

회전 볼밀내에 있어서 볼의 운동 및 운동에너지의 시뮬레이션

류 호 진

한국화학연구소 화학소재연구단

Simulation of Balls' Motion and their Kinetic Energy in a Tumbling Ball Mill

Hojin Ryu

Korea Research Institute of Chemical Technology, Taejeon 305-606

(1996년 12월 17일 받음, 1997년 3월 10일 최종수정본 받음)

초 록 회전 볼밀에 있어서 볼의 운동을 비선형 spring과 비선형 dashpot로 구성된 Kelvin모델을 사용한 DEM(Distinct Element Method; 개별요소법)에 의하여 2차원으로 해석하였다. 모델에 있어서 점성계수는 볼과 밀벽사이의 반발실험 데이터로부터 결정하였다. 각볼의 동적인 운동은 비선형 점탄성과 Newton의 운동법칙을 기초로하여 모사되었다. 밀이 회전하는 동안 볼의 궤적과 동적인 운동은 실제 실험에 의한 밀내에서의 볼의 운동과 잘 일치하였다. 본 연구에서 제안된 모델 시뮬레이션은 회전 볼밀내의 실제의 3차원인 볼의 운동에 대한 해석에 중요한 단서가 될 수 있었다. 볼의 운동과 운동에너지는 회전 볼밀의 속도와 볼의 충전율에 의해 크게 영향을 받았다.

Abstract The balls' motion in a tumbling ball mill was analyzed two dimensionally by a DEM using a Kelvin model composed of a nonlinear-spring and a nonlinear-dashpot. The coefficient of viscosity in the model was determined from the data of imperfect restitution between a ball and a mill shell. The dynamic motion of individual balls was simulated on the basis of the nonlinear perfect elasticity, nonlinear viscosity and Newton's law of motion. The trajectories and dynamic motion of balls during mill rotation calculated were fairly consistent with the actual motion of balls in a mill. The model simulation proposed in this study could be a clue to the three dimensional solution of the actual motion of balls in a tumbling ball mill. The balls' motion and their kinetic energy were significantly influenced by the mill speed and ball charge fraction.

1. 서 론

회전 볼밀내에 있어서 매체인 볼의 운동은 분쇄속도, 분쇄산물의 입도분포, 처리량, 마모속도 등을 지배하는 중요한 인자가 된다. 또한 볼의 운동은 에너지 소비와 밀접한 관련이 있기 때문에 최적운전조건을 지표로하고 있다. 따라서, 종래에는 회전 볼밀내에 있어서 볼의 운동을 정확히 표시하는 것이 어려웠기 때문에, 볼이 밀과 동일한 각속도로 회전하는 밀의 임계회전속도를 기준으로 하여, 그의 60~80%의 회전속도를 일반적으로 최적회전속도로서 조대한 분쇄영역에서는 이보다 약간 빠른 속도가, 미분쇄에서는 약간 느린속도가 효율이 좋은 것으로 알려져 있다¹⁾. 그러나, 임계회전속도 이상에서 분쇄효율이 향상된 보고²⁾ 및 실제 조업에 있어서는 임계 회전속도의 52%에서 에너지 절감효과가 달성되었다는 보고³⁾ 등이 있어서, 밀의 회전속도와 볼의 운동을 결정하기는 어려운 상황이었다. 이의 중요한 이유는 이론적인 근거가 불충분한 상태로 임계회전속도를 기준으로한 밀의 회전속도를 선정하고 있기 때문이다. 실제로 밀내의 매체인 볼의 운동은 임계 회전속도에 지배를 받으며, 그 외에 밀 및 볼의 재질, 표면 거칠기, 마찰계수 등

에 의해서도 영향을 받는다. 이러한 이유 때문에, 각종 분쇄기 내에 있어서 매체운동의 정밀한 수치해석이 필요하게 되었다. 입자 집합체에 작용하는 역학적 응력 하의 각각의 입자의 시뮬레이션은 Cundall⁴⁾에 의해 제안된 개별요소법(Distinct Element Method, 이하는 "DEM"으로 표기한다.)에 의해 시도되었다. DEM은 입자충내의 각각의 입자의 역학적인 거동을 해석하여, 충의 전체 거동을 추정하는 방법으로서 제안된 수치해석법이며, 입자의 접촉에 수반되는 역학적 거동이 기초가 된다. Hashimoto⁵⁾는 mechanical alloying을 목적으로 밀링시의 매체인 볼의 운동의 표시를 DEM을 기초로 하여, 볼의 충돌현상에 Hertz이론을 적용하여, 충돌시의 볼의 거동을 해석하는 방법을 제안했다. 그 방법은 유성 밀 또는 진동 밀내에 있어서 매체인 볼의 운동에 적용되고 있다^{5~7)}. Hashimoto의 해석방법의 특징은 DEM의 기초모델인 spring, dashpot의 역학적 정수는 밀벽에 대한 볼의 낙하 충돌속도에 의존하는 것을 고려한 것이다. 한편, Cundall의 방법을 그대로 사용하여 해석을 행하고 있는 연구는 Mishra⁸⁾에 의한 회전 볼밀에, Yokoyama^{9,10)}에 의한 진동 밀에 적용하여 밀내의 볼의 운동을 모사하고 있다.

본 연구는 DEM에 의해 회전 밀내에 있어서 매체인 볼의 운동을 수치해석하여 볼의 운동 및 그의 운동에너지에 관하여 검토하였다.

2. 이론적 배경

회전 밀내에 있어서 볼군의 3차원 운동을 단순화하여 Fig. 1(a)에 나타낸 바와 같이 2차원 모델로 생각하였다. 이와같이 모델화한 밀에서 밀의 길이방향의 길이는 볼의 직경과 동일하게 하고, 이 밀의 벽면은 마찰이 없는 단면으로 하였다. 또한, 볼과 밀의 원주벽 및 볼과 볼은 마찰이 있는 것으로 가정하였다. 이와같은 밀을 정면에서 보면 Fig. 1 (b)와 같이 되며, 반경 Rc의 밀내에 반경 R의 볼을 n개 넣고 회전속도 ω로 회전할 때의 각각의 볼(1, 2, ..., i, j, ..., n)의 운동을 생각한다. 이때, 각각의 볼의 중심은 회전축에 직교하는 모델 밀내를 운동하는 것으로 가정했다. 이 경우에 볼과 볼 또는 볼과 밀벽간에 있어서의 충돌은 일반적으로 비탄성 충돌이며, 충돌시의 물체 내에 있어서 응력-변형 거동은 충돌속도에 의존하며, 또한 각각의 물체의 운동에너지는 충돌전후에 다른 것으로 생각한다. 이 충돌에 따른 물체의 운동에너지의 소비를 점탄성으로 묘사하면, 이에 따른 볼 중심간의 거리와 반발력의 관계는 비선형이 된

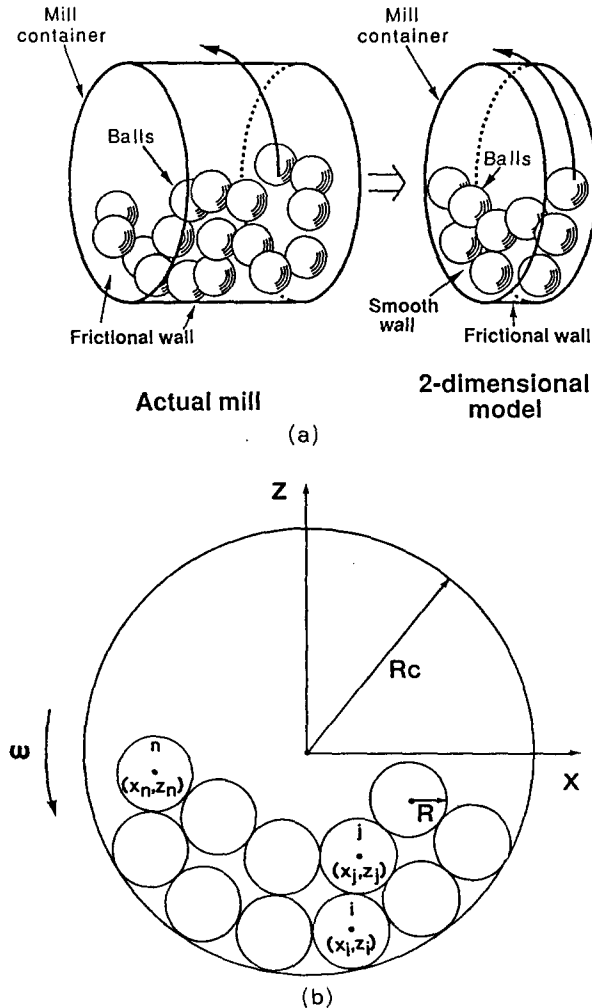


Fig. 1. Schematic diagram of actual mill and two dimensional mill with media balls.

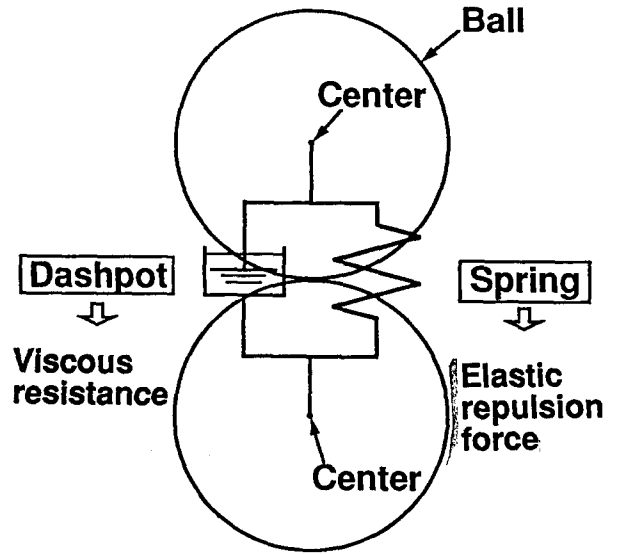


Fig. 2. Kelvin model composed of Hookean spring and Newtonian dashpot to explain viscoelastic collision model.

다. 이와같은 가정을 전제로 하면, DEM에 의한 충돌 요소 모델은 Fig. 2에 나타낸 바와 같이 될 수 있으며, spring과 dashpot를 병렬로 연결한 Kelvin 모델에서 2개의 요소중 심에 위치하는 것과 같이 해석된다. 이 경우의 spring은 비 Hookean 거동을 나타내며, 또한 dashpot도 비 Newtonian 거동을 나타내는 것으로 생각된다.

해석을 하는 데 있어서, 우선 Fig. 2에 있어서의 spring의 변위, 즉 접촉하는 2개의 볼 i, j의 중심의 접근량 Δ_{i,j}는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta_{i,j} = R_i + R_j [(x_i - x_j)^2 + (z_i - z_j)^2]^{1/2} \quad (1)$$

여기서, R_i, R_j는 2개의 볼 i, j의 반경이다. 또한, x_i, z_i는 볼 i의 x, z 좌표, x_j, z_j는 볼 j의 x, z 좌표이다. 한편, 볼과 밀벽과의 충돌에 있어서의 볼의 중심과 접촉점간의 접근 거리 Δ_{i,0}는 다음과 같은 식으로 나타낼 수 있다.

$$\Delta_{i,0} = R_0 - R_i + [x_i^2 + z_i^2]^{1/2} \quad (2)$$

충돌시의 2개의 볼간에 움직이는 힘은 Fig. 3에 나타낸 바와 같이 탄성반발력 F_e, 점성력 F_v, 마찰력 F_f 및 중력 F_g에 의존한다. 이 중에서 2개의 볼간에 작용하는 F_{e,i,j}는 Hertz의 접촉이론¹¹⁾으로부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{e,i,j} = K_{i,j} \Delta_{i,j} \quad (3)$$

여기서, K_{i,j}는 (4)와 (5)식에서 주어지는 계수를 나타낸다.

$$K_{i,0} = (2/3)R_i^{1/2}[Y/(1-\nu^2)] \quad (4)$$

Δ_{i,0}^{1/2} : (볼-밀벽간 충돌)

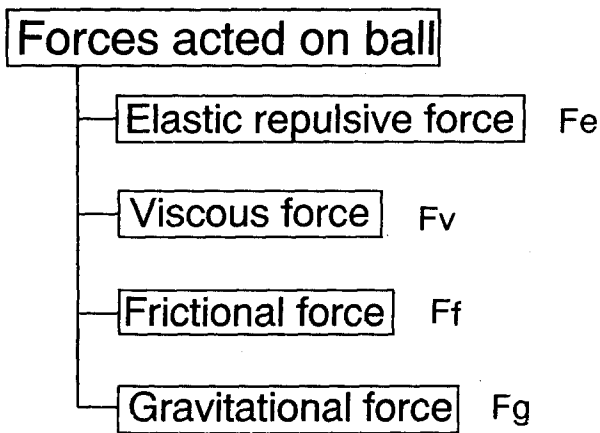
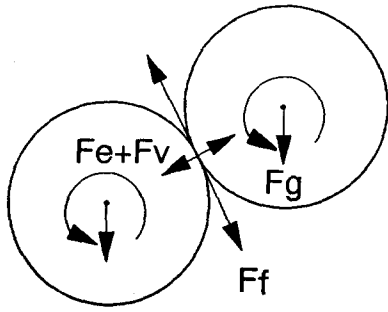


Fig. 3. Viscoelastic forced acted on normal direction and frictional force acted on tangential direction to contact surface.

$$K_{i,j} = (2/3)[R_i R_j / (R_i + R_j)]^{1/2} [Y / (1 - \nu^2)] \quad (5)$$

$\Delta_{i,j}^{1/2}$: (볼-볼간 충돌)

여기서, Y, ν 는 볼의 영률(Young's modulus), Poisson 비이다.

한편, 비 Newtonian dashpot의 점성력 $F_{v,i}$ 는 Kelvin 모델의 spring 요소에 비례하는 것으로 부터 다음 식을 얻을 수 있다.

$$F_{v,i} = C_i (d\Delta_{i,j} / dt) \quad (6)$$

여기서, C_i 은 점탄성에 해당하는 계수이며, t는 시간을 나타낸다. 밀내에 있어서 볼이 충돌할 때의 에너지 소비는 볼 및 시료분말의 비가역 변형, 즉 압축과정($d\Delta/dt > 0$)에 있어서 소성변형에 기초를 두었으며, 이는 밀내에 분쇄된 분말시료 등이 들어있는 경우에는 볼이 가지고 있는 운동에너지가 분체층에 의해 흡수되기 때문에 특히 현저하게 되는 것을 쉽게 예상할 수 있다. 따라서, 볼의 반발과정($d\Delta/dt < 0$)에서 점성력 F_v 은 0으로 해석하였다.

볼과 볼간의 충돌점에 작용하는 접선방향의 마찰력 $F_{f,i}$ 는 동마찰계수 μ 및 법선방향에 작용하는 점탄성력($F_{e,i} + F_{v,i}$)로 부터 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$F_{f,i} = \mu (F_{e,i} + F_{v,i}) \quad (7)$$

이상에서와 같이 볼이 충돌할 때의 작용력을 바탕으로 하여, 볼의 운동은 밀의 회전에 따른 볼의 중심의 병진운동과 회전운동으로 분리하여 해석하였다. 모델에서 볼의 운동에 대한 수치계산은 일반적으로 강체에 적용하는 Newton의 운동법칙을 기초로 하여 적용하면 다음과 같은 식으로 계산할 수 있다.

병진운동;

$$M_i (d^2 x_i / dt^2) = \sum_j F_{x,i,j} \quad (8)$$

$$M_i (d^2 z_i / dt^2) = \sum_j F_{z,i,j} - M_i g \quad (9)$$

$$I_i (d^2 \eta_i / dt^2) = \sum_j R_i F_{\eta,i,j} \quad (10)$$

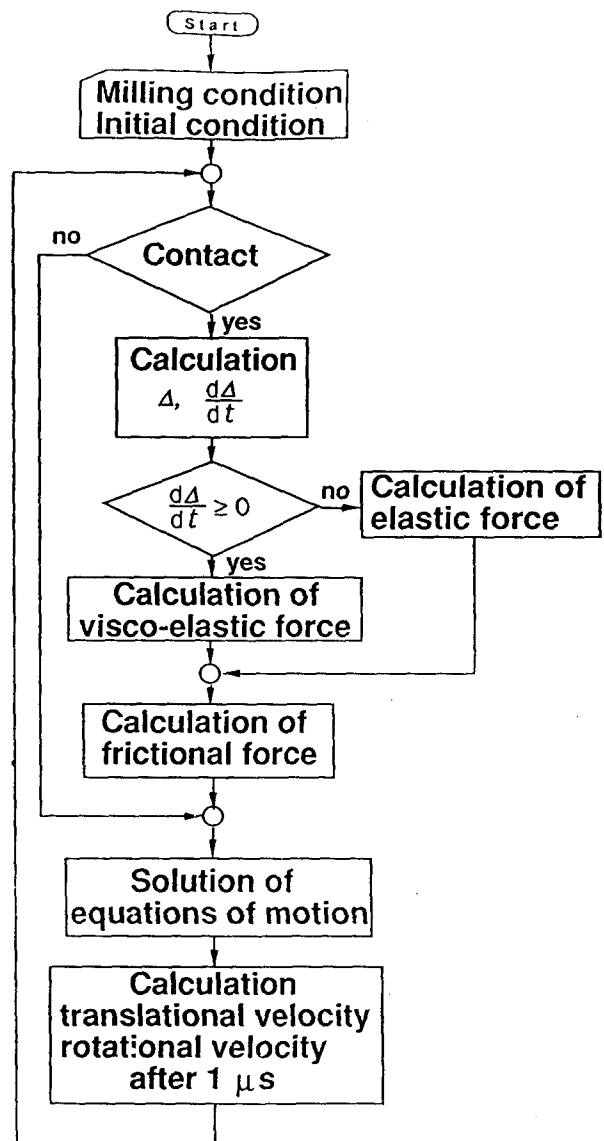


Fig. 4. Flow chart of model simulation used for computing the ball motion during tumbling ball milling.

여기서, F_{x_i} 와 F_{z_i} 는 충돌하는 볼 i, j 간에 작용하는 탄성력, 점성력, 마찰력의 합인 x, z 성분이다. 또한, M_i 는 볼 i 의 질량, g 는 중력가속도이다. 특히, I_i, η_i 는 각각의 볼 i 의 관성 모멘트 및 회전각속도이다. 계산과정을 Fig. 4에 나타내었다. 계산은 먼저 밀이 정지상태에서 볼군의 x, z 좌표(위치)를 임의로 하여, 볼군이 안정한 상태로 충전될 때까지 계산하였다. 다음은 볼군이 안정한 상태에서 밀을 소정의 회전속도로 회전했을 때 각 볼의 운동을 차분화한 (8)~(10)식을 단순 Euler 법¹²⁾에 의해 시간 증가분 $1/\Delta$ 로 축차미분하여 최대 10초까지의 볼의 운동을 구했다.

3. 검증 실험

검증실험에 사용된 회전 밀은 직경 150mm, 길이 150mm의 스테인레스 재료(SUS 304)이며, 밀의 두께는 두께 5mm의 투명한 아크릴 재료를 사용하였다. 여기에 직경 25mm의 철재 볼을 소정의 충진율 J 이 되도록 충전하고($J=0.2, 0.4, 0.6$), 밀의 회전속도 N 을 72~144rpm의 범위에서 변화시켜(임계 회전속도=120rpm), 밀내에 있어서의 볼의 운동을 관찰하였다. 본 검증실험에서는 분쇄시료를 넣지 않은 상태에서 회전하는 밀내의 볼군이 어떤 운동을 하는지에 대하여 중점적으로 관찰하였다. 밀내에 있어서 볼군의 운동은 카메라를 부착한 VTR에 의하여 기록하였다. 한편, 점성계수 Cr 은 검증실험에 사용한 밀과 볼을 고려하여 스테인레스 강관(두께 8mm)에 대하여 강구(직경 25mm)의 낙하실험에서 얻어진 반발계수에 대응하는 운동에너지 소비로부터 구했다.

4. 결과 및 고찰

4.1 파라메타의 결정

시뮬레이션에 사용된 파라메타를 구하여 Table 1에 나타내었다^{13,14)}. 표에서 $(Cr/\Delta^{1/2})$ 의 값은 $3 \times 10^5 kg/m^{1/2}$ 로 하였으며, 이는 다음과 같은 실험치와 계산 결과가 일치하는 것으로 부터 결정된 것이다. Fig. 5는 충돌속도 1m/s인 2개의 볼이 충돌하는 경우에 $(Cr/\Delta^{1/2})$ 를 파라메타로서 발생하는 충격력 F 와 그때의 접근거리 Δ 와의 관계를 나타낸

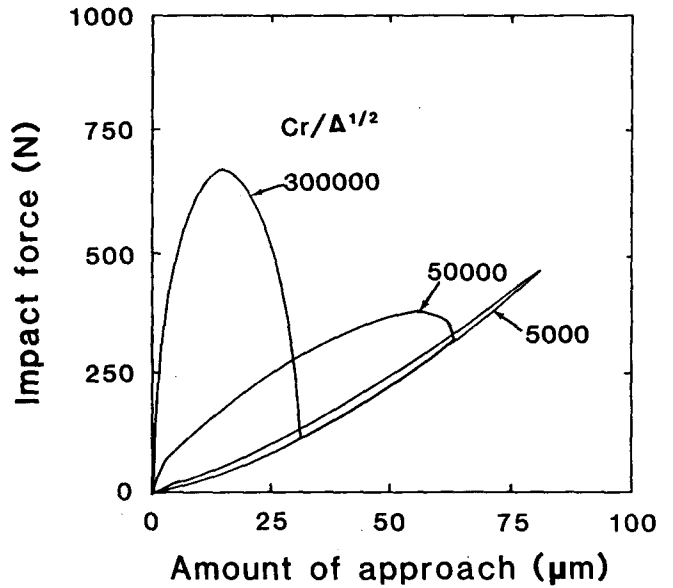


Fig. 5. Impact force as a function of amount of approach of a ball impacting against mill shell at 1m/s with a parameter of $Cr/\Delta^{1/2}$.

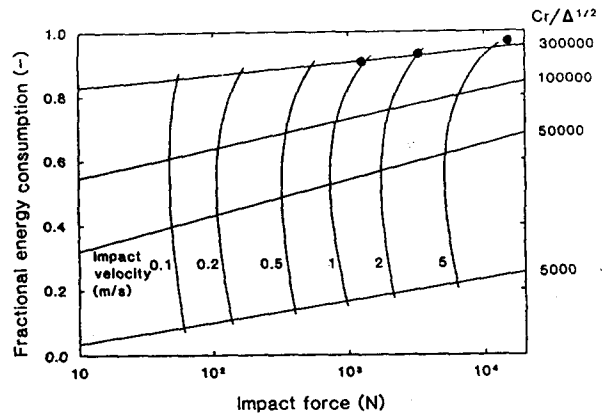


Fig. 6. Fractional energy consumption as a function of the impact force with parameters of $Cr/\Delta^{1/2}$ and impact velocity.

다. 이 그림에 있어서 히스테리시스 loop이 되는 것은 모델

Table 1. Data used in model simulation and experimental work.

* Mill diameter(stainless steel), $2R(d)$	150mm
* Ball diameter(steel), $2R(d)$	25mm
* Ball charge fraction, J	0.2, 0.4, 0.6
* Actual rotational speed, N	72~144rpm
* Critical speed, N_c	120rpm
• Density of ball, ρ	7870kg/m ³
• Dynamic friction coefficient, μ	0.42
• Young's modulus, Y	21.5×10^{10} Pa
• Poissin's ratio, ν	0.30
• Coefficient of viscosity, $Cr/\Delta^{1/2}$	300000kg/m ^{1/2} s ⁻¹

* : Operational condition

• : Physical and mechanical properties of balls and mill

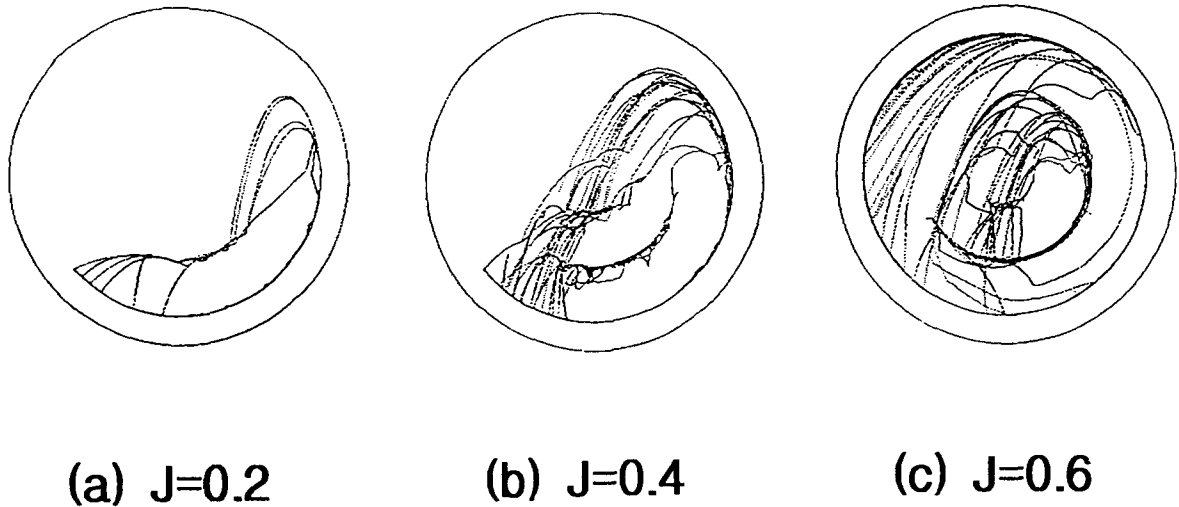


Fig. 7. Balls' trajectories simulated during milling for a constant mill speed at $N/N_c = 1.0$.

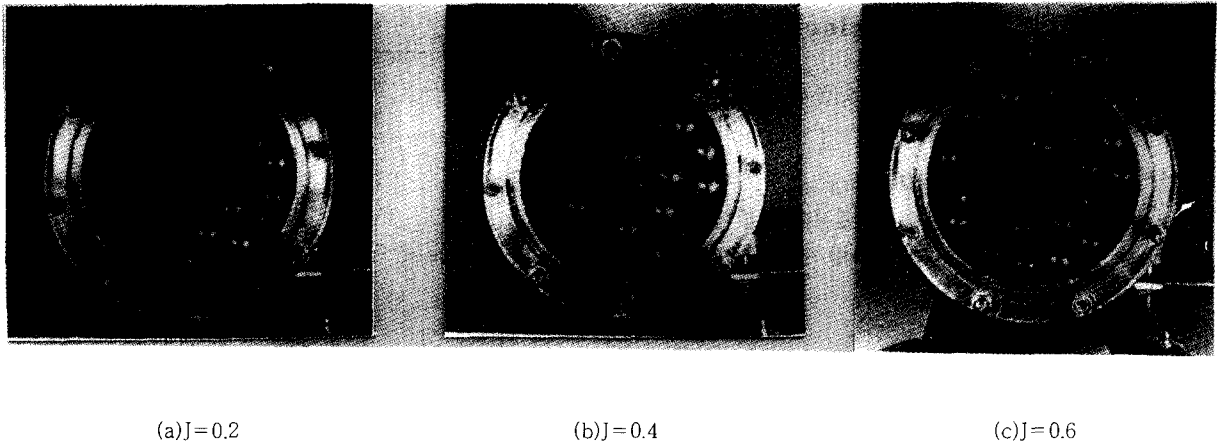


Fig. 8. Photographs showing actual motion of balls during milling for a constant mill speed at $N/N_c = 1.0$.

이 점탄성체이기 때문이며, 그 히스테리시스 loop내의 영역은 충돌하는 동안의 에너지 소비율을 결정한다. 이 에너지 소비율과 충격력과의 관계를 충돌속도 및 $(Cr/\Delta^{1/2})$ 를 파라미터로서 표시하면 Fig. 6과 같이 된다. 스테인레스 강관에 대하여 강구의 낙하시험에서 얻어진 운동에너지 손실값을 ●로 표시하였다. 이 그림으로부터 강구의 충돌속도가 1, 2, 5m/s에 대하여 구한 운동에너지 소비율의 실측치는 $(Cr/\Delta^{1/2}) = 3 \times 10^5 \text{kg/m}^{1/2}$ 의 계산의 직선상에 위치하고 있는 것을 알 수 있다. 이로부터, $(Cr/\Delta^{1/2})$ 의 값을 $3 \times 10^5 \text{kg/m}^{1/2}$ 로 하였다. 또한, 본 시뮬레이션에서는 밀내에 분쇄 시료를 넣지 않은 상태에서의 볼군의 운동에 대한 해석이지만, 시료가 들어있는 경우에는 시료 분체층을 고려한 반발 계수의 측정으로부터 $(Cr/\Delta^{1/2})$ 을 측정할 필요가 있으며, 그외의 파라미터에 대해서도 적절한 측정이나 가정에 의해 결정할 필요가 있다.

4.2 볼군의 운동궤적

Fig. 7은 밀의 회전속도 N 를 임계 회전속도 $N_c (=42.3/(D-d)^{1/2}; D=\text{밀의 내경}, d=\text{볼의 직경}; \text{본 실험에서는 } N_c = 120\text{rpm})^{15})$ 로 고정하여, 볼의 충진율을 $J=0.2, 0.4, 0.6$ 으로 변화시킨 경우에 있어서, 시간 $t=0\sim 3\text{s}$ 까지의 볼군

의 2차원 운동궤적에 대한 계산결과를 나타낸다. 이 그림으로부터 알 수 있듯이, $J=0.2$ 에서는 밀내의 오른쪽의 윗부분까지 올라갔다 굴러내리는 운동(cascading motion)의 궤적을 나타내며, 대부분의 볼은 밀이 회전함에 따라 벽면에서 진자의 운동과 같은 운동(surging motion)이 된다. $J=0.4$ 에서의 볼의 운동은 상호간에 충돌 및 낙하운동(cataracting motion)하는 궤적을 나타내며, 볼간에 충격 작용이 잘 일어나고 있는 것을 예상할 수 있다. $J=0.6$ 이 되면, 처음에는 많은 볼이 비산하며 낙하하는 궤적을 보였으나, 이 볼들은 회전하는 밀에서 볼의 양이 많아져서 밀의 벽면에 쌓이는 효과 때문에 밀의 회전시 볼이 밀의 벽면에 붙어서 함께 회전하는 운동(rolling motion)을 한다. 여기에서 얻어진 계산결과에 대하여 실험에 의하여 검증한 결과의 예를 Fig. 8에 나타내었다. 단, 실험에서는 3차원 운동이다. 계산에서는 볼의 운동이 2차원 모델에 기초를 두고 있는 한편, 검증실험에서는 3차원 운동이기 때문에 이 검증이 타당하지는 않지만, Fig. 8에 나타난 볼군의 운동은 Fig. 7에 나타난 이들의 궤적의 계산결과와 잘 대응하고 있는 것을 알았다. 이와같이, 본 시뮬레이션에 의해 밀의 회전속도가 동일하여도 볼의 충진상태에 따라 볼군의 운동궤

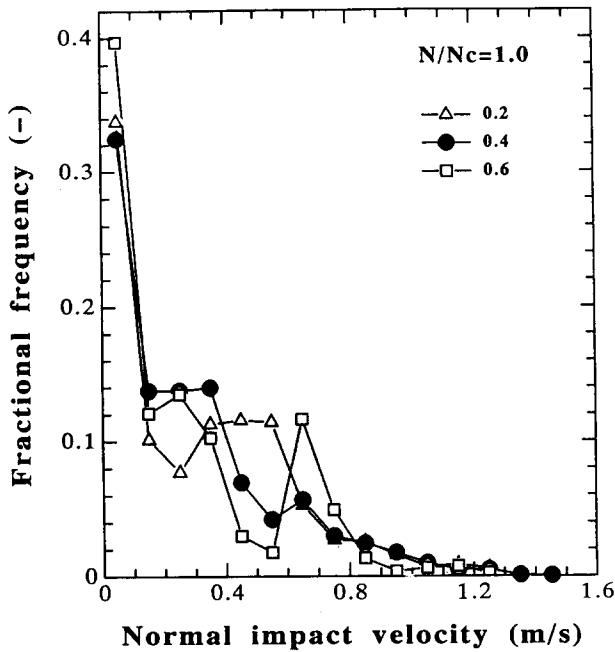


Fig. 9. Distribution of normal impact velocity of a ball for different ball charge fractions at $N/N_c=1.0$.

적이 변화하는 것을 알 수 있었다. 또한 정확하지는 않지만, 어느 정도 본 시뮬레이션에 의해 실제의 회전 볼밀내에 있어서의 볼군의 2차원적 운동을 예측할 수 있다는 것이 확인되었다.

4.3 충돌속도 및 운동에너지

Fig. 9는 밀의 임계회전속도에서 볼의 충전율을 변화시킨 경우에 있어서 볼 1개당의 법선방향 충돌속도 분포를 나타낸다. 이 그림으로부터, 볼의 충전율에 따른 차이는 명확하지는 않지만, 충돌속도가 작은 곳에서는 빈도가 높고, 속도의 증가에 따라 빈도가 급격히 감소하는 경향을 보였다. 각각의 충전율에 있어서의 특징으로서, $J=0.2$ 에서는 충돌속도 $0.3\sim 0.7\text{m/s}$ 의 범위에서 높은 빈도를 나타내고 있지만, 그 외의 범위에서는 $J=0.4$ 의 경우에서와 거의 같은 양상을 보였다. 또한, $J=0.4$ 에서는 빠른 충돌속도가 있지만, 낮은 속도 범위에서는 $J=0.2$ 와 0.6 의 중간 빈도를 나타내고 있다. $J=0.6$ 에서는 충돌속도 0.7m/s 부근이 높은 빈도를 나타내고 있지만, 전체적으로 낮은 값을 나타내고 있다. 여기에는 나타내지 않았지만, 접선방향에 있어서의 속도분포도 같은 경향을 보였다. 이들의 볼 1개당의 충돌속도의 2성분의 각각의 평균치에 대하여 고정된 밀의 회전속도($N/N_c=1.0$)에서의 볼의 충전율 및 고정된 볼의 충전율($J=0.4$)에서의 밀의 회전속도의 영향을 Fig. 10(a), (b)에 나타 내었다. Fig. 10(a)로부터 알 수 있듯이, 접선 및 법선방향의 속도 평균치는 볼의 충전율의 증가와 함께 감소하지만, 감소 정도는 접선방향의 충돌속도의 성분이 상대적으로 컸다. 이는 일정한 밀의 회전속도에서는 볼의 충전율이 적을수록 1개의 볼의 자유도가 커져서, 볼 상호간의 간섭이 적게되는 것으로 생각할 수 있다. 한편, Fig. 10(b)에서의 법선방향의 속도성분의 평균치는 밀의 회전속도의

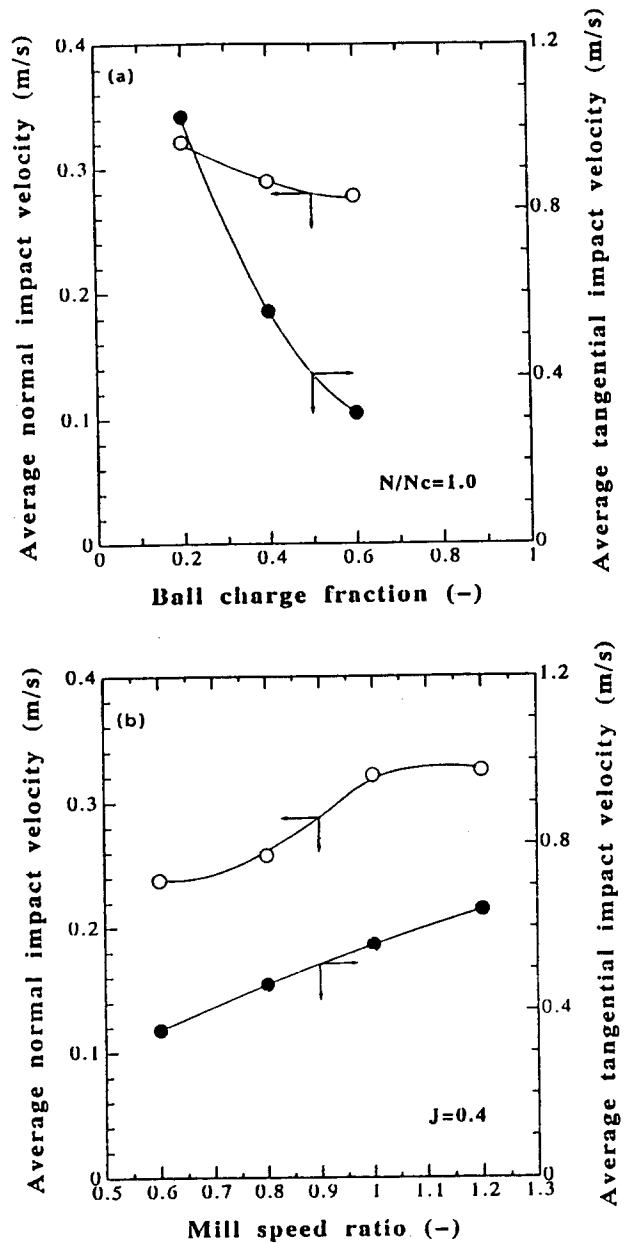


Fig. 10. Average values of normal and tangential impact velocity components as functions of ball charge fraction and mill speed ratio.

증가와 함께 증가하지만, 임계회전속도 이상에서는 거의 일정하게 되며, 그 속도 이상에서는 볼간에 있어서 압축력이 잘 일어나지 않는 것을 나타내고 있다. 이에 대하여 접선방향의 속도성분의 평균치는 밀의 회전속도의 증가와 함께 증가하여 임계회전속도 이상에 있어서도 그 경향은 변하지 않는다. 이는 밀의 회전속도가 증가하면 볼군 전체의 움직임이 rolling motion으로서 기여하고 있는 것을 말해 주고 있다.

볼의 2차원 속도성분의 합력과 볼의 질량으로부터 볼의 운동에너지가 얻어진다. Fig. 11은 $N/N_c=1.0$ 에서 볼의 충전율의 변화에 따른 볼 1개당의 운동에너지 분포를 나타낸다. 이 그림에서 알 수 있듯이, 어떤 충전율에 대해서도 분포형태는 최대빈도가 $10^{-3}\sim 10^{-2}\text{J}$ 부근이다. 또한, $J=0.2$,

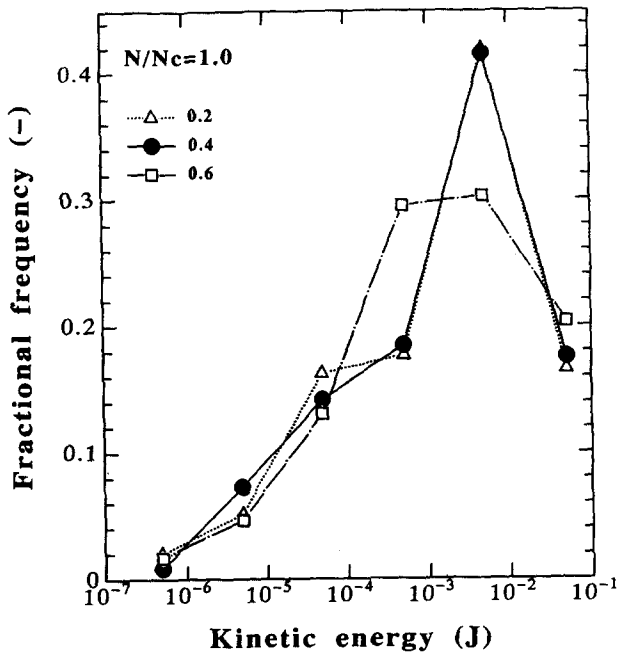


Fig. 11. Kinetic energy distribution of a ball for different ball charge fractions at $N/N_c=1.0$.

0.4에서의 전체적인 분포형태는 거의 같은 양상을 보이고, $J=0.6$ 과는 약간 달랐다. 본 시뮬레이션에 의한 운동에너지 분포는 밀의 형태 등이 다르기 때문에 직접 비교는 되지 않지만, Hashimoto에 의해 실제 측정된 분포의 형태와 대응하고 있다¹⁶⁾. 이것으로부터, 종래에는 측정이 매우 곤란했던 밀내에 있어서의 볼의 운동에너지 분포가 본 시뮬레이션에 의해 어느 정도 예측이 가능할 것으로 생각된다. Fig. 12(a), (b)는 각각의 평균 볼 운동에너지와 전 볼 운동에너지에 대한 볼의 충전율($N/N_c=1.0$ 일정) 및 밀의 회전속도($J=0.4$ 일정)의 영향을 나타낸다. Fig. 12(a)로부터, 평균 볼 운동에너지는 충전율이 작을수록 공간적 자유도가 커지기 때문에 크게 증가하지만, 전체의 운동에너지는 볼의 수가 증가하는 높은 볼의 충전율이 될수록 크게 된다. 한편, 밀의 회전속도의 영향에 대해서는 항상 볼의 운동에너지도 밀의 회전속도의 증가와 함께 크게되며, 임계회전속도 이상에 대해서도 그 경향은 변하지 않는다. 임계회전속도 이상에서는 법선방향의 속도성분의 증가는 없지만, 접선방향의 속도성분은 밀의 회전속도에 따라 함께 커지며, 그 결과로 운동에너지가 증가한 것으로 생각된다.

5. 결 론

본 연구에서는 DEM에 의한 회전 볼밀내에 있어서 볼의 2차원 운동의 시뮬레이션을 행했다. 그 결과로 다음과 같은 결론을 얻었다.

- 1) 본 모델 시뮬레이션에 의해 2차원적인 회전 볼밀내에 있어서의 볼군의 운동궤적을 어느 정도 예측할 수 있었다.
- 2) 볼의 법선방향 및 접선방향의 속도성분은 볼의 충전율 및 밀의 회전속도의 영향을 받았다.
- 3) 본 시뮬레이션에 의해 볼밀내에 있어서의 볼군의 충

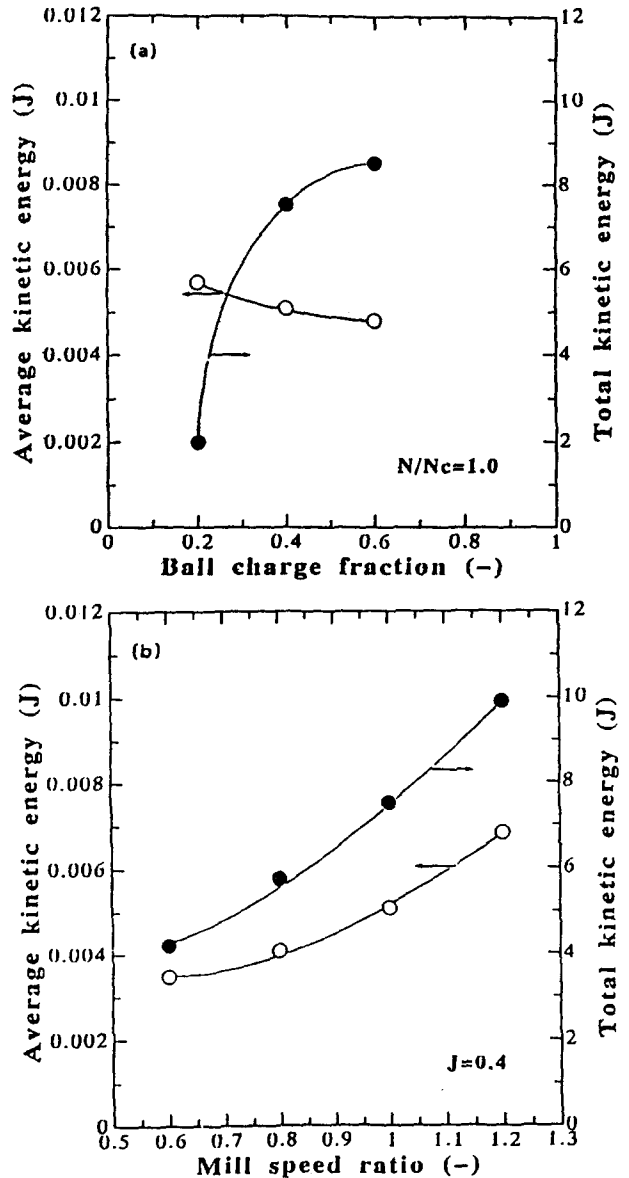


Fig. 12. Average values of kinetic and total kinetic energies as functions of ball charge fraction and mill speed ratio.

돌속도분포 및 운동에너지분포의 예측이 가능했다.

4) 평균 볼의 운동에너지는 볼의 충전율이 낮을수록 크게되며, 밀의 회전속도의 증가와 함께 증가했다.

기 호 표

D : 밀의 내경	[m]
d : 볼의 직경	[m]
C_s : 점성계수	[kg/s]
dt : 시간미분	[s]
$F_{e,ij}$: 볼 i, j의 충돌에 있어서의 탄성반발력	[N]
$F_{f,ij}$: 볼 i, j의 충돌에 있어서의 마찰력	[N]
$F_{v,ij}$: 볼 i, j의 충돌에 있어서의 점성력	[N]
$F_{x,i}, F_{z,i}$: 볼 i, j의 충돌에 있어서 작용하는 힘의 x, z 성분	[N]
g : 중력가속도	[m/s ²]

I_i : 볼 i 의 관성모멘트	[Nms ²]	47 (1979).
J : 볼의 충전율	[-]	5. 橋本等, 渡辺龍三, 朴容浩, 粉體及び粉末冶金, 38, 37 (1991).
K : 강성율	[N/m]	6. H. Hashimoto and R. Watanabe, Materials Transactions, JIM, 31, 219 (1990).
M_i : 볼 i 의 질량	[kg]	7. 橋本等, 朴容浩, 渡辺龍三, 粉體及び粉末冶金, 36, 668 (1989).
N : 밀의 회전속도	[rpm]	8. B.K. Mishra and R.K. Rajamani, KONA, 8, 92 (1990).
N_c : 임계 회전속도 ($=42.3/(D-d)^{1/2}$)	[rpm]	9. 横山豊和, 田村希志臣, 化學工學論文集, 17, 1026 (1991).
R : 볼의 반경	[m]	10. 横山豊和, 臼井洋, 神保元二田, 田村希志臣, 化學工學論文集, 18, 78 (1992).
R_c : 밀내의 반경	[m]	11. S.P. Timoshenko and J.N. Goodier, Theory of Elasticity, 3rd ed., pp.409, McGRAW-HILL, New York, (1970).
vx_i : 볼 i 의 x좌표 속도성분	[m/s]	12. S.D. Conte and C. Boor, Elementary Numerical Analysis, pp.356, McGRAW-HILL, New York, (1980).
vz_i : 볼 i 의 z 좌표 속도성분	[m/s]	13. H.E. Rosa and R.M.E. Sullivan, A Treatise on the Internal Mechanics of Ball, Tub and Rod Mills, pp. 213, London, (1958).
t : 시간	[s]	14. 化學工學便覽, 化學工學會編, pp.1320, 丸善, 東京, (1968).
(x, z) : x, z 좌표		15. 粉工學便覽, 粉工學會編, pp.510, 日刊工業, 東京, (1987).
Y : 영율	[Pa]	16. 橋本等, 八嶋三郎, 粉體及び粉末冶金, 36, 885 (1989).
Δ : 접근거리	[m]	
η : 볼의 회전각속도	[rad/s]	
μ : 동마찰계수	[-]	
ν : Poisson 비	[-]	
ρ : 볼의 밀도	[kg/m ³]	
ω : 밀의 회전각속도	[rad/s]	

참 고 문 헌

1. 田中達夫, 粉體工學ハンドブック, pp.344, 井伊谷鋼一編(朝倉書店), (1965).
2. R.T. Hukki, Transaction AIME (Mining Eng.), May, 581 (1958).
3. 片岡昭夫, 大野輝夫, 後 正美, 青山昭雄, 鈴木孝夫, 日本鑛業會誌, 100, 334 (1984).
4. P.A. Cundall and O.D. L. Strack, Geotechnique, 29,