산하는 도구로 BSM을 이용한다. 즉 분할된 구를 구성하는 각 셀의 중심 벡터를 접근 가능성 여부를 체크하는 탐색 방향으로하여 접근 가능과 접근 불가능을 판정하여 그 결과를 분할된 셀에 할당하는 방법을 사용한다(접근 가능: $BSM(j)=0$, 접근 불가능: $BSM(j)=1$).

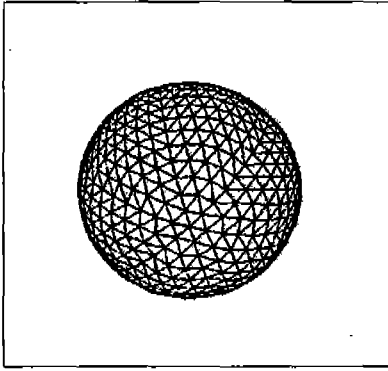


Fig. 2 Binary Spherical Map

2.3 볼부위 간섭

공구 볼륨을 고려하는 경우 볼륨을 고려하지 않은 경우와 달리 반드시 처리하여야 할 문제가 존재하는데 그것은 곡면 상의 주어진 점에서 볼부위 간섭(gouging) 문제이다. 공구를 직선으로 가정할 경우에는 볼부위에 의한 간섭은 전혀 고려할 필요가 없다. 그러나 공구 볼륨을 고려할 경우에는 임의의 접촉점에서 볼부위 간섭이 발생할 수 있으며 이 경우에는 주어진 공구 사이즈에 대하여 PVC를 계산하는 것은 전혀 의미가 없게 된다.

볼 부위 간섭은 일반적으로 Fig. 3(a)와 같이 가공점(CC 점)에서의 곡면의 곡률이 공구의 곡률보다 작은 경우에 발생하지만 Fig. 3(b)와 같이 좁은 구멍 형상인 경우에는 가공점에서의 곡률만으로 탐지할 수 없는 경우도 있다. 곡률에 의한 간섭인 경우에는 국소 탐색에 의해 간섭 유무를 확인할 수 있지만 Fig. 3(b)와 같은 경우에는 global 탐색이 필요하다.

볼부위 간섭을 체크하는 방법에 관해서는 지금까지 많은 연구가 행해졌으나^(12, 18, 19) 대부분 CC 데이터가 주어졌다는 가정하에서 이를 이용하는 방법들이다. 따라서 만약

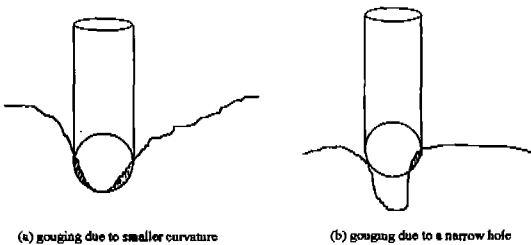


Fig. 3 Types of gouging

공구 경로가 산출되어 CC 점들로부터 다면체 형상을 형성한 경우에는 기존의 연구들을 이용하여 공구 간섭을 체크할 수 있다.

그러나 PVC의 계산이 공정 계획 단계에서 사용되는 경우⁽¹¹⁾에는 구체적인 공구 경로가 산출되기 이전이므로 CC점에 관한 정보가 없는 근사 다면체로부터 공구 간섭을 체크하는 새로운 방법이 필요하다. 본 연구에서는 이를 위하여 분할된 삼각형 패치(Δ^*_i) 상에 CC 점을 가정하고 공구 중심점에서 분할된 모든 패치($\Delta_i, i \in [1:n]$)까지의 거리를 계산하여 볼부위 간섭을 체크하는 global 탐색 방법을 제시한다. 즉, 공구 중심점에서 각 패치까지의 거리가 공구 반경 보다 짧은 경우가 발생하면 볼부위 간섭이 존재하는 것으로 판정한다. 이 때 공구 중심점과 삼각형 패치와의 거리는 다음의 절차를 따라 계산한다(Fig. 4).

- 1) 삼각형 패치를 구성하는 세 꼭지점 ($\Delta_{ik}, k \in [1:3]$)으로 구성되는 평면을 정의한다.
- 2) 공구 중심점에서 평면 위에 내린 수선의 발(F)을 계산한다.
- 3) 수선의 발이 삼각형 내부점인지를 검사하여 내부점이면 공구 중심점과의 거리를 계산한다.
- 4) 내부점이 아니면 중심점과 삼각형 패치를 구성하는 세 꼭지점과의 거리를 계산한 뒤 이들 중 가장 가까운 두 점을 선택한다.
- 5) 4)에서 구한 두 꼭지점으로 구성되는 선분과 공구 중심점과의 거리를 계산한다.

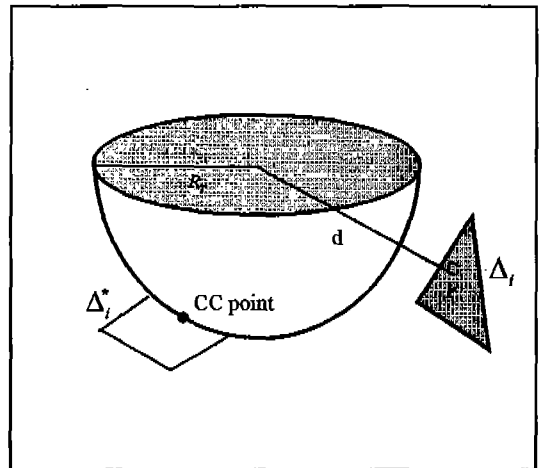


Fig. 4 Gouging check

간섭이 발생하면 간섭이 발생하지 않는 곳으로 공구를 이동시켜 가공을 마친 뒤, 미 절삭한 부위는 곡면의 곡률을 고려하여 공구 반경이 작은 공구로 재가공하는 방식을 취하는 것이 일반적인 절차이다^[22]. 따라서 본 연구에서도 원하는 점에서 볼부위 간섭이 확인되면 간섭을 피할 수 있는 공구 사이즈를 다시 계산하여 새로운 공구 사이즈에 대하여 PVC를 구하도록 한다. 간섭을 피할 수 있는 공구 사이즈는 1)-5)의 과정을 모든 팻치에 대하여 시행하여 공구 중심점과 곡면간의 최소 거리를 계산함으로써 얻어진다.

지금까지 설명했던 공구 볼륨을 고려한 PVC 계산하기 위해 본 연구에서 접근하는 방법을 요약하면 Fig. 5와 같다.

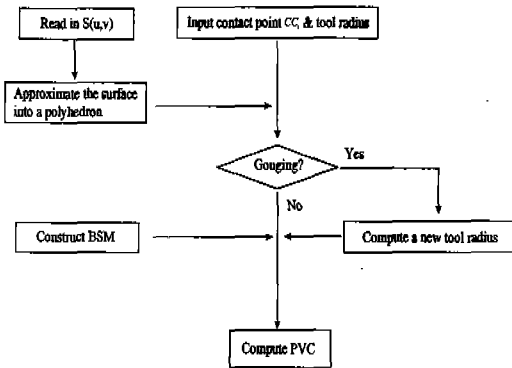


Fig. 5 Flow chart of computing PVC

3. 공구 볼륨을 고려한 Point Visibility Cone

이제 주어진 곡면 $S(u,v)$ 가 근사 다면체 $(\Delta_i, i \in [1:n])$ 로 변환되었다고 가정하고 근사 다면체 상의 주어진 점에서 공구 간섭 유무에 대한 체크가 2.3 절에 설명한 방법에 따라 수행되었다고 가정할 때 공구 볼륨을 고려하여 PVC를 계산하는 방법은 다음과 같다.

3.1 접근 방향의 선점과 간섭 가능 Δ_i 들의 추출

먼저 주어진 접촉점(CC 점)을 포함하는 분할된 팻치를 Δ_i^* 라하고 접촉점에서의 법선 벡터를 N_i^* 라하면 Δ_i^* 만을 고려할 때 주어진 점을 접근할 수 있는 볼랜드밀의 자세 영역은 N_i^* 를 중심으로 반구(hemisphere)를 형성한다. 그러므로 구하는 PVC는 반구에서 다른 곡면 부위

에 의하여 접근할 수 없는 영역들을 차례로 제거함으로써 계산할 수 있다.

본 연구에서는 이러한 삭제 영역을 찾고 또한 반구를 갱신해 나가는 도구로 앞서 언급한 바와 같이 BSM을 이용하는 접근 방법을 이용한다. 즉 분할된 구를 구성하는 각 셀의 중심 벡터를 접근 가능성 여부를 체크하는 탐색 방향으로하여 접근 불가능 판정이 나면 해당 셀 영역 만큼을 반구에서 제거해 나가는 것이다.

BSM을 구성하는 삼각형 셀의 중심 벡터들을 $(C_j, i \in [1:n])$ 로 나타내면 반구를 구성하는 탐색 방향들은 다음의 식을 만족하는 C_j 들이다.

$$C_j \cdot N_i^* > 0, j \in [1:m] \quad (1)$$

또한 근사 다면체 $\Delta_i, i \in [1:n]$ 중에서 주어진 접촉점에 대하여 간섭을 일으킬 수 있는 팻치들은 Δ_i 를 포함하는 평면보다 위쪽에 존재한다. 즉 팻치를 구성하는 세 꼭지점에 대하여 다음의 식을 만족하는 Δ_i 들에 대해서만 간섭 유무를 체크한다.

$$N_i^* \cdot \Delta_{ik} > 0, \forall k \in [1:3] \quad (2)$$

3.2 공구 볼륨과 Δ_i 와의 간섭

임의의 공구 접근 자세 C_j 가 접근 가능하기 위해서는 C_j 방향으로의 공구 볼륨내에 Δ_i 가 존재하지 않아야 한다. 즉 공구의 중심 축과 Δ_i 와의 거리(D)가 공구 반경(R_r)보다 짧을 경우에는 공구 볼륨과 Δ_i 사이에 간섭이 발생한다.

$$D < R_r \quad (3)$$

이때 공구 볼륨과 Δ_i 가 간섭을 일으키는 경우는 Fig. 6에서 보는 바와 같이 다음의 세가지로 분류된다.

- (a) 공구 중심축이 Δ_i 를 관통하는 경우
- (b) Δ_i 의 적어도 한 꼭지점이 공구 볼륨내에 포함되는 경우
- (c) Δ_i 의 적어도 한 모서리선이 공구 볼륨내에 포함되는 경우

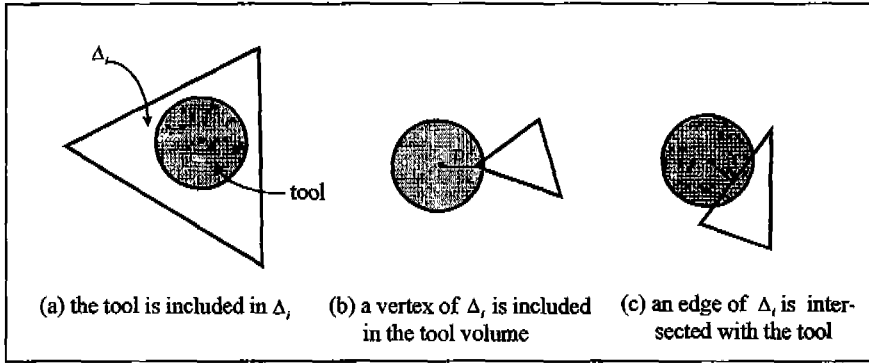


Fig. 6 Types of interference between the tool volume and Δ_i

이 세가지 경우를 구분하기 위하여 공구 축과 Δ_i 의 모서리선들을 각각 다음과 같은 두개의 벡터 방정식으로 표현한다(Fig. 7).

$$T(t) = CC_i + R_T N_i + tC_j, \quad t \geq 0 \quad (4)$$

$$E_k(s) = \Delta_{ik} + s(\Delta_{i(k+1) \bmod 3} - \Delta_{ik}), \quad 0 \leq s \leq 1, k \in [1:3]$$

식(4)에서 유의할 사항은 공구를 표현하는데 있어서 불부위 부분을 고려할 필요가 없다는 점이다. 불부위와 Δ_i 와의 간섭은 2.3절의 방법을 따라 이미 해결되었기 때문이다. 따라서 PVC 계산시에는 오직 Δ_i 와 공구 몸체 부위와의 간섭만을 대상으로 한다.

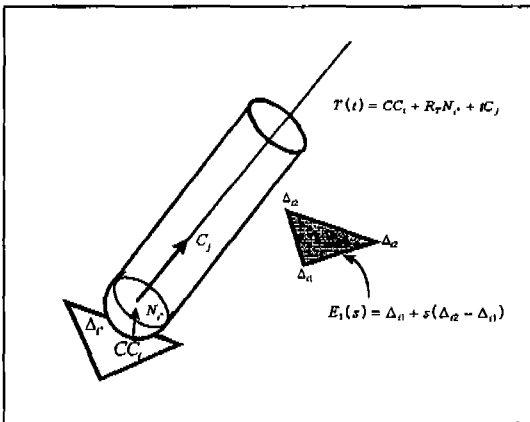


Fig. 7 Vector equations of the tool axis and the edges of Δ_i

(a) 공구 중심축이 Δ_i 를 관통하는 경우

공구의 중심 축이 Δ_i 를 관통하는 경우는 Δ_i 를 포함하는 평면과 공구 중심축과의 교점이 Δ_i 의 내부에 존재하는 경우이다. 따라서 이는 직선과 평면과의 교점을 구하는 식을 이용하여 교점을 구한 뒤 Δ_i 의 각 꼭지점이 반시계 방향으로 정의되어 있으므로 half-plane method⁽²⁰⁾를 이용하여 판정한다.

단, 이때 공구 중심축 $T(t)$ 는 반직선이므로 평면과의 교점이 존재하지 않을 수가 있다. 이는 직선과 평면의 교점에서의 매개변수값이 $t < 0$ 인 경우로써 Δ_i 가 공구 몸체 바닥면보다 아래쪽에 위치한 경우이다. 따라서 이 경우에는 간섭이 발생하지 않은 것으로 한다.

(b) Δ_i 의 꼭지점이 공구 불륨내에 포함되는 경우

공구 중심축과 Δ_i 를 구성하는 꼭지점과의 거리가 공구 반경 R_T 보다 작은 경우이다. 공간상의 임의의 점 P 와 직선 L 간의 거리를 $\text{dist}(P, L)$ 으로 나타낼 때 다음의 식이 만족되는 경우이다.

$$\text{Min}_{\forall k \in [1:3]} (\text{dist}(\Delta_{ik}, T(t))) < R_T \quad (5)$$

(c) Δ_i 의 모서리선이 공구 불륨내에 포함되는 경우

공구 중심축과 모서리선과의 거리가 공구 반경 R_T 보다 작은 경우이다. 임의의 두 직선 L_1, L_2 가 다음의 두 벡터 방정식으로 표현된다고 가정할 때

$$\begin{aligned} L_0 &: \vec{r}_0 + s\vec{a} \\ L_1 &: \vec{r}_1 + t\vec{b} \end{aligned} \quad (6)$$

두 직선간에 최소 거리를 이루는 매개 변수 s, t 값과 그 거리 값을 각각 s^*, t^*, d 로 표시하면 s^*, t^*, d 는 다음의 벡터 방정식으로부터 계산된다(Fig. 8).

$$\vec{r}_1 + t^* \vec{b} = \vec{r}_0 + s^* \vec{a} + d\vec{u}, \quad \vec{u} = \frac{\vec{a} \times \vec{b}}{|\vec{a} \times \vec{b}|} \quad (7)$$

따라서 이 경우는 식(4)의 $T(t)$ 와 $E_k(s)$ 를 식(6)의 L_0, L_1 으로 하여 두 직선간의 최소거리를 결정하는 매개변수 값과 거리값 s^*, t^*, d 를 식(7)로 계산한 후 다음의 조건식이 만족되는 경우이다.

$$d < R_T, \quad 0 \leq s^* \leq 1, \quad 0 \leq t^* \leq 1 \quad (8)$$

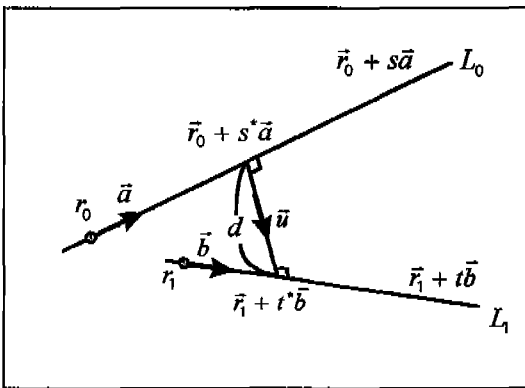


Fig. 8 The distance between two lines in space

Procedure PointVisibilityCone

```

{
  Read in the surface model;
  Decompose the surface into a set of triangular subpatches,  $\Delta_i, i \in [1:n]$ ;
  Decompose a unit sphere into a set of spherical triangular cells and compute  $C_j, j \in [1:m]$ ;
  Input a contact point and the tool radius;
  Check gouging and compute normal vector( $N_c$ ) and feasible tool radius( $R_T$ );
  Label  $BSM(j) \leftarrow 1, \forall j \in [1:m]$ ;
  Update BSM by Eq.(1);
  Classify the surface subpatches by Eq.(2);
  while( $j \in [1:m]$ ) {
    if( $BSM(j) = 0$ ) {
       $T(t) = CC + R_T N_c + t C_j$ ;
      while( $t \in [1:n]$ ) {
         $E_k(s) = \Delta_k + s(\Delta_{(k+1) \bmod 3} - \Delta_k), k \in [1:3]$ ;
        If (a) the intersection point between  $T(t)$  and  $\Delta_i$  locates inside  $\Delta_i$ , or
           (b) any one vertex of  $\Delta_i$  is included in the tool volume or (c) any one edge of
            $\Delta_i$  intersects the tool volume, then  $BSM(j) \leftarrow 1$  and break;
      }
    }
  }
}

```

공구자세 C_j 에 대하여 이 세가지 간섭 종류 중 적어도 하나가 발생하면, $BSM(j) = 1$ 그렇지 않은 경우 즉 접근 가능한 경우에는 $BSM(j) = 0$ 를 할당한다. 이의 과정을 식(1)을 만족하는 반구 상의 모든 C_j 들에 대하여 차례로 실시함으로써 주어진 접촉점에 대한 PVC를 계산하게 된다.

지금까지 설명한 알고리즘을 요약하면 다음과 같다.

4. 적용 예

본 연구에서 개발된 알고리즘은 IBM-pentium 상에 구현되었다. 먼저 가공 대상 자유 곡면은 Fig. 9(a)와 같은 형상을 가정하였다. 개발된 알고리즘의 순서를 따라 곡면을 750개의 팻치 분할하였고 구는 1200개의 삼각형 셀로 분할하여 BSM을 구성하였다. 그리고 공구의 반경은 50mm로 가정하였다.

Fig. 9(b)는 이 곡면 형상 위의 임의의 점 A에서 PVC를 계산하는 과정 중 식(2)을 만족시키는 Δ_i 들을 나타낸 모습이다. Fig. 9(c)는 공구 볼륨을 고려한 PVC의 계산된 결과이다(검게 표시된 영역). 동일한 점에 대하여 공구 볼륨을 고려하지 않는 Suh⁽¹¹⁾의 방법에 의해 계산한 PVC의 결과가 Fig. 9(d)에 나타나 있다. 서론에서 언급한 바와 같이 공구를 직선으로 가정할 경우가 공구 볼륨을 갖는 경우보다 과장된 해를 산출함을 볼 수 있다.

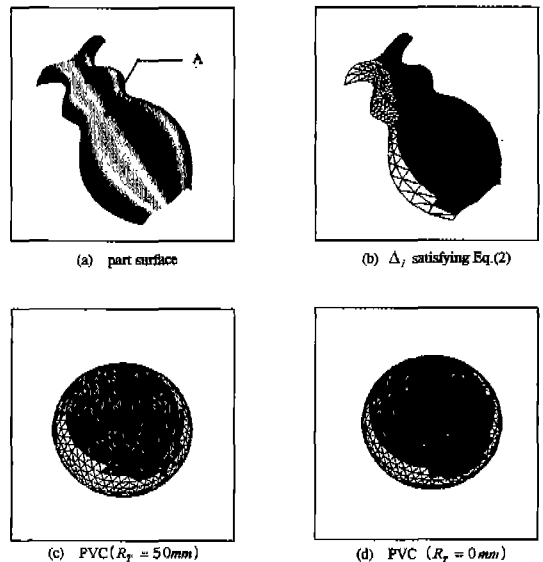


Fig. 9 Point visibility cone

Fig. 10은 본 연구의 결과를 자유 곡면의 NC 가공에 필요한 공정 계획 기능 중의 하나인 셋업 자세 영역 계산에 응용한 예이다. 즉 Fig. 10(a)와 같은 가공 곡면을 가공할 수 있는 공구와 공작물간의 셋업 자세 방향을 계산한다. 이는 Kim⁽¹⁰⁾이 제안한 방법을 사용하거나 곡면 상에서 구한 모든 PVC의 교집합을 구함으로써 얻어진다⁽¹¹⁾. 그러나 두 연구 모두 공구의 볼륨을 고려하지 않았기 때문에 공구의 볼륨을 고려한 본 연구의 결과인 Fig. 10(b)에 비해 과장된 결과를 도출한다(Fig.10(c)). 따라서 공구의 볼륨을 고려하는 것이 정확한 공정 계획의 수립을 위해서 매우 중요하다는 사실을 확인할 수 있다.

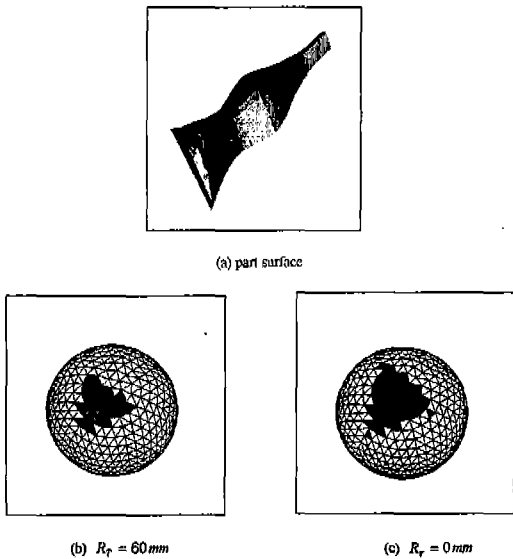


Fig. 10 Comparison between feasible setup regions

5. 결 론

본 연구에서는 자유 곡면 상의 임의의 점에 공구가 간섭 없이 접근할 수 있는 자세 영역을 볼륨을 고려하여 계산하는 알고리즘을 개발하였다. 이를 위해서 곡면을 근사 다면체로 변환하고 특히 해를 찾고 그 결과를 저장하는 도구로써 BSM(Binary Spherical Map)을 사용함으로써 알고리즘을 단순화하고 컴퓨터 상에 쉽게 구현될 수 있도록 하였다. 그리고 본 연구가 공구 볼륨을 고려하지 않고 공구를 직선으로 가정한 기존의 방법보다 정확한 결과를 계산함을 보였다. 따라서 본 연구의 결과는 자유 곡

면의 다축 NC 가공시 공정 계획 수립을 위한 유용한 도구일 뿐만 아니라 복잡한 형상의 NC 가공에 필요한 공구 몸체 간섭 문제와 공구의 최적 접근 자세 결정에도 유용하게 사용될 것으로 기대된다.

그러나 본 연구에서 BSM을 사용한 방법은 기본적으로 그 접근 방법이 근사 방식이고 샘플링에 의한 탐색 방식인 한계가 존재한다. 구의 분할을 더욱 조밀하게 함에 따라 정밀도를 향상시킬 수 있지만 상대적으로 계산 시간이 증가하는 단점이 뒤따른다. 따라서 BSM을 사용하지 않고 직접 PVC를 계산할 수 있는 개선된 방법론에 대한 연구가 추후 요구된다.

참 고 문 헌

1. Su, C.J. and Mukerjee, A., "Automated Machinability Checking for CAD/CAM", IEEE Trans. On Robotics and Automat., Vol. 7, No. 5., 1991.
2. Chen, L.L, Chou, S.Y. and Woo, T.C., "Partial Visibility for Selecting a Parting Direction in Mold and Die Design", J. of Mfg. Systems. Vol. 14, No. 5, pp. 319-330, 1995.
3. Oliver, J.H. and Huang, H.T., "Automated path planning for integrated assembly design", Vol. 26, No. 9, pp. 658-666, 1994.
4. Tseng, Y. and Joshi, S., "Determining feasible tool-approach directions for machining Bezier curves and surfaces", Comput.-Aided Des., Vol. 32, No. 5, pp. 367-379, 1991.
5. Kim, D., "Cones on Bezier Curves and Surfaces", Ph.D. thesis, University of Michigan, Industrial and Operations Engineering, 1990.
6. Woo, T., and Turkovich, B., "Visibility Map and Its Application to Numerical Control," Annals of CIRP, Vol. 39, No.1, pp. 451-454, 1990.
7. Woo, T., Tang, K. and Gan, J., "Maximum Intersection of Spherical Polygons and Workpiece Orientation for 4- and 5- Axis

- Machining," *J. of Mech. Des.*, Vol. 114, pp. 477-485, 1992.
8. Woo, T., "Visibility maps and spherical algorithms", *Comput.-Aided Des.*, Vol. 26, No. 1, pp. 6-16, 1994.
 9. Chen, L., Chou, S., and Woo, T., "Separating and intersecting spherical polygons : Computing Machinability on Three-, Four-, and Five-axis Numerically Controlled Machines," *ACM Trans. Graphics*, Vol. 12, No. 4, pp. 305-326, 1993.
 10. 김광수, 고병철 "Automated Machinability Checking for Sculptured Surfaces Manufacture", '92 대한산업공학회 춘계학술대회 발표논문집, 제 21 권, 1 호, pp. 67-84, 1995.
 11. Suh, S. H. and Kang, J. K., "Process Planning for Multi-axis NC machining of free surfaces," *Int. J. of Prod. Res.*, Vol. 33, No. 10, pp. 2723-2738, 1995.
 12. 전차수, "자유곡면 NC 가공에서의 공구간섭 방지", 박사학위논문, 한국과학기술원, 1989.
 13. Choi, B. K., "Surface Modeling for CAD/CAM", Elsevier, 1991.
 14. Peng, Q. S., "An algorithm for finding the intersection lines between two B-spline surfaces", *Comput.- Aided Des.* Vol. 16, No. 4, pp.191-196, 1984.
 15. Boehm, W., "Inserting new knots into B-spline curves", *Comput.-Aided Des.*, Vol. 12, No. 4, pp.199-201, 1980.
 16. Boehm, W. "Generating the Bezier points of B-spline curves and surfaces", *Comput.-Aided Des.*, Vol. 13, No. 6, pp. 365-366, 1981.
 17. Choi, B. K., Shin, H. Y., Yoon, Y. I and Lee, J. W., "Triangulation of Scattered Data in 3D Space", *Comput.-Aided Des.*, Vol. 20, No. 5, pp. 239-248, 1988.
 18. Bobrow, J., "NC machine tool path generation from CSG part representation," *Comput.-Aided Design*, Vol. 17, No. 2, pp. 69-76, 1985.
 19. Loney, G. and Ozsoy, T., "NC machining of free form surfaces," *Comput.-Aided Design*, Vol. 19, No. 2, pp. 85-90, 1987.
 20. Park, C. S., "Interactive Microcomputer Graphics", Addison Wesley, 1985.