

본 연구는 1995년도 교육부 학술 연구 조성비(기계공학 : ME-95-D-23)에 의하여 연구되었음.

## 차량 구동계 모듈화를 이용한 진동해석 및 설계 시스템의 개발에 관한 연구

황 원 곁\* , 김 기 세\*\*

### A Study on Development of Vibration Analysis and CAD System for Vehicle Driveline Using Modular Approach

Won-Gul Hwang\* , Ki-Sei Kim\*\*

#### ABSTRACT

A computer aided analysis and design system is developed for analyzing the driveline torsional vibration of a vehicle. Torsional vibration characteristics of driveline component are investigated and 10 types of module are developed. They can be connected together to represent any driveline configuration. During assembly process simulation program is generated. It is implemented using C++ language. A driveline torsional vibration system at full load driving condition and idle rattle system are modeled and simulated with this system. Their responses for engine torque excitation are evaluated on time and frequency domain, and the results are compared with test results favorably. This system makes it simpler and easier for design and analysis engineer to model and analyse the driveline system.

**Key Words:** torsional vibration (비틀림 진동), simulation (시뮬레이션), modeling(모델링), module (모듈), driveline (구동계)

#### 1. 서 론

차량에서 나타나는 진동, 소음중에 구동계에서 발생되는 진동, 소음은 구동계 부품으로부터 발생되며 불쾌감을 유발시킨다. 그 주파수 성분은 특별히 현저한 피크를 나타내지 않고, 광범위하게 퍼져있는 것이 특징이다<sup>(1)(2)(3)</sup>. 이러한 구동계 진동은 공진의 경우에 문제가 발생하므로

시스템의 고유 진동수를 알아보는 것이 필요하나, 주파수 분석만으로는 불충분한 경우가 많이 있으므로 동시에 컴퓨터 시뮬레이션 등을 이용하여 진동 해석을 수행하는 것이 필요하게 된다.

진동을 해석하기 위하여는 모델을 정의하여 운동방정식을 유도하고, 시뮬레이션 프로그램을 개발하여야 하는데, 이러한 과정은 시간이 많이 걸리며, 대단히 복잡하다. 또

\* 전남대학교 공과대학 기계설계학과  
\*\* 목포전문대학 자동차과

한 차량 구동계에는 종치형, 횡치형, 전륜 구동형, 후륜 구동형, 4륜 구동형 등 여러 형식이 있으므로, 모델이 바뀌더라도 운동방정식을 유도할 필요없이 어떠한 구동계에 대해서도 모델을 구성하고 해석할 수 있는 방법이 필요하다. Edward P. Petkus 등<sup>(4)</sup>은 고전적인 Holtzer법에 의해 정상상태의 비틀림진동을 예측하는 알고리즘을 제안하였고, Thomas C. Tecco 등<sup>(5)</sup>은 중, 대형 트럭의 비틀림진동을 해석하기 위해 저장된 구동계의 관성, 탄성, 그리고 엔진 가진력 데이터를 기초로하여 매트릭스법에 의해 고유진동수, 모드해석 및 진동 응답 특성을 계산하는 프로그램을 개발하였다.

본 연구에서는 구동계의 구성 부품의 진동 특성을 조사하여 10가지로 분류하고, 각각 모델화하였으며, 모듈을 조합하여 진동 응답을 시뮬레이션하는 진동 해석 시스템을 C++언어로 구현하였다. 이를 이용하여 승합차량의 공회전시의 비틀림진동과 트럭의 주행중 구동계 비틀림진동을 시뮬레이션하고, 실험 결과와 비교하였다.

## 2. 진동 해석 및 설계 시스템

### 2.1 구동계 비틀림진동 해석

구동계 비틀림진동은 가진력, 주파수에 따라서 여러가지 현상이 나타난다. 그중에서 공회전 이음은 공회전시에 수동변속기에서 발생하며 엔진 토오크 변동이 클러치를 통해 변속기내의 기어에 전해지고, 그로 인한 기어 충격에 의한 거칠은 소음으로서 공회전시에는 엔진소음, 구동계소음, 공력소음 및 타이어소음이 거의 나타나지 않으므로, 더욱 승객에게 불편감을 준다. 또한 고속 주행시의 비틀림진동 현상은 구동계 비틀림진동이 커져서 구동계의 부품의 마모 증가, 파손 등을 초래하며, 또 진동, 이음으

로 나타나 승차감에 악 영향을 준다. 이와 같이 자주 발생하며, 차량의 상품성 측면에서 문제가 되기 쉬운 두가지 현상의 해석에 대하여 살펴보았다.

먼저 디젤기관, 수동변속기 탑재 승합차량의 공회전 이음을 해석하기 위해 그림 1과 같이 플라이휠, 클러치허브, 변속기입력축 및 카운터기어로 구성된 4자유도 비틀림진동 모델을 세웠다. 비선형요소는 클러치의 비틀림 특성과 변속기입력축과 카운터기어사이의 기어충격을 고려하였다.

공회전시 엔진 토오크 변동에 대한 비틀림 진동 응답을 시뮬레이션하기 위해 상태변수를 식(1)과 같이 정의하면

$$\dot{x} = (\theta_{FW}, \theta_H, \theta_{DP}, \theta_{CT}, \dot{\theta}_{FW}, \dot{\theta}_H, \dot{\theta}_{DP}, \dot{\theta}_{CT})^T \quad (1)$$

비선형 상태방정식은 다음과 같이 표현된다.

$$\dot{x} = f(x) \quad (2)$$

$$f_1 = (T_E - T_C) / I_{FW}$$

$$f_2 = (T_C - T_{DP}) / I_H$$

$$f_3 = (T_{DP} - C_{dragDP} \dot{\theta}_{DP} - r_{DP} F_G) / I_{DP}$$

$$f_4 = (-C_{dragCT} \dot{\theta}_{CT} + r_{CT} F_G) / I_{CT}$$

다음에 화물트럭의 고속 주행중 발생된 구동계 비틀림진동을 시뮬레이션하기 위하여 플라이휠, 클러치, 변속기, 추진축, 후차축 및 타이어를 포함하는 그림 2와 같은 10자유도 집중 파라미터 비틀림 진동 모델을 수립하였다.<sup>(6)</sup>

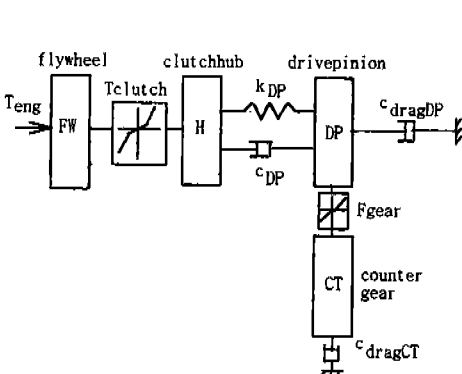


Fig. 1. 4 d.o.f model for idle rattle

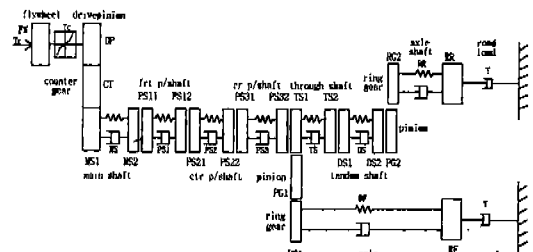


Fig. 2. 10 d.o.f. model for drive line torsional vibration<sup>(6)</sup>

엔진 토오크에 대한 비틀림진동 응답을 시뮬레이션하기 위해 상태변수  $x$ 를

$$\mathbf{x} = [\theta_{FW} \theta_{MSI} \theta_{PS11} \theta_{PS21} \theta_{PS31} \theta_{TS1} \theta_{RF} \theta_{DS1} \theta_{RG2} \theta_{RR} \dot{\theta}_{FW} \dot{\theta}_{MSI} \dot{\theta}_{PS11} \dot{\theta}_{PS21} \dot{\theta}_{PS31} \dot{\theta}_{TS1} \dot{\theta}_{RF} \dot{\theta}_{DS1} \dot{\theta}_{RG2} \dot{\theta}_{RR}]^T \quad (3)$$

과 같이 정의하면 다음의 비선형 상태 방정식을 얻게된다<sup>6)</sup>. 자세한 항은 부록1에 기술하였다.

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) \quad (4)$$

이러한 일련의 과정에서 알 수 있는 바와 같이 단순한 경우에도 모델 수립, 운동방정식 유도 및 시뮬레이션을 위한 컴퓨터 프로그래밍 작업은 번잡한 과정이고, 진동계가 복잡해져서 자유도가 증가하게 되는 경우에는 대단히 복잡해지며, 오류를 범하기 쉽고, 또한 시간이 많이 소비된다. 이것은 차량 개발의 현장에서 설계자 및 해석자에게는 대단히 비효율적이다. 따라서 설계자나 해석자가 쉽고, 신속하게 진동계를 모델링하고, 해석 결과를 얻을 수 있는 방법이 필요하게 된다. 특히 대형차량에서는 동일한 파워유니트에 종류가 다른 구동계를 조합하여 모델을 다양화하는 일이 많은데, 이러한 방법이 더욱 더 절실히 요구된다.

## 2.2. 모듈을 이용한 해석 시스템

구동계 비틀림진동과 관련하여 구동계의 구성 요소에 대한 진동 특성을 조사하였고, 비틀림 진동을 일으키는 시스템의 요소를 10가지로 분류하고 부록2에 운동방정식, 특징 등을 기술하였다. 각 요소에 대하여 비틀림진동 모델을 세우고, 운동방정식을 유도하였으며 각 요소에 필요한 데이터, 상태방정식 등을 정의하여 모듈화하였다. 이러한 모듈을 조합하여 자동적으로 진동시스템을 구성하고 시뮬레이션을 수행하는 컴퓨터 시스템을 객체지향형 언어인 C++을 이용하여 구현하였다.

### 2.2.1 클래스 및 데이터 구조

각 모듈에서 정의된 데이터를 모듈간의 공통적인 것과 독자적인 것으로 구분하였다. 공통된 데이터는 최상위 class인 MODULE에서 정의하고, 독자적인 것은 하위 각 모듈의 클래스에서 정의하였다. MODULE과 하위 클래스의 상관관계는 그림 3과 같이 각 모듈의 클래스는 기본데이터 구조를 최상위 클래스로부터 계승받게 하였다.

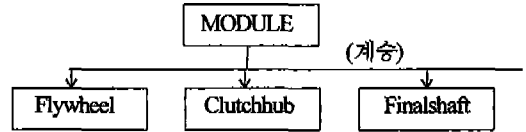


Fig. 3. Class

최상위 class인 MODULE은 표1과 같이 각 모듈에서 공통적으로 필요한 모듈의 형식(Type), 번호(Number), 연결되는 모듈에 대한 정보(Prev, Next, PC, PK, PX, PDX, NX, NDX), 상태변수(z[3][3]) 등을 정의하였다. 각 모듈class는 MODULE로부터 기본 데이터 구조를 계승받고 각 모듈내의 상태방정식에서 독자적으로 필요한 데이터들을 정의한다. 예를 들어 모듈 10번 전방 후차축의 경우, MODULE로부터 모듈의 형식, 번호, 앞뒤에 연결되는 모듈에 대한 정보, 상태변수 등을 계승받고, 독자적으로 필요한 뒤쪽 두번째 모듈의 번호(Next2), 관성(Inertia[4]), 스프링상수(Stiffness[2]), 감쇠계수(Damping[2]), 축조인트 교차각(Delta), 잇수비(GearRatio[2]), 상태방정식(StateEquation(int j)), 초기화함수(DataSet(int i)) 등을 표2와 같이 정의하였다. 여기서 StateEquation( )함수는 앞뒤에 연결된 모듈로부터 전달받은 데이터와 모듈 내의 데이터들을 이용하여 상태방정식을 풀고 뒤에 연결된 모듈에 변위와 속도를 전달하며, DataSet( )함수는 각 변수에 대하여 초기화하고, 스프링상수와 감쇠계수를 다음 연결된 모듈에 전달한다.

Table 1. MODULE의 데이터 구조

Type	Number	Prev	Next	z[3][3]	
PC	PK	PX	PDX	NX	NDX

Table 2. ForwardRearaxle의 데이터 구조

Next2	Inertia[4]	Stiffness[2]	Damping[2]
Delta	GearRatio[2]	StateEquation(int j)	DataSet(int i)

### 2.2.2 시스템 구성

시스템은 그림 4와 같이 크게 나누어 초기화, 시뮬레이션, 출력 세부분으로 구성되어 있다.

Initialize에서는 Tengine( )함수에 비틀림진동계에

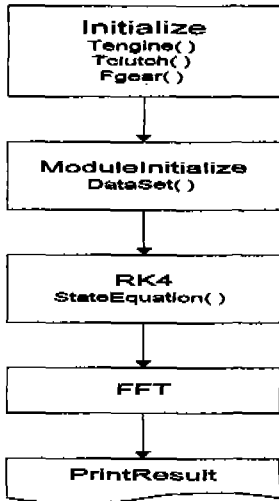


Fig. 4. System configuration

가진력으로 작용하는 엔진 토오크에 대한 데이터를 대입하고, Tclutch( ) 함수에는 적용되는 클러치에 대한 제원을 대입하고, 충격이 일어나는 기어의 데이터를 Fgear( ) 함수에 대입한다.

ModuleInitialize에서는 진동계를 구성하는 모듈 번호를 입력하고, 각 모듈의 DataSet( ) 함수를 호출하여 필요한 파라미터를 입력한다. 이러한 과정에 의해 자동적으로 비틀림진동계에 대한 모델이 완성되고, 운동방정식이 생성된다.

시뮬레이션은 Runge-Kutta적분법(RK4)을 사용하는 데, 각 지정된 모듈의 StateEquation( ) 함수가 호출되어 계산이 수행되고, 그 결과가 FFT에 의해 주파수 영역으로 변환된다. 출력부분(PrintResult)에서는 계산 결과를 보여준다.

### 3. 모듈을 이용한 구동계 모델링 및 시뮬레이션 결과

개발한 시스템을 이용하여 구동계 비틀림진동 해석의 예로 2.1절에서 살펴본 공회전 비틀림 진동과 주행중 비틀림진동에 대한 시뮬레이션을 수행하여 시스템을 검증하여 보았다.

#### 3. 1. 공회전 비틀림진동

그림 1로 표현된 4자유도 비선형 비틀림진동 모델을 수립하기 위해 모듈번호 1, 2, 7의 3개의 모듈을 조합하

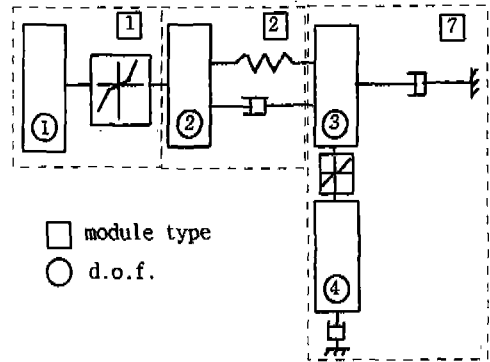


Fig. 5. Modular model for idle rattle

여 그림 5와 같이 구성하였으며, ModuleInitialize에서 모듈번호를 순서적으로 입력하였다. 여기서 모듈번호는 부록 2에 나와있다.

각 모듈의 파라미터에는 앞, 뒤에 연결되는 모듈의 번호, 관성, 스프링상수, 감쇠계수 등을 입력하였다. 2700cc, 4기통 디젤기관의 공회전시 발생하는 엔진 토오크를 실린더 압력선도 및 운동부분의 질량, 크랭크반경 등에 의거하여 시간의 함수로 계산하고, 그것을 푸리에 변환하여 크랭크 회전 4차 성분까지의 푸리에급수의 계수, 위상, 주파수를 Tengine( ) 함수에 대입하였다. 또 클러치의 1, 2단의 비틀림 스프링상수 및 히스테리시스, 스톱피드오크, 작동각 등을 클러치 함수에 대입하고, 백래쉬, 기어의 굽힘 스프링상수 등을 기어 충격 함수에 대입하여 시뮬레이션하였다. 시간간격  $\Delta = 1 \times 10^{-6}$  조건에서의 플라이휠(그림5의 ①)과 카운터기어(그림5의 ④)의 각속도를 그림6에 보였으며 이에 대한 실험 결과를 그림 7에 나타냈다.

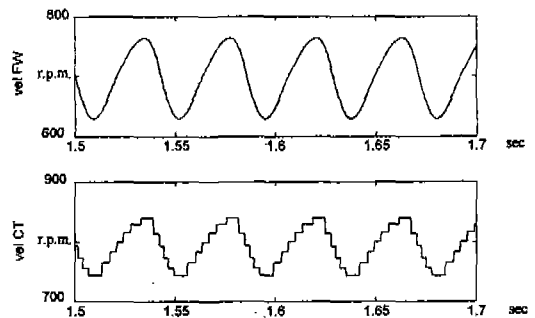


Fig. 6. Simulation

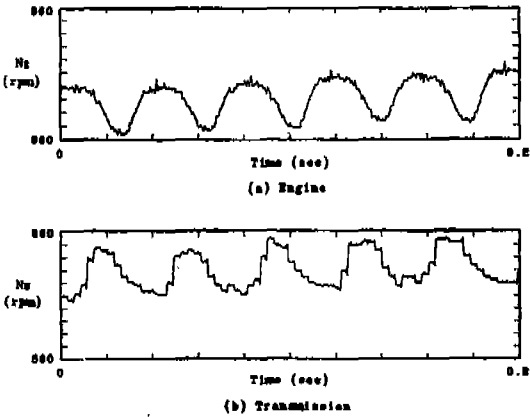


Fig. 7. Test Result

결과를 비교해보면 플라이휠의 가속도는 전진폭 70r.p.m의 정현파이며, 카운터기어는 변속기 입력축기어(그림5의 ③)와의 충돌에 의한 충돌전후의 급격한 속도 상승과 공회전시의 정속회전으로 이루어진 계단모양의 파형을 나타내고, 실험결과와 유사한 경향을 보인다.

### 3.2. 주행중 비틀림 진동

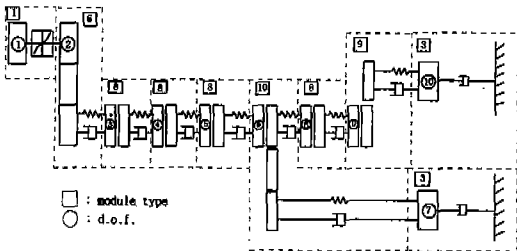


Fig. 8. Modular model for 10 d.o.f. driveline torsional vibration

그림 2에 나와있는 10자유도 비틀림 진동 모델을 수립하기 위하여 아래와 같이 모듈번호1, 6, 8, 8, 8, 10, 3, 8, 9, 3번의 10개 모듈을 사용하여 그림 8과 같이 구성하였다.

각 모듈의 파라미터를 대입하고, 6기통 디젤기관 1700r.p.m. 전부하 상태에서의 엔진 토크를 실린더 압력선도, 엔진의 관성 계원 등을 이용하여 계산하고 그것을 푸리에변환하여 크랭크 회전 9차 성분까지의 푸리에급수의 계수, 주파수, 위상을 엔진함수에 입력한다. 또

사용된 클러치 특성(히스테리시스, 비틀림스프링상수, 스토포토크 등)에 대한 데이터를 입력하여 시뮬레이션하였다. 시간간격  $\Delta t = 1 \times 10^{-3} \text{sec}$  조건으로 변속기출력축(그림8의 ③)의 시간 영역에서 비틀림진동 가속도 응답을 구하고, F.F.T.의 결과를 그림9에 나타내었다. 그림10의 실험결과와 비교하면 문제 영역에서의 주파수는 75Hz, 크기는  $1200 \text{rad/sec}^2$ 으로 결과가 대체로 근접하였다.

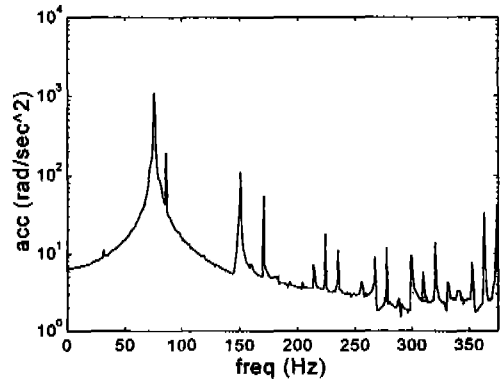


Fig.9. Simulation

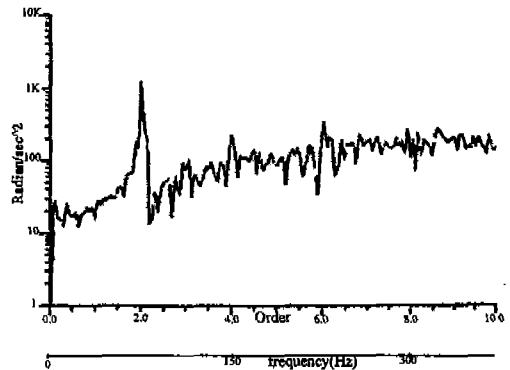


Fig.10. Test result

## 4. 결론

차량 구동계의 비틀림진동을 해석하기 위하여 필요한 모델 정의, 운동방정식 유도 및 프로그램작성 등의 일련의 과정을 용이하게 수행할 수 있도록 모듈을 이용한 컴퓨터 해석 및 설계 시스템을 개발하였으며, 다음과 같은

결론을 얻었다.

1) 구동계의 비틀림진동 특성을 연구하고, 시스템의 구성요소를 특성별로 10개의 요소로 분류하였다. 각 요소에 대하여 비틀림진동 모델을 세우고, 필요데이터와 상태방정식 등을 정의하여 데이터 구조를 확립하였고, 모듈화하였다.

2) 이 모듈을 이용하여 비틀림진동을 해석할 수 있는 시스템을 구성하고 객체지향형 언어인 C++을 이용하여 구현하였다.

3) 비틀림진동계의 구성 요소의 모듈번호와 각 모듈에 대한 파라미터를 입력하면 자동적으로 모델이 세워지고, 운동방정식이 생성되어, 해석하고자하는 진동계에 대한 모델의 구성이 용이하였고, 시간 및 주파수 영역에서의 시뮬레이션 결과를 쉽게 얻을 수 있었다.

4) 본 시스템을 이용한 공회전 및 주행중 비틀림진동에 대한 시뮬레이션 결과는 실험 결과와 잘 일치하였고, 시스템의 타당성을 확인하였다.

본 해석 시스템이 복잡하고, 다양한 구동계의 비틀림진동 문제의 해석에 쉽게 적용할 수 있음을 확인하였고, 진동계의 해석 및 파라미터 변경 영향 분석 등을 통하여 구동계 비틀림진동의 최소화 설계에 응용될 수 있을 것으로 판단된다. 향후 모듈을 좀더 추가하고, 현장에서 설계자와 해석자가 쉽게 사용할 수 있도록 전처리장치, 후처리장치 등의 연구를 발전시켜 나아가야 할 것이다.

### 후 기

본 연구 수행에 도움을 주신 아시아자동차(주) 관계자께 감사드립니다.

### 참 고 문 헌

1. T. Kondou, H. Shinuyo, T. Fujimoto and Y.

Chikatani, "트럭 구동계 비틀림 진동에 기인하는 제 현상에 대하여," 자동차 기술, Vol. 39, No. 12, pp 1386-1395, 1985.

2. M. Inagawa, T. Kondou and H. shiniyo, "대형차에서의 구동계 진동,소음에 대하여," 자동차 기술, Vol. 35, No. 12, pp 1375-1380, 1981.

3. Y. Kanbe, K. Yamamoto, K. Wakahara and Y. Horiuchi, "구동계의 이음 현상," 자동차기술, Vol 36, No12, pp 1299-1304, 1982.

4. Edward P. Petkus and Stephen F. Clark, "A simple algorithm for Torsional vibration analysis," SAE 870996, 1987.

5. Thomas C. Tecco and Daniel A. Grohne, "Computer simulation of driveline torsional vibration in heavy and medium duty trucks," SAE 861960, 1986.

6. 황원걸, 김기세, "대형 트럭 구동계의 저진동 설계 시스템의 개발 연구," 한국 정밀공학회지, 13권, 3호, pp. 132-140, 1996.

7. Hedges, J.L, "A CAD system for the analysis of vehicle driveline noise," I Mech E conference publication, C141/79, 1979.

8. Padoan, R and Tantot, G, "Industrial vehicle drive line design and optimisation for low noise and vibration levels," IMechE conference publication, C149/79, 1979.

9. S. Ohnuma, S. Yahata, M. Inagawa, T. Fujimoto, "Research on idling rattle of manual transmission," SAE 850979, 1985.

10. Y. Chikatani, A. Suehiro, "Reduction of Idling rattle noise in trucks," SAE 911044, 1991.

부록 1. 상태방정식

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{f}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \dot{f}_{1n} \\ \dot{f}_{1d} \end{bmatrix} \dots \begin{bmatrix} \dot{f}_{10n} \\ \dot{f}_{10d} \end{bmatrix}^T$$

$$f_{1n} = T_{E0} + T_E - T_C$$

$$f_{1d} = I_{FW}$$

$$f_{2n} = n_{DP} n_{CT} T_C - k_{MS} [\theta_{MS1} - P_{MS}(\theta_{PS11})] - c_{MS} [\dot{\theta}_{MS1} - V_{MS}(\theta_{MS2}) \dot{\theta}_{PS11}]$$

$$f_{2d} = n_{DP}^2 n_{CT}^2 I_{DP} + n_{CT}^2 I_{CT} + I_{MS1}$$

$$f_{3n} = -I_{MS2} A_{MS}(\theta_{MS2}, \dot{\theta}_{MS2}) \\ + k_{MS} [\theta_{MS1} - P_{MS}(\theta_{PS11})] + c_{MS} [\dot{\theta}_{MS1} - V_{MS}(\theta_{MS2}) \dot{\theta}_{PS11}] \\ - k_{PS1} [\theta_{PS11} - P_{PS1}(\theta_{PS21})] - c_{PS1} [\dot{\theta}_{PS11} - V_{PS1}(\theta_{PS12}) \dot{\theta}_{PS21}]$$

$$f_{3d} = I_{MS2} V_{MS}(\theta_{MS2}) + I_{PS11}$$

$$f_{4n} = -I_{PS12} A_{PS1}(\theta_{PS12}, \dot{\theta}_{PS12}) \\ + k_{PS1} [\theta_{PS11} - P_{PS1}(\theta_{PS21})] + c_{PS1} [\dot{\theta}_{PS11} - V_{PS1}(\theta_{PS12}) \dot{\theta}_{PS21}] \\ - k_{PS2} [\theta_{PS21} - P_{PS2}(\theta_{PS31})] - c_{PS2} [\dot{\theta}_{PS21} - V_{PS2}(\theta_{PS22}) \dot{\theta}_{PS31}]$$

$$f_{4d} = I_{PS12} V_{PS1}(\theta_{PS12}) + I_{PS21}$$

$$f_{5n} = -I_{PS22} A_{PS2}(\theta_{PS22}, \dot{\theta}_{PS22}) \\ + k_{PS2} [\theta_{PS21} - P_{PS2}(\theta_{PS31})] + c_{PS2} [\dot{\theta}_{PS21} - V_{PS2}(\theta_{PS22}) \dot{\theta}_{PS31}] \\ - k_{PS3} [\theta_{PS31} - P_{PS3}(\theta_{TS1})] - c_{PS3} [\dot{\theta}_{PS31} - V_{PS3}(\theta_{PS32}) \dot{\theta}_{TS1}]$$

$$f_{5d} = I_{PS22} V_{PS2}(\theta_{PS22}) + I_{PS31}$$

$$f_{6n} = -I_{PS32} A_{PS3}(\theta_{PS32}, \dot{\theta}_{PS32}) \\ + k_{PS3} [\theta_{PS31} - P_{PS3}(\theta_{TS1})] + c_{PS3} [\dot{\theta}_{PS31} - V_{PS3}(\theta_{PS32}) \dot{\theta}_{TS1}] \\ - k_{TS} [\theta_{TS1} - P_{TS}(\theta_{DS1})] - c_{TS} [\dot{\theta}_{TS1} - V_{TS}(\theta_{TS2}) \dot{\theta}_{DS1}] \\ - n_{RG1} n_{PG1} k_{RF} (n_{RG1} n_{PG1} \theta_{TS1} - \theta_{RF}) \\ - n_{RG1} n_{PG1} c_{RF} (n_{RG1} n_{PG1} \dot{\theta}_{TS1} - \dot{\theta}_{RF})$$

$$f_{6d} = I_{PS32} V_{PS3}(\theta_{PS32}) + I_{TS1} + n_{PG1}^2 I_{PG1} + n_{RG1}^2 n_{PG1}^2 I_{RG1}$$

$$f_{7n} = k_{RF} (n_{RG1} n_{PG1} \theta_{TS1} - \theta_{RF}) + c_{RF} (n_{RG1} n_{PG1} \dot{\theta}_{TS1} - \dot{\theta}_{RF}) - c_T \dot{\theta}_{RF}$$

$$f_{7d} = I_{RF}$$

$$f_{8n} = -I_{TS2} A_{TS}(\theta_{TS2}, \dot{\theta}_{TS2}) \\ + k_{TS} [\theta_{TS1} - P_{TS}(\theta_{DS1})] + c_{TS} [\dot{\theta}_{TS1} - V_{TS}(\theta_{TS2}) \dot{\theta}_{DS1}] \\ - k_{DS} [\theta_{DS1} - P_{DS}(\theta_{PG2})] - c_{DS} [\dot{\theta}_{DS1} - V_{DS}(\theta_{DS2}) \frac{1}{n_{RG2}} \dot{\theta}_{RG2}]$$

$$f_{8d} = I_{TS2} V_{TS}(\theta_{TS2}) + I_{DS1}$$

$$f_{9n} = -k_{RR} (\theta_{RG2} - \theta_{RR}) - c_{RR} (\dot{\theta}_{RG2} - \dot{\theta}_{RR}) \\ + \frac{1}{n_{RG2}} k_{DS} [\theta_{DS1} - P_{DS}(\theta_{PG2})] + \frac{1}{n_{RG2}} c_{DS} [\dot{\theta}_{DS1} - V_{DS}(\theta_{DS2}) \frac{1}{n_{RG2}} \dot{\theta}_{RG2}] \\ - \frac{1}{n_{RG2}} I_{DS2} A_{DS}(\theta_{DS2}, \dot{\theta}_{DS2})$$

$$f_{9d} = I_{RG2} + \frac{1}{n_{RG2}^2} I_{PG2} + \frac{1}{n_{RG2}^2} V_{DS}(\theta_{DS2}) I_{DS2}$$

$$f_{10n} = k_{RR} (\theta_{RG2} - \theta_{RR}) + c_{RR} (\dot{\theta}_{RG2} - \dot{\theta}_{RR}) - c_T \dot{\theta}_{RR}$$

$$f_{10d} = I_{RR}$$

부록 2. 구동계 구성 모듈

1. 플라이휠

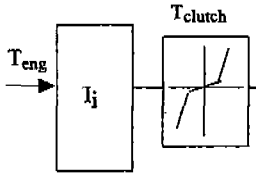


Fig. 11. Flywheel

운동방정식 :  $I_j \ddot{\theta}_j = -T_{clutch} + T_{eng}$

특징 : 플라이휠에 엔진 토오크가 작용하며 클러치를 통해 출력된다

2. 클러치허브

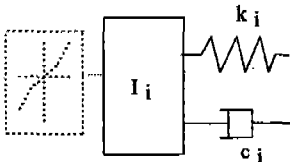


Fig. 12. Clutch hub

운동방정식 :  $I_i \ddot{\theta}_i = T_{clutch} - k_i(\theta_i - \theta_{i+1}) - c_i(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i+1})$

특징 : 클러치를 통한 엔진 토오크가 관성에 입력으로 가해진다. 클러치는 단단 비틀림 강성, 스톱퍼토오크 및 히스테리시스를 포함한다.

3. 최종축

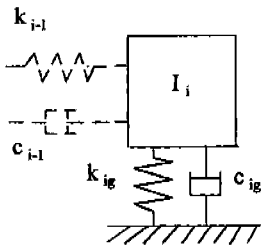


Fig. 13. Final shaft

운동방정식 :

$$I_i \ddot{\theta}_i = -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) - k_{ig}\theta_i - c_{ig}\dot{\theta}_i$$

특징 : 입력이 관성에 작용하며 관성은 스프링과 댐퍼를 통해 접지될 수 있고, 응용은 최종 구동계 요소에 해당하는 타이어, 휠 및 차량 관성이다

4. 구동치차쌍

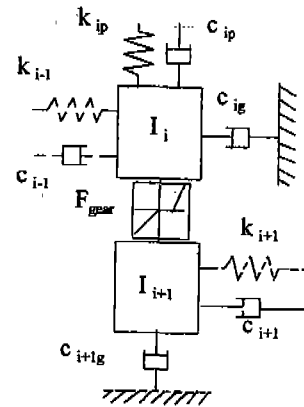


Fig. 14. Drive gear pair

운동방정식 :

$$I_i \ddot{\theta}_i = -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) - F_{gear} \cdot r_i - c_{ig}\dot{\theta}_i - k_{ip}(\theta_i - \theta_{ip}) - c_{ip}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{ip})$$

$$I_{i+1} \ddot{\theta}_{i+1} = F_{gear} \cdot r_{i+1} - k_{i+1}(\theta_{i+1} - \theta_{i+2}) - c_{i+1}(\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i+2}) - c_{i+1g}\dot{\theta}_{i+1}$$

특징 : 입력, 출력 치차를 나타내는 2개의 관성이 충돌을 일으킨다. 치차충격을 고려한 변속기 내의 치차와 후륜구동 후차축의 피니언, 링기어 등에 적용가능하다.

5. 2단치차열

운동방정식 :

$$(I_i + N_i^2 I_{i1}) \ddot{\theta}_i = -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) - k_{ip}(\theta_i - \theta_{ip}) - c_{ip}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{ip}) - c_{ig}\dot{\theta}_i + N_i k_{i1}(-N_i \theta_i - \theta_{i+1}) + N_i c_{i1}(-N_i \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i+1}) + N_i c_{i1g}(-N_i \dot{\theta}_i)$$

특징 : 2개의 관성으로 구성된 치차가 기어비를 통해



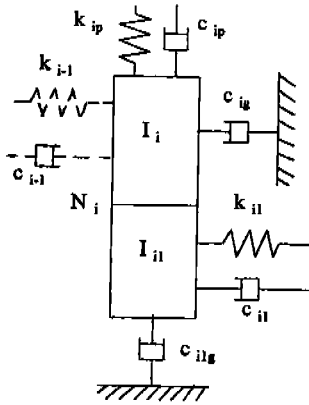


Fig. 15. Two gear train

변속되고 동력 전달중인 변속기내의 치차, 후차축의 종감속기어등에 적용된다.

6. 3단치차열

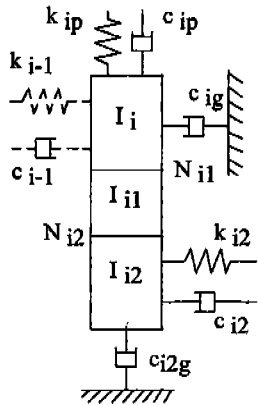


Fig. 16. Three gear train

운동방정식 :

$$\begin{aligned}
 (I_i + N_i^2 I_{ii} + N_{ii}^2 N_{i2}^2 I_{i2}) \ddot{\theta}_i = & \\
 -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) & \\
 -k_{ip}(\theta_i - \theta_{ip}) - c_{ip}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{ip}) - c_{ig} \dot{\theta}_i & \\
 -N_{ii} N_{i2} k_{i2} (N_{ii} N_{i2} \theta_i - \theta_{i+1}) - N_{ii} N_{i2} c_{i2} (N_{ii} N_{i2} \dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i+1}) & \\
 -N_{ii} N_{i2} c_{i2} (N_{ii} N_{i2} \dot{\theta}_i) &
 \end{aligned}$$

특징 : 3개의 관성으로 구성된 치차열에 의해 변속된다. 동력 전달중인 변속기내부의 입력치차, 부축치차, 출력축치차등에 적용된다.

7. 공회전치차쌍

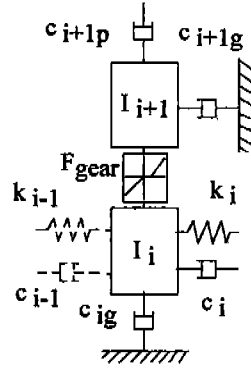


Fig. 17. Idle gear pair

운동방정식 :

$$\begin{aligned}
 I_i \ddot{\theta}_i = & -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) - k_i(\theta_i - \theta_{i+2}) \\
 & - c_i(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i+2}) - c_{ig} \dot{\theta}_i - F_{gear} \cdot r_i \\
 I_{i+1} \ddot{\theta}_{i+1} = & F_{gear} \cdot r_{i+1} - c_{i+1g} \dot{\theta}_{i+1} - c_{i+1p}(\dot{\theta}_{i+1} - \dot{\theta}_{i+1p})
 \end{aligned}$$

특징 : 한 쌍의 치차를 나타내는 2개의 관성이 충돌을 일으킨다. 적용은 변속기 내부의 공회전치차이다.

8. 축조인트

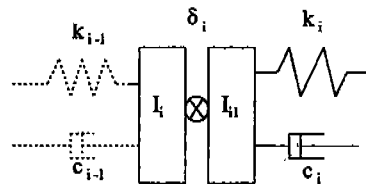


Fig. 18. Hooke's joint

운동방정식 :

$$\begin{aligned}
 I_i \ddot{\theta}_i + I_{ii} \ddot{\theta}_{ii} = & -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) \\
 & - k_i(\theta_{ii} - \theta_{i+1}) - c_i(\dot{\theta}_{ii} - \dot{\theta}_{i+1})
 \end{aligned}$$

특징 : 입력과 출력을 나타내는 2개의 관성이 부등속 회전을 전달하는 축조인트에 의해 연결되어 있다. 비틀림 강성을 고려한 추진축과 축조인트에 적용된다.

9. 후차축

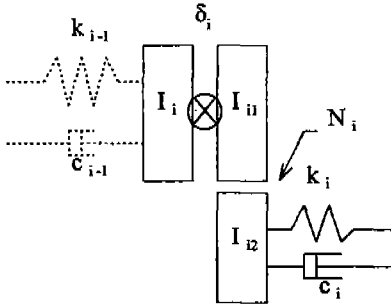


Fig.19. Rearaxle

운동방정식 :

$$I_i \ddot{\theta}_i + (I_{ii} + N_i^2 I_{i2}) \ddot{\theta}_{ii} = -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) + N_i k_i(\theta_{ii} - \theta_{i+1}) + N_i c_i(\dot{\theta}_{ii} - \dot{\theta}_{i+1})$$

특징 : 1번 관성이 입력을 받으며 축조인트에 의해 2번 관성에 전달되고 3번 관성에 기어비를 통해 변속되어 출력된다. 축조인트를 포함하는 후차축에 적용된다.

10. 전방후차축

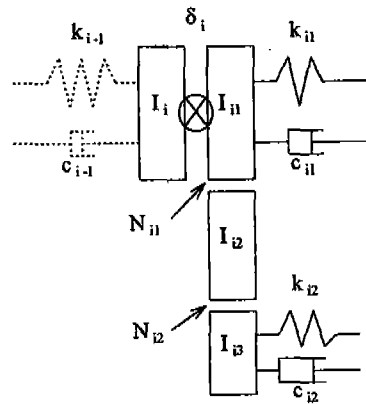


Fig. 20. Forward Rearaxle

운동방정식 :

$$I_i \ddot{\theta}_i + (I_{ii} + N_{ii}^2 I_{i2} + N_{ii}^2 N_{i2}^2 I_{i3}) \ddot{\theta}_{ii} = -k_{i-1}(\theta_i - \theta_{i-1}) - c_{i-1}(\dot{\theta}_i - \dot{\theta}_{i-1}) - k_{ii}(\theta_{ii} - \theta_{i+1}) - c_{ii}(\dot{\theta}_{ii} - \dot{\theta}_{i+1}) - N_{ii} N_{i2} k_{i2}(\theta_{i3} - \theta_{i+2}) - N_{ii} N_{i2} c_{i2}(\dot{\theta}_{i3} - \dot{\theta}_{i+2})$$

특징 : 입력이 1번 관성에 가해지고 축 조인트가 있는 2번 관성에 전달되고, 3번, 4번 관성을 통해 변속되며 출력된다. 대형 트럭에 사용되는 탠덤드라이브액슬(tandem drive axle)의 전방 후차축에 적용된다.