

본 연구는 1995년도 교육부 학술연구조성비(기계공학:ME95-D-04)에 의하여 연구되었음

불확실 로봇 시스템의 견실 하이브리드 제어기 설계

한 명 철*

Robust Hybrid Control for Uncertain Robot Manipulators

Myung-Chul Han*

ABSTRACT

An new class of robust position/force hybrid control law is proposed for uncertain robot manipulators. The uncertainty is nonlinear and (possibly fast) time-varying. Therefore, the uncertain factors such as imperfect modeling, friction, payload change, and external disturbance are all addressed. Based on the possible bound of the uncertainty, the controller is constructed and the stability study based on Lyapunov function is presented. To show that the proposed control laws are indeed applicable, the theoretical result is applied to a SCARA-type robot manipulator and simulation result is presented.

Key Words: Robot Manipulators(로봇 매니플레이터), Robust Control(견실제어), Hybrid Control(하이브리드제어), Lyapunov stability(리아프 노프 안정성)

1. 서 론

산업로봇이 투입되는 작업을 크게 두 개의 부류로 나눌 수 있다. 첫째는 로봇의 엔드이펙터(end-effector)와 주위환경(environment)사이에서 접촉이 일어나지 않는 비접촉작업으로 현재 산업현장에 투입된 로봇의 대다수가 이 부류에 속하는 작업을 하고 있다. 예를들면, 스팟 혹은 아크 용접로봇, 스프레이 도장로봇, 부품 핸들링 및 전달 로봇, 검사로봇 등등이 있다. 이와는 달리 조립, 가공 등의 복잡하고 진보된 로봇이 필요한 작업은 로봇과 주위환경 사이의 접촉이 불가피하다. 로봇 자체만을 고려하는 비접촉작업과는 달리 접촉작업은 로봇은 물론 주위환경, 접촉상황 등이 함께 고려되어야함으로 복잡한 제어문제

가 제기된다. 즉 엔드이펙터의 궤도는 구속운동(constrained motion)을 하게되며 작업물과의 반발력(reaction force) 또한 적절한 값으로 유지되어야 한다.

로봇의 힘제어는 크게 수동적 컴플라이언스(compliance) 방법과 능동적 컴플라이언스 방법으로 나눌 수 있다. 수동적 컴플라이언스 방법으로는 RCC등을 사용하는 비적응 방법⁽¹⁶⁾과 부가적인 가조정 컴플라이언스 기구를 부착하거나 서보 파라미터를 조정하는 적응 방법⁽⁴⁾이 있고 좀더 발전된 능동적 컴플라이언스방법으로는 직교좌표계 상에 위치제어 방향과 힘제어 방향을 나누어 각각을 독립적으로 제어하는 하이브리드제어^(11,15)와 로봇의 엔드 이펙터의 기계공학적 임피던스를 제어하는 임피던스제어⁽⁶⁻⁹⁾가 있다.

산업용 로봇 매니플레이터의 제어 알고리즘의 개발에 있어 장애 중의 하나가 실제 로봇 매니플레이터와 주위환경의 정확한 모델링의 어려움이다. 그 시스템 동역학은 예를 들면, 부정확한 파라미터들의 값, 마찰력, 페이로드(payload)의 변화, 외란 등 여러 종류의 불확실성을 포함하게된다. 이러한 불확실성을 고려한 견실제어기 설계는 Chen⁽¹⁾, Chen and Pandey⁽²⁾, Reithmeier and Leitmann⁽²⁾, Shoureshi et al⁽¹³⁾ 등에 의해 제시되었다. 이들에 의해 불확실 인자들의 가능한 경계치가 제어기 설계에 사용된 확정제어(deterministic control) 알고리즘이 제시되고, 또한 주어진 제어기가 견딜 수 있는 불확실성의 강도가 분석되었다.

본 논문에서는 불확실로봇시스템을 위한 새로운 형태의 견실 하이브리드 제어기를 제시하고 그 안정성을 증명한다. 로봇 운동방정식 중 관성행렬의 미분치와 코리올리력과 원심력 항에서 유출된 행렬의 차이가 교대대칭(skew symmetric)되는 성질이 관절좌표계 뿐만아니라 직교좌표계로 표현된 운동방정식에서도 유지됨을 이용하여 새로운 형태의 하이브리드 견실제어기가 제안된다. 다음 제안된 제어기가 기존 견실제어기⁽²⁾의 단점들을 극복하는 견실제어기임을 보이고 리아프노프 안정성분석을 통하여 전체 시스템의 안정성을 입증한다. 끝으로 SCARA 형태의 로봇에 이론적 결과를 적용한 것을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 살펴본다.

2. 시스템 운동방정식

일반적으로 엔드이펙터와 주위환경과의 접촉이 일어나지 않는 경우 n 관절 로봇 매니플레이터의 운동방정식을 다음과 같이 유도할 수 있다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) = \tau(t) \quad (1)$$

여기서,

$q: n \times 1$ 관절위치벡터(vector of joint positions)

$\tau: n \times 1$ 토크벡터(vector of joint torques supplied by the actuator)

$M(q): n \times 1$ 관성행렬(inertia matrix)

$C(q, \dot{q})\dot{q}: n \times 1$ 원심력 및 코리올리력 벡터(vector of centrifugal and Coriolis forces)

$g(q): n \times 1$ 중력벡터(vector of gravity force)

$f(q, \dot{q}, t): n \times t$ 불확실토크벡터(vector of uncertain torques)

식 (1)은 다음과 같은 성질을 갖고 있다. 첫째, 관성행렬 $M(q)$ 은 양확정이며 대칭(positive definite symmetric)이다. 둘째, $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 이 교대대칭(skew symmetric)이 될 수 있도록 적당한 $C(q, \dot{q})$ 가 선택될 수 있다([14] 참조). 셋째, 불확실성항 $f(q, \dot{q}, t)$ 는 구조적, 비구조적 불확실성에 의해 발생하는 토크를 포함한다. 예를 들면, 마찰력, 누락된 동특성(unmodeled dynamics) 등에 의한 토크나 외란 등이 여기에 속할 수 있다. 그러나, 불확실성 인자는 불확실성항 $f(q, \dot{q}, t)$ 뿐만아니라 $M(q)$, $C(q, \dot{q})$, $g(q)$ 등의 항에도 분포한다.

로봇과 주위환경 사이에 접촉이 있는 경우 로봇 엔드이펙터에 작용하는 반발력은 자코비안에 의해 각 관절로 전해진다.

$$M(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + g(q) + f(q, \dot{q}, t) = \tau(t) - J(q)^T R \quad (2)$$

여기서, $J(q)$ 는 관절좌표계와 직교좌표계로 표현되는 엔드이펙터나 공간 상의 기준좌표계 사이의 자코비안이며 R 은 엔드이펙터에 작용하는 반발력이다. 위치와 힘을 동시에 제어하는 하이브리드제어를 위해 다음의

$$\dot{x} = J\dot{q}, \quad \ddot{x} = J^{-1}(\ddot{x} - \dot{J}\dot{q}) \quad (3)$$

관계를 이용하여 식 (2)를 직교좌표계로 나타낸다. 단, x 는 직교좌표계 상의 위치벡터이다.

$$M_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + g_x(q) + f_x(q, \dot{q}, t) = \tau_x(t) - R \quad (4)$$

여기서,

$$M_x(q) = J^{-T}M(q)J^{-1} \quad (5)$$

$$C_x(q, \dot{q}) = J^{-T}(C(q, \dot{q}) - M(q)J^{-1}\dot{J})J^{-1} \quad (6)$$

$$g_x(q) = J^{-T}g(q) \quad (7)$$

$$f_x(q, \dot{q}, t) = J^{-T}f(q, \dot{q}, t) \quad (8)$$

$$\tau_x = J^{-T}\tau \quad (9)$$

식 (4)로 표현되는 직교좌표계 운동방정식은 식 (1)의 관절좌표계 운동방정식과 같은 다음의 특성을 갖는다. M_x 는 양확정이며 대칭이고, $\dot{M}_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 는 교대대칭이다. 이 특성은 이 논문에서 제안하는 제어기 형태를

결정하는 중요한 성질이다.

3. 실용 안정성

정리 1. $\dot{M}_x(q) - 2C_x(q, \dot{q})$ 는 교대대칭이다.

증명: 식 (5)의 양변을 시간에 대해 미분하면

$$\dot{M}_x = \frac{d}{dt}(J^{-T})MJ^{-1} + J^{-T}\dot{M}J^{-1} + J^{-T}M\frac{d}{dt}(J^{-1}) \quad (10)$$

식 (6)으로 부터

$$-2C_x = -J^{-T}2CJ^{-1} + 2J^{-T}MJ^{-1}JJ^{-1} \quad (11)$$

식 (10), (11)의 양변을 더하면

$$\begin{aligned} \dot{M}_x - 2C_x &= \frac{d}{dt}(J^{-T})MJ^{-1} + J^{-T}\dot{M}J^{-1} + J^{-T}M\frac{d}{dt}(J^{-1}) \\ &\quad - J^{-T}2CJ^{-1} + 2J^{-T}MJ^{-1}JJ^{-1} \end{aligned} \quad (12)$$

식 (12)에서 $\frac{d}{dt}(J^{-1})$ 를 구하기 위해 $J^{-1} = L$ 이라 놓으면

$$JL = L \quad (13)$$

양변을 미분하면

$$\dot{J}L + J\dot{L} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{d}{dt}(J^{-1}) = \dot{L} = -J^{-1}\dot{J}J^{-1} \quad (15)$$

식 (15)를 식 (12)에 대입하면

$$\begin{aligned} \dot{M}_x - 2C_x &= J^{-T}(\dot{M} - 2C)J^{-1} \\ &\quad + J^{-1}(MJ^{-1}\dot{J} - \dot{J}^T J^{-T}M)J^{-T} \end{aligned} \quad (16)$$

의 결과를 얻는다. 이 결과로 부터 교대대칭을 증명하기 위해 양변을 전치(transpose)시킨다. 판성행렬 $M(q)$ 은 대칭이고, $\dot{M}(q) - 2C(q, \dot{q})$ 이 교대대칭(skew symmetric)이므로

$$\begin{aligned} (\dot{M}_x - 2C_x)^T &= J^{-T}(\dot{M} - 2C)^T J^{-1} + J^{-T}(MJ^{-1}\dot{J} - \dot{J}^T J^{-T}M)^T J^{-1} \\ &= -J^{-T}(\dot{M} - 2C)J^{-1} + J^{-T}(\dot{J}^T J^{-T}M - M \dot{J}^T J^{-1})J^{-1} \\ &= -(\dot{M}_x - 2C_x) \end{aligned} \quad (17)$$

그러므로, $\dot{M}_x - 2C_x$ 는 교대대칭이다.

본 논문에서는 불확실 로봇 시스템의 실용안정성 (practical stability)을 보장하는 제여기가 제안되고 리아프노프함수를 이용한 안정성분석을 통하여 그 안정성이 증명된다. 대역적 평등흡인성(global uniform attractivity)으로도 지칭되는 실용안정성은 대상 시스템이 다음과 같은 성질^{(1)-(3), (5), (10), (12), (13)}을 갖는 것을 말한다.

정의 : 실용안정성(혹은 대역적 평등 흡인성) 동적 시스템

$$\begin{aligned} \dot{\xi}(t) &= f(\xi(t), t), \quad \xi(t) \in R^n \\ \xi(t_0) &= \xi_0 \end{aligned} \quad (18)$$

은 아래의 성질들을 만족시키는 상수 $r \geq 0$ 가 존재할 때 실용안정성(혹은 대역적 평등 흡인성)을 갖는다고 한다.

(P1) 해의 존재성(existence of solutions) : 각 (ξ_0, t_0) 에 대하여 식 (18)의 해 $\xi(\cdot) : [t_0, \infty)$ 가 존재한다.

(P2) 평등유계성(uniform boundedness) : 임의의 $r > 0$ 에 대하여, $\|\xi_0\| \leq r$ 이면 $\|\xi(t)\| \leq d(r), \forall t \in [t_0, \infty)$ 을 만족하는 상수 $d(r) < \infty$ 가 존재한다.

(P3) 평등궁극유계성(uniform ultimate boundedness) : 임의의 $\bar{r} \geq r$ 와 $r > 0$ 에 대하여, $\|\xi_0\| \leq r$ 이면 $\|\xi(t)\| \leq \bar{r}, \forall t \geq t_0 + T(r, \bar{r})$ 을 만족하는 유한시간 $T(r, \bar{r})$ 이 존재한다.

(P4) 평등안정성(uniform stability) : 임의의 $\bar{r} \geq r$ 에 대하여, $\|\xi_0\| \leq \delta(\bar{r})$ 이면 $\|\xi(t)\| \leq \bar{r}, \forall t \geq t_0$ 을 만족하는 상수 $\delta(\bar{r})$ 가 존재한다.

대략적으로 이 안정성을 점근안정성의 느슨한 형태로 볼 수 있다. 즉 실용안정성은 모든 상태벡터의 궤적이 발산하지 않고 유한 시간 내에 원점 주위의 볼(ball) 내로 들어와 머무는 것을 의미한다.

4. 하이브리드 건설제어기 설계

힘과 위치를 동시에 제어하는 경우 직교좌표계 상에서의 한 축은 힘제어와 위치제어 중 하나만을 고려하게 된다. 복잡성을 피하기 위해 n 개의 직교좌표축 중 처음 k

개는 위치제어 대상이며 나머지 $n-k$ 개의 좌표축은 힘제어의 대상이라고 가정하자.

위치와 힘을 동시에 다루기 위해 다음의 새로운 변수를 도입한다.

$$\begin{aligned} r_i &= x_i, \quad i=1, \dots, k \\ r_i &= k_{ei}(x_i - x_{i0}), \quad i=k+1, \dots, n \end{aligned} \quad (19)$$

여기서, k_{ei} 는 i 축 변형의 등가강성(equivalent stiffness)이고, x_{i0} 는 로봇의 엔드이펙터가 주위환경에 접촉되기 직전의 위치를 나타낸다. 즉 힘은 로봇과 주위환경의 변형에 비례한다. 복잡성을 피하기 위해 여기서는 로봇과 주위환경이 접촉한 지점에 좌표계의 원점을 둔다. 즉, $x_{i0} = 0$

편리를 위해 다음과 같이 정의한다.

$$\begin{aligned} K_e &\equiv \text{diag}\{k_{e1}, k_{e2}, \dots, k_{en}\}, \quad k_{ei} = 1 \text{ for } i=1, 2, \dots, k \\ r &\equiv [r_1 \ r_2 \ \dots \ r_n]^T = K_e x \\ e &\equiv [e_1 \ e_2 \ \dots \ e_n]^T = r - r_a, \quad \dot{e} \equiv \dot{r} - \dot{r}_a \end{aligned}$$

여기서 r_a 는 원하는 위치 및 힘의 궤도를 나타낸다.

본 논문에서 제안되는 견실제어기 설계의 첫 절차는 다음 함수의 경계함수(bounding function)를 구하는 일이다.

$$\begin{aligned} \Phi(x, \dot{x}, t) &= K_e^{-1}[(\hat{M}_x - M_x)K_e^{-1}(\ddot{r}_d - Se) \\ &\quad + (\hat{C}_x - C_x)K_e^{-1}(\dot{r}_d - Se) \\ &\quad + \hat{g}_x - g_x + \hat{f}_x - f_x + \hat{R} - R] \\ \rho(x, \dot{x}, t) &= \|\Phi(x, \dot{x}, t)\| \end{aligned} \quad (20) \quad (21)$$

여기서,

$$\begin{aligned} S &= \text{diag}\{s_1, s_2, \dots, s_n\}: \text{양확정상수행렬} \\ K_a &= \text{diag}\{k_{a1}, k_{a2}, \dots, k_{an}\}: \text{양확정상수행렬} \\ K_b &= \text{diag}\{k_{b1}, k_{b2}, \dots, k_{bn}\}: \text{양확정상수행렬} \end{aligned}$$

그리고, \hat{M}_x , \hat{C}_x , \hat{g}_x , \hat{f}_x , \hat{R} 등은 식 (4)에서 불확실성을 포함하는 M_x , C_x , g_x , f_x , R 등의 추측값 또는 대표값이다. 식 (21)의 경계함수를 찾기 위해서는 불확실성 인자값들이 속한 집합들의 경계치에 대한 정보가 필요하다. 그러나 그 인자들의 시간에 따른 구현방식과 견실제어기설계는 서로 독립적이다. 그러므로 적응제어에서는 고려되기 어려운 고 주파수 시변불확실성 인자도 본 연구의 대상시스템에 포함될 수 있다.

본 논문에서 사용되는 벡터의 노름(norm)은 유클리드

안 노름(Euclidean norm)이고, 행렬의 노름은 유클리드인 유도 노름(induced norm)이다. 즉 예를 들어, 행렬 M 의 노름 $\|M\|$ 은 $\sqrt{\lambda_{\min}(M^T M)}$ 이다. 여기서 $\lambda_{\min}(\cdot)$ (혹은 $\lambda_{\min}(\cdot)$)은 최소(혹은 최대) 고유값(eigenvalue)를 나타낸다.

두 번째 절차는 다음과 같은 견실제어항의 설계이다.

$$\begin{aligned} p &= [p_1 \ p_2 \ \dots \ p_n]^T \\ p_i &= \begin{cases} -\frac{\mu_i}{\|\mu_i\|} \rho, & \text{if } \|\mu_i\| \geq \varepsilon \\ -\frac{\mu_i}{\varepsilon} \rho, & \text{if } \|\mu_i\| < \varepsilon \end{cases} \end{aligned} \quad (22)$$

$$\mu_i \equiv (\dot{e}_i + s_i e_i) \rho(x, \dot{x}, t) \quad (23)$$

여기서, ε 은 설계자에 의해 선택되는 양의 상수이다. 마지막으로 견실제어항의 설계 후 다음 형태의 견실 하이브리드 제어기를 완성한다.

$$\begin{aligned} \tau_x &= \hat{M}_x K_e^{-1}(\ddot{r}_d - Se) + \hat{C}_x K_e^{-1}(\dot{r}_d - Se) \\ &\quad + \hat{g}_x + \hat{f}_x + \hat{R} + K_e p - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned} \quad (24)$$

정리 2. 제안된 하이브리드 제어기 (24)에 의해 불확실 로봇시스템 식 (4)는 대역적 실용안정성(global practical stability)을 갖는다.

증명 : 다음의 함수를 리아프노프함수 후보로 택한다.

$$\begin{aligned} V(\bar{e}, t) &= (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \\ &\quad + e^T K_e^{-1} (K_a + SK_b) K_e^{-1} e \end{aligned} \quad (25)$$

여기서,

$$\bar{e} \equiv [e^T, \dot{e}^T]^T = [e_1 \ \dots \ e_n \ \dot{e}_1 \ \dots \ \dot{e}_n]^T \quad (26)$$

다음의 분석에서 리아프노프함수 후보인 $V(\bar{e}, t)$ 의 시간에 대한 미분치가 원점을 중심으로한 어느 볼(ball)의 외부에서는 항상 음임을 보여준다. 제어되는 시스템의 임의의 궤도를 따른 $V(\bar{e}, t)$ 의 시간에 대한 미분치는 아래와 같다.

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{e}, t) &= 2(\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} M_x K_e^{-1} (\ddot{e} + S\dot{e}) \\ &\quad + (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} \dot{M}_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \\ &\quad + 2e^T K_e^{-1} (K_a + SK_b) K_e^{-1} \dot{e} \end{aligned} \quad (27)$$

식 (4)과 (24)으로부터, 다음을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_x \ddot{x} &= M_x K_e^{-1} \ddot{r} \\
 &= \tau_x - C_x \dot{x} - g_x - f_x - R \\
 &= \hat{M}_x K_e^{-1} (\ddot{r}_d - S\dot{e}) + \hat{C}_x K_e^{-1} (\dot{r}_d - Se) \\
 &\quad - C_x K_e^{-1} \dot{r} + (\hat{g}_x - g_x) + (\hat{f}_x - f_x) + (\hat{R} - R) \\
 &\quad + K_e p - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e}
 \end{aligned} \quad (28)$$

이것을 다음과 같이 변형할 수 있다.

$$\begin{aligned}
 M_x K_e^{-1} \ddot{e} &= (\hat{M}_x - M_x) K_e^{-1} \ddot{r}_d - \hat{M}_x K_e^{-1} S\dot{e} \\
 &\quad + (\hat{C}_x - C_x) K_e^{-1} (\dot{r}_d - Se) \\
 &\quad - C_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) + (\hat{g}_x - g_x) + (\hat{f}_x - f_x) \\
 &\quad + (\hat{R} - R) + K_e p - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e}
 \end{aligned} \quad (29)$$

식 (29)의 결과를 식 (27)에 대입하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\bar{e}, t) &= 2(\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} [(\hat{M}_x - M_x) K_e^{-1} \ddot{r}_d \\
 &\quad - (\hat{M}_x - M_x) K_e^{-1} S\dot{e} \\
 &\quad + (\hat{C}_x - C_x) K_e^{-1} (\dot{r}_d - Se) \\
 &\quad - C_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) + (\hat{g}_x - g_x) + (\hat{f}_x - f_x) \\
 &\quad + (\hat{R} - R) - K_e p \\
 &\quad - K_a K_e^{-1} e - K_b K_e^{-1} \dot{e}] \\
 &\quad + (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} \hat{M}_x K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \\
 &\quad + 2e^T K_e^{-1} (K_a + SK_b) K_e^{-1} \dot{e} \\
 &= 2(\dot{e} + Se)^T (\Phi + p) \\
 &\quad + (\dot{e} + Se)^T K_e^{-1} (\hat{M}_x - 2C_x) K_e^{-1} (\dot{e} + Se) \\
 &\quad - 2e^T K_e^{-1} SK_a K_e^{-1} e - 2\dot{e}^T K_e^{-1} K_b K_e^{-1} \dot{e} \\
 &= 2(\dot{e} + Se)^T (\Phi + p) \\
 &\quad - 2e^T K_e^{-1} SK_a K_e^{-1} e - 2\dot{e}^T K_e^{-1} K_b K_e^{-1} \dot{e} \quad (30)
 \end{aligned}$$

식 (30)의 분석에서는 정리 1의 결과와 대각행렬 (diagonal matrix)간에는 교환법칙이 성립하는 것을 이용하였다.

주어진 상태변수에 의해 다음을 가정하여도 일반성에는 아무 문제가 없다.

$$\begin{aligned}
 \|\mu_i\| &< \varepsilon, \quad i = 1, 2, \dots, l, \\
 \|\mu_i\| &\geq \varepsilon, \quad i = l+1; l+2, \dots, n,
 \end{aligned} \quad (31)$$

또한, 다음 부등식을 이용하여

$$\|\dot{e} + Se\| \leq \|\dot{e}_1 + s_1 e_1\| + \|\dot{e}_2 + s_2 e_2\| + \dots + \|\dot{e}_n + s_n e_n\| \quad (32)$$

식 (30)으로부터, 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned}
 \dot{V}(\bar{e}, t) &\leq 2 \sum_{i=1}^n \|\dot{e}_i + s_i e_i\| \rho - \sum_{i=1}^l \frac{2}{\varepsilon} \|\dot{e}_i + s_i e_i\|^2 \rho^2 - \sum_{i=l+1}^n 2 \|\dot{e}_i + s_i e_i\| \rho \\
 &\quad - \sum_{i=1}^n (2s_i k_{ai} e_i^2 / k_{ei}^2 + 2k_{bi} \dot{e}_i^2 / k_{ei}^2) \\
 &\leq 2 \sum_{i=1}^l \|\dot{e}_i + s_i e_i\| \rho - \frac{1}{\varepsilon} \|\dot{e}_i + s_i e_i\|^2 \rho^2 - k_0 \sum_{i=l+1}^n (e_i^2 + \dot{e}_i^2) \\
 &\leq l \frac{\varepsilon}{2} - k_0 \|\bar{e}\|^2.
 \end{aligned} \quad (33)$$

여기서,

$$k_0 \equiv \min\{2s_i k_{ai} / k_{ei}^2, 2k_{bi} / k_{ei}^2\}. \quad (34)$$

그러므로, $\|\bar{e}\| > \sqrt{l\varepsilon/2k_0}$ 일때, 리아프노프함수 후보 $V(\bar{e}, t)$ 의 시간에 대한 미분치는 항상 음이다.

결과적으로, 식 (33)에 의해 불확실 로봇시스템은 대역적 실용안정성을 보장 받게 된다. ^{(3), (5) (10)}

5. 제어기 설계 예: 2-링크 SCARA-type 매니플레이터

이 절에서는 앞에서 얻은 이론적 결과를 적용하는 예로 그림 1에서처럼 수평면상에서 두 축이 모두 중력방향을

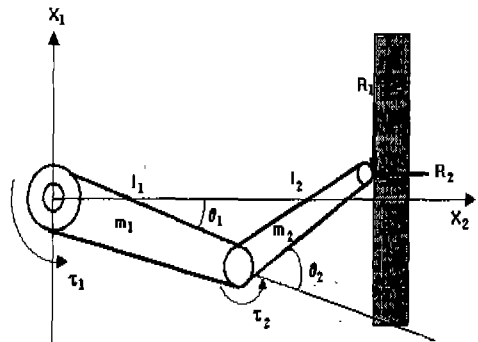


Fig. 1 Two link Scara type robot arm

중심으로 회전운동하는 2-link SCARA-type 매니플레이터의 제어기 설계와 시스템 응답을 살펴본다.

먼저, 대상 로봇의 시스템 운동방정식을 구한 다음 하이브리드 전실 제어를 설계하고, 컴퓨터 시뮬레이션에서 제어기내의 상수들을 변환시키면서 시스템 응답을 살펴본다.

첫 번째 절차로 시스템 운동방정식을 구한다.

이 매니플레이터의 운동방정식은 식 (4)의 형태로 나타나고, 식(5) ~ (9)의 행렬의 값은 아래와 같이 구해진다.

$$M_x(q)\ddot{x} + C_x(q, \dot{q})\dot{x} + g_x(q) + f_x(q, \dot{q}, t) = \tau_x(t) - R$$

$$M(q) = \begin{bmatrix} M_{11} & M_{12} \\ M_{21} & M_{22} \end{bmatrix}$$

여기서,

$$M_{11} = m_1 l_{c1}^2 + m_2 (l_1^2 + l_{c2}^2 + 2l_1 l_{c2} \cos q_2) + \frac{m_1 l_1^2}{12} + \frac{m_2 l_1^2}{12}$$

$$M_{21} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + \frac{m_2 l_2^2}{12}$$

$$M_{12} = m_2 (l_{c2}^2 + l_1 l_{c2} \cos q_2) + \frac{m_2 l_2^2}{12}$$

$$M_{22} = m_2 l_{c2}^2 + \frac{m_2 l_2^2}{12}$$

$$C(q) = \begin{bmatrix} (-m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2) \dot{q}_2 & (-m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2) (\dot{q}_1 + \dot{q}_2) \\ (m_2 l_1 l_{c2} \sin q_2) \dot{q}_1 & 0 \end{bmatrix}$$

$$J = \begin{bmatrix} -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \\ l_1 \cos q_1 + l_2 \cos(q_1 + q_2) & l_2 \cos(q_1 + q_2) \end{bmatrix}$$

$$j = [j_1 \quad j_2]$$

$$j_1 = \begin{bmatrix} -l_1 \cos q_1 - l_2 \cos(q_1 + q_2) & -l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ -l_1 \sin q_1 - l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

$$j_2 = \begin{bmatrix} -l_2 \cos(q_1 + q_2) & -l_2 \cos(q_1 + q_2) \\ -l_2 \sin(q_1 + q_2) & -l_2 \sin(q_1 + q_2) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{q}_1 \\ \dot{q}_2 \end{bmatrix}$$

로봇은 평면에서 움직이므로 식 (4)의 $g(q) = 0$ 이고, 반력성분 $R = [0 \ 1]^T$ 로 정한다.

위치와 힘을 동시에 제어하는 하이브리드 제어를 위해

다음의 역기구학 관계와 식 (3)의 관계를 이용하여, 관절 좌표계값들인 $q_1, q_2, \dot{q}_1, \dot{q}_2, \ddot{q}_1, \ddot{q}_2$ 를 직교 좌표계값들인 $x_1, x_2, \dot{x}_1, \dot{x}_2, \ddot{x}_1, \ddot{x}_2$ 로 나타낸다.

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{x_1}{x_2} \right) - \cos^{-1} \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 + l_1^2 - l_2^2}{2l_1 \sqrt{x_1^2 + x_2^2}} \right)$$

$$q_2 = \cos^{-1} \left(\frac{x_1^2 + x_2^2 - l_1^2 - l_2^2}{2l_1 l_2} \right)$$

그림 1의 X_1 축은 위치제어를 하기 위한 축이고, X_2 축은 힘제어를 하기 위한 축이다. 매니플레이터의 엔드이펙터가 X_2 방향으로 일정한 힘을 유지하면서 X_1 방향으로 정현파운동을 하는 것을 제어목표로 설정한다.

두번째 절차로 하이브리드 전실 제어를 다음과 같이 설계한다.

4장에서 위치와 힘을 동시에 다루기 위해 도입한 제어변수 r 를 결정하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ k_{e2}(x_2 - x_{20}) \end{bmatrix}$$

다음으로 식 (20)과 (21)에서 언급한 경계함수를 구하기 위하여 상수행렬을 다음과 같이 구성한다.

$$Ke = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}, \quad r = Ke \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

$$S = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad e = r - r_d, \quad \dot{e} = \dot{r} - \dot{r}_d$$

$$\begin{aligned} \Phi(x, \dot{x}, t) = & K_e^{-1} [(\hat{M}_x - M_x) K_e^{-1} (\ddot{r}_d - Se) \\ & + (\hat{C}_x - C_x) K_e^{-1} (r_d - Se) \\ & + \hat{g}_x - g_x + \hat{f}_x - f_x + \hat{R} - R] \end{aligned}$$

$$\rho(x, \dot{x}, t) = \|\Phi(x, \dot{x}, t)\|$$

이제 경계함수 ρ 를 구하였으므로 식 (22)의 P와 식 (23)의 μ 를 알 수 있다. 따라서 식 (24)의 하이브리드 전실제어기 설계가 이루어 졌다.

본 절의 세번째 절차로서 여러 파라미터들을 결정하고, 제어기 내의 상수들을 변화시키면서 시스템 응답을 살펴본다.

시뮬레이션 실행을 위해 다음과 같이 불확실 인자들의 값을 사용한다.

Table.1 Simulation data for unknown parameters

Unknown parameters	Maximum value	Minimum value	Real value
m_1	8	12	10
m_2	5	10	7
l_1	0.2	0.3	0.25
l_2	0.13	0.23	0.18
$f_x(1,1)$	-0.1	0.1	$0.1 \sin(20t)$
$f_x(2,1)$	-0.005	0.005	-0.0001

시뮬레이션 실행을 위해 불확실 파라미터의 추측값을 $\hat{m}_1 = 9, \hat{m}_2 = 6, \hat{l}_1 = 0.2, \hat{l}_2 = 0.2$ 로 하였다. 그리고

$$K_a = \begin{bmatrix} 100 & 0 \\ 0 & 200 \end{bmatrix}, K_b = \begin{bmatrix} 200 & 0 \\ 0 & 400 \end{bmatrix} \text{로 선택했으며,}$$

ϵ 값의 변화에 따른 시스템 응답은 그림 2~5와 같다. 작은 ϵ 값은 실제 시스템에 적용 시 채터링을 유발시킬 염려가 있으며 큰 값의 ϵ 은 4절의 안정성 분석과 그림 4에서 보듯이 정상상태에서의 오차를 증가시킬 가능성을 지닌다. 그러므로 양쪽 모두를 고려한 설계자의 선택에 의해 ϵ 값이 결정된다.

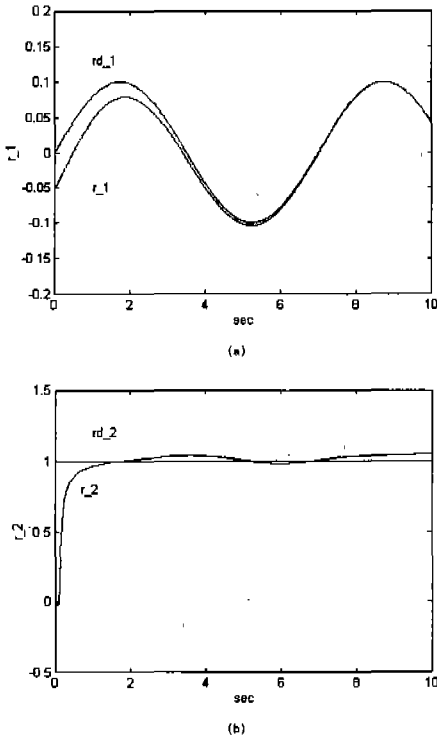


Fig. 2 System response with $\epsilon=10$

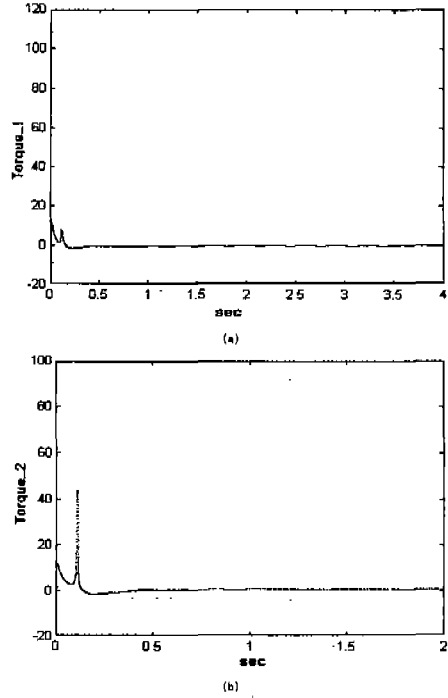


Fig. 3 Control history with $\epsilon=10$

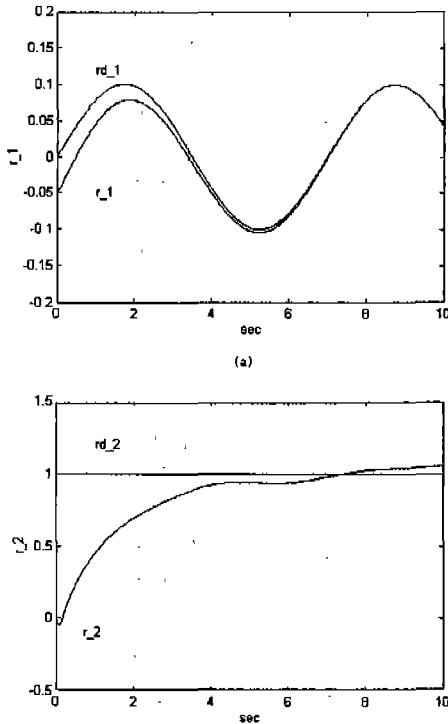


Fig. 4 System response with $\epsilon=100$

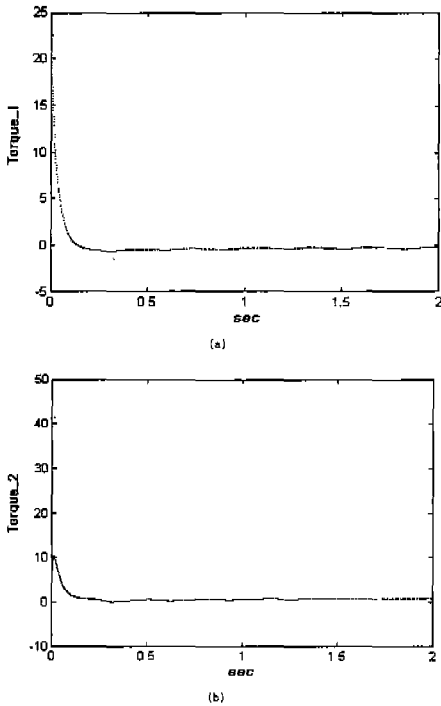


Fig. 5 Control history with $\epsilon=100$

6. 결 론

본 논문에서는 먼저 관절좌표계로 표현된 로봇 매니퓰레이터의 운동방정식이 갖는 특성, 즉, 관성행렬의 미분치와 코리올리력과 원심력 항에서 유출된 행렬의 차이가 교대대칭(skew symmetric)되는 성질이 직교좌표계로 표현된 운동방정식에서도 유지됨을 증명하였다. 위치와 힘이 동시에 독립적으로 제어되는 하이브리드제어는 직교좌표계로 표현된 운동방정식을 다루어야 함으로 증명된 특성은 하이브리드제어기 설계에 중요한 기반이 된다. 이를 바탕으로 새로운 형태의 견실 하이브리드제어기를 제안하고 그 타당성을 입증하였다. 불확실한 시스템 파라미터들의 값뿐만 아니라 구조적, 비구조적 불확실성에 의해 발생하는 모든 토크가 고려되었다. 예를 들면, 마찰력, payload 등에 의한 토크나 시변 고주파수의 외란 등이 여기에 속할 수 있다. 개발된 제어기는 역행렬의 계산을 피하고 제어기 설계에 있어 복잡한 수식을 단순화함으로써 기존 제어기설계¹²⁾의 단점들을 극복하였다. 리아프노프 안정성분석을 통하여 전체 불확실 로봇시스템의 안정성을 증명하였다.

이와같은 이론적 결론을 SCARA-type 로봇에 적용하여 시뮬레이션을 통하여 그 안정성을 입증하였다.

참 고 문 헌

1. Y. H. Chen, "Robust computed torque schemes of mechanical : non-adaptive versus adaptive", ASME J. Dynam. Syst. Meas. Contr., Vol. 113, pp.324-327, 1991.
2. Y. H. Chen and S. Pandey, "Uncertainty bounded-based hybrid control for robot manipulators", IEEE Transactions on Robotics and Automation, Vol. 6, No. 3, pp. 303-311, 1990.
3. M. J. Corless and G. Leitmann, "Continuous state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems" IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. AC-26, No. 5, pp. 1139-1144, 1981.
4. M. R. Cutkoski and P. K. Wright, "Active control of a compliant wrist in manufacturing tasks," Robot Sensors, Vol. 2 - Tactile and Non- Vision, IFS Publ. Berlin: Springer-Verlag, pp. 17-33, 1985.
5. M. C. Han and Y. H. Chen, "Polynomial robust control design for uncertain systems" Automatica, Vol. 28, No. 4, pp. 809-814, 1992.
6. N. Hogan, "Impedance control: An approach to manipulation, Part I - Theory," J. Dynamic Syst., Meas., Contr., Vol. 107, pp. 1-7, 1985.
7. N. Hogan, "Impedance control: An approach to manipulation, Part II - Implementation," J. Dynamic Syst., Meas., Contr., Vol. 107, pp. 8-16, 1985.
8. N. Hogan, "Impedance control: An approach to manipulation, Part III - Application," J. Dynamic Syst., Meas., Contr., Vol. 107, pp. 17-24, 1985.
9. D. A. Lawrence, "Impedance control stabili-

- ty properties in common implementations." in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation, pp. 1185-1190, 1988.
10. G. Leitmann, "On the efficacy of nonlinear control in uncertain linear systems", ASME J. Dynam. Syst. Meas. Contr., Vol. 103, pp. 95-102, 1981
 11. M. H. Raibert and J. J. Craig, "Hybrid position/force control of manipulators", ASME J. Dynamic Syst., Meas., Contr., Vol. 102, pp. 126-133, 1981
 12. E. Reithmeier and G. Leitmann, "Tracking and force control for a class of robotic manipulators", Dynamics and Control, Vol. 1, pp. 133-150, 1991.
 13. R. Shoureshi, M. Corless, and M. D. Roesler, "Control of industrial manipulators with bounded uncertainties", ASME J. Dynam. Syst. Meas. Contr., Vol. 109, pp. 53-58, 1987.
 14. M. W. Spong and M. Vidyasagar, Robot Dynamics and Control, John Wiley & Sons, New York, 1989.
 15. D. L. Wedel and G. N. Saridis, "An experiment in hybrid position/force control of a six DOF revolute manipulators," in Proc. IEEE Int. Conf. Robotics Automation, pp. 1638-1642, 1988.
 16. D. L. Whitney and J. L. Nevins, "What is remote centre compliance (RCC) and what it can do?," Robot Sensors, Vol. 2 - Tactile and Non- Vision, IFS Publ. Berlin: Springer-Verlag, pp. 3-17, 1986.