

이 논문은 1995년도 조선대학교의 학술연구비 및 우수연구센터 기자재 활용에 의해 연구되었음.

최대구매 제한을 갖는 비선형 생산분배계의 제어

정상화* , 정상표** , 오용훈**

Control of Nonlinear Production-Distribution Process with Limited Decision Policy

Sanghwa Jeong* , Sangpyo Jeong** , Yonghun Oh**

ABSTRACT

In the practical control systems, the dynamic range of actuators is limited(or saturated) when actuators are driven by sufficiently large signals. This gives rise to a nonlinearity as a result of actuator saturation. For example, the upper limit is imposed on productive capability by available factory space and capital equipment. Other examples of those kinds of actuator saturations are a maximum torque of the actuating motors and a throttle position in an aircraft speed control. A saturating actuator may lead not only to a large overshoot during start-up and shut-down, but also to deterioration of the performance due to the uncertainties. That is, the speed of response is decreased and, possibly, the system output may not follow the large reference inputs. The large-overshoot may be accompanied by reset wind-up(or called by integrator wind-up) which comes from controllers with integral action in saturation operation regions. Eventually, as the overshoot increases, the system has a limit cycle or becomes oscillatorily unstable. Due to these circumstances, many studies are focused on the stability and robustness of the nonlinear systems with saturating actuator in the time-domain as well as in the frequency-domain.

In this paper, the supervisor implementation which guarantees good performance for saturation operation and prevents reset windup is presented. Moreover, the bounded-input bound-output (BIBO) stability for saturated systems using supervisory control with a dynamic controller is provided in the time domain. Numerical example is illustrated to depict the efficiency of supervisory control for a typical production-distribution system with the limited decision policy and to validate basic results by simulation.

Key Words : Supervisory control(슈퍼바이저 제어), Dynamic controller(동적 제어기), Actuator saturation(구동기 포화), Reset windup(리셋 와인드업)

* 조선대학교 기계공학과, 수송기계부품 공장자동화 연구센터
 ** 조선대학교 대학원 기계공학과

Nomenclatures

R	Set of real numbers
R^+	Set of nonnegative real numbers { $x \in R : x \geq 0$ }
R^n	Vector space of dimension n in R
$R^{n \times m}$	Matrix space with elements of n rows and m columns in R
$Re[\cdot]$	Real-part of the complex eigenvalue $[\cdot]$
subscript c	Continuous time
subscript d	Discrete time
<i>IESF</i>	Integrated Error with State Feedback controller
<i>PDR</i>	Purchasing rate Decision at Retailer (<i>units/week</i>)
<i>IAR</i>	Actual Inventory at Retailer (<i>units</i>)
<i>IDR</i>	Desired Inventory at Retailer (<i>units</i>)
<i>UOR,UOD</i>	Unfilled Orders at Retailer and Distributor (<i>units</i>)
<i>RRR</i>	Requisitions(orders) Received at Retailer (<i>units/week</i>)
<i>RSR</i>	Requisitions(orders) Smoothed at Retailer (<i>units/week</i>)
<i>DRR</i>	Delay in smoothing Requisitions at Retailer (<i>week</i>)
<i>AIR</i>	Proportionality constant for Inventory at Retailer (<i>week</i>)
<i>DUR,DUD</i>	Delay due to Unfilled orders at Retailer and Distributor (<i>week</i>)

1. 서 론

실제 제어 시스템에서 일반적으로 구동기의 동적 범위(dynamic range)는 제한되어 있기 때문에 구동기에 충분히 큰 신호가 입력될 때 구동기는 포화된다. 구동기의 포화는 시스템을 비선형화하며, 시스템의 성능에 지대한 영향을 미친다. 예를 들면, 생산공장에서 한정된 재고공간과 자본설비 등의 요인으로 생산능력은 최대한계를 가지며, 화공공정에서의 제어밸브가 최대로 열리면 밸브는 포화된다. 또한 구동모터에서 허용최대 토크 이상은 작동

될 수 없으며, 항공기에서 제어날개들은 공칭점으로 부터 어떤 특정한 각도 이상 기울어질 수 없다. 이와같이 포화되는 구동기는 Start-up과 Shut-down 시기에 큰 오버슈트(overshoot)를 야기시킬 뿐만 아니라, 시스템에 큰 초기조건, 플랜트의 외란, 시스템의 불확실성(uncertainty)등이 존재할 때 현저한 성능저하를 초래한다. 즉 시스템의 응답속도는 감소되고, 시스템의 출력은 큰 기준 입력에 도달하지 못하게 된다. 구동기 포화로 인한 큰 오버슈트는 포화 구동영역 안에서 적분기로부터 생기는 리셋 와인드업(reset windup or integrator windup)을 동반한다^(1,2,3). 결국에는 오버슈트가 증가함에 따라 시스템은 한계 사이클(limit cycle)을 갖거나 불안정하게 된다⁽⁴⁾. 이러한 배경으로 많은 연구자들이 포화된 시스템의 제어기 설계 단계에서부터 기본적으로 필요한 안정성(stability)과 강인성(robustness)을 보증하는 충분조건을 찾는 기초연구를 수행하였다. Glattfelder와 Schaufelberger⁽²⁾는 피드백 라인에 비선형 신호 제한기를 설치하여 반와인드업 회로(anti-reset windup circuit)를 제안하였다. 또한 Krikelis^(5,6)는 피드백 회로에 적분기들의 피드백 신호를 제한하는 지능적분기(intelligent integrator)를 고안하였다. 최근에 Walgama⁽⁷⁾는 여러가지 형태로 사용되고 있는 많은 반와인드업 보상기(anti-windup compensator)들은 일반화된 조건기법(generalized conditioning technique)을 이용하여 나타낼 수 있고, 이러한 조건기법은 선형 제어기들의 반와인드업 보상기들을 단일화하는 일반적인 구조를 제공한다고 주장하였다. Campo⁽⁸⁾는 AWBT(Anti-Windup and Bumpless Transfer) 기법을 수식화하고 주파수 영역에서 플랜트 입력이 한계(limitation)와 교체(substitution) 등이 이루어지는 선형 시불변 시스템에 적용이 가능한 일반적인 AWBT의 분석과 종합이론(analysis and synthesis theory)을 발전시켰다. 지난 몇년동안 많은 연구자들^(4,10,11)은 시간영역에서 일반적인 제어기-출력 피드백 혹은 전 상태 피드백을 이용한 포화된 여러 시스템의 안정화에 관한 연구를 수행하였다. 이러한 많은 연구에도 불구하고, 아직도 다양한 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템의 안정화 영역을 넓히고 성능을 향상시키려는 연구가 진행중이다.

본 연구에서는 포화구동기를 가진 시스템에 대하여 좋은 성능을 보장하고 반와인드업을 방지하는 슈퍼바이저(supervisor) 제어기법을 도입하였다. 또한 동적제어기(dynamic controller)가 부착된 슈퍼바이저(supervi-

sory) 제어를 이용한 포화된 시스템에 대한 BIBO 안정성을 시간영역에서 유도하였다. 최대구매제한을 갖는 비선형 생산분배 시스템에 제안된 알고리즘을 적용하여 시뮬레이션을 수행하였다. 두 종류의 동적 제어기의 일반적인 구조와 동적제어기에 의하여 제어되는 시스템의 강인 안정성에 관한 연구는 Jeong^(12,13)에 의해 체계적으로 수행되었다.

2. 슈퍼바이저 제어기법

비선형 생산분배계에서 구동기가 포화될 때, 적분기 와인드업(windup)과 성능저하를 방지하기 위한 새로운 제어기법을 제안한다. 기본적인 개념은 플랜트의 구속받지 않은 (unconstrained) 모델과 같은 공칭 플랜트의 슈퍼바이저 (supervisor)를 개발하는 것이다. 구동기가 포화된 시스템을 제어하는 슈퍼바이저 기술은 좋은 성능뿐만 아니라, 넓은 영역에서의 안정성을 보증한다. 구동기가 포화된 n 차 시불변 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B\text{sat}u(t), \quad x(0) = x_0 \quad (1)$$

여기서 $x(t) \in R^n$ 은 플랜트의 상태벡터이고, $u(t) \in R^m$ 은 구동기에 대한 제어입력벡터이다. 그리고, $\text{sat}u(t) \in R^m$ 플랜트에 대한 포화된 제어입력벡터이다.

(A, B) 가 제어가능(controllable)하고, A 와 B 의 크기는 각 시스템에 적당한 실수행렬이라고 가정한다. 포화함수는 다음과 같이 정의된다 (Fig. 1) :

$$\text{sat}u(t) = [\text{sat}u_1(t) \quad \text{sat}u_2(t) \quad \dots \quad \text{sat}u_m(t)]^T$$

여기서

$$\text{sat}u_i(t) = \begin{cases} u_{ui} & u_i > u_{ui} \\ u_i(t) & u_{li} \leq u_i \leq u_{ui} \\ u_{li} & u_i < u_{li} \end{cases}$$

$l = 1, \dots, m$ 에 대하여, u_{ui} 는 u_i 의 최댓값이고, u_{li} 는 u_i 의 최솟값이다. 슈퍼바이저(supervisor)의 동역학은 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\dot{\hat{x}}(t) = A\hat{x}(t) + B\hat{u}(t) \quad (2)$$

$$\hat{u}(t) = u(t) - f(x(t) - \hat{x}(t)) \quad (3)$$

여기서,

$\hat{x}(t) \in R^n$ 은 슈퍼바이저 상태벡터이고, $\hat{u}(t) \in R^m$ 은

슈퍼바이저의 제어입력벡터이다. $f \in R^{m \times n}$ 은 플랜트와 슈퍼바이저 사이의 에러 이득 행렬이다.

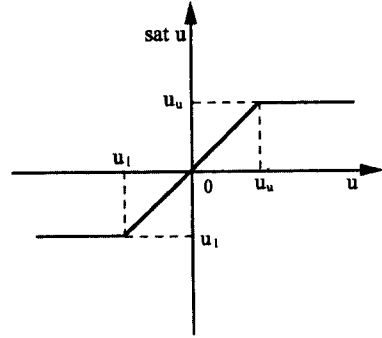


Fig. 1. Actuator saturation function

한편, 동적 제어기의 동역학은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\dot{x}_r(t) = Fx_r(t) + G\hat{x}(t) + Pr(t) \quad (4)$$

$$u(t) = Rx_r(t) - Q\hat{x}(t) \quad (5)$$

여기서 $x_r(t) \in R^q$ 는 동적 제어기의 상태벡터이고, $r(t) \in R^v$ 는 기준입력이다. F, G, R, Q 는 적당한 차원들의 행렬들이고, 동적제어기 형태에 의하여 결정된다. 플랜트와 슈퍼바이저 사이의 에러를 $e_s(t) = x(t) - \hat{x}(t)$ 라 놓으면, 에러 동역학은 다음과 같다.

$$\dot{e}_s(t) = (A + Bf)e_s(t) + B(\text{sat}u(t) - u(t)) \quad (6)$$

식 (2), (3), (4), (5), (6)을 조합하면,

$$\dot{\hat{x}}(t) = \tilde{A}_c \hat{x}(t) + \tilde{U}_c(t) + \tilde{P}r(t) \quad (7)$$

여기서

$$\tilde{A}_c = \begin{bmatrix} F & G & 0 \\ BR & A - BQ & -Bf \\ 0 & 0 & A + Bf \end{bmatrix},$$

$$\tilde{U}_c(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ B\{\text{sat}u(t) - u(t)\} \end{bmatrix}, \quad \tilde{P} = \begin{bmatrix} P \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

그리고 $\bar{x}(t) = [x_r(t) \hat{x}(t) e_s(t)]^T$ 이다.

Fig.2에 구동기가 포화된 슈퍼바이저(supervisory) 제어의 블록선도를 나타내었다. 페루프 시스템 행렬 \tilde{A}_c 의 특성으로부터 슈퍼바이저(supervisor) 에러 이득 행렬 f 는 \tilde{A}_c 와 독립적으로 선택될 수 있으며, F, G, R, Q 는 s -영역에서의 원하는 안정 영역에서 \tilde{A}_c 의 부분행렬(submatrix)에 대한 극점-배치에 의해 결정된다. 만일 연속적인 플랜트가 이산시간 제어기에 의해 제어된다면, 페루프 시스템은 다음과 같이 나타낼 수 있다.⁽⁹⁾

$$\bar{x}(kT + T) = \tilde{A}_d \bar{x}(kT) + \tilde{U}_d(kT) + \tilde{Pr}(kT) \quad (8)$$

여기서

$$\tilde{A}_d = \begin{bmatrix} I + TF & TG & 0 \\ \Theta R & \Phi - \Theta Q & -\Theta f \\ 0 & 0 & \Phi + \Theta f \end{bmatrix},$$

$$\tilde{U}_d(kT) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \Theta \{sat u(t) - u(t)\} \end{bmatrix}, \quad \tilde{P} = \begin{bmatrix} TP \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$\Phi = e^{AT}, \quad \Theta = \int_0^T \Theta(T - \tau) B d\tau,$$

$$\bar{x}(kT) = [x_r(kT) \hat{x}(kT) e_s(kT)]^T$$

그리고 T 는 샘플링 시간(sampling time)이다. 같은 방법으로, 슈퍼바이저(supervisor) 에러이득 행렬 f 가 독립적으로 선택될때, z -영역의 안정 영역 안에서 \tilde{A}_c 의 부분행렬(submatrix)의 극점지정에 의해 F, G, R, Q 는 결정된다.

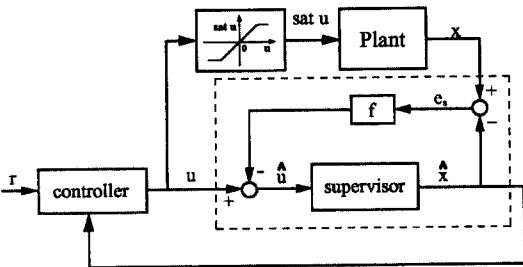


Fig. 2 Supervisory control with actuator saturation

3. 포화된 시스템에 대한 안정성

3.1 기초정리

행렬과 벡터 노름(norm)의 개념과 특성들은 포화된 시스템에 대한 안정성 조건을 나타내는데 이용된다. 이것에 대한 몇 개의 기초 정리를 나타내면 다음과 같다.

Definition 3.1 (Desoer와 Vidyasagar)⁽¹⁴⁾

$x = (x_1, \dots, x_n) \in R^n$ 이고, $A = (a_{ij}) \in R^{n \times n}$ 이라 하면, $\|x\|^{def} = \sum |x_i|$ 이고, $\|A\|^{def} = \max_j \{ \sum |a_{ij}| \}$ 이다.

Theorem 3.1 (Jeong)⁽¹²⁾

만일 $A \in R^{n \times n}$ 이 대각화 가능(diagonalizable)하고, $i = 1, \dots, n$ 에 대하여 고유치 λ_i 를 가지고 있다면, $t \geq 0, \alpha \geq 0$ 일때 $\| \exp(At) \| \leq k \exp(-\alpha t)$ 를 만족하는 상수 $k \geq 1$ 가 항상 존재한다. 여기서 $i = 1, \dots, n$ 에 대하여 $-\alpha = \max_i \text{Re}[\lambda_i(A)]$ 이다.

3.2 주요 결과

슈퍼바이저(supervisor)를 가진 동적 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템에서, 포화된 플랜트는

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B \text{sat} u(t), \quad x(0) = x_0$$

에 의해 주어진다. 레귤레이터(regulator) 설계 ($P = 0$)에 대하여 $x_s(t) = [x_r(t) \hat{x}(t)]^T$ 와 $e_s(t)$ 에 의해 식(7)을 부분행렬에 따라 분리하면, $x_s(t)$ 는

$$\dot{x}_s(t) = A_s x_s(t) + B_s e_s(t), \quad x_s(0) = x_{s0} \quad (9)$$

로 된다. 여기서

$$\hat{x}(t) \in R^n, \quad x_r(t) \in R^q, \quad x_s(t) \in R^{n+q}$$

$$A_s(t) = \begin{bmatrix} F & G \\ BR & A - BQ \end{bmatrix}, \quad B_s = \begin{bmatrix} 0 \\ -Bf \end{bmatrix}$$

에러 다이내믹스 $e_s(t)$ 는

$$\dot{e}_s(t) = A_e e_s(t) + B(\text{sat} u(t) - u(t)), \quad e_s(0) = e_{s0} \quad (10)$$

로 쓸 수 있다. 여기서

$$A_e = [A + Bf], \quad e_s = x(t) - \hat{x}(t), \quad e_s \in R^n$$

위의 식으로부터, 포화된 시스템에 대하여 BIBO 안정

성에 관한 다음의 정리를 구할 수 있다.

Theorem 3.2 (포화된 시스템에 관한 BIBO 안정성)

만일 F, G, R, Q, f 가 다음 조건을 만족하도록 선택되면, 슈퍼바이저(supervisor)를 가진 동적 제어기에 의해 제어되는 포화된 시스템(7)은 BIBO 안정하다.

- (a) A, A_s, A_e 가 안정하다.
- (b) $\alpha_s > k_s \|B\| \cdot \|f\|$.

증명 (A, B) 는 안정화(stabilizable)할 수 있다는 가정으로부터, (9)에서의 제어기 행렬 F, G, R, Q 는 A_s 의 안정성을 만족하도록 결정될 수 있다. Theorem 3.1로부터

$$\|\exp(A_s t)\| \leq k_s \exp(-\alpha_s t), \quad t \geq 0, \quad k_s \geq 1, \quad \alpha_s \geq 0 \quad (11)$$

를 만족하는 상수 k_s 와 α_s 가 존재한다.

여기서

$$-\alpha_s = \max_i \operatorname{Re}[\lambda_i(A_s)], \quad i = 1, \dots, n + q.$$

이와 같은 방법으로, 식(10)에서의 슈퍼바이저(supervisor) 에러 이득 f 는 A_e 는 안정하고, 다음의 부등식을 만족시키는 조건으로부터 얻을 수 있다.

$$\|\exp(A_e t)\| \leq k_e \exp(-\alpha_e t) \quad t \geq 0, \quad k_e \geq 1, \quad \alpha_e \geq 0 \quad (12)$$

여기서 $-\alpha_e = \max_i \operatorname{Re}[\lambda_i(A_e)], \quad i = 1, \dots, n$

식(1)로부터

$$\|\exp(At)\| \leq k_a \exp(-\alpha_a t), \quad t \geq 0, \quad k_a \geq 1, \quad \alpha_a \geq 0, \quad (13)$$

여기서 $-\alpha_a = \max_i \operatorname{Re}[\lambda_i(A)], \quad i = 1, \dots, n.$

식(1)의 해는

$$x(t) = \exp(At)x_0 + \int_0^t \exp(A(t-\tau))B \operatorname{sat}u(\tau) d\tau.$$

로 된다. 양변에 노름(norm)을 취하고, 노름(norm) 부등식 (13)을 이용하여 다음식을 얻을 수 있다.

$$\|x(t)\| \leq k_a \exp(-\alpha_a t) \|x_0\| + k_a \exp(-\alpha_a t) \int_0^t \exp(d_a \tau) \|B\| \operatorname{sat}u(\tau) d\tau \quad (14)$$

$\|\operatorname{sat}u(t)\| \leq U_{\max}$ 이므로,

여기서

$$U_{\max} = \max(\max_j \|u_{wj}\|, \max_j \|u_{lj}\|) < \infty, \quad j = 1, \dots, m$$

식(14)의 $\|x(t)\|$ 는 다음과 같은 부등식으로 나타낼 수 있다.

$$\|x(t)\| \leq k_a \exp(-\alpha_a t) \|x_0\| + \frac{k_a}{\alpha_a} \|B\| \|U_{\max}\| (1 - \exp(-\alpha_a t))$$

윗 식을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\|x(t)\| \leq k_a \left\{ \|x_0\| + \frac{1}{\alpha_a} \|B\| \|U_{\max}\| \right\} \equiv \phi \quad (15)$$

여기서 ϕ 는 상수한계값(bounded value)이다.

$\|x_0\| + \frac{1}{\alpha_a} \|B\| \|U_{\max}\|$ 는 제한된(bounded) 값이므로 식 (15)로 부터 $\|x(t)\|$ 는 ϕ 에 의하여 한계값을 갖는다. 한편 식(9)로부터, 해는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$x_s(t) = \exp(A_s t)x_{s0} + \int_0^t \exp(A_s(t-\tau))B_s e_s(\tau) d\tau.$$

양쪽에 노름(norm)을 취하고, 노름(norm) 부등식 (11)을 이용하면,

$$\|x_s(t)\| \leq k_s \exp(-\alpha_s t) \|x_{s0}\| + k_s \exp(-\alpha_s t) \int_0^t \exp(\alpha_s \tau) \|B\| \|f\| \|e_s(\tau)\| d\tau.$$

를 얻는다. 한편,

$$\|e_s(\tau)\| = \|x(t) - \hat{x}(t)\| \leq \phi + \|\hat{x}(t)\| \leq \phi + \|x_s(t)\|$$

이기 때문에, 윗식은

$$\|x_s(t)\| \exp(-\alpha_s t) \leq k_s \|x_{s0}\| + \frac{k_s}{\alpha_s} \|B\| \|f\| \phi \{ \exp(\alpha_s t) - 1 \} + k_s \|B\| \|f\| \int_0^t \exp(-\alpha_s \tau) \|x_s(\tau)\| d\tau \quad (16)$$

로 된다. Bellman-Gronwall Lemma⁽¹⁴⁾를 적용하면, 식(16)은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\|x_s(t)\| \leq b_1 + b_2 \exp\{(-\alpha_s + k_s \|B\| \|f\|)t\} \quad (17)$$

여기서

$$b_1 = \frac{k_s \|B\| \|f\| \phi}{\alpha_s - k_s \|B\| \|f\|}, \quad b_2 = k_s \|x_{s0}\| - b_1.$$

그러므로 식(17)로부터 만일 $\alpha_s - k_s \|B\| \|f\|$ 이면, $\|x(t)\|$ 는 $t \rightarrow \infty$ 에 따라 b_1 에 의해 경계된다.

다음으로, 식(10)의 해는

$$e_s(t) = \exp(A_e t) e_{s0} + \int_0^t \exp(A_e(t-\tau)) B \{sat u(\tau) - u(\tau)\} d\tau$$

로 된다. $e_{s0} = 0$ 이라고 가정하고, 양쪽에 노름(norm)을 취하고, 노름 부등식(12)를 이용하면 다음 식을 얻을 수 있다.

$$\|e_s(t)\| \leq k_e \exp(-\alpha_e t) \int_0^t \exp(a_e \tau) \|B\| \|sat u(\tau) - u(\tau)\| d\tau \quad (18)$$

또한,

$$\|sat u(t) - u(t)\| \leq \|u(t)\| \leq \|R - Q\| \|x_s(t)\|$$

이므로, 방정식(18)을 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\|e_s(t)\| \leq k_e \exp(-\alpha_e t) \|B\| \|R - Q\| \int_0^t \exp(a_e \tau) \|x_s(\tau)\| d\tau \quad (19)$$

식(17)을 식(19)에 대입하면

$$\|e_s(t)\| \exp(-\alpha_e t) \leq k_e \|B\| \|R - Q\| \int_0^t \exp(a_e \tau) [b_1 + b_2 \exp\{(-\alpha_s + k_s \|B\| \|f\|)\tau\}] d\tau$$

이것을 다시 쓰면 다음과 같다.

$$\|e_s(t)\| \leq c_1 [1 - \exp(-\alpha_e t)] + c_2 [\exp\{(-\alpha_s + k_s \|B\| \|f\|)t\} - \exp(-\alpha_e t)] \quad (20)$$

여기서

$$c_1 = \frac{b_1 k_e}{\alpha_e} \|B\| \|R - Q\|,$$

$$c_2 = \frac{b_2 k_e \|B\| \|R - Q\|}{\alpha_e - \alpha_s + k_s \|B\| \|f\|}.$$

c_1 과 c_2 는 정해진 값이고, $\alpha_s > k_s \|B\| \|f\|$ 이므로, $\|e_s(t)\|$ 는 $t \rightarrow \infty$ 에 따라 c_1 에 의해 경계된다. 식(15), (17), (20)으로부터, 만일 $\alpha_s > k_s \|B\| \|f\|$ 이면, $\|x_s(t)\|$ 와 $\|e_s(t)\|$ 는 $t \in [(0, \infty)$ 에서 경계된다는 것을 보여준다.

4. 비선형 생산 분배계예의 적용

4.1 공칭 포화된 시스템

다음과 같은 생산-분배 시스템에서의 선형 공칭 시스템을 고려하자⁽¹⁶⁾ :

$$\dot{X}_r(t) = A_r X_r(t) + B_r u(t) + C_r r(t)$$

여기서

$$X_r(t) = [LAR \ UOD \ UOR \ RSR]^T,$$

$$u(t) = PDR(t), \quad r(t) = RRR(t),$$

$$A_r = \begin{bmatrix} 0 & 1/DUD & -1/DUR & 0 \\ 0 & -1/DUD & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1/DUR & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1/DRR \end{bmatrix},$$

$$B_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C_r = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1/DRR \end{bmatrix}.$$

시스템 매개변수들은 $DUR = 1$ 주, $DRR = DUD = DIR = 2$ 주로 가정한다. 간단한 생산-분배 모델에서, 구매량 PDR의 최대구매 한계는 130 units/week으로 가정한다. 피드포워드 루프와 스무딩(smoothing) 과정은 극점들이 안정 영역 내에 존재하는 한 안정성에 영향을 주지 않기 때문에, 포화된 시스템의 안정성을 고찰하기 위해 다음의 부분시스템(subsystem)을 고려하자.

$$\dot{x}_r(t) = Ax(t) + B \text{sat}u(t),$$

여기서

$$x(t) = [LAR \ UOD]^T, \quad sat_u(t) = sat \ PDR(t),$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ 0 & -0.5 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}.$$

그림 3에서 나타난 바와 같이 동적인 제어기들 중의 하나인 IESF 제어^(12,13)(그림 3)를 최대구매제한을 갖는 비선형 시스템에 적용하면, 제어기의 이득행렬 F,G,R,Q는 다음과 같이 주어진다.

$$F = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ k_3 & 0 \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} -k_1 & 0 \\ -k_2 k_3 & -k_3 \end{bmatrix}, \\ R = [0 \ 1], \quad Q = [0 \ k_4]$$

이것을 식(9)에 대입하여 A_s 를 구하고, A_s 의 페루프 극점들을 $s = -0.75, -0.69, -0.65$ 와 -0.6 에 배치하면, 제어기 이득은 $k_1 = 7.4543 \times 10^2$, $k_2 = 4.4634 \times 10^1$, $k_3 = 5.415$, $k_4 = 4.38$ 로 주어진다. 그러므로 A와 A_s 는 안정하고 $\alpha_s = 0.6$ 이다.

슈퍼바이저(supervisor)는 이 시스템으로 충족되어진다. 여러 다이내믹스들은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{e}_s(t) = A_e e_s(t) + u_e(t),$$

여기서

$$e_s(t) = [e_1(t) \ e_2(t)]^T, \quad e_1(t) = LAR(t) - LARs(t)$$

$$e_2(t) = UOD(t) - UODs(t)$$

$$A_e = \begin{bmatrix} 0 & 0.5 \\ fs_1 & 0.5(fs_2 - 1) \end{bmatrix}, \quad u_e(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ sat \ PDR(t) - F(t) \end{bmatrix}$$

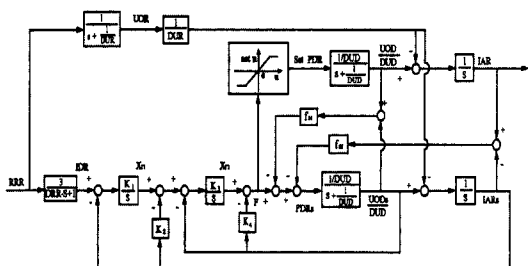


Fig. 3 Supervisory control of nonlinear production-distribution system controlled by IESF control law

아래첨자 s 는 슈퍼바이저(supervisor) 보조상태를 나타내고, $F(t)$ 는 제어기 출력을 나타낸다. 극점 배치를 이용하므로, A_e 의 극점들은 s -영역 안의 원하는 안정 영역에 놓을 수 있다. 이 예에서, supervisor 에러 극점들은 $s_s = -0.3, -0.4$ 에 배치하면, 여기에 대응하는 에러 이득들은 $fs_1 = -0.24, fs_2 = -0.4$ 가 된다.

Theorem 3.2로부터

$$\alpha_s = 0.6 > k_s \|B\| \|f_s\| = 1 \cdot 1 \cdot (0.4) = 0.4$$

그러므로 위의 식은 Theorem 3.2를 만족하게 되어 슈퍼바이저(supervisor)를 부착한 이 포화된 시스템은 BIBO 안정하다. Fig. 3에 이 예의 블록 선도를 나타내었다.

일반적으로, 구매율은 실제 생산-분배시스템에서 이산 시간계에서 결정된다. 예제의 시뮬레이션을 위해 샘플링 시간은 1주로 가정하였다. 즉, 구매율은 매주 결정한다고 가정한다. 식(8)로부터 z -평면 내의 페루프 극점들을 $z = 0.472, 0.5, 0.522, 0.549$ 에 배치할 때, 이산-시간계 IESF 제어의 대응하는 제어기 이득들은 $k_{d1} = 4.74 \times 10^2$, $k_{d2} = 3.04$, $k_{d3} = 3.635 \times 10^1$, $k_{d4} = 3.969$ 로 주어진다. Fig. 4a는 소비자의 수요량 RRR 이 100에서 120 units/week로 20% 상승할 때, 구매제한을 갖는 PDR 과 구매제한을 갖지 않는 PDR 을 비교한 것이다. Fig. 4b는 IAR 과 UOD 의 계단응답들을 나타내고 있으며, 구매제한을 갖지 않는 플랜트, 슈퍼바이저에 의하여 제어되고 최대구매제한을 갖는 플랜트, 슈퍼바이저가 없는 최대구매제한을 갖는 플랜트 등 3가지 경우를 비교하였다. 슈퍼바이저 보조상태 변수들은 구매제한을 갖지 않는 플랜트 변수 값들과 거의 일치하며, 다른 한편으로는, 이산시간

IESF제어가 적용될 때, 슈퍼바이저를 부착하지 않는 공칭 포화된 시스템에 대한 계단응답은 Fig. 5에 나타내었다. 제어입력의 포화로 인하여 IAR 은 불안정(unstable)하고, 제어기 출력 F 는 Fig. 5a에서 점선으로 나타난 바와 같이 바람직하지 않는 와인드업(windup)이 발생한다. Fig. 4와 Fig. 5를 비교해 볼때, 최대구매제한을 갖는 비선형 생산 분배 시스템은 슈퍼바이저 제어기법을 이용함으로써, 불안정한 시스템을 안정화시키며, 바람직하지 않는 와인드업(windup)을 제거할 수 있음을 알수있다.

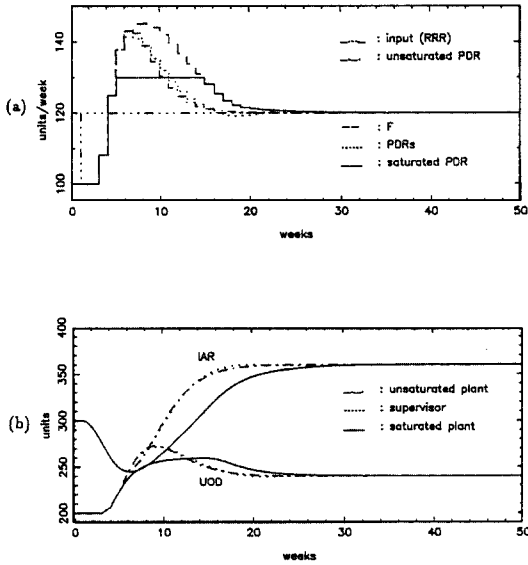


Fig. 4 Step response of saturated production-distribution system and unsaturated production-distribution system

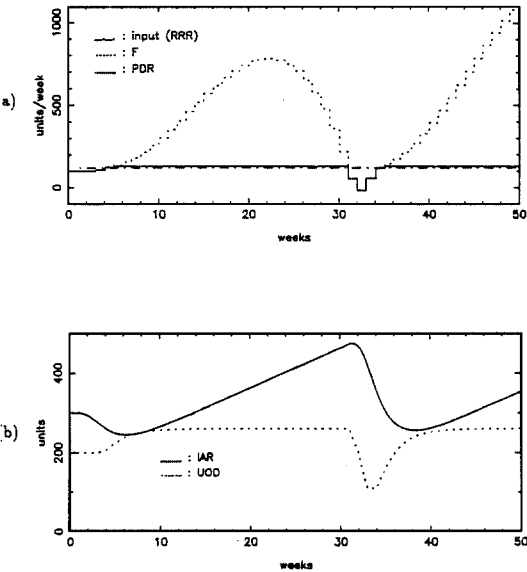


Fig. 5 Step responses of nominal saturated production-distribution system controlled by discrete-time IESF control law without supervisor

4.2 강인성 고찰

최대구매제한을 갖는 비선형 생산분배시스템에서 시간지연상수 DUD 가 2.5주로 변화할 때, (공칭플랜트에서 $DUD=2$ 주) 시스템 강인성을 고찰하여 보자. 시간지연상수의 최대 불확실성(maximum uncertainty) $\Delta DUD=0.5$ 주이며, 슈퍼바이저에 의하여 제어되는 이 시스템의 계단응답을 Fig. 6에 나타내었다.

시뮬레이션의 결과는 플랜트 불확실성과 구동기 포화(Fig. 5)가 있는 동적 제어기(IESF)에 의하여 제어되는 시스템에서, 제어입력 PDR의 리셋 와인드업(reset windup)은 슈퍼바이저(supervisor)를 부착함으로써 제거될 수 있다는 것을 보여준다.

Fig. 7은 피이드 포워드 루프(feed-forward loop)의 시간지연 상수의 최대불확실성 $\Delta DUR=0.25$ 주 일 때, 위의 시스템의 계단응답을 나타낸 것이며, Fig. 8은 스무딩 과정(smoothing process)의 시간지연 상수의 최대 불확실성 $\Delta DRR=0.5$ 주 일 때, 시스템의 계단응답을 나타낸 것이다.

Fig. 7과 Fig. 8에서 나타낸바와 같이 DRR과 DUR의 시간지연 상수가 25%의 불확실성을 가지고 있을지라도 피이드 포워드 루프와 스무딩 과정의 극점들이 안정영역에 존재하는 한 강인안정성에는 거의 영향을 주지 않음을 알 수 있다.

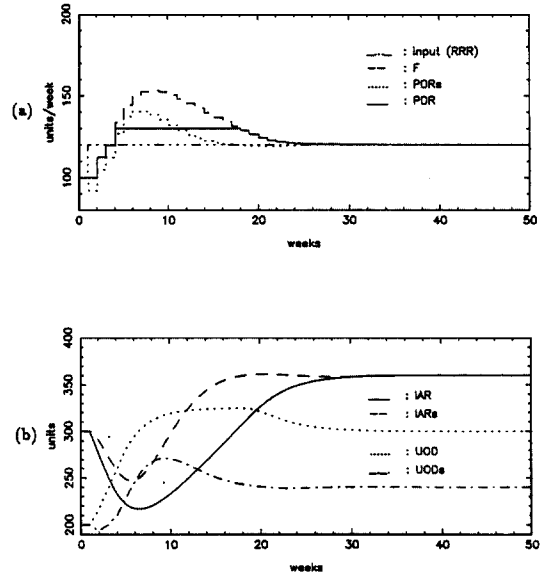


Fig. 6 Step responses of saturated production-distribution system with perturbation $\Delta DUD=0.5$ week

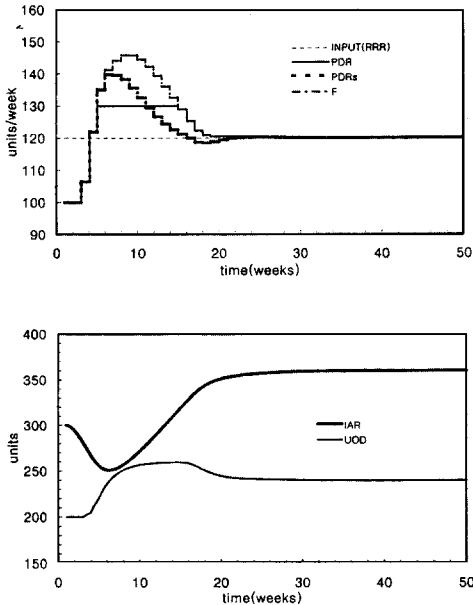


Fig. 7 Step responses of saturated production-distribution system with perturbation $\Delta DUR=0.25$ week

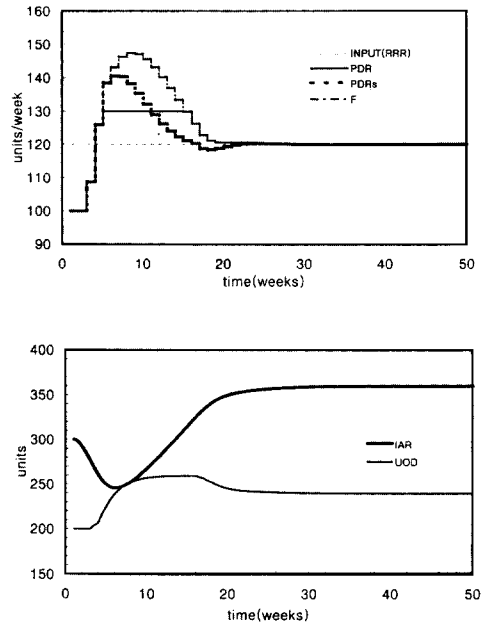


Fig. 8 Step responses of saturated production-distribution system with perturbation $\Delta DRR=0.5$ week

5. 결론

본 연구에서는 구동기가 포화되는 비선형 시스템에서 적분기 와인드업(windup)과 시스템의 성능저하를 제거하기 위하여 슈퍼바이저 제어를 제안하였으며, 이 시스템에 대한 BIBO 안정성에 관한 충분조건을 유도하였다. 제안된 알고리즘을 검증하기 위하여 최대구매제한을 갖는 비선형 생산분배 시스템에 슈퍼바이저를 부착하여 시뮬레이션을 수행하였다. 시뮬레이션 결과는 불안정한 포화된 시스템(unstable saturated system)은 슈퍼바이저 제어기법을 이용함으로써 안정화시킬 수 있음을 보여주고 있으며, 플랜트의 불확실성과 구동기의 포화로 인한 제어입력의 와인드업(windup) 현상도 슈퍼바이저 제어를 이용함으로써 제어할 수 있음을 알 수 있다.

6. 참고 문헌

1. Astrom, K. J. and Wittenmark, B. Computer Controlled Systems, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1984.
2. Glattfelder, A. H. and Schaufelberger, W.,

"Stability Analysis of Single Loop Control Systems with Saturation and Antireset-Windup Circuits", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 28, pp. 1074-1081, 1983

3. Wang, W. J. and Chen, B. S., "Stability of Large Scale Systems with Saturating Actuators", Internat. J. Control, vol. 47, pp. 827-850, 1988.
4. Su, T. J., Kuo, T. S. and Sun, Y. Y., "Robust, Stability of Linear Perturbed Discrete Large-Scale Systems with Saturating Actuators", Internat. J. Systems Sci., vol. 21, pp. 2263-2272, 1990.
5. Krikelis, N. J. "State Feedback Integral Control with 'Intelligent' Integrators", Internat. J. Control, vol. 32, pp. 465-473, 1980.
6. Krikelis, N. J. and S. K. Barkas, "Design of Tracking Systems Subject to Actuator Saturation and Integrator Wind-Up", Internat. J. Control, vol. 39, pp. 667-682, 1984.

7. Walgama, K. S., S. Ronnback and J. Sternby, "Generalization of Conditioning Technique for Anti-Windup Compensators", IEEE Proc.-D, vol. 139, pp. 109-118, 1992.
8. Campo, P. J., M. Morari and C. N. Nett, "Multivariable Anti-Windup and Bumpless Transfer: A General Theory", Proc. Am. Control Conf. pp. 1706-1711, 1989.
9. Kosut, R. L., "Design of Linear Systems with Saturating Linear Control and Bounded Status", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 28, pp. 121-124, 1983.
10. Chen, B. S. and S. S. Wang, "The Stability of Feedback Control with Nonlinear Saturating Actuator: Time Domain Approach", IEEE Trans. Automat. Control, vol. 33, pp. 483-487, 1988.
11. Chen, B. S., Wang, S. S. and H. C. Lu, "Stabilization of Time-Delay Systems Containing Saturating Actuators", Internat. J. Control, vol. 47, pp. 867-881, 1988.
12. Jeong, S. "On Robust Dynamic Controller Design", KSME J., vol. 8, pp. 127-135, 1994.
13. Jeong, S. "Analysis of Robust Stability and Performance for Two-Degree of Freedom Control Structure with Dynamic Controller", KSME J., vol. 10, pp. 128-137, 1996
14. Desoer, C. A. and M. Vidyasagar, Feedback Systems: Input-Output Properties, Academic Press, New York, 1975.
15. Coppel, W. A. Stability and Asymptotic Behavior of Differential Equations, Heath, Lexington, MA, 1965.
16. Forrester, J. W., Industrial Dynamics, MIT Press, Wiley, New York, 1961.