

일체형 보강판의 균열성장거동(I) - SIF의 수치해석

이 환우*

Crack Growth Behavior in the Integrally Stiffened Plates (I) - Numerical Evaluation of SIF

Rhee, Hwan-Woo*

ABSTRACT

Three dimensional finite element analysis was conducted to estimate the effect of shape parameters(plate width and thickness) on the stress intensity factor for crack in the integrally stiffened plate. Analysis was done for width ratios of 0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0, 2.5, and thickness ratios of 2, 3, 4, 6. Based on these results, an empirical equation of geometry factor is formulated as a function of crack length and thickness ratio.

Key Words : Integrally Stiffened Plate(일체형 보강판), Stress Intensity Factor(응력 확대 계수), Variable Thickness Model(변후모델), Thin-to-Thick Type(박·후판 결합형), Geometry Factor(형상계수)

1. 서론

기계·구조물의 파손사례와 그 원인 분석 결과들을 검토해보면, 거의 대부분의 경우가 각종 결합으로부터 파생된 피로균열의 성장에 기인한 것으로 분석되고 있다.⁽¹⁾ 이와 같이 제 파괴사고의 원인이 되고 있는 피로균열의 성장을 인위적으로 지연시키거나 또는 정지시킬 수만 있다면, 균열체의 수명증가는 물론이고 불안정 균열성장에 의한 피로파괴를 사전에 예방할 수 있을 것이므로, 기계·구조물의 안전성과 신뢰성 향상에도 기여할 수 있을 것이다. 따라서 본 연구에서는 균열체의 손상-허용 개선책으로서 피로균열의 어레스트(Arrest) 가능성을 상정하

고, 피로균열의 어레스트 대책과 어레스트 설계기준을 설정해보기 위하여 일련의 연구계획을 수립한 후, 그 첫번째 단계로, 항공기나 선박 구조물에서 흔히 볼 수 있는 일체형 보강판을 두께가 달라지는 변후모델(Variable Thickness Model)로 이상화한 다음, 등모델의 응력확대계수(Stress Intensity Factor : SIF)를 수치해석하고, 그 결과를 후속 연구에 활용하고자 한다.

변후모델의 균열문제는 Isida⁽²⁾⁽³⁾를 비롯한 소수 연구자⁽⁴⁾⁻⁽⁹⁾들의 제한된 이론 및 수치해석 결과와 실험해석 결과들이 간헐적으로 발표되고 있으나, 기존 해석결과들이 대부분 무한판이나 반무한판을 대상으로 하고 있을 뿐만 아니라 3차원적인 불연속 변후경계의 특성이 고려되지

않은 2차원 해석결과들 이어서, 정성적인 거동 파악의 지표가 될 수는 있겠지만 실제 문제에 이들의 해석결과를 준용하기는 곤란할 것으로 생각된다. 특히 CT(Compact Tension)형 변후모델이나 이에 준하는 경계조건 하에서 집중하중을 받고 있는 구조물의 경우, 경계조건의 어려움 때문에 이론해석이 곤란한 탓인지, 아직까지 신뢰할 만한 SIF 해석결과나 피로거동해석 등에 관한 연구결과는 보고된 예가 없다. 따라서 본 연구에서는 CT형 변후모델의 SIF를 3차원 유한요소법을 이용하여 수치해석하고, 균열 성장과 SIF 변동거동에 대한 변후 형상비의 영향 등을 검토 하였다.

2. 응력강도계수의 해석

2.1 해석 모델

유한요소해석에 이용될 불연속 변후경계를 갖는 변후모델은 피로시험에 사용될 시험편과 같은 재질인 SA-508 Class 3 압력용기용 강을 해석대상 재료로 설정하였으며, FEM해석시 등 재료의 탄성계수와 Poisson의 비에는 E=206 MPa와 $\nu=0.3$ 을 각각 이용하였다. 또한, 변후모델의 형상은 Fig.1에 도시된 바와 같이, 두께가 t_1 이고 판폭이 W_1 인 박판에, 두께 t_2 , 판폭 W_2 인 후판을 결합한 형태로서 - 박판부에 존재하는 균열이 후판과의 변

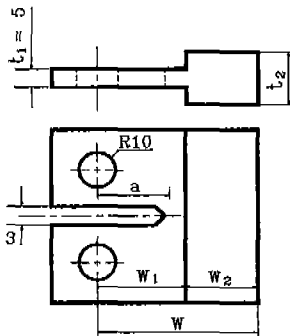


Fig.1 CT type model with variable thickness.

Table.1 Specifications of variable thickness plates.

ω	0.5		0.75		1.0		1.5		2.0		2.5	
	W_2	t_2	W_2	t_2	W_2	t_2	W_2	t_2	W_2	t_2	W_2	t_2
2	20	10	30	10	40	10	60	10	80	10	100	10
3	20	15	30	15	40	15	60	15	80	15	100	15
4	20	20	30	20	40	20	60	20	80	20	100	20
6	20	30	30	30	40	30	60	30	80	30	100	30

* $\omega = W_2/W_1$:Width ratio ** $\beta = t_2/t_1$:Thickness ratio

후경계를 향하여 성장해 가는 박·후판 결합형이며, 변후모델의 두께비 $\beta(=t_2/t_1)$ 와 판폭비 $\omega(=W_2/W_1)$ 는 Table.1과 같이 설정되었다.

2.2 유한 요소 해석

CT형 변후모델은 Fig.1과 같이 모두 상·하 및 전·후면 대칭형이므로, 하중점 이전 부분을 제외한 전면·상반부(변후모델의 1/4)를 해석대상영역으로 선정하였으며, 하중점 이전 부분과 핀홀(Pin Hole)은 해석결과에 거의 영향을 미치지 않는 것으로 알려져 있어서,⁽¹⁰⁾ 유한요소해석모델에서는 이 부분을 제외하였다.

해석대상영역에 대한 유한요소 모델링에는 Fig.2에 예시된 바와 같이 균열선단 주변을 제외한 전영역에 20-node Quadratic Isoparametric Element를 사용하였고, 균열선단 주변에는 15-node Quarter Point Singular Element를 사용하여 균열선단에서의 특이성(Singularity)을 만족하게 하였다. 또한 CT형 변후모델($\beta > 1$)의 형상은 두께비와 판폭비에 따라 다소 차이가 있으나, 판폭비와 두께비가 각각 $\omega = 1, \beta = 1$ 이 되면 두께가 일정한 균후계(표준 CT 시험편)의 형상이 되므로, 먼저, 기존해와 비교할 수 있는 표준 CT 시험편의 응력강도계수를 FEM해석하고, 그 결과를 (1)식과 비교하여 설정된 유한 요소망(Finite Element Mesh)의 효용성을 검토하였으며, 위와 같이 비교·검증된 유한요소망을 변후모델의 SIF해석에 준용하였다.

$$K_I = \frac{P}{t_1 \sqrt{W}} \cdot F_I(\alpha) : ASTM - E 647 \quad (1)$$

여기서

$$F_I(\alpha) = \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} \cdot (0.886 + 4.64a - 13.32a^2 + 14.72a^3 - 5.6a^4)$$

$\alpha = a/W$: 무차원 균열길

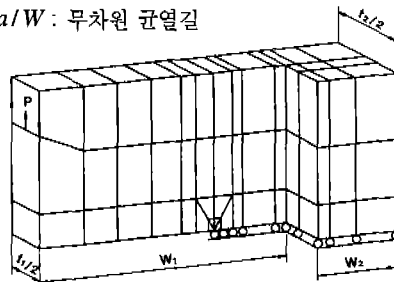


Fig. 2 Three-dimensional mesh design for finite element analysis.

한편, 유한요소해석 프로그램은 개인용 컴퓨터와 공학용 워크 스테이션에서 수행 가능하도록 자체 개발한 3차원 유한요소 프로그램을 이용하였으며, 응력확대계수의 계산에는 Ingraffea와 Manu⁽¹¹⁾가 제안한 COD(Crack Opening Displacement)법을 이용하였다. 이 방법에 의하면, Fig.3 과 같이 균열면을 이루는 Quarter Point Wedge Element 의 각 절점에서 y 방향 변위(COD)를 각각 $v_A \sim v_F$ 라 할 때, 균열선단 SIF K_I 은 다음과 같이 표시된다.

$$K_I = \frac{E}{2(1-\nu^2)} \sqrt{\frac{\pi}{2L_1}} \cdot [2v_B - v_c + 2v_E - v_F + v_D + \frac{1}{2}\eta(-4v_B + v_c + 4v_E - v_F) + \frac{1}{2}\eta^2(v_F + v_c - 2v_D)] \quad (2)$$

여기서

- E : Young 계수
- L_1 : 균열면상의 요소(Element)길이
- ν : Poisson의 비
- η : 로컬(Local) 좌표

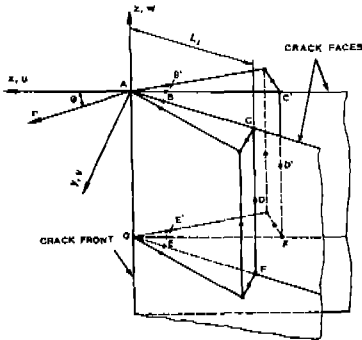


Fig.3 Arrangement of quarter point wedge elements along the segment of crack front with nodal lettering convention

3. 해석결과 및 고찰

3.1 『 $F_{IV} - \lambda$ 』의 관계

두께비와 판폭비가 각각 $\beta = 2, 3, 4$ 및 6이고, $\omega = 0.5, 0.75, 1.0, 1.5, 2.0$ 및 2.5인 CT형 변후모델의 SIF를 $\lambda(\alpha/W_1) = 0.6, 0.7, 0.8, 0.9$ 및 0.95인 균열길이에 대하여 FEM 해석하고, 그 결과를 아래의 같이 표준 CT 시

험편의 SIF(같은 균열 길이에서 두께가 균일한 경우)로 무차원하여 『 $F_{IV} - \lambda$ 』관계로 정리하였다.

$$F_{IV} = K_{IV} / K_I \quad (3)$$

여기서

- F_{IV} : 변후형상계수
- K_{IV} : 변후모델의 SIF
- K_I : 균후모델의 SIF

Fig.4~Fig.9는 판폭비가 일정한 변후모델의 두께비 조건을 각기 다르게 설정했을 경우의 『 $F_{IV} - \lambda$ 』관계를 도시한 것이며, Fig.10~Fig.13은 두께비를 일정하게 하고, 판폭비를 변화시켰을 때의 『 $F_{IV} - \lambda$ 』관계를 도시한 것으로서, 변후형상계수 F_{IV} 의 변동거동에 대한 변후형상비(β 및 ω)의 영향을 검토해 보면 다음과 같다.

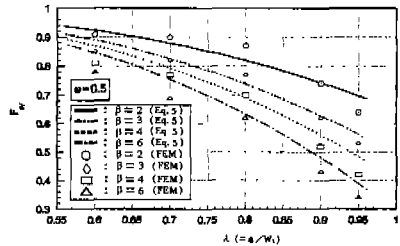


Fig. 4 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=0.5$)

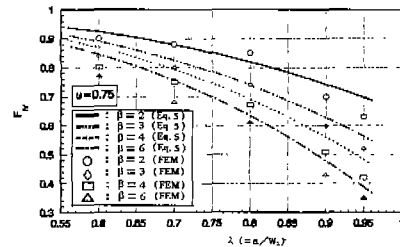


Fig. 5 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=0.75$)

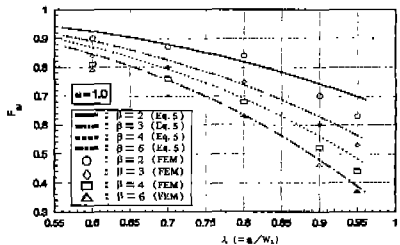


Fig. 6 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=1.0$)

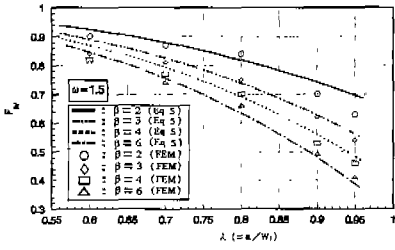


Fig. 7 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=1.5$)

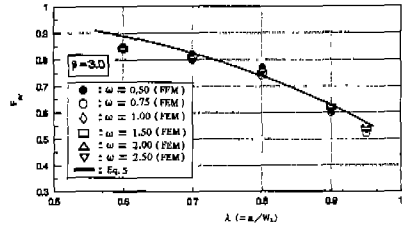


Fig.11 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\beta=3$)

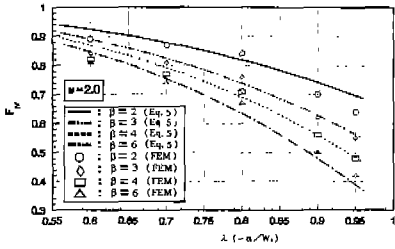


Fig. 8 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=2.0$)

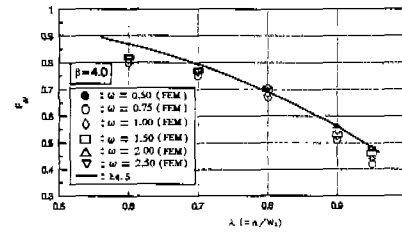


Fig.12 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\beta=4$)

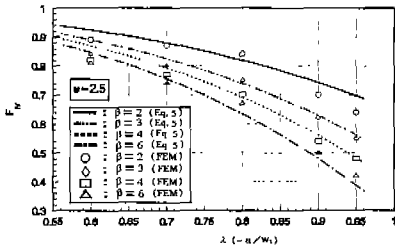


Fig. 9 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\omega=2.5$)

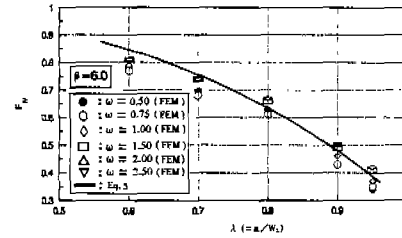


Fig.13 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\beta=6$)

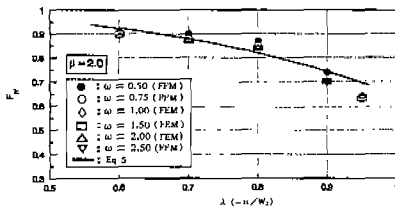


Fig.10 Geometry factor F_{IV} of the variable thickness plates($\beta=2$)

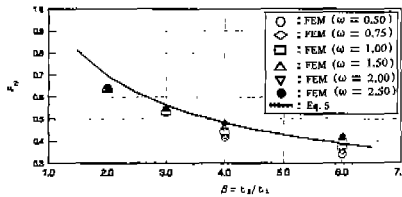


Fig.14 $F_{IV} - \beta_1$ relationship for CT type variable thickness plates at $\lambda=0.95$

Fig.4~Fig.13의 『 $F_{IV} - \lambda$ 』관계에서, 변후형상계수 F_{IV} 는 일반적으로 균열이 성장($\lambda \rightarrow 1$)함에 따라 점차 감소하다가, 변후경계($\lambda=1$) 근방에서 급감하는 양상을 보이고 있으며, 이러한 F_{IV} 의 감소경향은 — 해석모델이

상이하야 정량적으로 비교하기는 곤란하지만 — Isida^{(2),(3)}, Yang⁽⁶⁾등의 연구결과와 정성적으로 일치하고 있다. 또한 ω 가 일정한 반면에 β 가 달라지는 Fig.4~Fig.9의 경우, 두께비가 클수록 F_{IV} 의 감소거동도 커지

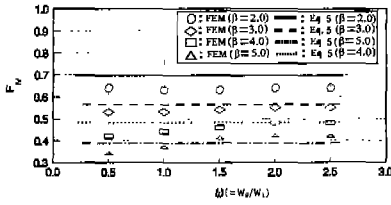


Fig.15 『 $F_{IV} - \omega$ 』 relationship for CT type variable thickness plates at $\lambda=0.95$

는 경향을 보이고 있으나, 두께비를 일정하게 하고, 판폭비를 변화시킨 Fig.10~Fig.13의 경우, (3)식과 같이 변후모델의 SIF K_{IV} 를 균후재의 유한폭 형상계수 $F_I(\alpha)$ 가 고려된 K_I 으로 무차원화한 탓인지, F_{IV} 는 λ 와 β 에 의존할 뿐, ω 의 변화에는 무관한 양상을 보이고 있다.

3.2 『 $F_{IV} - \beta$ 』 및 『 $F_{IV} - \omega$ 』의 관계

Fig.14 및 Fig.15는 변후경계 근방에서의 F_{IV} 에 대한 변후형상비의 영향을 검토하기 위하여 $\lambda=0.95$ 일 때, β 와 ω 의 변화에 따른 F_{IV} 의 감소거동을 『 $F_{IV} - \beta$ 』 및 『 $F_{IV} - \omega$ 』의 관계로 정리한 것이다.

Fig.14의 『 $F_{IV} - \beta$ 』관계에서, F_{IV} 의 감소경향은 β 가 클수록 그 감소량도 상대적으로 커지다가, β 가 어떤 한계치 (예컨대 Isida⁽⁹⁾의 모델에서 추정할 경우 $\beta=10$) 이상 커지면, F_{IV} 의 감소경향이 둔화되어 그 감소량도 거의 일정해질 것으로 추정된다. 또한 Fig.15의 『 $F_{IV} - \omega$ 』관계에서, F_{IV} 는 ω 에 무관하게 거의 일정한 것을 알 수 있으며, 단지 β 에 따라 차이를 보이고 있을 뿐이다. 따라서 $\omega > 0.5$ 인 박·후판 결합형 $\beta > 1$ 변후모델의 F_{IV} 는 - 균열이 박판부($\lambda < 1$)에서 성장하는 동안 - ω 에 의존하지 않으며, β 가 F_{IV} 의 감소거동을 지배하는 주요 영향 인자임을 알 수 있다

위와 같은 F_{IV} 의 특성은 해석모델이 상이하여 직접적인 비교가 될 수는 없겠으나, 후·박판 결합형(Thick-to-Thin Type) 변후모델의 형상계수를 본 연구에서와 같이 균후재의 유한폭 형상계수가 고려된 (3)식의 유형으로 계산한 Nishimura et al.⁽⁶⁾의 FEM 및 실험해석 결과에서도 균열이 후판부에서 성장하는 동안 판폭비와 무관하게 두께비에만 의존하는 거동을 보고하고 있어서, 두 결과간에 어떤 정성적인 유사성을 추정하게 한다.

3.3 변후모델의 응력확대계수

전술된 바와 같이, 변후형상계수 F_{IV} 가 ω 에 무관하고 λ 와 β 에만 의존할 경우, F_{IV} 는 $F_{IV}(\lambda, \beta)$ 형으로 표시할 수 있을 것이므로, Fig.4~Fig.14에 도시된 『 $F_{IV} - \lambda$ 』 및 『 $F_{IV} - \beta$ 』관계로부터 F_{IV} 의 균열길이와 두께비 의존성을 일의적으로 표시할 수 있는 함수형은 (4)식과 같이 가정하고,

$$F_{IV} = 1 - C(\beta) \cdot \lambda^n \tag{4}$$

여기서

$$C(\beta) = C \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right)$$

최소자승법을 반복 적용하여 λ 의 지수와 $C(\beta)$ 의 계수를 순차적으로 결정해 본 결과, 『 $F_{IV} - \lambda$ 』관계를 가장 잘 만족시킬 수 있는 λ 의 지수는 $n=3$ 이 됨을 알 수 있었으며, 또한 $C(\beta)$ 의 두께비 의존성을 표시하는 계수는 $C=1.2065$ 가 됨을 알 수 있었다. 따라서 위와 같이 결정된 n, C 값을 (4)식에 고려하여 F_{IV} 를 다음과 같이 표시하였다.

$$F_{IV}(\lambda, \beta) = 1 - 1.2065 \left(1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}}\right) \cdot \lambda^3 \tag{5}$$

윗식의 $F_{IV}(\lambda, \beta)$ 는 무차원 균열길이 λ 와 두께비 β 를 파라메타로 하는 CT형 변후모델 ($\beta > 1, \omega > 0.5$)의 변후형상계수로서, $\lambda \leq 0.95$ 에서의 SIF 감소거동해석에 준용할 수 있을 것으로 생각되나 그 유용성 검증에 관한 문제는 후속연구로 유보한다. 다만 여기서는 (5)식의 근거가 되는 유한요소해석결과와 (5)식의 계산치를 자체 비교하였으며, Table 2의 비교 결과에 의하면, 두께비가 각각 $\beta = 2, 3, 4$ 및 6인 전모델에서 FEM 해석 결과와 (5)식의 계산치가 대체로 잘 일치하고 있는 것으로 보아, (5)식의 $F_{IV}(\lambda, \beta)$ 는 Fig.4~Fig.15에 도시한 FEM 해석결과와 특성을 집약시켜 놓은 근사식임을 알 수 있다.

따라서 (5)식의 유용성을 전제로 하여, CT형 변후모델의 SIF F_{IV} 는 (3)식과 (5)식으로부터 다음과 같이 표시할 수 있겠다.

$$K_{IV} = \frac{P}{t_1 \sqrt{W}} \cdot F_I(\alpha) \cdot F_{IV}(\lambda, \beta) \tag{6}$$

여기서

$$F_I(\alpha) = \frac{(2 + \alpha)}{(1 - \alpha)^{3/2}} \cdot (0.886 + 4.64\alpha - 13.32\alpha^2 + 14.72\alpha^3 - 5.6\alpha^4)$$

$$F_{IV}(\lambda, \beta) = 1 - 1.2065(1 - \frac{1}{\sqrt{\beta}}) \cdot \lambda^3$$

윗식에서 $F_I(\alpha)$ 가 균후모델의 유한폭 형상계수와 같은 형식을 취하고 있으나, 변후모델의 경우, 무차원 균열길이 $\alpha = \lambda/(1 + \omega)$ 로 표시되어, (6)식에서의 $F_I(\alpha)$ 는 판폭비가 고려된 변후모델의 유한폭 형상계수라고 할 수

Table. 2 Comparison of 3-D finite element analysis results and the values calculated from Eq. (5)

β (t_2/t_1)	λ (a/W_1)	$F_{IV}(\lambda, \beta)$		Error* %
		3-D FEM results	Values of Eq.(4)	
2	0.60	0.901	0.924	2.55
	0.70	0.873	0.879	0.68
	0.80	0.836	0.819	-2.03
	0.90	0.704	0.742	5.39
	0.95	0.634	0.697	9.93
3	0.60	0.843	0.890	5.57
	0.70	0.801	0.825	2.99
	0.80	0.747	0.739	-1.07
	0.90	0.602	0.628	4.31
	0.95	0.534	0.563	5.43
4	0.60	0.833	0.870	4.44
	0.70	0.762	0.793	4.06
	0.80	0.679	0.691	1.76
	0.90	0.523	0.560	7.07
	0.95	0.444	0.483	8.78
6	0.60	0.792	0.846	6.81
	0.70	0.704	0.755	7.24
	0.80	0.630	0.634	0.63
	0.90	0.458	0.480	4.80
	0.95	0.371	0.388	4.58

* Error based on 3-D finite element analysis

있으며, 또한 $F_{IV}(\lambda, \beta)$ 는 전술된 바와 같이 두께비가 고려된 변후형상계수이므로, (6)식은 CT형 변후모델의 판폭비와 두께비가 동시에 고려된 SIF의 정의가 된다.

4. 결 론

일체형 보강판의 균열선단 응력확대계수를 3차원 유한요소법을 이용하여 수치해석하고, 변후형상계수(무차원 SIF)의 변동거동에 대한 균열길이 λ , 판폭비 ω 및 두께비 β 의 영향을 검토하였으며, 그 결과를 요약하면 다음과 같다.

1) 『 $F_{IV} - \lambda$ 』의 관계로 정리된 유한요소해석 결과에서 변후형상계수 F_{IV} 는 일반적으로 균열성장과 더불어 점차 감소하다가 변후경계 ($\lambda = 1$)근방에서 급감하는 양상을 나

타내었다.

2) ω 를 일정하게 하고 β 를 변화시켰을 때, F_{IV} 의 감소 경향은 β 가 클수록 그 감소율도 상대적으로 증대되나, $\lambda = 0.95$ 일 때 F_{IV} 의 두께비 의존성을 도시한 『 $F_{IV} - \beta$ 』 관계(Fig. 14)에 의하면, 두께비 조건이 6배 이상 커질 경우에는 F_{IV} 의 감소율이 둔화되어 일정치에 접근하는 경향을 나타낼 것이다.

3) β 가 일정한 반면에 ω 가 달라지는 박·후판 결합형 변후모델의 F_{IV} 는 λ 가 커질수록 그 감소율도 증대되지만, ω 의 변화에는 무관함을 알 수 있었다.

4) F_{IV} 의 변후형상비 의존성을 일의적으로 표시할 수 있는 근사식을 $F_{IV}(\lambda, \beta)$ 형으로 최소자승법을 반복 적용하여 결정하였으며, 설정된 근사식은 FEM 해석 결과의 특성이 충분히 반영된 것으로 평가되었다.

참고 문헌

1. T.P.Rich and D.J.Cartwright, "Case Studies In F.M.," Monograph Series AMMRC MS 77-5, Army Materials and Mechanics Research Center, Massachusetts, 1977.
2. M. Isida, "On the Determination of Stress Intensity Fractors for Some Common Structural Problems," Engng F.M., Vol. 2, PP. 61-79, 1970.
3. M. Isida, "Method of Laurent Series Expansion for Internal Crack Problems," In Mechanics of Fracture, Sih, G.C., Noordhoff, Netherland, PP. 56-130, 1973.
4. M.M.Ratwani and H.P.Kan, "Analysis and Growth of Cracks in Skins with Variable Thickness," ASTM STP 833, PP. 44-56, 1984.
5. Y.S.Choy, W.H.Yang and H.Kitagawa, "Two and Three Dimensional Fatigue Crack Growth Behaviors in the Plate Having Discontinuous Thickness Interface," Proceedings of an Int. Con. on F.M. and Technology, PP. 81-88, Hong Kong, Mar., 1977.
6. W.H. Yang, H. Hoissny-Emam and M.N. Bassim, "An Experimental K-Analysis on the Fatigue Crack Near the Interface where Plate Thickness Varies Discontinuously," Engng

- F.M., Vol. 19, No. 2, PP. 295-303, 1987.
7. J.Schijve, "Crack Stoppers and ARALL Laminates," Engng F.M., Vol.37, No.2, PP. 405-421, 1990.
 8. T.Nishimura, T. Uchimoto and K. Hiraoka, "Stress Intensity Factor for a Crack Passing Through a Thickness Step," Engng F.M., Vol.37, No. 1, PP. 175-183, 1990.
 9. Hwan W. Rhee et al., "Stress Intensity Factor for Crack in a Plate with Various Thickness", Proceedings of APCS, PP. 1258-1263, Beijing, Oct., 1991.
 10. J.C. Newman, Jr., "Stress Analysis of the Compact Specimen Including the Effects of Pin Loading," ASTM STP 560, PP. 105-121, 1974.
 11. A.R. Ingraffea and C.Manu, "Stress Intensity Factor Computation in Three Dimensions with Quarter-Point Elements," Int. J. for Numerical Methods in Engineering, Vol. 15, PP. 1427-1445, 1980.