

본 연구는 교육부 기계공학연구분야 지원하에 연구되었으며, 이에 감사드립니다.

마찰이 있는 서보의 변형된 시지연제어

박 종 현*, 김 유 무**

Modified Time Delay Control for Servo with Friction

Jong Hyeon Park*, You Moo Kim**

ABSTRACT

A new algorithm based upon TDC (Time Delay Control) is proposed to improve the robustness of TDC performance in systems where the stick-slip friction is strong. Experiments were performed at the different levels of friction. The responses of the TDC and the modified TDC were compared each other, and against those of a PID controller with an anti-windup. The results show that the TDC and the modified TDC equally perform better than the PID, and that the modified TDC performs consistently well even with variations in the friction level while the TDC does not.

Key Words: Time Delay Control(시지연제어), Robustness (견인성), Anti-Windup PID, Stick-Slip Friction (점착미끄럼 마찰), Sealing (실링)

1. 서 론

모터의 위치제어는 산업계의 많은 분야에 걸쳐서 널리 사용되고 있다. 그러나 위치제어를 하는데 있어서 마찰력을 무시할 수 없는 경우가 많아 어려움이 따른다. 특히 부하 회전축에 실링이 설치된 경우에는 미끄럼형의 마찰력이 존재하게 되어 느린 속도에서는 최대 마찰력인 점착 마찰보다 작은 마찰력인 미끄럼 마찰이 작용⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾하게 되므로 위치제어를 하는데 문제점이 따른다. 또한 시간이 흐름에 따라서 마찰력의 크기가 변한다거나 동일 종류 실링의 특성차이로 인하여 마찰력이 달라지는 경우에는 기존의 PID 제어로는 정확한 위치제어가 힘들게 된다. 이에 대한 제어기법으로는 적응제어, 슬라이딩모드제어, 시

지연제어(Time Delay Control: 이하 TDC라 칭함) 등이 있다.

적응제어는 파라미터 추정을 사용하여 제어를 한다. 적응제어를 모터의 위치제어에 이용한 경우는 외란을 고려하여 제어를 한 경우(4)와 제어 입력으로 들어가는 펄스(pulse)의 크기를 조절하는 방법을 사용한 경우(5)가 있다. 그러나 파라미터의 변화가 심한 경우에는 만족스러운 결과를 얻기 힘들다.

슬라이딩모드 제어는 비선형계의 경우 주로 사용되는 방법으로 외란의 한계를 설정한 뒤 입력을 변경시키면서 원하는 궤적을 쫓아가도록 하는 방법이다. 슬라이딩모드 제어를 모터에 적용한 경우는 DSP를 사용하여 모터의 위치와 속도 제어에 적용한 경우(6)가 있다. 그러나 불연

* 한양대학교 정밀기계공학과
 ** 한양대학교 정밀기계공학과 대학원

속적인 제어 입력으로 야기되는 채터링(chattering)과 플랜트 파라미터의 변화와 외란의 한계를 설정해야 하는 단점이 있다.

또 다른 방법으로 제안된 TDC는 Youcef-Toumi에 의해 주로 최근에 개발된 제어 이론으로 과거 시간 지연항들을 이용하여 플랜트의 알려지지 않은 dynamics와 외란을 소거시킨 다음에 원하는 궤적을 따라가도록 하는 방법⁽⁷⁾이다. TDC에 관한 연구로는 선형 시스템에 적용되는 continuous time TDC⁽⁸⁾와 알려지지 않은 파라미터를 가지고 있는 선형 시스템의 안정성에 관한 연구⁽⁹⁾, 입출력 선형화를 통한 TDC의 적용에 대한 연구⁽¹⁰⁾ 등이 있다.

본 연구는 anti-windup PID와 TDC를 사용하여 DC 모터의 위치제어를 하고, 그 성능을 비교하였다. 그리고 TDC의 개선점과 이에 대한 제안을 하였고, 제안된 변형 TDC(이하 MTDC라 칭함) 성능의 우수성과 강인성을 실험을 통하여 증명하였다.

2장에서는 TDC 제어 이론에 대한 요약, 개선점 및 제안이 명시되어 있고, 3장에서는 플랜트 모델링에 관한 내용이 명시되어 있다. 4장에서는 실험에 대한 내용으로 기준모델에 대한 설명, 제어 이론의 적용, 실험 결과와 이를 바탕으로 PID의 경우와 TDC의 경우에 대하여 비교를 하였다. 5장에서는 결과 및 고찰에 대한 내용이 있다.

2. 제어 이론

2장에서는 원래의 TDC의 제어 이론에 대한 설명과 이에 대한 개선안인 MTDC를 제안하였고 그 안정성 및 장점을 명시하고 있다.

2. 1 TDC 알고리즘

제어하고자 하는 비선형 시스템의 dynamics가 다음과 같다고 하자.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t)\mathbf{u} + \mathbf{d}(t) \quad (1)$$

여기서 \mathbf{x} 는 상태벡터($n \times 1$), \mathbf{u} 는 제어입력 벡터($r \times 1$)이고 $\mathbf{B}(\mathbf{x}, t)$ 는 랭크(rank)가 r 인 제어분산행렬($n \times r$)이다. $\mathbf{f}(\mathbf{x}, t)$ 와 $\mathbf{h}(\mathbf{x}, t)$ 는 각각 플랜트 dynamics의 알려진 부분($n \times 1$)과 알려지지 않은 부분($n \times 1$)이고 $\mathbf{d}(t)$ 는 알려지지 않은 외란 벡터($n \times 1$)이다. t 는 시간을 표시한다.

추종되어야 할 모델 플랜트는 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{\mathbf{x}}_m = \mathbf{A}_m \mathbf{x}_m + \mathbf{B}_m \mathbf{r} \quad (2)$$

여기서 \mathbf{x}_m 은 모델 상태변수($n \times 1$)이고 \mathbf{r} 은 명령 벡터($n \times 1$)이다. \mathbf{A}_m 은 일정한, 안정적인 시스템행렬($n \times n$)이고, \mathbf{B}_m 은 일정한 명령분산행렬($n \times r$)이다.

오차벡터, \mathbf{e} 를 플랜트 상태벡터와 모델 상태벡터의 차이로 정의하면

$$\mathbf{e} = \mathbf{x} - \mathbf{x}_m \quad (3)$$

식 (1)과 (2)로부터 오차 dynamics는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \dot{\mathbf{e}} &= \mathbf{A}_m \mathbf{e} + \{\mathbf{f} + \mathbf{h} + \mathbf{d} - \mathbf{A}_m \mathbf{x} - \mathbf{B}_m \mathbf{r} + \mathbf{B}\mathbf{u}\} \\ &= (\mathbf{A}_m - \mathbf{K})\mathbf{e} \end{aligned} \quad (4)$$

여기서 \mathbf{A} 는 오차 피드백 게인(gain) 행렬($n \times n$)이다. 이때 제어 입력은 식 (4)로부터 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\mathbf{u} = \mathbf{B}^+ \{-\mathbf{f} - \mathbf{h} - \mathbf{d} + \mathbf{A}_m \mathbf{x} + \mathbf{B}_m \mathbf{r} - \mathbf{K}\mathbf{e}\} \quad (5)$$

여기서 \mathbf{B}^+ 는 행렬 \mathbf{B} 의 의사역행렬(pseudo-inverse matrix)이다. 알려지지 않은 비선형의 항과 외란의 항을 제거하기 위하여 시간 L 동안 \mathbf{h} 와 \mathbf{d} 의 변화가 극히 작다고 가정하여, 과거 시간 지연인 $(t-L)$ 에서의 값들로 대체하면

$$\begin{aligned} \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) + \mathbf{d}(t) &\cong \mathbf{h}(\mathbf{x}, t-L) + \mathbf{d}(t-L) \\ &= \dot{\mathbf{x}}(t-L) - \mathbf{f}(\mathbf{x}, t-L) - \mathbf{B}(\mathbf{x}, t-L)\mathbf{u}(t-L) \end{aligned} \quad (6)$$

식 (5)와 식 (6)으로부터 TDC의 제어규칙은 다음과 같이 구해진다.

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(t) &= \mathbf{B}^+(t) \{-\mathbf{f}(\mathbf{x}, t) - \dot{\mathbf{x}}(t-L) + \mathbf{f}(\mathbf{x}, t-L) \\ &\quad + \mathbf{B}(\mathbf{x}, t-L)\mathbf{u}(t-L) + \mathbf{A}_m \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_m \mathbf{r}(t) - \mathbf{K}\mathbf{e}(t)\} \end{aligned} \quad (7)$$

특히 플랜트와 모델이 다음과 같은 상태 공간 함수의 형태로 주어진다고 하면

$$\begin{aligned} \mathbf{x} &= \begin{bmatrix} \mathbf{x}_q \\ \mathbf{x}_r \end{bmatrix}; \mathbf{f}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}_s \\ \mathbf{f}_r(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}; \mathbf{h}(\mathbf{x}, t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{h}_r(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}; \\ \mathbf{B}(\mathbf{x}, t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_r(\mathbf{x}, t) \end{bmatrix}; \mathbf{d}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{d}_r(t) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (8)$$

$$\mathbf{A}_m = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I}_q \\ \mathbf{A}_{mr} & \end{bmatrix}; \quad \mathbf{B}_m = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{B}_{mr} \end{bmatrix}; \quad \mathbf{K} = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{K}_r \end{bmatrix} \quad (9)$$

제어규칙은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁷⁾

$$\mathbf{u}(t) = \mathbf{B}_r^{-1}(t) \{-\mathbf{f}_r(\mathbf{x}, t) - \dot{\mathbf{x}}_r(t-L) + \mathbf{f}_r(\mathbf{x}, t-L) + \mathbf{B}_r(\mathbf{x}, t-L)\mathbf{u}(t-L) + \mathbf{A}_{mr}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_{mr}\mathbf{r}(t) - \mathbf{K}_r\mathbf{e}(t)\} \quad (10)$$

2. 2 변형된 TDC 알고리즘 (MTDC)

점차미끄럼 마찰이 존재하는 경우 정상상태 오차를 없애기 위하여 점차마찰을 극복할 수 있는 제어 입력이 플랜트에 주어져야 한다. TDC에서는 오차가 작은 경우 점차마찰을 극복할만한 제어 입력이 작용하려면 오차 피드백 게인(gain), \mathbf{K} 가 커야 한다. 그러나 \mathbf{K} 를 크게 잡으면 과도 상태에서 오차가 큰 경우 액츄에이터(actuator)의 포화(saturation)를 야기시키는 중요한 원인이 되므로 \mathbf{K} 를 상수가 아닌 오차에 대한 함수로 잡는 것이 타당하다. 또한, 슬라이딩모드 제어의 기법을 일부 도입하여, 모델의 불확실성에 대한 견인성(robustness)을 위해, 본 논문에서는 다음과 같은 함수를 제안한다.

$$\mathbf{K}(\mathbf{e}) = \mathbf{D} \cdot \varphi(|\mathbf{e}|) \quad (11)$$

여기서 행렬 \mathbf{D} 는 diagonal matrix, $\varphi(|\mathbf{e}|)$ 는 시그모이드(sigmoid) 함수이며 다음과 같이 정의된다.

$$\mathbf{D} = \text{diag}[\text{sgn}(e_i)], \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (12)$$

$$\text{sgn}(e_i) = \begin{cases} 1 & \text{if } e_i > 0 \\ 0 & \text{if } e_i = 0 \\ -1 & \text{if } e_i < 0 \end{cases} \quad (13)$$

$$\varphi(|\mathbf{e}|) = \left[\frac{a_1}{1 + \exp(-b_1|e_1|)} \dots \frac{a_n}{1 + \exp(-b_n|e_n|)} \right]^T \quad (14)$$

$a_i, b_i > 0, \quad i = 1, 2, \dots, n$

여기서 a_i 와 b_i 는 상수이다. 오차 dynamics는 다음과 같이 구해진다.

$$\dot{\mathbf{e}} = \mathbf{A}_m \mathbf{e} - \mathbf{D} \cdot \varphi(|\mathbf{e}|) \quad (15)$$

Lyapunov 함수를 다음과 같이 정의하자.

$$V(\mathbf{e}) = \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{e} \quad (16)$$

이를 미분하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \frac{dV}{dt} &= \dot{\mathbf{e}}^T \cdot \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \cdot \dot{\mathbf{e}} \\ &= \{\mathbf{A}_m \mathbf{e} - \mathbf{D} \cdot \varphi(|\mathbf{e}|)\}^T \cdot \mathbf{e} + \mathbf{e}^T \cdot \{\mathbf{A}_m \mathbf{e} - \mathbf{D} \cdot \varphi(|\mathbf{e}|)\} \\ &= \mathbf{e}^T \cdot (\mathbf{A}_m^T + \mathbf{A}_m) \cdot \mathbf{e} - \varphi(|\mathbf{e}|)^T \cdot \mathbf{D} \cdot \mathbf{e} - \mathbf{e}^T \cdot \mathbf{D} \cdot \varphi(|\mathbf{e}|) \end{aligned} \quad (17)$$

식 (17)의 우변의 첫번째 항은 \mathbf{A}_m 의 특이값들이 0보다 작으므로 negative definite하다. 두 번째 및 세 번째 항에서는 시그모이드 함수 부분인 $\varphi(|\mathbf{e}|)$ 가 항상 0보다 크고, 나머지 부분들은 오차의 절대값으로 표현될 수 있으므로 두 번째 및 세 번째 항들 역시 항상 0보다 작게 되므로 negative definite하게 된다. 따라서 Lyapunov 함수는 오차가 0이 아닌 경우는 항상 감소하게 되므로 점근적으로(asymptotically) 안정하게 된다.

3. 플랜트 모델링

본 절에서는 DC 모터에 의해 직접 구동되는 점차미끄럼 마찰이 있는 관성부하로 구성된 시스템의 모델링을 한다. 입력이 전압이고 출력이 각변위, θ 인 모터 시스템의 전달함수는 다음과 같이 구하여진다.

$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{\mathbf{K}_t}{\alpha(s)} \quad (18)$$

여기서 $\alpha(s)$ 는 다음과 같다.

$$\alpha(s) = s\{L_a J_m s^2 + (R_a J_m + B_m L_a)s + (K_e K_t + R_a B_m)\} \quad (19)$$

그러나 전기적 시정수가 기계적 시정수보다 매우 빠르기 때문에 모터의 인덕턴스를 무시하면 다음과 같이 2차 시스템으로 표시된다.

$$\frac{\Theta_m(s)}{E_a(s)} = \frac{K_t}{s\{R_a J_m s + (K_e K_t + R_a B_m)\}} \quad (20)$$

이를 상태함수의 형태로 변환시키면

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{K_e K_t + R_a B_m}{R_a J_m} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{R_a J_m} \end{bmatrix} E_a$$

$$y(t) = [1 \ 0] \begin{bmatrix} \theta_m \\ \omega_m \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서 E_a 는 제어 입력 전압이고, L_a 와 R_a 는 각각 전기자 인덕턴스와 전기자 저항이다.

또한, K_t 와 K_e 는 각각 토크 정수와 역기전력 정수이며, J_m 은 회전자 및 부하 관성이고, B_m 은 점성 마찰 계수이다. 각각의 파라미터들은 Table 1에 나타나있다.

Table 1 The plant parameters.

L_a	R_a	K_t, K_e	J_m
0.7mH	1.8Ω	0.049Nm/A	0.00165kg·m ²

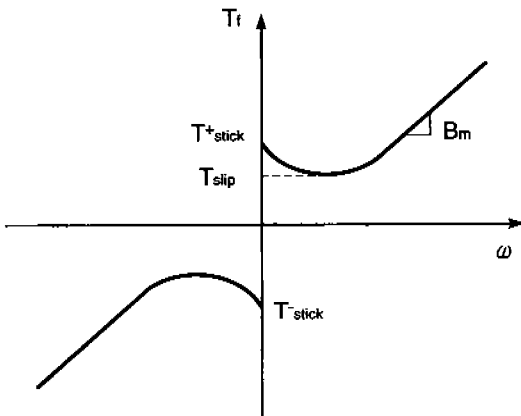


Fig. 1 Tustin's friction model.

마찰에 사용된 모델은 Fig. 1과 같이 저속에서 마찰 토크가 속도의 지수 함수적으로 감소하는 항을 내포하고 있는 Tustin의 모델을 사용하였다. Tustin의 모델은 다음과 같이 표현된다.

$$T_f(\omega) = T_s^\pm - \Delta T^\pm \left\{ 1 - \exp\left(-\frac{|\omega|}{\omega_0^\pm}\right) \right\} + B_m \omega \quad (22)$$

여기서 $T_f(\omega)$ 는 부하 토크의 값이다. T_s^\pm 는 stick 마찰 토크이고 ΔT^\pm 는 stick 마찰 토크와 slip 마찰 토크의 차이값이다. ω_0^\pm 와 ω 는 각각 미끄럼상수(slip

constant)와 각속도이고 B_m 은 점성 마찰 계수이다.

마찰 모델을 근사적으로 구하기 위하여 점착마찰 토크, 미끄럼마찰 토크, 점성 마찰 계수의 3가지 파라미터들을 측정하여야 한다. 먼저 모터가 stick 상태를 벗어나기 시작하는 전압을 구하여 최대 마찰 토크값인 T_{stick}^+ 을 측정한다. 나머지 두 파라미터를 구하기 위하여 정속 상태를 유지하도록 한다. 정속 상태에서의 시스템 dynamics는 다음과 같다.

$$\omega_m \cdot B_m + T_f = \frac{K_t e_a + K_t K_e \omega_m}{R_a} \quad (23)$$

식 (23)에서 제어 입력 전압, e_a 와 각속도, ω_m 을 측정하여 점성 마찰 계수, B_m 과 미끄럼마찰 토크 범위를 예측하였다. T_f 는 T_{stick}^+ 보다 작으므로 미끄럼 마찰 계수와 점착 마찰 토크, T_{slip} 의 범위를 결정할 수 있고, 이 범위 내에서 시뮬레이션을 통하여 각 파라미터들의 근사값을 결정하였다. 실험적으로 측정된 계수는 Table 2에 나타나 있다.

Table 2 Friction parameters.

Damping parameter [N·m·sec/rad]	Stick friction torque [Nm]	Slip friction torque [Nm]
0.000665	0.0149	0.0131

4. 실험

4. 1 제어 이론의 적용

전체적인 시스템은 Fig. 2와 같으며 사용된 컴퓨터는 486DX-50이다. 엔코더(encoder)는 Nemicon사의 OEW-10-2M(4000 pulses/rev)을 사용하였고, data acquisition board는 Keithley사의 DAS-1601 (maxi-

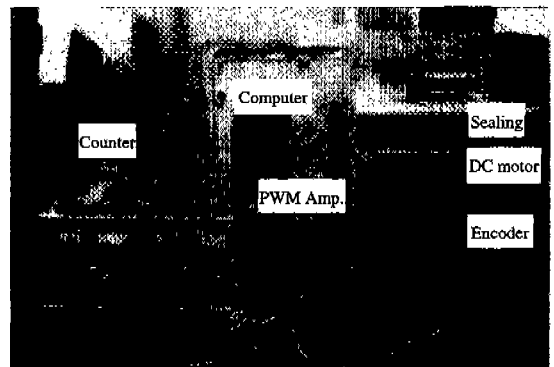


Fig. 2 DC servo motor system.

mum DA output : $\pm 10V$)을 사용하였다. 샘플링시간 (sampling time)은 1 ms이다.

4. 1. 1 기준모델

기준모델(reference model)은 2차 시스템으로 점성계수, ζ 가 0.8이고 1/4000 이하로 정착하는데 걸리는 시간은 1 sec로 하여 고유 진동수, ω_n 을 9.575 rad/sec로 설정하였다. 여기서 1/4000 이하로 정착하는데 걸리는 시간이라는 것은 엔코더의 분해능 이하로 수렴, 즉 정상상태의 오차가 없어지는데 걸리는 시간을 의미한다.

4. 1. 2 Anti-windup PID 제어를 이용한 실험 방법

PID 제어기는 anti-windup을 이용하여 구성되었다. 또한 미분항을 계산하기 위해서는 모터의 각속도가 필요한데, 이를 Taylor series의 첫번째 항만을 이용하여 계산하였다. 그러나 이러한 방법은 계산상의 오차가 생기기 쉬우므로 미분항에 사용되는 샘플링시간의 정수배하여 그 정수배를 한 시간 사이의 평균값을 사용하였다. 실험에서 구한 PID 게인은 Table 3에 명시되어 있고 제어 입력은 식 (24)와 같이 주어진다.

Table 3 Anti-windup PID gains.

K_p	T_i	T_d
19.33	0.1175	0.0495

$$u(t) = K_p \left(e + \frac{1}{T_i} \int edt + T_d \dot{e} \right) - \text{sat} \left(\frac{u(t)}{u_{max}} \right) \quad (24)$$

여기서 u_{max} 는 액츄에이터의 포화(saturation) 값으로 여기서는 data acquisition board의 최대 출력 전압인 10 Volt이다.

4. 1. 3 TDC를 이용한 실험 방법

TDC역시 미분항들은 PID와 같은 방법을 사용하였다. 본 실험에서는 선형 시불변계이므로 식 (10)과 식 (21)에서 제어 입력은 다음과 같이 간단히 구해질 수 있다.

$$u(t) = u(t-L) + \frac{J_m R_a}{K_t} \left[\frac{K_c K_t + R_a B_m}{R_a J_m} \{\omega(t) - \omega(t-L)\} - \dot{\omega}(t-L) + A_{mr} x(t) + B_{mr} r - K_r \cdot \mathbf{e}(t) \right] \quad (25)$$

여기서, $\omega(t)$ 는 Euler 방식을 이용하여 각위치로부터

근사적으로 구하였으며, 이를 다시 Euler 방식을 이용하여 $\dot{\omega}(t)$ 를 구하였다. 식 (25)를 살펴보면 정상상태에서는

$$\mathbf{x}(t) \approx \mathbf{x}_m(t) \quad (26)$$

가 되므로 모든 제어 입력은 정상상태의 오차만의 함수가 되고, 각 스텝 마다 오차가 입력에 누적되므로 적분의 역할을 하고 있음을 보여준다. 구체적인 것은 APPENDIX에 설명되어 있다.

4. 1. 4 MTDC를 이용한 실험 방법

MTDC의 경우는 식 (25)의 $K_r \mathbf{e}(t)$ 대신에 $D \cdot \varphi(|e(t)|)$ 를 사용하였다. 그러나 실제실험에서는 는 로부터 근사적으로 계산되는 값이므로, 오차가 발생할 확률이 높다. 따라서 피드백 게인(gain) K 에서 속도에 대한 게인을 0으로 하여 θ 만 피드백 되도록 하였다. 따라서 제어 입력은 다음과 같이 결정되어진다.

$$u(t) = u(t-L) + \frac{J_m R_a}{K_t} \left[\frac{K_c K_t + R_a B_m}{R_a J_m} \{\omega(t) - \omega(t-L)\} - \dot{\omega}(t-L) + A_{mr} x(t) + B_{mr} r - D_r \cdot \varphi(|e|) \right] \quad (27)$$

여기서 시그모이드 함수의 크기는 1 Volt로 하였고 각 속도나 각속도의 계산을 하는 경우는 PID와 같은 방법을 사용하였다.

4. 2 실험 결과

DC 모터가 기준모델을 추종하면서 1회전을 하게 하는 실험을 하였다. 사용된 제어 법칙으로는 PID, TDC, MTDC를 사용하였고 먼저 정상적인(normal) 상태에서 게인을 결정 한 뒤에 실링의 정도를 바꾸어 가며 실행하였다.

PID보다 TDC과 MTDC를 사용한 경우가 오차가 존재하지 않는 정상상태로 되는데 걸리는 시간의 면에서나 실링의 변화에 따른 과도 상태에서의 오버슈트(overshoot)의 면에서 뛰어난 성능을 보이고 있었다. 그러나 TDC은 MTDC에 비하여 실링이 변화하면서 정상상태로 되는데 걸리는 시간이 더 많이 소요되어 플랜트의 변화에 대해서 견인성(robustness)을 잃었다.

4. 2. 1 정상적인(normal) 상태에서의 실험 결과

정상적인 상태는 실링이 약간 헐거운 상태로 하였다. 그 결과 모든 방법의 경우에서 비교적 빠른 수렴 속도와

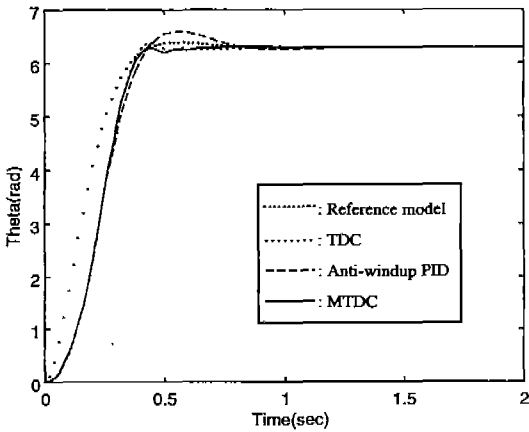


Fig. 3 Time responses of anti-windup PID and TDC controls.

정상상태 오차가 존재하지 않았다.

Fig. 3은 TDC, MTDC와 PID의 시간 응답에 대한 결과이다. Fig. 3에서 TDC과 MTDC를 사용한 경우는 결과가 거의 비슷하게 나타나고 있다. 과도 상태의 초기에는 PID와 TDC 모두가 비슷한 경향을 보이는 반면 PID는 오버슈트가 생기지만 TDC에서는 오버슈트가 거의 발생하지 않았다.

Fig. 4는 PID와 TDC의 기준모델과의 오차에 대한 시간 응답으로 엔코더가 측정한 데이터의 펄스수와 기준모델의 펄스수의 차이로 표시한 오차 dynamics이다. Fig. 4에서 TDC이 settle하는데 걸린 시간은 1.44 sec이고

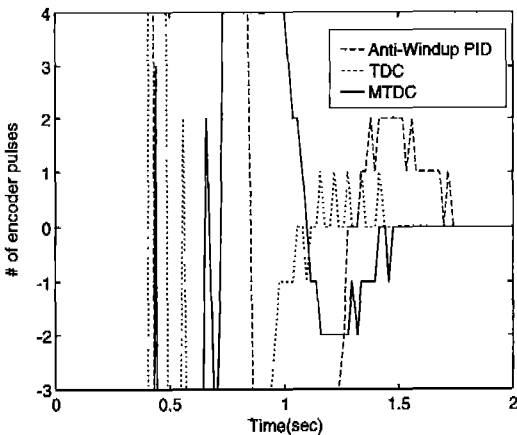


Fig. 4 Error dynamics of PID and TDCs.

MTDC가 정착하는데 걸린 시간은 1.48 sec인데 반하여 PID는 1.74 sec가 되어야 이루어 짐을 알 수 있다. 따라서, 정상상태의 오차가 없어지는데 걸리는 시간을 비교해 보면 MTDC를 사용한 경우는 약 14.6 %, TDC의 경우는 약 17.2 %의 시간이 PID보다 적게 소요된다.

4. 2. 2 실링을 변화시킨 경우의 실험 결과

기준모델과 계인은 정상적인 경우와 같게 사용하였지만 실링을 변화시켜 마찰의 값을 증가시켜 준 경우이다. MTDC를 사용한 경우는 실링을 변화시키기 전과 비교하여 정착하는데 걸리는 시간의 면에서 PID나 TDC에 비해서 더 나은 결과를 보이고 있다.

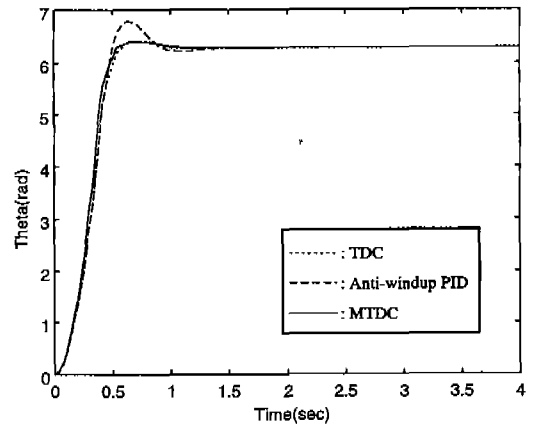


Fig. 5 Time responses of anti-windup PID and TDCs.

Fig. 5는 TDC, MTDC와 PID의 시간 응답에 대한 결과이다. Fig. 5에서 TDC과 MTDC를 사용한 경우는 결과가 거의 비슷하게 나타나고 있다. 과도 상태의 초기에는 PID와 TDC 모두가 비슷한 경향을 띄지만 PID는 오버슈트가 생기지만 TDC에서는 오버슈트가 거의 발생하지 않는다.

Fig. 6은 anti-windup PID, TDC, MTDC에 있어서 기준모델과의 오차 dynamics 결과이다. 실링이 변화했을 경우에는 MTDC가 가장 빨리 정착하였으며 정상적인 상태와 비교하였을 경우에도 정착하는데 걸리는 시간이 48.65 %로 가장 조금 증가하여 플랜트의 변화에도 가장 견인성 있는 성능을 보이고 있다. 정상적인 상태에서 가장 뛰어난 성능을 보인 TDC은 정상적인 상태보다 정착하는데 걸리는 시간이 105.6 %로 가장 많이 증가하였

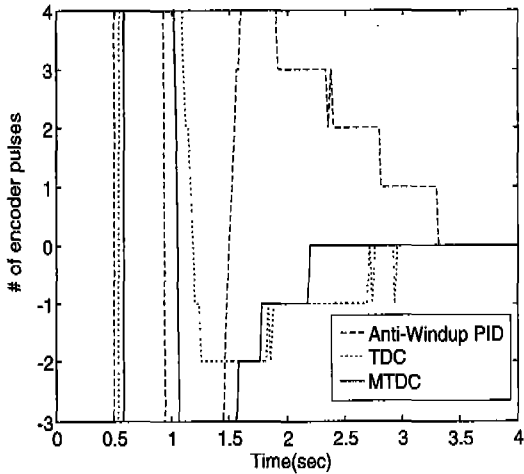


Fig. 6 Error dynamics of PID and TDCs.

Table 4 Settling time in each control algorithm.

		Settling time		Increase in settling time
		Nominal state	Increase in friction	
Anti-windup PID	Time	1.74 sec	3.32 sec	90.8 %
	Rate	1	1.91	
TDC	Time	1.44 sec	2.96 sec	105.6 %
	Rate	0.626	1.70	
MTDC	Time	1.48 sec	2.20 sec	48.65 %
	Rate	0.651	1.26	

다. PID의 경우는 정상적인 상태와 비교시 상대적으로 증가한 값은 90.8 %이지만 절대적으로 증가한 값은 1.58 sec로 TDC의 1.52 sec, MTDC의 0.72 sec보다 크다.

Table 4에서는 정상적인 상태와 마찰이 증가한 경우에 대하여 비교를 하였다. 각각의 제어 기법에 대해서 정상적인 상태와 실링이 증가한 경우의 수렴 시간에 대하여 비교하였고 정상적인 상태에서의 PID의 수렴 시간에 대한 다른 제어 기법의 수렴 시간의 비율도 표시하였다. 실험 조건이 바뀐 경우에 대해서 수렴 시간의 증가율도 표시하였다.

5. 결론 및 고찰

TDC를 사용하여 DC 모터의 위치제어를 하였다. TDC에 대해서 새로운 제안을 하였고 각각의 경우를 PID와 비교를 하였다.

PID는 anti-windup PID를 사용하였고 정상적인 상

태에서 1.74 sec, 실링이 증가한 경우에는 3.32 sec로 2π rad에 수렴하는 시간이나 플랜트의 변화에 대한 강인성의 면에서 나쁜 성능을 보였다. 마찰 토크가 작은 경우에 TDC는 1.44 sec로 가장 빨리 수렴했으나 실링이 변화된 경우에는 2.96 sec에 수렴하여 수렴 속도면에서 강인성이 떨어지는 성능을 보였다. MTDC는 정상적인 상태에서 1.48 sec, 마찰이 증가한 경우에는 2.2 sec로 TDC보다 정착시간의 면에서 강인한 성능을 보이고 있다.

참고 문헌

1. B. A. Hérouvry, IEEE Transaction on automatic control, Vol. 38, No. 10, pp. 1483~1495, 1993.
2. D. Karnopp, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 107, pp. 100~103, 1985.
3. P. E. Dupont and E. P. Eric, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 117, pp. 8~14, 1995.
4. P. N. Nikiforuk and K. Tamura, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 110, pp. 343~349, 1988.
5. S. Yang and M. Tomizuka, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 110, pp. 221~227, 1988.
6. T. L. Chern and J. S. Wong, IEE Proc.-Control Theory Appl., Vol. 142, No. 5, pp. 444~450, 1995.
7. K. Yocef-Toumi and S. Reddy, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 113, pp. 544~555, 1991.
8. K. Yocef-Toumi and O. Ito, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 112, pp. 133~142, 1990.
9. K. Yocef-Toumi and J. Bobbet, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 113, pp. 558~567, 1991.
10. K. Yocef-Toumi and S.-T. Wu, Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, Vol. 114, pp. 10~19, 1992.

부 록

이산계에서 정상상태인 경우 TDC의 기능

식 (25)에서 이산계이고 정상상태인 경우라고 가정하면 식 (26)에 의하여

$$\begin{aligned}
 u(nT) &= u(nT-L) + \mathbf{B}_r^{-1} \left[\frac{K_e K_t + R_a B_m}{R_a J_m} \{ \omega(nT) - \omega(nT-L) \} \right. \\
 &\quad \left. - \dot{\omega}(nT-L) + \mathbf{A}_{mr} \mathbf{x}(nT) + \mathbf{B}_{mr} \mathbf{r} - \mathbf{K}_r \mathbf{e}(nT) \right] \\
 &= u((n-1)T) + \mathbf{B}_r^{-1} [\mathbf{A}_{mr} \mathbf{x}_m(nT) + \mathbf{B}_{mr} \mathbf{r} - \mathbf{K}_r \mathbf{e}(nT)] \\
 &= u((n-1)T) + \mathbf{B}_r^{-1} [\dot{\theta}_m - \mathbf{K}_r \mathbf{e}(nT)] \\
 &= u((n-1)T) - \mathbf{B}_r^{-1} \mathbf{K}_r \mathbf{e}(nT) \quad (A.1)
 \end{aligned}$$

가 되어 스텝 n 에서의 입력 u 는 스텝 $n-1$ 에서의 오차의 누적이 되어 적분기와 같은 역할을 하게 된다. 여기서 T 는 샘플링시간이다.