

변동하중하에서의 피로크랙 지연현상과 지연기구에 관한 연구
- 균열성장 지연현상에 미치는 균열 가지의 영향 -

송삼흥*, 권윤기**

A Study on Fatigue Crack Retardation and Retardation Mechanism
in Variable Loading

- The Effects of Crack Tip Branching in Crack Growth Retardation -

S.H. Song *, Y.K. Kwon**

ABSTRACT

In order to study on fatigue crack retardation and retardation mechanism in variable loading, the effects of crack tip branching in fatigue crack growth retardation were examined. The characteristics of crack tip branching behavior was considered to micro structure. It was examined that the variation of crack tip branching angle. Crack tip branching was observed along the grain boundary of ferrite and pearlite structure. It was found that the branching angle ranges from 25 to 53 degrees. Using the finite element method, the variable of crack driving force to branching angle was examined. The effective crack driving force (K_{eff}) decreased as the branching angle increases. The rate of decrease was 33% for the kinked type and 29% for the forked one. It was confirmed that the effect of crack tip branching is a very important factor in fatigue crack growth retardation. Therefore, crack branching effect should be considered building the hypothetical model to predict crack growth retardation.

Key Words: Crack growth retardation(균열성장지연), Crack tip branching(균열가지), Crack tip branching angle(균열가지각), Kinked type branch(kink형태 균열가지), Forked type branch(fork 형태 균열가지), Effective crack driving force(유효균열진전력), Retardation mechanism(지연기구).

1. 서론

전파하는 균열에 있어 과대 하중이 작용하면 균열 전파 속도의 지연현상이 발생한다. 현재까지의 연구에서 제시

되고 있는 이와 같은 단일 과대하중 작용후 나타나는 피로 균열 전파속도의 지연현상을 설명하는 기구들로는, 균열선단 무더짐, 균열선단 변형경화, 균열선단 가지현상, 균열선단의 압축잔류응력, 그리고 소성유기 균열단합등

* 고려대학교 기계공학과
** 고려대학교 대학원, (현 두원공업전문대)

을 들 수 있다.⁽¹⁾⁽²⁾⁽³⁾⁽⁴⁾

그러나 지연현상에 대한 대부분의 연구가 실험 및 해석의 어려움으로 인해 다른 기구들은 배제되고, 균열선단 압축응력과 소성유기 균열단합 현상들만을 고려해 이루어지고 있는 실정이다.⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾ 물론 균열 성장 지연현상을 설명하는데 있어서 과대응력의 작용에서 초래되는 소성변형에 의한 압축잔류응력장과 소성유기 균열 단합 현상이 매우 중요한 인자라는 것에는 재론의 여지가 없지만, 여러 실험 결과에서도 알 수 있듯이 지연구간과 소성영역의 정량적 관계가 잘 일치하지 않고 있는 등 지연현상을 설명하는 지배적인 기구로 그 한계도 명확히 나타나고 있다.⁽⁸⁾⁽⁹⁾⁽¹⁰⁾ 즉 그 자체만 가지고 과대하중 이후의 현상을 설명하는 것에는 상당한 무리가 따른다고 판단된다. 따라서 이와 같은 한계를 극복하기 위한 일환으로 지연현상을 설명하는 제2의 기구로 균열선단 가지현상이 제시되고 있다.⁽²⁾⁽¹¹⁾

일반적으로 단일과대 하중 작용후 나타나는 피로 균열의 거동중 특징적인 한가지는 균열 선단 가지현상을 들 수 있다. 그리고 이와 같이 균열선단에 균열 가지가 형성되면 균열가지에 의해 균열 선단의 역학적 상태가 변하게 된다.

따라서 과대하중 부하후 균열의 성장 지연 특성을 이해하기 위해서는 균열가지의 발생 및 거동특성에 대한 고찰이 선행되어져야 한다고 사료된다. 현재까지의 연구 결과들을 종합해 볼때, 균열 경로에 영향을 미치는 요인들로는 응력상태, 환경, 하중이력, 또는 2상입자와 결정립 경계와 같은 미시조직적인 인자등을 들 수 있다.⁽¹¹⁾⁽¹²⁾

일반적으로 균열가지는 하중의 형태가 혼합모드로 작용할 때 쉽게 나타난다. 그리고 이때 균열가지의 형태는 균열선단에서 주응력의 방향이 외부에서 주어지는 하중의 형태에 따라 바뀌기 때문에 균열의 진전방향 또한 하중의 상태에 따라 바뀌게 된다. 따라서 균열가지의 길이가 주 균열의 길이와 비교해 볼때, 비교적 큰 크기로 나타난다. 현재 균열 경로 및 균열가지가 피로거동에 미치는 영향에 대한 연구의 대부분은 이와 같이 균열경로 및 균열가지 현상이 뚜렷이 나타나는 영역에서 주로 연구되어져 왔다.

그러나 과대하중후 나타나는 지연구간에서 발생하는 균열가지의 형태는 주 균열길이에 비해 균열가지의 길이가 대단히 작은 크기로 나타내게 되는데, 이 경우에는 외부 하중이 전체적으로 모드 I 형태의 하중 상태를 지속적으로 유지하고 있기 때문에 발생하는 균열가지의 형태가 외부 하중의 영향 보다는 미시조직에 많은 영향을 받으리라 예상된다. 또한 이렇게 발생한 균열가지는 균열선단에서의 응력 상태를 모드 I과 모드 II의 혼합 모드 상태로 만

들어 균열선단에서 균열 진전력에 영향을 미치리라 판단된다.

본 연구에서는 변동하중 하에서의 피로크랙 지연현상과 지연기구를 고찰하기 위하여, 첫째 지연구간에서 발생하는 균열가지의 거동 특성을 미시조직적인 측면에서 검토하였고, 둘째 균열가지가 발생했을 때 나타나는 균열선단에서의 균열진전력의 변화를 고찰하기 위하여 유효요소법을 이용하여 균열가지의 형태 변화에 따른 응력확대계수의 변화를 살펴보았다.

2. 실험재료 및 실험방법

본 연구에서 사용한 재료는 KS D 3503규정에 의해 생산된 일반구조용 압연강재인 SS41이다. 재료에 남아있는 잔류응력을 제거하고 미소 조직을 균일화 하기 위하여 960℃에서 한시간 동안 유지한 후 노냉 시키는 어닐링처리를 하였다. 재료의 화학적성질과 기계적 물성은 Table 1과 Table 2와 같다.

변동하중은 단일과대 하중으로 과대하중 부하시간은 0.01Hz 였고, 과대하중의 크기는 작용하중의 2배로 하였다. 과대하중을 부하한 후 균열성장 지연현상이 발생할 때 균열의 거동 특성을 파악하기 위하여 점안이동 측미계가 장착되어 있는 이동현미경으로 균열 선단을 관찰하였다. 또한 지연구간 내에서의 균열 거동과 미시조직과의 관계를 고찰하기 위하여 시험편을 5% 나이탈 용액으로 부식하여 조직의 영향들을 살펴 보았다.

사용된 시험편은 Fig.1과 같고, 시험은 회전굽힘 피로 시험기를 이용했다.

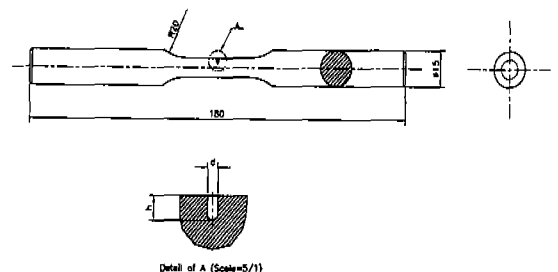


Fig.1 The shape of fatigue test specimen

Table 1 The chemical composition of testing material

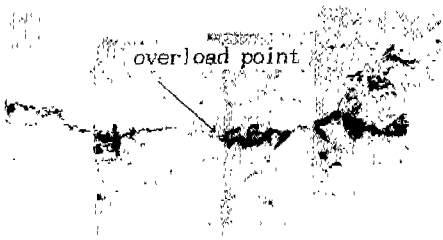
Material	Composition				
	C	Si	Mn	P	S
SS41	0.16	0.18	0.66	0.029	0.042

Table 2 The mechanical properties of testing material

Yield strength (Mpa)	Tensile strength (Mpa)	Elongation	Reduction of area	Mean hardness (Hvm)
280	432	36.97	55.05	162.44

3. 균열가지의 형성과정 및 균열가지각의 변화

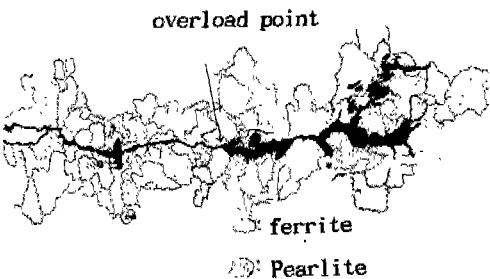
균열가지가 지연구간 내에서 형성되는 과정을 미시조직적인 관점에서 고찰해 보았다. Fig. 2는 과대하중 부하 후 나타나는 균열가지의 형성과정을 보여주는 그림으로, 이 그림에서는 과대하중 부하후 균열선단에서 균열 가지가 형성되고 있는것을 볼 수 있다. 이때 균열가지는 그림



(a) Branching shape



(b) Etched shape of (a)



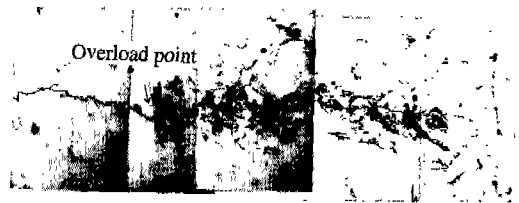
(c) Shape of (a)+(b)

Fig. 2 The crack tip branching and microstructure

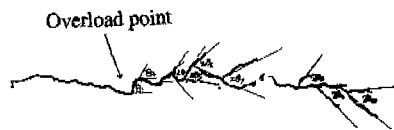
에서와 같이 과대응력 부하직후 곧바로 나타나는 것이 아니라, 먼저 일정 크기의 균열선단 무더짐이 나타나고, 이후 균열가지 현상이 나타나고 있는것을 볼 수 있다. 균열 가지 현상은 일반적으로 균열진전력이 아주 낮을 때 나타나는 피로 균열의 거동 특성으로 fig.2(a)에서 나타나는 균열가지는 그림에서와 같이 균열선단 무더짐에 의한 응력집중의 완화와 과대응력에 의해 균열선단에 형성된 압축응력장등이 균열진전력의 감소로 인해 발생 되었다고 볼 수 있다.

한편 균열가지의 발생 특성은 균열가지가 나타나는 표면을 5% 나이탈 용액으로 부식한 Fig.2 (b),(c)에서 알 수 있는데, 균열가지의 발생은 페라이트와 펄라이트의 입계를 따라 형성되고 있는것을 볼 수 있다. 이와 같이 균열 가지의 형성은 미시 조직에 영향을 받는데, 따라서 균열 발생시 균열가지의 기울어진 정도인 균열가지각의 변화도 균열가지가 발생하는 지점에서의 미시 조직에 많은 영향을 받으리라 사료된다.

Fig.3은 지연구간내에서 형성되는 균열가지의 형태를 보여주는 사진으로, 과로 과대하중 부하후 9×10^4 cycle 경과 후의 균열 형상이다. 이 그림에서는 균열의 전파 경로가 불규칙해 지며 균열가지가 나타나고 있는것을 볼 수 있다. 또한 균열 가지의 형태는 한쪽으로 구부러지는 형태(kinked type)와 양쪽으로 구부러지는 형태(forked type)가 주종을 이루며 나타나고 있고, 균열가지의 발생 구간은 지연구간 전 구간에서 폭넓게 나타나고 있다.



(a) Shape of branching



(b) Variation of crack branching angle

Fig.3 The crack tip branching after 9×10^4 cycle

한편 발생하는 균열가지의 형태를 결정짓는 균열가지의 구부러진 정도인 균열가지각의 변화는 균열선단에서 균열진전력의 변화에 영향을 미칠 것으로 판단된다. Fig.3 (b)는 이와 같은 균열 가지각의 변화를 살펴보기 위하여 Fig.3 (a)의 결과를 투명한 용지위에 모사한 결과이다. 여기서 균열가지각은 주균열의 경로에 대한 각도로 나타내었는데, fig.4 에서와 같이 kinked 형태의 균열에 있어서는 θ 로 forked 형태의 균열에 있어서는 2θ 로 정의하였다.

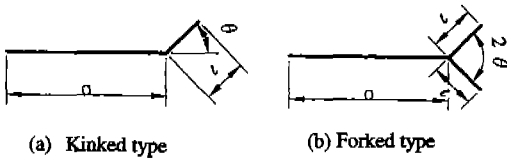


Fig.4 The schematic of crack branching type

이와 같은 방법으로 균열가지각의 변화를 살펴본 결과 지연구간에서 나타나는 균열가지각의 크기는 일정한 크기로 나타나고 있지는 않지만 대체적으로 $25^\circ \sim 53^\circ$ 의 범위 내에서 나타나고 있고, 전체적인 평균값은 34° 였다.

이상의 고찰을 통해 과대하중 부하 후 균열의 거동 형태는 균열 선단에서 균열가지형성 → 균열의 주 전파방향으로 복귀 → 다시 균열가지형성 등을 반복하며 전파하고 있는것을 볼 수 있다.

4. 균열가지의 형태 변화에 따른 유한요소해석

본 절에서는 균열가지의 발생이 균열진전력에 미치는 영향을 고찰하기 위하여 유한요소법을 이용하여 균열가지를 모델링 하여 균열가지의 형태 변화에 따른 응력확대 계수의 변화를 고찰해 보았다.

4-1. 해석모델

Fig.3 에서 고찰한 바와 같이 지연구간에서 발생하는 균열가지의 형태는 kinked 형태와 forked 형태로 나타났고, 균열가지각의 변화는 $25^\circ \sim 53^\circ$ 의 범위 내에서 나타났다. 따라서 이의 결과를 토대로 균열가지를 kinked 와 forked형태로 구분하였고, 균열가지각을 $0^\circ, 15^\circ, 39^\circ, 45^\circ, 60^\circ$ 로 변화시켜 균열가지각의 변화에 따른 균열진전력의 변화를 고찰하였다.

한편 균열가지의 발생 형태가 실험에서 확인된 것처럼

균열선단에서 극부적으로 발생하기 때문에 균열선단가지의 영향은 최소화 하고, 균열선단 가지각의 영향은 극대화시키기 위하여 균열가지의 크기(ϵ)는 주 균열의 길이 (a)에 비해 상대적으로 작게 구성 하였다. 균열가지의 크기는 $\epsilon/a = 0.02$ 로 하였다.

Fig. 5 에서는 해석에 사용된 유한요소 해석 모델을 나타낸다.

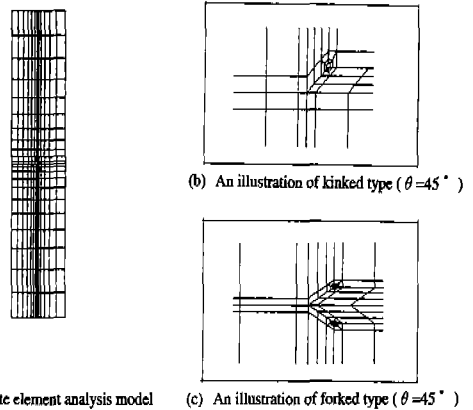


Fig.5 Finite element analysis model

총 사용된 해석 모델은 kinked형태와 forked형태의 경우 각각 5종씩 도합 10종의 모델을 사용하였다. 또한 그림에서 보는 바와 같이 균열 선단에서 대칭성이 보장되지 않기 때문에 전 모델로 구성하였고, 사용된 요소는 8절점 사각요소를 사용하였다. 그리고 균열 선단은 응력의 특이성이 존재 하므로 특이성을 구현하기 위하여 균열선단 주위의 절점을 균열선단 주위로 1/4 강제 이동시킨 특이 요소를 사용하였다. Fig.6에서는 균열선단의 특이 요소를 나타낸다.

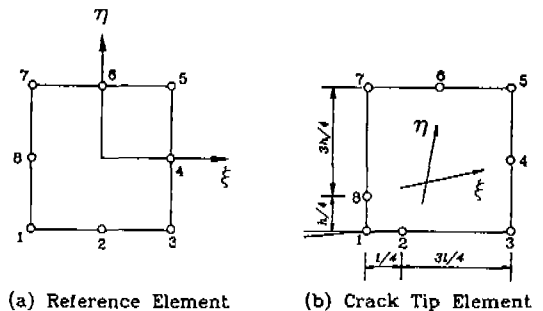


Fig.6 The reference and crack tip singular element

해석은 유한요소 해석을 위한 범용 프로그램인 NIAS를 이용했고, 총 절점수는 1172 ~ 1880개였고, 요소의 수는 336 ~ 528개였다.

4-2. 균열가지각의 변화에 따른 응력확대계수의 변화
일반적으로 균열선단에 균열가지가 형성되면 균열선단의 파괴 모드는 모드 I과 모드II의 국부적인 혼합 모드 상태를 띄게 된다. 본 절에서는 균열가지각의 변화에 따른 균열선단의 응력확대계수 변화를 고찰한다.

응력확대계수의 해석은 J적분의 정의와 유한요소법을 조합함으로 도입된 가상균열진전법을 이용하였다

(a) Kinked 형태의 경우

Fig. 7에서는 kinked형태의 균열가지에 대한 균열가지각 θ 의 변화에 따른 응력확대계수의 변화를 나타낸다. x축은 균열가지각 θ 를 나타내고, y축은 균열 선단의 응력확대계수를 나타낸다. 그런데 균열가지가 발생하면 균열선단의 하중 형태가 국부적인 혼합 모드 상태를 띄게 되기 때문에 y축은 모드 I성분 ($K_{I,\theta}$)과 모드II성분 ($K_{II,\theta}$)의 응력확대계수를 균열가지가 없을때의 응력확대계수 $K_{\theta=0^\circ}$ 으로 무차원화 하여 θ 의 변화에 따른 분포 특성을 조사 하였다.

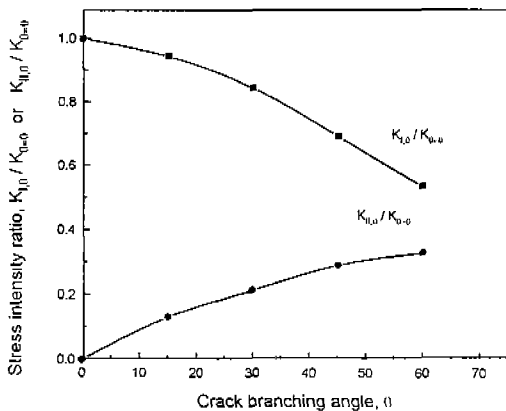


Fig.7 The variation of crack driving force on kinked type

그림에서와 같이 $K_{I,\theta}/K_{\theta=0^\circ}$ 은 θ 의 증가에 따라 감소하고 있고, $K_{II,\theta}/K_{\theta=0^\circ}$ 은 θ 의 증가에 따라 증가하고 있는것을 볼 수 있다.

균열가지각 45° 를 기준으로 볼 때, $K_{I,\theta}/K_{\theta=0^\circ}=0.68$ 로 32%의 감소를 보였고, $K_{II,\theta}/K_{\theta=0^\circ}$ 은 0.28로 28%의 증가를 보였다.

이와 같은 혼합 모드에 있어서 균열의 유효진전력 (effective driving force)과 균열의 진전방향을 예측하기 위해서 동일평면 변형에너지(coplanar strain energy release rate)에 기초한 파괴 기준이 많이 사용되는데, 이 기준을 단순화하여 표현하면 다음과 같다.

$$K_{eff} = (K_I^2 + K_{II}^2)^{1/2} \quad (4-1)$$

K_{eff} : 유효응력확대계수

이때 K_{eff} 는 혼합모드에서 K_I 과 K_{II} 를 고려한 유효응력확대계수로 균열 선단에서 실질적인 균열진전력을 나타낸다.

Fig.8에서는 균열가지각의 변화에 따른 K_{eff} 의 변화를 나타낸다. 그림에서 알수 있듯이 균열가지각 θ 가 증가함에 따라 $K_{eff}/K_{\theta=0^\circ}$ 은 감소하고 있는것을 볼 수 있다. 균열가지각 $\theta = 45^\circ$ 에서 $K_{eff}/K_{\theta=0^\circ}=0.67$ 로 균열진전력은 균열가지가 발생하지 않았을 때 보다 약 33% 감소하고 있는것을 볼 수 있다.

또한 감소의 폭이 fig.7의 $K_{I,\theta}/K_{\theta=0^\circ}$ 의 변화와 비슷한 크기로 감소하고 있는것을 볼 수 있다. 즉 균열가지각의 증가에 따른 유효균열진전력 K_{eff} 의 감소는 $K_{II,\theta}$ 의 증가량은 보다는 $K_{I,\theta}$ 의 감소량에 영향을 받는다고 할 수 있다.

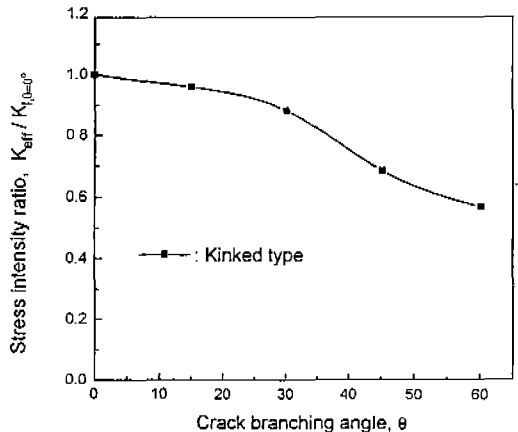


Fig.8 The variation of effective crack driving force on kinked type

(b) Forked 형태의 경우

Fig.9에서는 forked 형태의 균열가지에 대한 균열가지각 θ 의 변화에 따른 $K_{I,\theta}$ 와 $K_{II,\theta}$ 의 변화를 나타낸다. Kinked 형태의 경우와 같이 $K_{I,\theta}$ 는 θ 의 증가에 따라 일정하게 감소하고 있는것을 볼 수 있다. $\theta = 45^\circ$ 에서 $K_{I,\theta}/K_{\theta=0^\circ} = 0.7$ 로 약 30% 감소하고 있다.

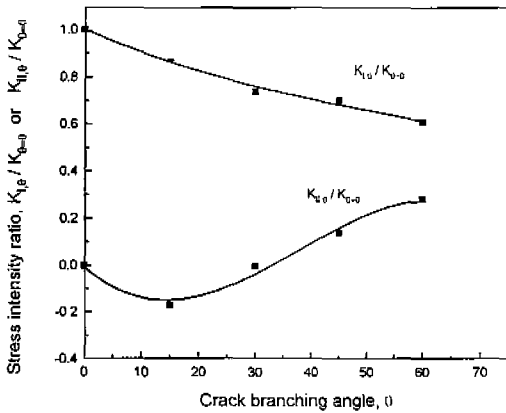


Fig.9 The variation of crack driving force on forked type

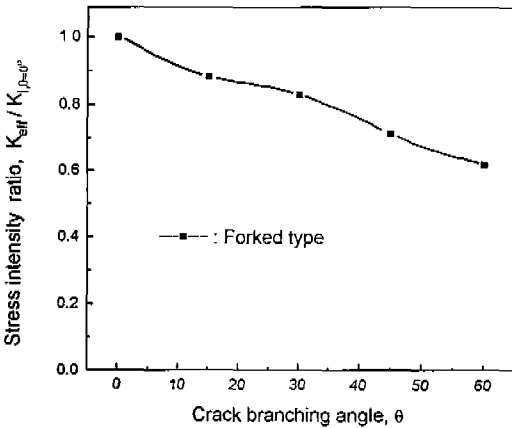


Fig.10 The variation of effective crack driving force on forked type

이 값은 kinked 형태의 32%와 거의 비슷한 값으로 $K_{I,\theta}$ 의 전반적인 분포형태 또한 kinked 형태와 큰 차이를 보이지는 않지만, kinked 형태의 경우는 $\theta = 10^\circ$ 까지는 완만한 감소를 보이는데 반해, forked 형태의 경우는 전체적으로 일정하게 감소하는 직선적인 형태로 감소

하고 있다.

또한 $K_{II,\theta}$ 의 분포는 fig7의 kinked 형태와는 다른 양상으로 나타나고 있다. 즉 $\theta = 15^\circ$ 에서 $K_{II,\theta}/K_{II,0} = -0.18$ 로 $K_{II,\theta}$ 가 (-)로 나타나고 있는것을 볼 수 있다. 그러나 이후 θ 의 증가에 따라 $K_{II,\theta}$ 는 증가하여, $\theta = 60^\circ$ 에서는 $K_{II,\theta}/K_{II,0} = 0.3$ 까지 증가하고 있는것을 볼 수 있다.

Fig.10에서는 균열가지각의 변화에 따른 유효진전력 K_{eff} 의 변화를 나타낸다. $\theta = 45^\circ$ 에서 $K_{eff,\theta}/K_{eff,0} = 0.71$ 로 $K_{I,\theta}/K_{I,0}$ 의 경우와 비슷한 크기로 감소하고 있다. 물론 $K_{II,\theta}/K_{II,0}$ 증가로 인해 약간의 차이를 보이고는 있지만 거의 무시할만한 수준이라고 할 수 있다. 즉 forked 형태의 경우에는 균열가지각이 증가하면 그에 따라 균열 선단에서의 유효진전력 K_{eff} 는 감소하고 있는데, 이때 $K_{II,\theta}$ 의 변화는 K_{eff} 의 변화에 별 영향을 미치지 못하고 있다

이상의 결과에서 알수 있듯이 균열가지각 θ 가 증가하면, 균열선단의 균열진전력을 나타내는 K_{eff} 는 감소하고 있는것을 알 수 있다. 이때 fig.8과 fig.10을 균열가지각 θ 의 변화에 따라 curve fitting하여 균열가지각의 변화에 따른 균열진전력의 변화를 식으로 나타내었다.

i) kinked 형태의 경우

$$K_{eff} = (0.9993 - 0.00123 \theta - 1.62 \times 10^{-4} \theta^2 + 9.0598 \times 10^{-7} \theta^3) K_I$$

ii) forked 형태의 경우

$$K_{eff} = (1.0037 - 0.011 \theta - 1.229 \times 10^{-4} \theta^2 + 8.0 \times 10^{-7} \theta^3) K_I$$

이와 같이 균열 선단에서 균열진전력의 감소는 균열의 지연현상을 더욱 심화시킬것으로 판단되며, 따라서 지연구간 내에서 발생하는 균열가지 현상은 지연현상을 설명하는 중요한 인자라는 결론을 얻을 수 있다.

따라서 과대하중에 의한 지연현상을 평가하고 지연구간을 예측하는데 있어, 압축잔류응력장과 개구거동의 개념만을 기초로 구성되어 있는 현재의 지연구간 예측 모델은⁽¹³⁾ 균열가지 효과를 고려하여 수정되어야 한다고 판단된다.

5. 결 론

본 연구에서 얻어진 결과를 요약하면 다음과 같다.

1. 지연구간에서 피로 거동의 특징적인 형태로 균열가지

가 발생하는데, 균열가지는 페라이트와 펄라이트 조직의 경계를 따라 나타난다.

2. 균열가지는 한쪽으로 구부러지는 kinked 형태와 양쪽으로 구부러지는 forked 형태가 주종을 이루었고 균열가지각의 분포는 23° ~ 53° 사이였고, 평균치는 34°로 나타났다.
3. 주균열과 균열가지 사이의 각의 증가에 따라 유효 균열진전력 K_{eff} 는 감소하는데, $\theta = 45^\circ$ 의 경우 kinked 형태의 경우는 33% forked 형태의 경우는 30% 감소했다.
4. 유한요소 해석 결과 주균열과 균열가지와 이루는 각인 균열가지각과 유효균열 진전력과의 관계는 다음과 같다.

kinked 형태의 경우:

$$K_{eff} = (0.9993 - 0.00123 \theta - 1.62 \times 10^{-4} \theta^2 + 9.0598 \times 10^{-7} \theta^3) K_I$$

forked 형태의 경우:

$$K_{eff} = (1.0037 - 0.011 \theta - 1.229 \times 10^{-4} \theta^2 + 8.0 \times 10^{-7} \theta^3) K_I$$

5. 지연구간에서 발생하는 균열가지는 균열선단의 균열진전력을 감소시켜 균열진전력에 영향을 미친다. 따라서 과대하중에 의한 균열성장 지연현상의 평가시 주균열에서 파생되는 균열가지 효과는 반드시 고려되어야 한다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 (과제번호 951-1009-042-2) 지원에 의하여 이루어졌으며, 이에 감사드리는 바입니다.

참고문헌

1. Fleck, N.A., "Influence of stress state on crack growth retardation" ASTM STP 924, pp.157-183., 1988.
2. Suresh, S., "Micromechanism of fatigue crack growth retardation following overloads" Eng. Fract. Mech. Vol.18, No.3, pp. 577-593., 1983.
3. Tomas, W.M., "The effect of single overload

upon fatigue crack in 5083-H321 Al" Eng. Fract.Mech., vol.23, pp.1015-1029., 1986.

4. Fleck, N.A., "Fatigue crack growth due to periodic underloads and periodic overloads", Acta Metallurgica, vol. 33, pp.1339-1354. , 1985.
5. Vardar, O., "Effects of single overload in FCP", Eng. Fract. Mech., vol.30, pp.329-335., 1988.
6. Chanani, G.R., "Observation of crack closure behavior after single overload cycle in 7075-T6 single notched specimens", Eng. Fract. Mech, vol.9, pp. 65-73. , 1977.
7. Ward-Close, C.M. and Ritchie, R.O., "On the role of crack closure mechanism in influencing fatigue crack growth following tensile overload in a Ti alloy", ASTM STP 982, pp.93-111, 1988.
8. Alawi, H., "Fatigue crack growth prediction under random peaks and sequence loading", J Eng .Tech. 111, p.339, 1989.
9. Robin, C., "Influence of an overload on the fatigue crack growth in steels", Fat. of Eng. Mat. And Struct., vol. 6, No.1, pp. 1-13, 1983.
10. de Castro, J.T.P., "Decrease in crack closure and delay of fatigue crack growth in plane strain", Scripta Metallurgica, vol. 16, pp. 1443-1446, 1982.
11. 송삼홍, 권윤기, "단일과대하중에 의한 균열지연 거동에 관한 연구", 대한기계학회 논문집, 제19권, 제2호, pp.451-462. , 1995.
12. Suresh, S., "Crack Deflection : Implication for the growth of long and short fatigue cracks", Metallurgical Transactions A, vol.14A, pp.2375-2385, 1983.
13. Wilenborg, J., "A crack growth retardation model using an effective stress concept" Technical Memorandum 71-1-FBR, Air Force Flight Dynamic Lab, Wright Patterson Air Force Base. , 1973.