

A17050-T7452 단조재의 피로균열성장에 대한 균열닫힘의 영향

이원석*, 최종윤*, 이현우**

Effect of Crack Closure on the Fatigue Crack Growth Behavior of Forged A17050-T7452

Won Suk Lee*, Jong Yoon Choi*, Hyun Woo Lee**

ABSTRACT

When a structure is made by the process of forging, it has the different mechanical properties from those it has before the process. This study is based on the crack closure phenomenon of the crack growth behavior of forged A17050-T7452. The specimens were prepared in three kinds of forging ratio in order to find out the effects of crack closure on the forged material and compare the crack growth behavior with not-forged aluminum. COD method and strain gage method were used in measuring the crack closure stress and the results from those methods were compared each other. FEM analysis was applied to verify the effective stress intensity factor range by the superposition of the crack closure load to the crack tip. In the result of this study, the crack closure stress decreased with increasing the forging ratio due to the finer grain size and the brittle manner.

Key Words: forging ratio(단조비), crack closure(균열닫힘), effective stress intensity factor(유효응력확대계수), crack growth behavior(균열성장거동)

1. 서론

알루미늄의 사용은 강도 부족 등의 문제점이 있었으나, 최근 합금의 개발 및 단조법등의 개발로 인해 그 적용 분야가 점차 확대되고 있다. 실제로 항공기 및 자동차 등의 많은 부품들(리브-웹, 커넥팅로드, 하우징, 프로펠러, 크랭크 축)이 단조에 의해서 가공되고 있다. 단조의 장점

은 재료 내의 조직을 균질화하여 물리적, 기계적 성질을 개선하는데 있다. 즉 재료의 가압 성형시 재료 내에 발생하는 전단류(Flow line)의 방향으로 인장 강도, 연신률, 충격치 등의 기계적 성질이 크게 향상 되는데 단조 가공에 있어서 기본이 되는 것은 단조 가공 후의 재료 단면적이 변하는 양이다. 이 단면적의 변화는 단조비(단련 성형비)로써 정의되어 지는데⁽¹⁾, 일반적으로 단조비가 증가할

* 부산대학교 정밀기계공학과

** 부산대학교 기계기술연구소, 정회원

수록 재료의 물성치도 향상되는 것으로 알려져 있다. 단조 가공의 정도에 따른 내부 조직 변화와 이에 따른 단조 가공품의 피로 균열 전파 거동은 비단조의 부품과는 다소 차이가 있을 것이기에 이에 따른 연구가 필요하겠다.

한편 균열 전파 모델에 있어서 재료 내부의 잔류 응력에 대한 연구와 유한 요소 해석에 대한 연구⁽²⁾⁻⁽⁶⁾가 꾸준히 이루어져 왔는데, Gan⁽⁵⁾은 strain gage를 이용하여 균열 선단에서의 닫힘 하중의 측정 및 strain gage의 위치 선정에 대하여 연구하였다. 이 방법에 준하여 각 단조비에 따른 균열 닫힘 영향을 알아보는 것도 단조재의 특성 파악을 위해서는 이루어져야 할 것이다. 따라서 Al7050-T7452 단조재를 사용하여 단조비에 따른 ST, TL, LT 방향 및 비단조재의 피로 균열 전파 실험을 통하여 $da/dN-\Delta K$ 선도를 비교하고, 단조비 및 하중비의 변화에 따른 균열 닫힘 하중을 COD gage 및 균열 선단부에 strain gage를 직접 부착하여 각각 측정하고 이를 비교하였다. 그리고 FEM 해석시 시편에 가해지는 외부 하중(P_{ext})과 균열 닫힘 하중(P_{cl})의 중첩 원리를 적용하여 균열 선단에서의 유효 응력 확대 계수폭(range of effective stress intensity factor; ΔK_{eff})을 계산하고 이를 실험 결과와 비교하였다.

2. 이론적 배경

일반적으로 단조 공정에 있어서 소재에 대한 체적 일정의 법칙에 의하여 소재의 길이 변화에 상당하는 단면적의 변화가 생긴다. 이러한 단면적의 변화는 통상 단조 가공시 감소한다. 초기 단면적을 A_0 , 단조 후의 단면적을 A_1 이라 할 때 단조비(단련 성형비; Forging ratio or Deformation ratio, D)는 식 (1)과 같다.

$$D = \frac{A_0}{A_1} \quad (1)$$

2.1 균열 닫힘 이론

Ellber⁽²⁾는 인장 반복 하중을 받고 있는 균열 선단 주위에서 부분적으로 균열이 닫히는 현상을 관찰함으로써 균열 닫힘 이론을 제안하였다.

균열 닫힘은 여러 가지 요인들에 의하여 발생하는데 주로 외력에 의하여 소성역이 생긴 균열 선단과 그 주위의 탄성 영역 사이의 구배로 인한 잔류 응력장의 형성에 기인하며, 그 외에 mode II 상태에서의 거친 균열면과 균

열 선단에 유입된 산화물에 의한 부식 잔재물의 형성, 균열 선단에서의 점성 유체의 유입 등이 그 원인이 된다.⁽⁷⁾ 균열 성장 거동을 실험에 의하여 구하고 ΔK 대신에 ΔK_{eff} 에 의해 피로 균열 성장 선도를 그리면 하중비 R에 의하지 않고 통일적으로 평가가 된다. 이러한 균열 닫힘 현상에 의해 잔류 응력장의 피로 균열 성장, 하중 변동에 따른 피로 균열의 지연, 가속 현상, 예리한 노치에서의 균열의 정류 현상, 미소 균열과 큰 균열에서의 하한계(threshold) 및 성장 특성의 차이, ΔK_{th} 에 미치는 재료, 환경, 하중비 등의 피로 균열 성장 거동의 특성들을 설명할 수가 있다.

2.2 단조 가공에 따른 균열 닫힘의 영향

단조 가공의 목적은 재료 내부의 조대한 수지상 결정들을 파괴, 미세화하여 재료의 물리적 및 기계적 성질을 향상시키는데 있다. 따라서 단조 가공시 재료는 단조 가공 이전에 비해 더 미세한 결정립들을 가지게 되고 물성치는 보다 경화된 성질을 띄게 된다. Gray⁽⁸⁾ 등은 AISI 1018 재료의 균열 성장률과 균열 닫힘에 대한 결정립 크기의 영향을 연구하였다. 즉, 미세한 결정립에서 균열 열림시의 응력확대계수 K_{op} (opening stress intensity factor)의 크기는 조대한 결정립보다 낮게 나타나며 이러한 결정립의 크기에 따른 영향은 ΔK_{eff} 로 평가하였을 경우 감소되는 것으로 나타났다. 또, 단조 가공에 의해 경화된 재료의 경우 재료는 취성의 성질을 가지게 되며 외력이 가해질 경우 균열 선단에서의 소성역의 크기는 가공 이전의 소성역보다 작아진다. 따라서 소성역의 크기와 관계되는 균열 닫힘 하중의 크기는 단조 가공시 더 작은 값을 가지게 될 것이다.

균열 선단에서의 소성역의 크기는 von Mises 이론에서 평면 응력인 경우 다음과 같이 주어진다.

$$r_p(\theta) = \frac{K^2}{4\pi\sigma_{ys}^2} \left[1 + \frac{3}{2} \sin^2 \theta + \cos \theta \right] \quad (2)$$

2.3 중첩법을 이용한 균열 닫힘의 적용

유한 요소 해석에 의한 응력 확대 계수의 계산은 변위 외삽법과 J 적분법을 사용하였다. 또한, 일반적으로 선형 파괴 역학의 해석에 있어서 중첩의 원리를 적용시킬 수 있다.^{(6),(9)} 즉, 균열을 가진 물체에 대하여 동일 mode의 여러 하중이 동시에 작용할 때 응력 확대 계수는 이들 각각의 하중에 대한 응력 확대 계수를 계산하여 서로 중첩

하여 구할 수 있다. 따라서 CT(compact tension) 시편의 균열 닫힘은 시편에 작용하는 외부 하중(P_{ext})과 균열 면에 작용하는 닫힘 하중(P_{cl})을 서로 중첩하여 해석하며 이는 Fig. 1과 같다.

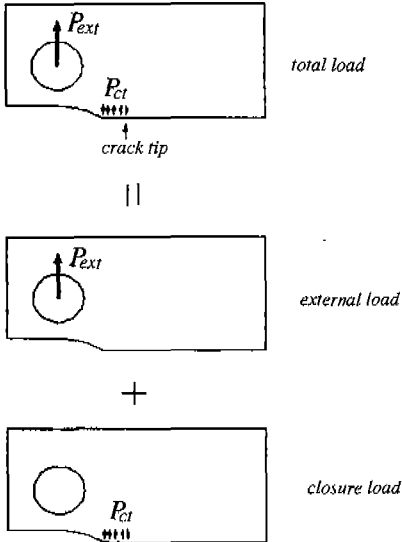


Fig. 1 외부 하중과 균열 닫힘 하중의 중첩

FEM 해석은 ANSYS 범용 유한 요소 해석 프로그램 (revision 5.2)을 사용하였다. 균열 선단에 대하여 대칭인 CT(compact tension) 시험편의 1/2 형상에 대하여 한 요소에 대한 절점수가 6인 삼각형 6절점 요소(6-node triangle element)를 사용하여 모델링하였다. 총 요소수는 468개이고, 절점수는 1014개이다. 대칭 경계 조건(symmetric boundary condition)을 사용하였고, 시편의 모델링 형상은 Fig. 2와 같다. 실험 data 중 각

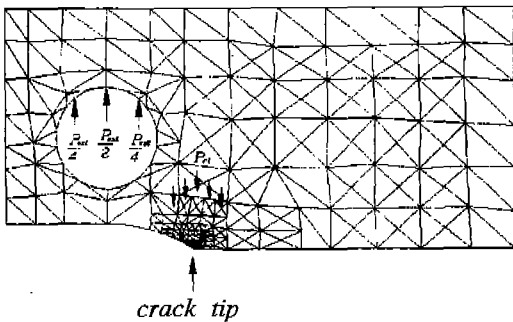


Fig. 2 FEM 해석을 위한 CT 시편의 모델링

반복 하중수(cycle : N)에 따른 노치 선단에서의 균열 길이(crack length : a)를 추출하여 각 균열 길이에 따른 균열 선단(crack tip)에서의 응력 확대 계수 폭(ΔK)을 계산하였다.

3. 실험

3.1 실험 장치 및 단조재 가공

단순 인장 및 피로 균열 성장 실험은 최대 인장 하중의 용량이 10ton인 폐쇄 유압 회로 방식의 MTS(Material Testing System)를 사용하였다. 이 실험 장치는 데이터를 자동으로 A/D 변환하여 컴퓨터에 저장하여 처리할 수 있는 소프트웨어를 제공한다. Fig. 3, 4에 MTS 장치와 그 블록 선도를 나타내었다. 실험에 사용된 시편의 재질



Fig. 3. MTS(Material Testing System)

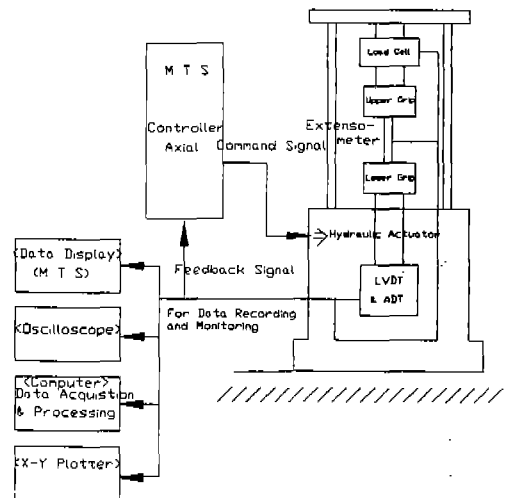


Fig. 4 MTS 블록 선도

은 항공기와 고속 회전체 등의 부품으로 사용되는 Al7050-T7452 단조재와 동일한 공정을 거친 공시재료로서 강도가 높고 응력 부식 균열에 대한 저항성과 인성이 우수한 재료이다. 재료의 화학적 성분 구성은 Table 1.과 같다. 단조 가공 시의 강도 및 내부 응력 분포의 변화에 따른 균열 성장 특성을 연구하기 위하여 3가지 단조비로 실험하였다. 단조비는 각각 1.227, 1.603, 2.182 이다. 시편 재료로 사용된 단조재의 형상을 Fig. 5에 도식적으로 나타내었다. 비단조재 및 단조재의 내부 조직은 단조 가공을 함에 따라 더 조밀해 지는 것을 탄소성 해석 프로그램인 MARC를 사용하여 확인하였고, 각 방향에 따른 인장 실험 결과를 Table 2에 나타내었다.

Table 1. Al7050-T7452의 화학적 성분 구성(%)

Alloy	Si	Fe	Cu	Mn	Mg	Cr	Zn	Ti	Zr	Al
Al7050 - T7452	0.12	0.15	2.0~ 2.6	0.1	1.9~ 2.6	0.04	5.7~ 6.7	0.06	0.08~ 0.15	나머지

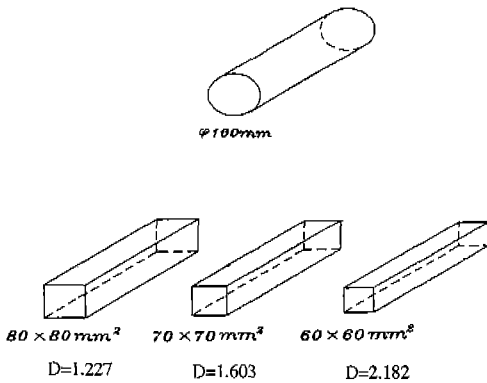


Fig. 5 단조재의 형상

Table 2. 비단조재 및 단조재의 인장 실험 결과

	단성계수 (MPa)	항복강도 (MPa)	극한강도 (MPa)	연신율 (%)	단면감소율 (%)
Al7050 T7451 (비단조)	69153.09	453.54	489.26	15.0	27.75
D=1.227	69060.18	445.17	497.79	13.6	11.95
D=1.603	68970.03	435.89	548.03	10.0	12.89
D=2.182	69283.45	434.60	569.84	8.2	12.89

3.2 균열 성장률 및 균열 닫힘 실험

균열 성장률 실험은 단조비 및 하중비에 따라 LT, TL, ST 방향으로 각각 실험을 하였으며 실험 조건은 다음과 같다.

① 단조비 : $D = 1.227$ (A type), 1.603 (B type), 2.182 (C type)

② 하중비 : $R = 0.1, 0.3, 0.5$ (단, R (하중비) = $\frac{P_{min}}{P_{max}}$)

③ 방향 : LT, TL, ST

각 시편은 2.5mm의 예비 균열을 낸 후 COD(crack opening displacement) gage를 사용하여 균열 길이를 측정하고, $R = 0.1$ ($P_{max} = 2.5$ kN), $R = 0.3$ ($P_{max} = 3$ kN), $R = 0.5$ ($P_{max} = 3.5$ kN)의 하중비에 대하여 정현파로 실험하였다. 주파수는 10 Hz로 실험하였다. 실험에 사용된 CT(compact tension)시편은 Fig. 6과 같다.

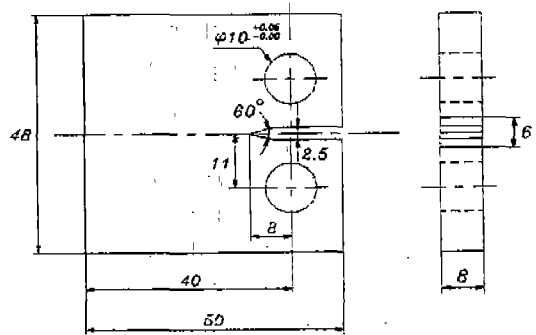


Fig. 6 CT 시험편

노치를 가진 시편에 대한 균열 선단에서의 균열 닫힘 하중을 측정하는 데는 여러 가지 방법들이 있으나 본 연구에서는 Gan⁽⁵⁾ 등이 제안한 strain gage법과 COD 측정법을 사용하였다. Gan 등의 연구에 따르면 시편에 외부 하중을 가했을 때 균열 선단에 작용하는 균열 닫힘 하중의 정확한 측정을 위해서는 strain gage를 균열 선단 앞쪽에 위치시켜야 하고, strain gage 중심이 균열 면에서 1~1.5mm, 균열 선단에서 약 1mm 거리에 위치해야 한다. COD 측정법은 가장 널리 쓰이는 방법으로 전위차 법이나 초음파법 등의 다른 방법들에 비하여 균열 닫힘 하중의 측정이 훨씬 간편한 이점이 있다. 시편의 균열 선단에서의 균열 닫힘 하중(P_c)의 측정은 COD gage와 strain gage를 이용, A/D 변환기를 통하여 하중 변형률 선도를 동시에 구하였다. 이는 Fig. 7과 같다.

균열 단합 하중 측정 실험은 각 하중비에 대하여 $P_{max} = 2.5, 3, 3.5$ kN, 주파수 0.01 Hz의 조건으로 행하였다.

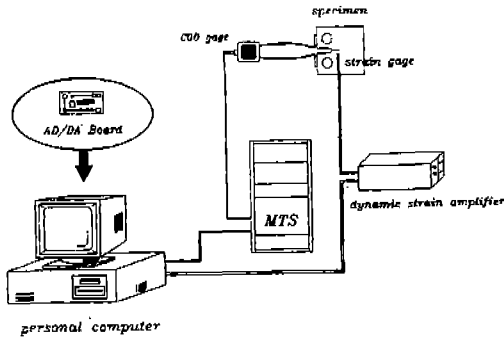


Fig. 7 균열 단합 하중의 측정 (a) COD법 (b) strain gage법

4. 결과 및 고찰

각 단조비에 따라 하중비를 고려한 LT, TL, ST방향에 대한 균열 성장률 실험을 한 결과를 $D=2.182$ 인 경우에 대해 Fig. 8~10에 나타내었다. 결과에서 LT 방향에 비하여 TL, ST 방향의 균열성장 곡선이 더 급격하게 나타났다. 이는 일반적으로 ST 방향(균열전파방향이 압출방향에 수직)의 파괴인성치가 LT, TL방향에 비하여 현저하게 낮은 것으로 알려져 있는⁽¹⁰⁾ 사실과 잘 일치한다. 이는 결정립의 유동 방향에 수직인 방향으로 파괴 인성 즉, 균열 성장에 대한 저항성이 낮아지는 결과이다. 3가지 단조비($D=1.227, 1.603, 2.182$)에 대한 균열 성장률 실험에서 $R=0.1$ 인 경우의 결과는 Fig. 11과 같다. 실험

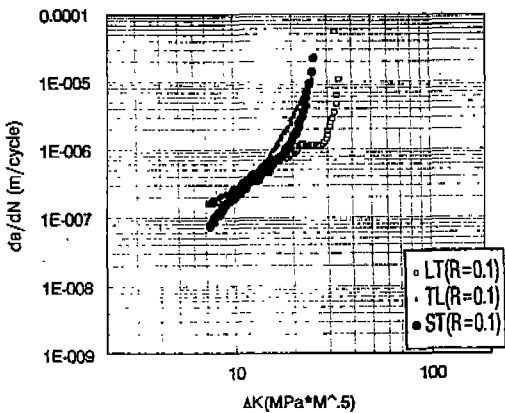


Fig. 8 $D=2.182$ 에서 방향성에 따른 균열 성장률 선도 ($R=0.1$)

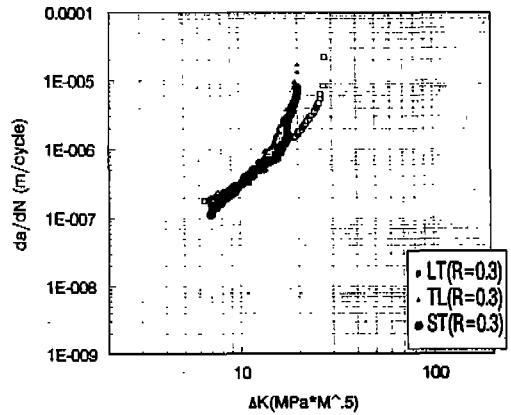


Fig. 9 $D=2.182$ 에서 방향성에 따른 균열 성장률 선도 ($R=0.3$)

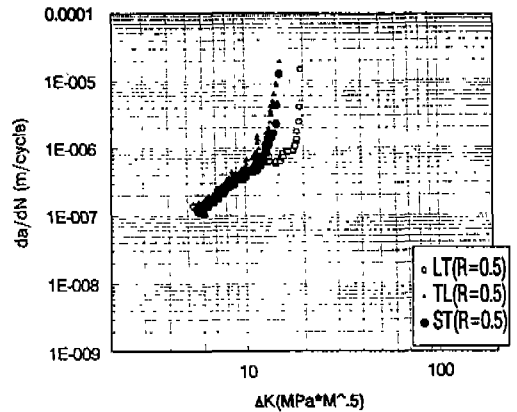


Fig. 10 $D=2.182$ 에서 방향성에 따른 균열 성장률 선도 ($R=0.5$)

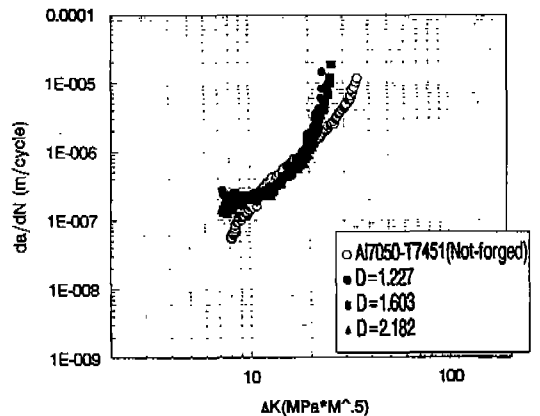


Fig. 11 비단조재와 단조비에 따른 ST방향의 균열 성장률 선도 ($R=0.1$)

결과 각 단조비에 대하여 균열 성장률의 변화가 거의 나타나지 않았다. 또한, 비단조재와 $D = 2.182$ 단조재의 ST방향에 대하여 3가지 하중비($R = 0.1, 0.3, 0.5$)에 따른 균열 성장률 실험 결과는 Fig. 12, 13과 같다. R 이 증가할수록 곡선의 형태가 가파르게 나타나는 것을 알 수 있다. $D = 2.182$ 단조재의 ST방향과 비단조재의 하중비에 따른 균열 성장률 곡선은 Fig. 14~16에서 비교하였고, 단조재의 경우 하중비가 커짐에 따라 동일 하중비의 비단조재에 비하여 균열 성장률 선도의 변화가 더 크게 나타나는 것을 알 수 있다. 균열 성장률 실험결과에서 LT, TL, ST방향중에 ST방향의 균열 성장률이 다른 방향에 대해 급격한 기울기를 나타내므로 균열 단합하중의 측정은 ST방향에서만 측정을 하였다.

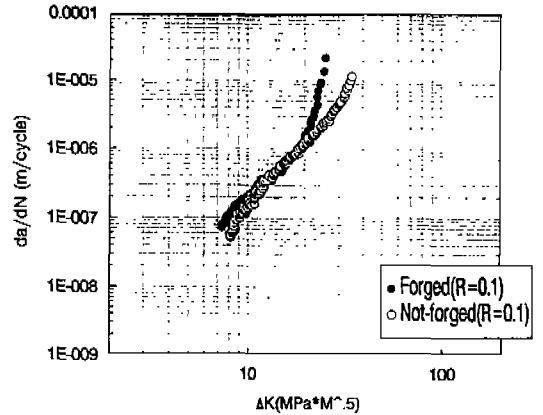


Fig. 14 $R = 0.1$ 에서의 비단조재와 단조재($D = 2.182, ST$)의 균열 성장률 선도

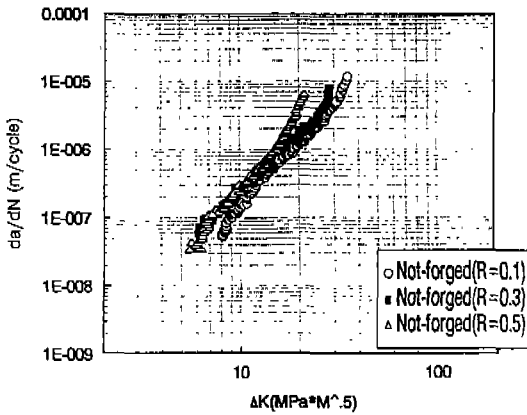


Fig. 12 하중비에 따른 비단조재(AI7050-T7451)의 균열 성장률 선도

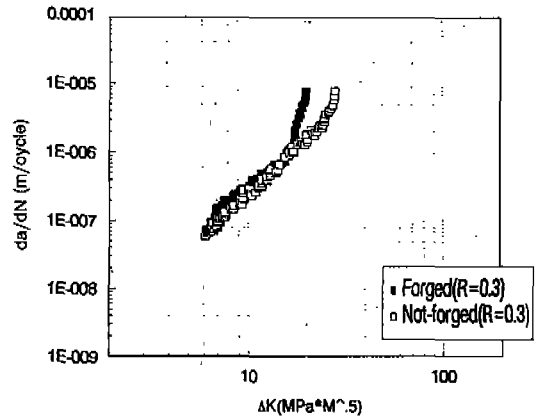


Fig. 15 $R = 0.3$ 에서의 비단조재와 단조재($D = 2.182, ST$)의 균열 성장률 선도

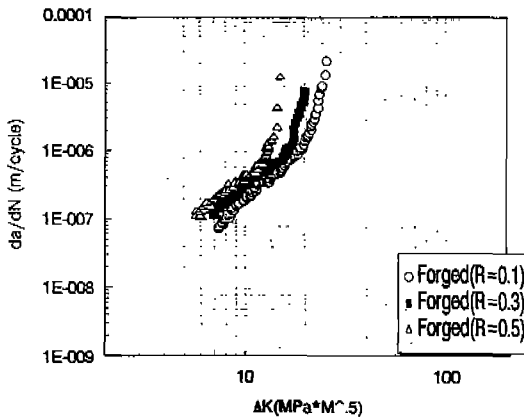


Fig. 13 하중비에 따른 단조재($D = 2.182, ST$)의 균열 성장률 선도

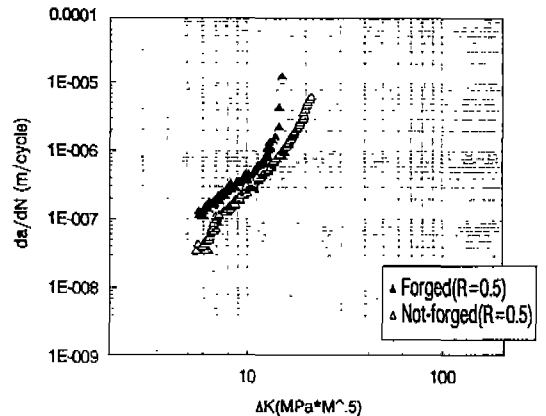


Fig. 16 $R = 0.5$ 에서의 비단조재와 단조재($D = 2.182, ST$)의 균열 성장률 선도

Table 3. 균열 열림 하중 측정 결과

(a) 비단조재(A17050-T7451)

균열 길이⇒		14mm	15mm	17mm
R = 0.1	strain gage	1.38kN	1.37kN	1.35kN
	COD	-	-	-
R = 0.3	strain gage	1.44kN	1.41kN	1.41kN
	COD	-	-	-
R = 0.5	strain gage	2.09	2.1kN	2.1kN
	COD	-	-	-

* COD gage는 측정하지 않았음.

(b) D=1.227

균열 길이⇒		14mm	16mm	19mm	24mm
R = 0.1	COD	0.85kN	0.85kN	0.75kN	0.78kN
	strain gage	0.7kN	0.7kN	0.75kN	0.7kN
R = 0.3	COD	0.98kN	0.97kN	-	-
	strain gage	1.04kN	1.04kN	1.05kN	1.05kN
R = 0.5	COD	-	-	-	-
	strain gage	-	-	-	-

(c) D=1.603

균열 길이⇒		12mm	14mm	16mm	22mm
R = 0.1	COD	-	0.75kN	0.67kN	0.66kN
	strain gage	0.78kN	0.74kN	0.7kN	0.65kN
R = 0.3	COD	1.0 kN	1.01kN	-	1.01kN
	strain gage	1.01kN	1.02kN	1.02kN	1.03kN
R = 0.5	COD	-	-	-	-
	strain gage	-	-	-	-

(d) D=2.182

균열 길이⇒		12mm	14mm	17mm	19mm
R = 0.1	COD	0.73kN	0.72kN	0.71kN	0.65kN
	strain gage	0.72kN	0.72kN	0.70kN	0.70kN
R = 0.3	COD	0.9kN	0.91kN	-	0.93kN
	strain gage	0.93kN	0.92kN	0.9kN	0.91kN
R = 0.5	COD	-	-	-	-
	strain gage	-	-	-	-

비단조재 및 단조재에 대한 균열 닫힘 실험 결과는 Table 3.과 같다. 결과에서 비단조재보다는 단조재에서, 그리고 단조재의 경우 단조비가 커질수록 균열 닫힘 응력의 크기가 더 작아지는 것을 알 수 있다. 이는 앞서 말한 단조 가공시 균열 닫힘의 영향이 감소한다는 내용과 일치한다. 또, COD gage를 사용하여 측정할 경우 균열 성장 초기에는 균열 닫힘 하중이 나타났지만, 균열 길이가 커짐에 따라 측정 감도가 낮아지는 것으로 나타났다. 이는 Fig. 17~19와 같다. R이 증가함에 따라서 균열닫힘의 하중이 잘 나타나지 않았다.

균열선단에서의 잔류응력의 영향으로 인하여 실제로 균열이 완전히 열리는 순간의 하중을 P_{op} 라 하고, 이때의 응력 확대 계수를 K_{op} 라 할때 유효 응력 확대 계수를 K_{eff} 라 한다. 즉, $K_{eff} = K_{max} - K_{op}$ 이다. 또한 이를 이용하여 $da/dN - \Delta K_{eff}$ 선도를 나타낼 수 있다. 단조재에 대한 $da/dN - \Delta K$ 선도와 $da/dN - \Delta K_{eff}$ 선도를 Fig. 20~22에 나

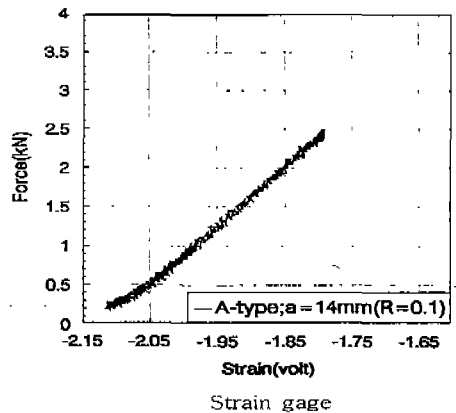
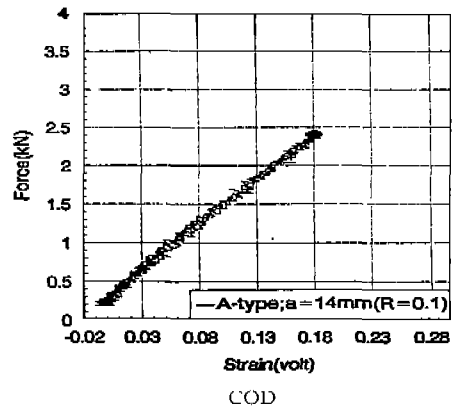


Fig. 17 단조재 (D=1.227, ST)의 COD gage와 strain gage의 하중-변형률 선도 (a=14mm)

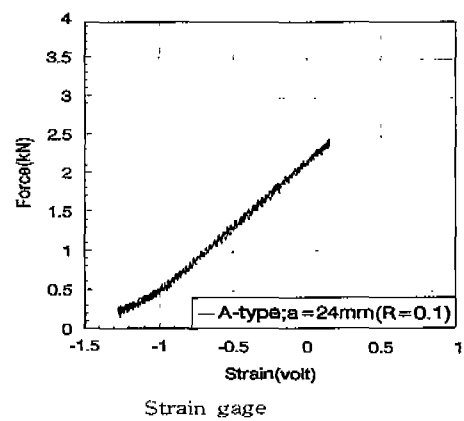
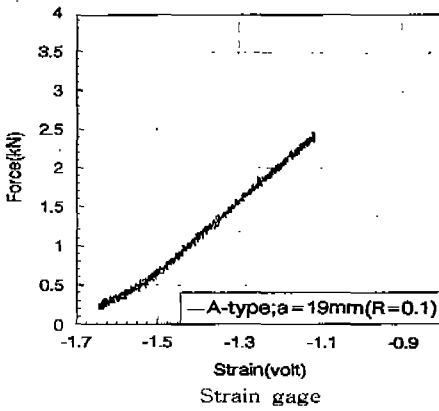
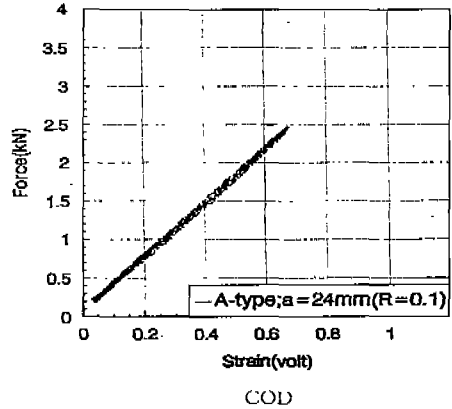
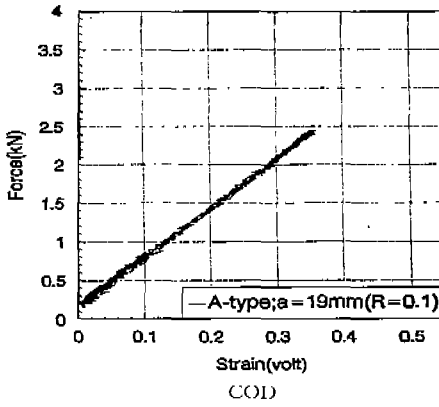


Fig. 18 단조재 (D=1.227, ST)의 COD gage와 strain gage의 하중-변형률 선도(a=19mm)

Fig. 19 단조재 (D=1.227, ST)의 COD gage와 strain gage의 하중-변형률 선도(a=24mm)

타내었다. 결과에서 R이 증가함에 따라 두 선도의 차이는 미소하였다. 중첩을 이용한 균열 단합 하중의 FEM 적용 결과는 Fig.23에 나타내었다. 그림에서 $da/dN - \Delta K_{eff}$ 실험 결과와 균열 선단에 소성역 크기만큼의 단합 하중을 중첩시켰을 경우의 FEM 해석 결과가 서로 약간의 오차는 있으나 비교적 잘 일치하는 것을 알 수 있다.

5. 결론

Al7050-T7452 단조재에 대한 피로 균열 성장 및 균열 단합 실험을 통하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

1. 단조 가공시 비단조재에 비하여 균열 성장 속도가 빨라지며, 특히 균열진전 방향이 결정립의 유동 방향과 수직인 TL, ST방향에서 급격한 균열성장을 나타낸다.

2. 각 단조비에 따른 균열 성장률의 변화는 거의 나타나지 않는다. 그러나 균열 단합 하중을 고려하였을 때의

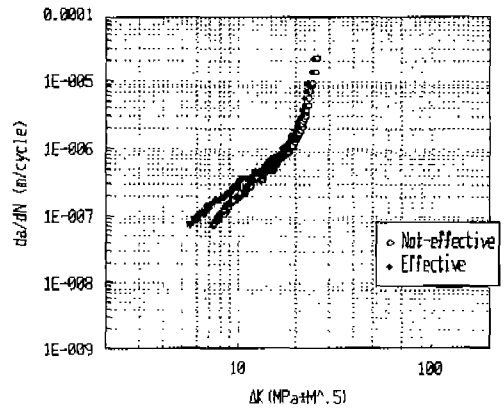


Fig. 20 단조재(D=2.182, ST)의 $da/dN - \Delta K$ 와 $da/dN - \Delta K_{eff}$ 선도 (R=0.1).

균열 성장률 선도는 변화한다. 즉, 균열 단합 하중의 측정 결과 단조비가 커질수록 균열 단합 하중의 크기는 감소하

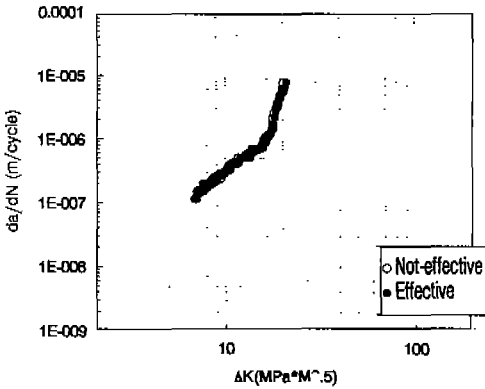


Fig. 21 단조재 ($D=2.182$, ST)의 $da/dN-\Delta K$ 와 $da/dN-\Delta K_{eff}$ 선도 ($R=0.3$)

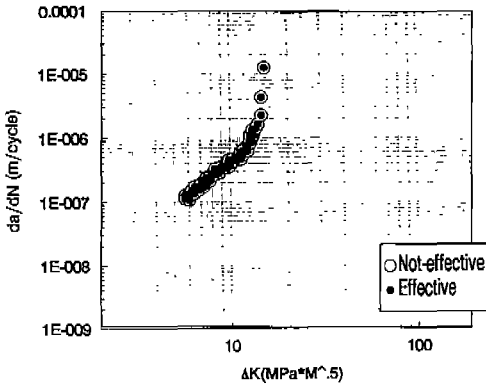


Fig. 22 단조재 ($D=2.182$, ST)의 $da/dN-\Delta K$ 와 $da/dN-\Delta K_{eff}$ 선도 ($R=0.5$)

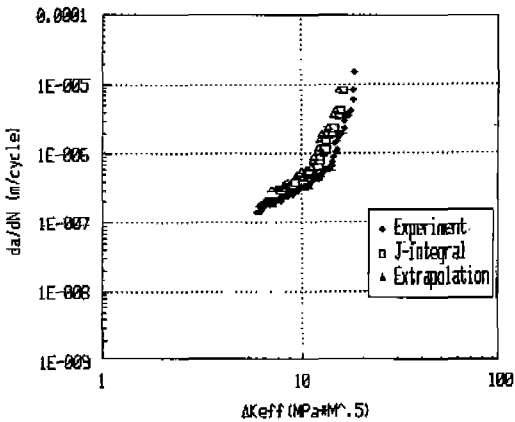


Fig. 23 실험 결과와 FEM 결과 비교

며, 이는 단조 가공시 내부 조직의 변화와 균열 선단에서의 소성역의 변화에 의한 것으로 보인다.

3. COD법은 strain gage법처럼 균열이 진전함에 따라 gage의 위치를 이동시켜야 하는 불편이 없어 연속적인 측정이 가능하지만, COD gage에 의한 균열 단합 하중의 측정시, 균열이 진전될 수록 감도가 낮아진다.

4. 시험편에 가해지는 외부 하중과 소성역 크기만큼 균열 단합 하중을 분포 하중으로 중첩시켜 구한 유효 응력 확대 계수를 이용한 $da/dN-\Delta K_{eff}$ 선도는 FEM 해석결과와 실험 결과가 잘 일치한다.

참고문헌

1. Lange, K., "Handbook of metal forming", McGraw-Hill, 1985.
2. Elber, W., "The significance of fatigue crack closure", ASTM STP 486, 230, 1971.
3. Chan, S.K., Tuba, I.S., Wilson, W.K., "On the finite element method in linear fracture mechanics", Engineering fracture mechanics, Vol. 2, pp. 1, 1970.
4. Beghini, M., Bertini, L., "Fatigue crack propagation through residual stress fields with closure phenomena", Engineering fracture mechanics, Vol. 36, No. 3, pp. 379-387, 1990.
5. Gan, D., Weertman, J., "Crack closure and crack propagation rates in 7050 aluminum", Engineering fracture mechanics, Vol. 15, No. 1-2, pp. 87-106, 1981.
6. Shih, T.T., Wei, R.P., "A study of crack closure in fatigue", Engineering fracture mechanics, Vol. 6, pp. 19-32, 1974.
7. Anderson, T.L., "Fracture mechanics", 2nd edition, pp. 522-524, 1995.
8. Gray, G.T., Williams, J.C., and Thompson, A.W., "Roughness induced crack closure : An explanation for microstructurally sensitive fatigue crack growth", Metallurgical transactions, Vol. 14A, pp.421-433, 1983.
9. 김상철, "破壊力學", pp. 43-45.
10. Broek, D. "The practical use of fracture mechanics" pp 221.