

본 논문은 1996년도 한국학술진흥재단의 공모과제 연구비에 의하여 연구되었음

유연한 절삭공정을 위한 절삭가공계획에 관한 연구

장윤상*

A Study on the Machining Operations Planning for the Flexible Machining Process

Yoonsang Chang*

ABSTRACT

An algorithm is developed to find optimal machining parameters for multiple machining environments. The cutting rate-tool life (R-T) characteristic curve presents the general loci of optima and is useful for the flexible machining operations planning. The R-T characteristic curve for the machining economics problems with linear-logarithmic tool life-model may be determined by applying sensitivity analysis to log-dual problems. Three cases of the change of machining environments are considered. An end milling example is constructed to illustrate the algorithm.

Key Words: Machining Operations Planning(절삭 가공 계획), Machining Economics Problem(절삭경제문제), R-T Characteristic Curve(절삭률-공구수명 특성곡선), Sensitivity Analysis(민감도 분석), Linear-Logarithmic Tool Life Model(선형 공구수명 모델).

1. 서 론

절삭 가공 계획은 사용자의 요구에 맞는 최적 절삭조건을 결정하는 과정으로 절삭공정 설계의 주요한 한 부분을 차지한다. 일반적인 최적 절삭조건 결정 과정은 실험계획법에 따른 공구마모나 가공성 등의 절삭실험에서 시작한다. 공구수명, 절삭력, 그리고 표면 거칠기를 포함한 가공 품질로 나타나는 절삭성은 실험으로부터 얻어진 절삭 성능 자료를 바탕으로 재료의 재질, 공구의 형상 및 재질, 절삭속도, 이송값, 그리고 절삭깊이 등의 절삭변수를 사용하여 통계적으로 모델링된다. 가공성 모델들은 절삭 경

계 최적화 문제를 구성하며 최적 절삭조건은 적당한 최적화 기법을 써서 이 문제를 풀어 얻는다.

절삭가공의 최적화 문제의 구성 및 분석은 1950년에 Gilbert의 "절삭가공의 경제성"이라는 최초의 연구로 시작되었다. 그는 최대 생산능률과 최소 생산비의 기준을 도입하여, 이 기준 하에서 단일생산공정에 대한 수학적 모델을 개발하여 최적 절삭속도를 분석하였다. 그 후 최대 이윤을 기준이 Hitomi에 의해 제안되어 기계생산가공의 경제적 최적화에 사용되는 세 가지 평가기준이 마련되었다. 세 가지 기준 중에서 어느 것을 적용하는가는 생산목적에 따라서 결정되며; 가장 좋은 기준의 선정은 관리적

측면에 의해 결정되어야 한다. 또한 경제적 최적화는 총합생산 시스템의 관점에서 행해져야 하나, 현 단계에서는 거기까지 이론이 전개되어 있지 않고 단일기계생산가공 및 다단계 공정의 최적화만이 가능하다.

지금까지 최적 절삭조건을 구할 때는 하나의 값으로 결정되었던 절삭환경들에 대하여 문제를 풀었으며 이러한 절삭경제문제는 단일 가공환경에 대한 최적 절삭조건을 제시한다. 생산공장들의 생산환경이 다를 경우 최적 절삭조건은 같은 공구와 재료를 사용하는 경우에도 달라질 수 있으며 만약 이런 절삭요인들이 변화하면 같은 공구수명식을 가지고 절삭경제문제의 구성 및 최적화 하는 과정을 재 시행하여야 한다. 또한 요즈음 생산공정에서 많이 쓰이는 다품종 소량생산 방식에서는 하나의 기계에서 여러 가지 형상 및 크기의 제품이 생산되며 따라서 각 제품마다 가공환경이 변화하게 된다. 그러므로 생산환경에 따라 변하는 절삭상수들에 관계없이 경제적인 최적 절삭조건들의 일반적인 분포를 아는 것은 가공조건, 유연한 결정에 도움이 된다. 즉, 생산자의 요구와 환경에 맞는 적절한 가공조건, 효율적인 결정이 재료 가공의 생산성 향상이란 관점에서 볼 때 필요하다.

생산공정에서 실제로 변할 수 있는 절삭환경은 1) 절삭비용 최소화 및 생산량 최대화 등 경제적 목표, 2) 공구비, 임금, 기계정지시간 등 절삭경제 상수 값, 3) 공작기계의 동력, 절삭조건 범위 등 구속조건의 한계값, 4) 환경변화에 따른 새로운 구속조건의 도입 등이 있다. 이 중에서 절삭경제목표의 변화와 절삭경제 상수들의 변화는 수학적으로 동일한 형태로 절삭경제문제에서 목적함수의 계수의 변화만을 초래한다. Friedman과 Tipnis에 의하여 처음 소개된 절삭률-공구수명 (R-T) 특성곡선은 절삭경제문제에서 이러한 계수의 변화에 따른 최적 값들의 집합을 수식으로 표현한 것이다.^(1,2) R-T 특성곡선은 절삭경제문제의 최적값들의 일반적인 위치를 나타내며 절삭조건을 최적값에 가능한 한 근접시키는데도 유용하다. 그들은 이차로그의 공구수명식을 사용했을 때의 R-T 특성곡선의 존재를 절삭률과 공구수명식의 자코비안을 영으로 하는 필요조건을 바탕으로 규명하였다. 그러나 이 R-T 특성곡선은 최적값을 위한 충분조건이 적용되지 않아서 틀린 최적값의 집합이 될 수도 있다. Hough는 이차로그함수의 convexity를 위한 조건을 사용하여 이차로그의 공구수명식을 위한 충분조건을 발표하였다.⁽³⁾ Friedman과 Tipnis의 특성곡선 알고리즘은 또한 구속조건이 있거나 공구수명식이 선형로그식일 경우는 적용할 수 없었다.

Hough와 Chang은 구속조건이 있고 이차로그 또는 선형로그의 공구수명을 갖는 절삭경제문제에 대한 R-T 특성곡선을 구하는 알고리즘을 발표하였다.^(4,5)

절삭경제문제를 구성하는데는 일반적으로 선형 로그의 공구수명 모델이 많이 쓰인다. 선형로그 모델은 지금까지 가공재료로 많이 쓰여 왔던 강, 주철, 기타 일부 비철 금속의 절삭조건 결정에 적합하다. 선형로그 공구수명 모델은 양수의 계수를 갖는 posynomial형태의 비선형 함수이며 posynomial형태의 최적화 문제의 해법은 기하적 계획법(geometric programming)을 사용하는 것이 적당하다.⁽⁶⁾ 밀링가공이나 다선선삭등 여러 가지 가공공정의 최적화를 위한 절삭경제문제에 대해서 기하적 계획법의 적용연구가 다수 발표되었다.⁽⁷⁻¹¹⁾ 선형로그 모델을 사용한 절삭경제문제의 특성은 구속조건이 없으면 문제가 구성되지 않는 것이다. 즉 기하적 계획법에 맞는 절삭가공의 최적화 문제는 두 개 이상의 변수를 갖고 있으며 구속조건이 없을 경우 음의 난이도를 갖기 때문에 최적값이 결정되지 않는다.

본 연구에서는 여러 가지 가공환경의 변화에 따른 최적 절삭조건, 효율적이고 유연한 제시를 위하여 일차로그의 공구수명 모델을 갖는 절삭경제문제에 대한 R-T 특성곡선의 개념을 확장한다. 기존에 발표된 목적함수의 계수 변화에 따른 특성곡선은 절삭경제문제의 특성을 이용하여 선형 계획법의 민감도 분석(sensitivity analysis)을 응용하였다.⁽⁵⁾ 이 개념을 위에서 언급한 여러 가지 가공환경의 변화에 대해서도 적용한다. 하나의 절삭경제문제의 쌍대문제(dual)를 선형화 하여 해를 구하고 최적성(optimality)과 실행가능성(feasibility)을 검토하여 목적함수 및 구속조건의 변화에 쉽게 대처하며 새로운 최적값의 위치를 얻는다. 개발된 알고리즘을 평가하기 위하여 밀링공정에 적용하여 예시한다.

2. 절삭경제 문제 및 쌍대문제의 구성

절삭비용 최소화나 생산을 최대화 등의 절삭경제문제 목적함수는 기본적으로 절삭작동 및 정지시간과 관련된 두개의 항의 합으로 표현되며 절삭률과 공구수명에 의해 다음 식과 같은 형태로 표시된다.

$$I = \frac{K_1}{R} + \frac{K_2}{RT} \quad (1)$$

여기서 K_1 과 K_2 는 기계정지시간, 임금, 공구비용 등

절삭상수들의 함수이다. 절삭률(R)과 공구수명(T)은 절삭속도, 이송 등 n 개의 절삭변수(X_i)의 함수이며 절삭실험 데이터의 통계적 모델링과 기하적인 조건에 의하여 각각 다음과 같이 표시된다.

$$T = c \prod_{i=1}^n X_i^{b_i} \quad (2)$$

$$T = r \prod_{i=1}^n X_i \quad (3)$$

절삭경제문제를 구성하는 기계의 동력 및 절삭력, 가공정도, 가공변수들의 유효범위 등 구속조건들도 기본식 또는 실험자료의 모델링에 의하여 posynomial 함수로 표시할 수 있다. 그러므로 절삭경제문제는 식 (1)과 구속조건 식들에 의하여 다음과 같은 형태로 구성된다.

$$\text{minimize } I = C_{01} \prod_{i=1}^n X_i^{-1} + C_{02} \prod_{i=1}^n X_i^{a_{0i}} \quad (4)$$

$$\text{subject to } C_j \prod_{i=1}^n X_i^{a_{ji}} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, m \quad (5)$$

여기서 C_{01} , C_{02} 와 a_{0i} 는 식 (2), (3)의 계수 및 지수들에 의한 값이고 m 은 구속조건의 수이다.

식 (4) 및 (5)의 절삭경제문제는 기하적 계획법의 정의에 의하여 다음과 같은 쌍대 문제로 구성된다.

$$\text{maximize } d = \left(\frac{C_{01}}{w_{01}}\right)^{w_{01}} \left(\frac{C_{02}}{w_{02}}\right)^{w_{02}} \prod_{j=1}^m (C_j)^{w_j} \quad (6)$$

$$\text{subject to } w_{01} + w_{02} = 1 \quad (7)$$

$$-w_{01} + a_{0i}w_{02} + \sum_{j=1}^m a_{ji}w_j = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (8)$$

R-T 특성곡선을 구하는 과정은 원문제에서 tight 구속조건, 즉 쌍대문제에서 영이 아닌 기본해 w_j 를 결정하는 것이다. 쌍대 목적함수 (6)에 로그를 취하면 선형식이 되며 C_{01} 과 C_{02} 은 쌍대변수 w_j 의 기본해화 여부에 영향을 미치지 않기 때문에 관련 항은 지워질 수 있다. 또한 식 (7)은 하나의 가중치 w_{01} 의 생략을 가능하게 하여 새로운 로그 쌍대문제는 다음과 같은 선형계획법 문제가 된다.

$$\text{maximize } z = \ln(d) = \sum_{j=1}^m (\ln C_j)w_j \quad (9)$$

$$\text{subject to } \sum_{j=1}^m a_{ji}w_j = P_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (10)$$

$$0 < w_{02} < 1, \quad w_j \geq 0$$

$$\text{여기서 } P_i = 1 - (1 + a_{0i})w_{02}. \quad (11)$$

이 로그쌍대문제의 풀이는 주어진 가중치 w_{02} 에 따른 쌍대변수 w_j 의 최적값을 구하는 것이므로 w_{02} 를 0과 1 사이에서 변화시키며 쌍대문제를 반복해서 풀면 R-T 특성곡선을 구할 수 있다. 그러나 이것은 소모적인 방법으로 원 문제를 푸는 것에 비하여 장점이 없다. 로그쌍대문제의 장점은 최적 심플렉스 표의 성질을 이용한 민감도 분석의 적용에 있다.

3. 민감도 분석에 의한 R-T 특성곡선

원 문제의 생산환경 변화에 따른 R-T 특성곡선은 쌍대 문제의 최적 심플렉스 표를 이용한 민감도 분석에 의하여 다음과 같은 과정으로 얻을 수 있다.

(1) 우선 0과 1 사이에서 임의의 w_{02} 에 대한 식 (9), (10)의 로그쌍대문제의 해를 심플렉스 기법을 이용하여 구한다. 기본해화된 쌍대변수 w_j 는 원 문제에서 tight한 구속조건식을 나타내며 이것은 R-T 특성곡선상의 한 점이 된다. 또한 Table 1과 같은 행렬화된 최적 심플렉스 표를 얻을 수 있다. 여기서 w_B 는 기본해, $\ln C_B$ 는 기본해 계수(basic cost), B^{-1} 는 구속조건식의 계수행렬 A 의 기본 역행렬(basis inverse matrix)이다.

Table 1. Optimal Simplex Tableau for Log-Dual Problem

	w	RHS
z	$z - \ln C$ $= (\ln C_B)B^{-1}A - (\ln C)$	$(\ln C_B)B^{-1}P$
w_B	$B^{-1}A$	$B^{-1}P$

(2) 생산환경 변화에 따른 최적해의 위치 변화를 찾기 위하여 최적 심플렉스 표를 이용하여 민감도 분석을 행한다. 생산환경 변화에 따른 원 문제와 쌍대문제의 관계에 의한 민감도 분석방법은 아래의 각 절에서 고찰한다. 민감도 분석을 통하여 최적성 및 실행가능성 조건들에 의하여 동일한 기본해를 갖는 w_{02} 의 변화구간을 구할 수 있다. 절삭경제문제의 최적값은 각 구간에서 동일한 tight 구속조건을 갖는다.

(3) w_{02} 를 각 구간에서 하나씩 임의로 선택하여 문제를 풀어 구간 수만큼의 로그쌍대문제의 해에 의해 최적값들의 집합인 R-T곡선을 얻는다. 간단한 방법으로 쌍대 심플렉스법을 이용하여 최적 심플렉스 표에서 다른 구간의 w_{02} 값들에 대한 최적성 및 실행가능성을 회복하도록 기본해를 바꾸어 줌으로써 계산 수를 크게 줄일 수도 있다.

3.1 경제적 목표 및 절삭경제 상수의 변화

원 문제에서 절삭경제 목표와 상수의 변화, 즉 C_{01} 과 C_{02} 의 변화는 쌍대문제에서는 나타나지 않는다. 다만 구속조건식의 우변항, P_j ,에 영향을 주는 w_{02} 의 변화로 나타나며 이것은 최적표에서 쌍대 기본해인 우변항을 변화시킨다. 선형계획법에서 구속조건식의 우변항의 변화는 문제의 실행가능성에 영향을 끼친다.⁽¹²⁾ 현재의 기본해가 음수가 되면 현재의 최적값은 실행가능해가 된다. 그러므로 원 문제에서 tight해지는 구속조건은 실행가능조건을 만족시키는 w_{02} 의 변화에 따르며 실행가능성을 만족시키는 w_{02} 의 변화 영역은 최적 심플렉스 표로부터 얻어지는 다음과 같은 실행가능조건에 의해 결정된다.

$$B^{-1}P \geq 0 \quad (12)$$

한편 원 문제에서 C_{01}/C_{02} 의 계수비에 따른 R-T 특성곡선 상의 최적값의 위치는 C_{01}/C_{02} 의 계수비와 쌍대 변수 w_{02} 의 관계에서 구할 수 있다. 기하적 계획법의 정의에 의하여 목적함수의 각 항의 최적 가중치는 최적해로부터 다음과 같이 정의된다.⁽⁶⁾

$$w_{01} = \frac{C_{01} \prod_{i=1}^n X_i^{-1}}{I}, \quad w_{02} = \frac{C_{02} \prod_{i=1}^n X_i^{a_i}}{I} \quad (13)$$

그러므로 임의의 w_{02} 에 대한 C_{01}/C_{02} 의 계수비는 다음 식과 같다.

$$\frac{C_{02}}{C_{01}} = \left(\frac{w_{02}}{1-w_{02}} \right) \prod_{i=1}^n X_i^{-(a_i+1)} \quad (14)$$

3.2 절삭 구속조건 한계값의 변화

원 문제에서 절삭 구속조건식의 한계값의 변화는 쌍대문제에서 목적함수의 계수, $\ln C_k$,의 변화로 나타난다. 민감도 분석에서 목적함수의 계수 변화는 쌍대 실행가능성에 영향을 끼치며 k번째 계수, $\ln C_k$ 가 $\ln CK$ 으로 변화하였

을 때 w_k 가 기본해일 경우와 기본해가 아닐 경우의 두 가지로 나누어 분석한다.⁽¹²⁾ w_k 가 기본해가 아닐 경우 $z_k - \ln C_k$ 가 $z_k - \ln CK$ 가 되므로 다음과 같은 조건식으로부터 w_{02} 의 구간을 얻을 수 있다.

$$z_k - \ln C'_k = (z_k - \ln C_k) + (\ln C_k - \ln C'_k) \geq 0 \quad (15)$$

w_k 가 기본해일 경우의 조건식은 민감도 분석에 의하여 다음과 같다.

$$z'_j - \ln C_j = (z_j - \ln C_j) + (\ln C'_j - \ln C_j)(B^{-1}A)_j \geq 0, \quad j \neq k \quad (16)$$

3.3 새로운 구속조건식의 추가

원 문제에서 새로운 구속조건식의 추가는 쌍대문제에서 새로운 변수의 추가로 나타난다. $m+1$ 번째 구속조건식의 추가는 쌍대문제에 새로운 쌍대변수 w_{m+1} , 구속조건식의 계수행렬 A_{m+1} , 목적함수의 계수 $\ln C_{m+1}$ 를 만들며, 민감도 분석에 의하여 다음 식으로 기본해가 바뀌는 w_{02} 의 구간을 얻을 수 있다.⁽¹²⁾

$$z_{m+1} - \ln C_{m+1} = (\ln C_B)B^{-1}A_j - \ln C_{m+1} \geq 0 \quad (17)$$

4. 밀링공정에의 적용

제안한 방법을 예시하기 위하여 밀링공정에 적용하였다. 기존의 R-T 특성곡선과 비교하기 위하여 참고문헌(5), (13)에서 사용한 Zlatan등의 엔드밀링 실험 데이터를 그대로 사용하였다.⁽¹⁴⁾ 네 개의 날을 가진 0.5인치 지름의 M10 고속도강 밀링커터로 경도 217 BHN의 4340 강을 황삭하였을 때 실험 데이터의 회귀분석에 의하여 다음과 같은 공구수명(T)과 절삭력(P) 모델을 얻었다.

$$T = 21982V^{-1.6784} D^{-1.481} F^{-.1889} \quad (18)$$

$$P = 29152F^{.4258} D^{-.5645} \quad (19)$$

여기서 V, D, F는 각각 회전속도(fpm), 절삭깊이(in), 이송률(ipm)을 나타낸다. 한편 절삭률은

$$R = 30.56VDF \quad (20)$$

과 같이 표시된다. 현재의 절삭환경은 임금비 \$0.25/min, 공구 및 교환비용 \$2이며 구속조건은 최대

절삭력이 685 lbs.이고 최대 및 최소의 절삭속도, 절삭깊이, 이송률에 따라 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 P &\leq 685 \\
 100 &\leq V \leq 200 \\
 .06 &\leq D \leq .10 \\
 .0015 &\leq F \leq .004
 \end{aligned} \tag{21}$$

절삭경제문제는 식 (4), (5)로 부터 다음과 같이 구성된다.

$$\begin{aligned}
 \text{minimize } I &= 0.00818 V^{-1} D^{-1} F^{-1} + 2.9971 \\
 &\quad \times 10^{-6} V^{.6784} D^{-.8519} F^{-.8111} \tag{22} \\
 \text{subject to } &42.558 D^{.5645} F^{.4258} \leq 1 \tag{23} \\
 &.005 V \leq 1 \tag{24} \\
 &10 D \leq 1 \tag{25} \\
 &250 F \leq 1 \tag{26} \\
 &100V^{-1} \leq 1 \tag{27} \\
 &.06D^{-1} \leq 1 \tag{28} \\
 &.0015F^{-1} \leq 1 \tag{29}
 \end{aligned}$$

이 문제는 3개의 변수와 7개의 구속조건을 갖는 난이도 5의 전형적인 기하적 계획법 형태의 문제이다. 식 (23)...(29)에 1...7 의 구속조건 번호를 붙이고 로그쌍대문제를 다음과 같이 구성하였다.

$$\begin{aligned}
 \text{maximize } z &= 3.75w_1 - 5.30w_2 + 2.30w_3 + 5.52w_4 \\
 &\quad + 4.61w_5 - 2.81w_6 - 6.50w_7 \tag{30} \\
 \text{subject to } &w_2 - w_5 = 1 - 1.6784w_{02} \\
 &.5645w_1 + w_3 - w_6 = 1 - .1481w_{02} \\
 &.4258w_1 + w_4 - w_7 = 1 - .1889w_{02}
 \end{aligned} \tag{31}$$

임의의 w_{02} 에 대한 로그쌍대문제를 풀어서 최적 심플렉스 표를 얻을 수 있으나 현재의 환경 변화에 대한 최적값의 변화를 추적하기 위하여 위의 원문제의 경우를 현재의 가공환경으로 결정하였다. 기하적 계획법을 사용하여 구한 최적 회전속도 200fpm, 절삭깊이 0.004in, 이송률

0.084ipt를 식 (14)에 대입하면 w_{02} 는 0.00024를 얻는다. w_{02} 가 0.00024일 때에 쌍대변수 w_j 에 대한 로그쌍대문제 (30), (31)를 심플렉스법을 이용하여 풀어서 Table 2와 같은 최종의 심플렉스 표를 얻었다.

Table 2. Optimal Simplex Tableau from Present Machining Environment

	w_1	w_2	w_3	w_4	w_5	w_6	w_7	A_1	A_2	A_3	Sol.
z	0	0	.18	0	.60	.33	.98	M	M	M	2.70
w_2	0	1	0	0	-1	0	0	1	0	0	1
w_1	1	0	1.77	0	0	-1.77	0	0	1.77	0	1.77
w_4	0	0	-.75	1	0	.75	-1	0	-.75	1	.25

4.1 경제적 목표 및 절삭경제 상수의 변화

Table 2에서 기본해 w_1, w_2, w_4 은 원문제에서 구속조건식 (23), (24), (26)이 tight해짐을 의미하며 최적해는 이들 식으로 나타나는 점 상에 위치한다. R-T 특성곡선을 구하기 위한 실행가능 조건식은 식 (12)로 부터

$$\begin{pmatrix} w_2 \\ w_1 \\ w_4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.77 & 0 \\ 0 & -.75 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 - 1.6784w_{02} \\ 1 - .1481w_{02} \\ 1 - .1889w_{02} \end{pmatrix} \tag{32}$$

와 같이 표현되며 이 식들은 음, 양, 또는 영의 세 가지 경우가 생긴다. w_1 과 w_4 에 대한 식은 $0 < w_{02} < I$ 에서 항상 양이 되며 이것은 구속조건식 (23)과 (26)이 항상 tight함을 의미한다. 기본해 w_{02} 에 대한 실행가능식에 의하여 tight한 구속조건식이 변하는 세 가지 구간은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \text{구간 I} & \quad 0 < w_{02} < .5958 \\
 \text{구간 II} & \quad w_{02} = .5958 \\
 \text{구간 III} & \quad .5958 < w_{02} < 1
 \end{aligned}$$

구간 II의 경우 기본해인 w_2 가 퇴화(degenerate)되어 tight한 구속조건은 식 (23)과 (26)이 된다. 구간 III의 경우 구간 내의 임의의 w_{02} 값에 대하여 새로운 최적 쌍대변수 w_5, w_1, w_4 를 얻을 수 있고 이것은 원문제에서 구속조건식 (23), (26), (27)을 tight하게 한다. 쌍대문제에서 얻은 기본해 변화구간 및 기본해를 식 (14)의 C_{01} 및 C_{02} 의 변화관계식을 이용하여 정리하면 원문제의 각 구간 및 tight 구속조건은 Table 3과 같다. 여기서 굵은 숫자

는 포함을 의미한다. Fig.1은 tight 구속조건으로부터 얻은 R-T 특성곡선이다.

현재의 절삭환경에서 C_{01}/C_{02} 는 .00036이므로 최소 비용을 위한 최적 절삭조건은 $V=200, D=0.084, F=.004$ 가 된다. 만약 임금비용이 \$0.25/min에서 \$0.1/min로, 공구 및 교환비용이 \$2에서 \$6로 변한다면 C_{01}/C_{02} 는 0.00273이되어 최적 절삭조건은 Table 3으로부터 $V=100, D=0.084, F=.004$ 로 변하게 된다. 임금에 비하여 공구비용이 상승하면 절삭속도를 낮추는 것이 좋으며 R-T 특성곡선의 장점은 이러한 결론 및 최적조건을 문제의 재구성 및 풀이없이도 얻을 수 있다는 것이다.

Table 3. Tight Constraints for the Change of Machining Objectives and Constants

Region	Dual		Basics	Primal		Tight Constraints
	w_2			C_{02}/C_{01}		
	max.	min.		max.	min.	
I	0	.5958	w_1, w_2, w_3	.00083	.00265	Force, Max.Speed, Max.Feed
II	.5958	1	w_1, w_3	.00083	.00265	Force, Max.Feed
III	.5958	1	w_1, w_2, w_3	.00083	.00265	Force, Max.Feed, Min.Speed

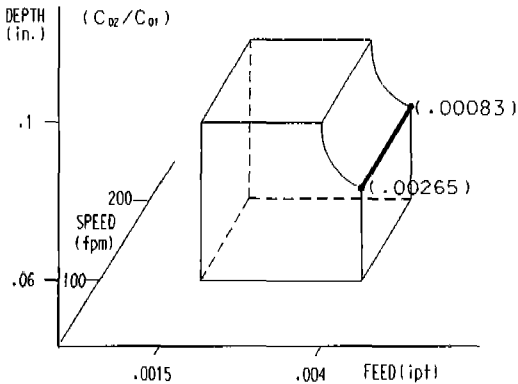


Fig. 1 R-T Curve for the Change of Machining Objectives and Constants

4.2 절삭력 및 절삭깊이의 한계값의 변화

현재 사용중인 공작기계를 동력크기가 크거나 작은 기계로 교체하였을 경우의 최적 절삭조건의 변화를 구하고자 한다. 이 경우 절삭경계 문제에서 685 lbs.인 절삭력의 한계값의 변화가 구속조건식 (23)의 계수를 변화시키며 로그쌍대문제에서 3.75인 목적함수의 w_2 의 계수가 임의의 $\ln C_1$ 으로 나타나게 된다. w_2 이 기본해이므로 R-T 특성곡선은 조건식 (16)에 의하여 구성된다.

$\ln C'_B - \ln C_B = (0, \ln C_1 - 3.75, 0)^T$ 이며 식 (16)에서 $z'_j - \ln C_j$ 가 쌍대변수 w_3 와 w_6 의 경우를 제외하고는 $\ln C_j$ 의 변화에 관계없이 모두 영 이상의 일정한 값을 갖는다. w_3 의 경우 아래와 같은 $\ln C_1$ 값에 따른 부호의 변화 조건식을 발생시킨다.

$$z'_3 - \ln C_3 = 0.18 + (0, \ln C_1 - 3.75, 0)^T (0, 1.77, -0.75) = 1.77 \ln C_1 - 6.4575 \quad (33)$$

같은 방법으로 $z'_6 - \ln C_6 = -1.77 \ln C_1 + 6.9675$ 가 된다. 그러므로 두 개의 조건식으로부터 $\ln C_1$ 이 $\ln C_1 < 3.6483, 3.6483 \leq \ln C_1 < 3.9364, \ln C_1 \geq 3.9364$ 의 부호 변화구간을 얻게된다. 그러나 실제의 $\ln C_1$ 값은 4.3568보다 클 경우 실행가능 영역이 없어지므로 $\ln C_1$ 의 최대값은 4.3568이 된다. 각각의 구간에서 임의의 $\ln C_1$ 값에 대하여 쌍대문제를 풀면 Table 4와 같이 각 구간에서 동일한 쌍대 기본해, 즉 원 문제에서 동일한 tight 구속조건을 갖게되며 Fig. 2와 같은 R-T 특성곡선을 구성한다.

Table 4. Tight Constraints for the Change of Force Criterion

Region	Dual		Basics	Force Criterion		Primal	Tight Constraints
	$\ln C_1$			max.	min.		
	max.	min.		max.	min.		
I	3.6483		w_1, w_2, w_3	759	569	Max.Speed, Max.Depth, Max.Feed	
II	3.9364	3.6483	w_1, w_3, w_4	759	569	Force, Max.Speed, Max.Feed	
III	4.3568	3.9364	w_1, w_2, w_3, w_4	569	374	Force, Max.Speed, Min.Depth	

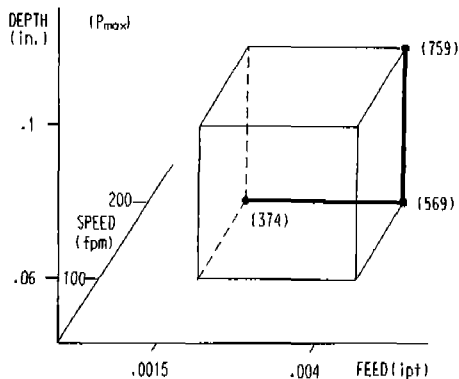


Fig. 2 R-T Curve for the Change of Force Constraint Criteria

w_k 가 기본해가 아닐 경우의 예로 절삭깊이의 최소 한계값의 변화에 따른 최적 절삭조건의 변화를 알아보았다.

우선 절삭깊이의 최소값은 영보다 크고 최대값보다 작아야하므로 로그쌍대문제에서 $\ln C_6$ 은 -2.3보다 작아야 한다. w_6 는 기본해가 아니므로 조건식 (15)로 부터 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$z_6 - \ln C_6 = 0.33 + (-2.81 - \ln C_6) \geq 0 \quad (34)$$

$\ln C_6$ 의 구간은 $\ln C_6 < -2.48$, $-2.48 \leq \ln C_6 < -2.3$ 로 나누어지며 각 구간에서 임의의 $\ln C_6$ 에 대하여 쌍대문제를 풀면 Table 5와 같은 기본해와 연관되는 tight 구속조건을 갖게되며 Fig. 3과 같은 R-T 특성곡선을 구성한다.

Table 5. Tight Constraints for the Change of Minimum Depth

Region	Dual			Primal			
	$\ln C_6$		Basics	D_{min} Criterion		Tight Constraints	
	max.	min.		max.	min.		
I	-2.48		w_1, w_2, w_4	.084		Force, Max.Speed, Max.Feed	
II	-2.3	-2.48	w_1, w_2, w_6	0.1	0.084	Force, Max.Speed, Min.Depth	

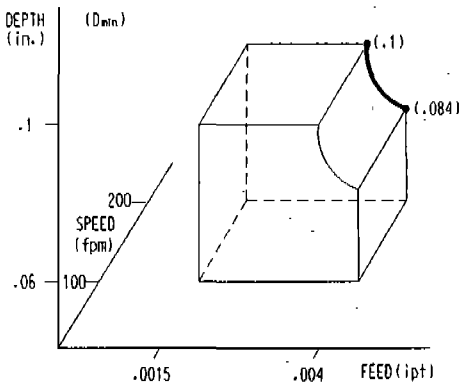


Fig. 3 R-T Curve for the Change of Minimum Depth Criteria

4.3 공구수명의 추계적 특성 고려

지금까지 이용된 공구수명 모델은 확정적(deterministic) 모델이어서 공구수명 데이터의 분포를 고려하지 않았다. 공구수명의 추계적(stochastic)인 현상을 반영하여 모델링하면 실제의 가공환경을 반영한 좀 더 정확한 절삭경제문제의 해석이 가능하다. 절삭경제문제에서 공구수명의 추계적인 특성을 고려하여 최적값을 결정하는

방법은 여러 가지가 발표되었다. 그중 한가지 방법으로 Koulamas는 공구수명의 확률을 절삭조건들의 posynomial 형태의 구속조건으로 나타내어 기하적 계획법을 사용하여 절삭경제문제의 해를 구하는 것이 가능케 하였다.⁽¹⁵⁾ 이 구속조건은 공구수명의 판단근거에 따라 달라진다. 공구수명판정이 수명완료 전까지의 절삭시간과 관계 없는 공구파손에 의한 경우 공구수명의 확률분포는 지수함수를 따르며 공구가 공구수명에 도달할 확률(P_u)은 주어진 허용 최고확률(P_{us})보다 작아야 하는 다음과 같은 구속조건식으로 표시된다.

$$P_u = 1 - e^{-\frac{v}{RT}} \leq P_{us} \quad (35)$$

여기서 v 는 절삭량, 즉 가공제품의 크기를 나타낸다. 확정적 공구수명식 (2)와 절삭률 (3)을 대입하면 다음과 같이 공구수명의 추계적 성질에 의한 구속조건이 얻어진다.

$$\frac{v}{cr \ln(1 - P_{us})} \prod X_i^{-(b_i+1)} \leq 1 \quad (36)$$

식 (36)은 확정적 공구수명을 갖는 절삭경제문제에서의 구속조건과 동일한 형태를 갖는다. 추계적 성질의 구속조건이 하나 더 추가됨에 따라 R-T 특성곡선도 새로운 구속조건에 따른 민감도 분석에 의하여 구할 수 있다.

가공제품의 크기를 1로 가정한다면 허용 공구파손확률 P_{us} 의 변화에 의한 추계적 성질 구속조건은 식 (36)에 의하여 다음과 같이 얻어진다.

$$SV^{.6784} D^{-.8519} F^{-.8111} \leq 1 \quad (37)$$

여기서

$$S = -\frac{1}{671769.9 \ln(1 - P_{us})} \quad (38)$$

이다. 식 (37)을 구속조건 8이라고 하면 식 (17)에 의하여 다음과 같이 민감도 분석을 행할 수 있다.

$$z_8 - \ln S = (-5.3, 3.35, 5.52) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1.77 & 0 \\ 0 & -0.75 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} .6784 \\ -.8519 \\ -.8111 \end{pmatrix} - \ln S = -10.2 - \ln S \geq 0 \quad (39)$$

그러므로 $\ln S$ 의 구간은 $\ln S \leq -10.20$, $\ln S > -10.20$ 로 나누어진다. 한편 기존의 특성곡선에서 공구가 파손될 확률은 식 (35)으로 부터 최적값의 위치가 $F=.004$, $D=.084$, $V=100$ 일 때의 0.024가 최소값이 된다. 즉 허용 공구파손확률이 .024보다 작을 경우에는 최적 절삭조건이 존재할 수 없다. 상대적인 $\ln S$ 의 값은 -9.72이고 실제로 최적값이 존재할 수 있는 $\ln S$ 의 구간은 $\ln S \leq -10.20$, $-9.72 \geq \ln S > -10.20$ 로 나누어진다.

현재의 절삭경제문제에서 추계적 공구수명의 허용 공구파손 확률의 변화를 구속조건인 하나로 추가하면 쌍대문제 (30), (31)에 w_8 및 식 (37)로 부터의 관련 계수 추가에 의하여 $\ln S$ 의 각 구간에서 Table 6과 같이 쌍대 기본해가 얻어지고 연관되는 tight 구속조건을 갖게된다.

Table 6. Tight Constraints for the Change of Tool Failure Probability

Region	Dual				Primal	
	$\ln S$		Basics	P_{us}		Tight Constraints
	max.	min		max.	min	
I	-10.2		w_1, w_2, w_4	1	.039	Force, Max.Speed, Max.Feed
II	-9.72	-10.2	w_1, w_4, w_6	0.039	0.024	Force, Max.Feed, Tool Fail Prob.

기존 절삭환경에서의 최적 조건인 $F=.004$, $D=.084$, $V=200$ 에서 공구수명에 이를 확률(P_{us})은 식 (35)으로 부터 .039이다. 즉 작업자가 생산성 및 절삭비용을 고려하여 .039 이상의 공구파손 확률을 허용하면 공구수명의 추계적 특성에 관계없이 확정적 공구수명에 대한 R-T 특성곡선을 그대로 사용할 수 있다. 그러나 공구파손확률이

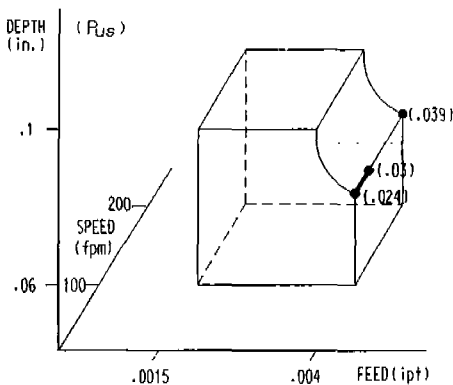


Fig. 4 R-T Curve for the change of Machining Constants with $P_{us}=0.03$

.039보다 작을 경우에는 확정적 공구수명에 의하여 얻어진 최적 절삭조건이 일부가 제한을 받게된다. 예를 들어 허용 공구파손확률이 0.03일 경우 경제적 목표 및 절삭경제 상수의 변화에 따른 특성곡선을 구한다면 Fig.1의 특성곡선의 일부가 제한 받아서 Fig. 4와 같은 R-T 특성곡선을 구성하고 현재의 최적조건은 $F=.004$, $D=.084$, $V=137$ 로 변하게 된다.

5. 결론

본 연구에서는 가공환경의 변화에 따른 최적 절삭조건을 효율적이고 유연한 체시를 위하여 R-T 특성곡선의 개념을 일차로그의 공구수명 모델을 갖는 절삭경제문제에 확장하였다. 선형 계획법의 민감도 분석을 응용하여 쌍대 문제의 최적성과 실행가능성을 검토함으로써 여러 가지 가공환경의 변화에 따른 최적값의 변화를 추적하는 것이 가능하였다. 최적값이 자코비안에 의하여 결정되는 기존의 이차로그 공구수명 모델을 갖는 절삭경제문제와는 달리 선형로그의 공구수명 모델에서는 최적값이 항상 구속조건 상에 위치한다. 그러므로 R-T 특성곡선을 하나의 식으로 나타내기는 불가능하며 최적값의 제적을 단순 명료하게 나타내기는 상대적으로 어렵다.

그러나 이 개념은 실제 가공환경과 가까운 구속조건이 있는 절삭경제문제에 대한 최적값의 집합이라는 새로운 모델을 정형화함으로써 전산기 원용 공정설계(CAPP)의 주요한 한 부분인 최적 절삭조건 결정에 대한 효과적인 방법의 제시가 기대된다. 절삭 핸드북에서 제시하는 절삭 변수 값들이 아닌 생산자의 요구와 환경에 맞는 적절한 가공조건에 대한 결정으로 가공비 절감이나 생산률 향상이란 측면에서 생산성 향상에 기여를 할 것이다. 가공 품질도 고려함으로써 품질 제한값 내의 값을 갖는 실행 가능한 최적값을 기대할 수 있다. 또한 데이터베이스 형태의 절삭 핸드북 보다 종합적인 절삭 정보의 제시에 의하여 실험값이 없는 가공조건에 대한 절삭성 예측이 가능하며 의사결정을 위한 가공정보 전문가 시스템에의 적용이 가능하여 통합 생산 시스템(CIMS)의 구축에 도움이 되리라 기대된다.

참고 문헌

1. Friedman, M. Y., and Tipnis, V. A., "Cutting Rate-Tool Life Characteristic

- Functions for Metal Removal Processes - Part 1: Theory," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.98, pp. 481-486, 1976.
2. Tipnis, V. A., and Friedman, M. Y., "Cutting Rate-Tool Life Characteristic Functions for Metal Removal Processes - Part 2: Verifications and Applications," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.98, No.2, pp. 487-496, 1976.
 3. Hough, C. L., "Sufficient Conditions for Cutting Rate-Tool Life Characteristic Functions for Metal Removal Processes," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.108, pp. 235-237, 1986.
 4. Hough, C. L., and Chang, Y., "Constrained Cutting Rate - Tool Life Characteristic Curve Part1: Theory and General Case," ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, to appear.
 5. Hough, C. L., and Chang, Y., "Constrained Cutting Rate - Tool Life Characteristic Curve Part2: Convex Programs," ASME Journal of Manufacturing Science and Engineering, to appear.
 6. Beightler, C. S., and Phillips, D. T., Applied Geometric Programming, John Wiley & Sons, New York, NY, 1976.
 7. Ermer, D. S., "Optimization of the Constrained Machining Economics Problem by Geometric Programming," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.93, pp. 1067-1072, 1971.
 8. Ermer, D. S., and Kromodihardjo, S., "Optimization of Multipass Turning with Constraints," ASME Journal of Engineering for Industry, Vol.103, pp. 462-468, 1981.
 9. Jha, N. K., "Optimizing the Number of Tools and Cutting Parameters in Multi-tool Turning for Multiple Objectives through Geometric Programming", Applied Mathematical Modeling, Vol.10, pp. 162-169, 1986.
 10. Phillips, D. T., and Beightler, C. H., "Optimization in Tool Engineering Using Geometric Programming," AIIE Transactions, Vol.2, No.4, pp. 355-360, 1970.
 11. Walvekar, A. G., and Lambert, B. K., "An Application of Geometric Programming to Machining Variable Selection," International Journal of Production Research, Vol.8, No.3, pp. 241-245, 1970.
 12. Bazaraa, M. S., and Jarvis, J. J., Linear Programming and Network Flows, John Wiley & Sons, Inc., 1977.
 13. Hough, C. L., and Goforth, R. E., "Optimization of the Second-Order Logarithmic Machining Economics Problem by Extended Geometric Programming Part II: Posynomial Constraints," AIIE Transactions, Vol.13, No.3, pp. 234-242, 1981.
 14. Zlatin, N., Field, M., Tipnis, V. A., Buescher, S., Garrison, R. C., and Kohis, J. B., Establishment of Production Machinability Data, Air Force Materials Laboratory Report, AFML-TR-75-120, 1975.
 15. Koulamas, C., "A Note on Incorporating Tool Life Variability in the Geometric Programming Formulation of Machining Economics Problems," IIE Transactions, Vol.26, No.4, pp. 87-90, 1994.
 16. Curry, G. L., Deuermeyer, B. L., and Feldman, R. M., A Microcomputer System for Optimization MOR/LP Manuals, Department of Industrial Engineering, Texas A&M University, 1989.