

특성모드 이론을 이용한 주기적인 축방향 슬롯이 있는 동축선로 도파관 구조의 산란특성 : TE의 경우

Scattering of Coaxial Waveguide with Periodic Axial Slots Using Characteristic Mode Theory : TE Case

尹利虎 · 趙榮基

Li-Ho Yun · Young-Ki Cho

요 약

주기적인 축방향 슬롯이 있는 동축선로 도파관 구조에 TE 편파가 입사될 때 특성모드 이론(characteristic mode theory)을 사용하여 가중 고유방정식(weighted eigenvalue equation)을 유도하고, 일반적인 수치방법으로 특성값(characteristic values)과 특성전류(characteristic currents)를 구하여 미지의 등가 자기전류, 산란패턴과 RCS(radar cross section)를 구하였다. 그리고 이 수치 결과들을 모멘트법을 이용하여 구한 결과들과 각각 비교하여 특성모드에 의한 해석방법의 타당성을 보였다.

Abstract

The theory of characteristic modes for coaxial waveguide with periodic axial slots is used to derive the weighted eigenvalue equation for calculating the characteristic values and the characteristic currents. Once the characteristic values and the characteristic currents are obtained, the important quantities such as the equivalent magnetic current, radiation patterns, and RCS are determined.

Numerical results of the equivalent magnetic currents, radiation patterns, and RCS are compared with those obtained by use of the method of moments. A fairly good correspondence is observed between them.

I. 서 론

무한히 긴 도체실린더 구조에 유전체층을 매우 얇게 코팅(coating)하고 유전체층의 두께와 상대 유전율을 가변함으로써 적절하게 RCS를 감소하고자 하는 연구의 일환으로 최근에 도체실린더의 유전체층 위에 주기적인 스트립 격자를 배열하고 스

트립 격자의 주기와 스트립폭 그리고 유전체층의 두께와 상대유전율을 가변하면서 RCS 특성을 조사하는 방법이 발표되었다^[1].

또한 이와는 별도로 특성모드 이론을 이용하여 도체 실린더 또는 동축선로 도파관에 축방향 슬롯이 있는 구조의 전자기 산란 및 결합문제를 해석하는 방법이 발표되었다. 한 예로써 Hajj 등은 도체 실린더에 단일슬롯^[2] 또는 여러 개의 축방향 슬롯

경북대학교 전자공학과(Dept. of Elec. Eng. Kyungpook Nat'l Univ.)

· 논문 번호 : 970822-054

· 수정완료일자 : 1997년 10월 24일

이 있는 구조^[3]를 특성모드 이론으로 해석하였고, 동축선로 도파관에 축방향 슬롯이 있는 구조를 특성모드 이론으로 해석하여 발표한 바 있다^[4].

본 논문에서는 유전체층만으로 얇게 코팅된 도체 실린더 구조의 경우에 비하여 보다 RCS 특성을 더욱 감소시킬 수 있는 특정한 파라미터들을 갖는 동축선로 도파관의 외부도체면에 주기적인 축방향 슬롯이 있는 구조에 대해서 특성모드 이론을 이용하여 가장 고유방정식을 세우고 일반적인 수치방법^[5]으로 몇 개의 특성값과 특성전류를 구한다음 미지의 등가자기전류, 복사패턴, RCS 등을 계산하고 이 결과들을 모멘트법으로 구한 결과들과 비교하여 해석의 타당성을 확인하여 보았다

II. 본 론

무한한 길이의 동축선로 도파관의 윗면에 축방향으로 주기적인 슬롯이 있는 구조를 그림 1에 표시하였다. 이때 동축선로 도파관의 축은 z축이다. 동축선로 도파관의 내경과 외경은 각각 a, b이고, 슬롯의 주기는 p, 슬롯폭은 d이다. 동축선로 영역(영역 (I))은 상대유전율 ϵ_r 로 채워져 있고 외부영역(영역 (II))은 자유공간이다.

원통좌표계 (ρ, ϕ, z)에서, 크기가 1인 TE 편파된 입사파가 임의의 입사각 α 로 입사한다고 가정하

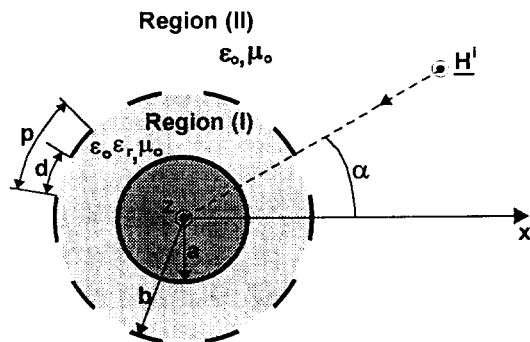


그림 1. 구조와 좌표계

Fig. 1. Geometry of the problem and coordinate system.

면 이는

$$\begin{aligned} \underline{H}^i &= \hat{z}_0 e^{jk_0 \rho \cos(\phi - \alpha)} \\ &= \hat{z}_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n J_n(k_0 \rho) e^{jn \cos(\phi - \alpha)} \end{aligned} \quad (1)$$

로 주어진다. 여기에서 k_0 는 자유공간의 파수이고, $J_n(\cdot)$ 은 n차 Bessel 함수이다.

원래의 문제에 등가원리를 적용하면 즉, 슬롯영역을 완전도체로 막고 각 영역의 슬롯영역을 등가 자기전류 \underline{M} 으로 대체하면 각 영역에서의 총 자장 성분을 기술할 수 있다.

먼저 영역 (II)에서 반사자장은 $\rho=b$ 일 때 총 자장의 접선성분에 대한 경계조건을 부과하면 구할 수 있고, 슬롯이 단락된 총자장 성분(short-circuited magnetic field)은 입사파와 반사파의 합으로 주어지는데 이는

$$\begin{aligned} \underline{H}^{\text{tot}} &= \underline{H}^{\text{inc}} + \underline{H}^{\text{ref}} \\ &= \hat{z}_0 \sum_{n=-\infty}^{\infty} j^n \left[J_n(k_0 \rho) - \frac{J_n'(k_0 b)}{H_n^{(2)}(k_0 b)} \right. \\ &\quad \left. \cdot H_n^{(2)}(k_0 \rho) \right] e^{in(\phi - \alpha)} \end{aligned} \quad (2)$$

로 주어지고, 여기에서 $J_n(\cdot)$ 과 $H_n^{(2)}(\cdot)$ 은 각각 n차 Bessel 함수와 Hankel 함수이고, $J_n'(x)$ 과 $H_n^{(2)'}(x)$ 은 각각 x에 대한 미분을 의미한다.

다음으로 슬롯영역의 등가자기전류 \underline{M} 에 기인하는 각 영역에서의 자장의 z 성분은 각각

$$H_z^I(M_z) = j \frac{k_1 b}{\eta_1} \int_{-\pi}^{\pi} M_z(\phi') G_1(\rho, \phi; b, \phi') d\phi' \quad (3)$$

$$H_z^{II}(M_z) = -j \frac{k_0 b}{\eta_0} \int_{-\pi}^{\pi} M_z(\phi') G_2(\rho, \phi; b, \phi') d\phi' \quad (4)$$

으로 주어진다. 여기에서 k_1 은 영역 (I)의 파수이

고, η_0 와 η_1 은 자유공간과 도파관 영역의 특성임피던스이고, $G_1(\rho, \phi; b, \phi')$ 과 $G_2(\rho, \phi; b, \phi')$ 는 각각 영역 (I)과 (II)의 그린함수이며 이에 대한 표현식은 참고문헌 [4]의 식 (6)과 (11)에 상세하게 기술되어 있다.

등가자기전류를 미지수로 하는 적분방정식을 유도하기 위해서 $\rho = b$ 일 때 총자장의 접선 성분이 연속이라는 경계조건을 부과하여 정리하면

$$-\frac{1}{2\pi j} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{\eta_1} \frac{\Phi_n(k_1 b)}{\Phi_n'(k_1 b)} - \frac{1}{\eta_0} \frac{H_n^{(2)}(k_0 b)}{H_n'^{(2)}(k_0 b)} \right] \int_{-\pi}^{\pi} M_z(\phi') e^{-jn\phi'} d\phi' e^{jn\phi} = \frac{2j}{\pi k_0 b} \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{j^n}{H_n'^{(2)}(k_0 b)} e^{jn(\phi-x)} \quad (5)$$

로 주어진다. 여기에서 $\Phi_n(k_1 b)$ 과 $\Phi_n'(k_1 b)$ 은 참고문헌 [4]의 식 (7)에 기술되어 있다.

특성모드 이론(Characteristic mode theory)으로 식 (5)와 같은 형태를 갖는 적분방정식의 근사해를 구하기 위하여 먼저 식 (5)를 operator 방정식 $Y(M) = I$ 의 형태로 놓고 어드미턴스 operator $Y(M)$ 의 실수부분 $G(M)$ 과 허수부분 $B(M)$ 을 각각 취한다. 계속해서 두 operator $G(M)$ 과 $B(M)$ 을 실수의 고유함수 또는 특성전류의 모드해(modal solution)로 표현하면 두 operator는 서로 직교성질(orthogonality)을 만족하게 된다. 따라서 m번째 특성전류의 향으로 표현되는 각 operator들은

$$Y(M_m) = G(M_m) + jB(M_m) \quad (6)$$

$$G(M_m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{X_n \cos n\phi}{\eta_1} - \frac{Y_n \cos n\phi - Z_n \sin n\phi}{\eta_0} \right] \int_{-\pi}^{\pi} M_m(\phi') \cos n\phi' d\phi' + \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{X_n \sin n\phi}{\eta_1} - \frac{Y_n \sin n\phi + Z_n \cos n\phi}{\eta_0} \right]$$

$$\int_{-\pi}^{\pi} M_m(\phi') \sin n\phi' d\phi' \quad (7)$$

$$B(M_m) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{X_n \sin n\phi}{\eta_1} - \frac{Y_n \sin n\phi + Z_n \cos n\phi}{\eta_0} \right] \int_{-\pi}^{\pi} M_m(\phi') \cos n\phi' d\phi' - \sum_{n=-\infty}^{\infty} \left[\frac{X_n \cos n\phi}{\eta_1} - \frac{Y_n \cos n\phi - Z_n \sin n\phi}{\eta_0} \right] \int_{-\pi}^{\pi} M_m(\phi') \sin n\phi' d\phi' \quad (8)$$

으로 주어지고, 여기에서 X_n, Y_n, Z_n 은 각각

$$X_n = \frac{J_n'(k_1 a) N_n(k_1 b) - J_n(k_1 b) N_n'(k_1 a)}{J_n'(k_1 a) N_n'(k_1 b) - J_n'(k_1 b) N_n'(k_1 a)} \quad (9)$$

$$Y_n = \frac{J_n(k_0 b) J_n'(k_0 b) - N_n(k_0 b) N_n'(k_0 b)}{J_n'^2(k_0 b) + N_n'^2(k_0 b)} \quad (10)$$

$$Z_n = \frac{2}{\pi k_0 b} \frac{1}{J_n'^2(k_0 b) + N_n'^2(k_0 b)} \quad (11)$$

이며, $N_n(\cdot)$ 은 n차 Newmann 함수이다. 이 operator들은

$$\begin{aligned} \langle M_r, Y(M_m) \rangle &= y_m \delta_{rm} \\ \langle M_r, G(M_m) \rangle &= \delta_{rm} \\ \langle M_r, B(M_m) \rangle &= b_m \delta_{rm} \end{aligned} \quad (12)$$

의 직교성질을 만족하는데, 여기에서 $y_m (= 1 + jb_m)$ 은 복소 고유값이고, b_m 은 실수 고유값이며 δ_{rm} 은 $r=m$ 일 때만 1이고 그외는 0이다.

그리고 일반화된 고유방정식을 도입하면 이는

$$Y(M_m) = y_m G(M_m) \quad (13)$$

으로 정의되고 이 식에 식 (12)의 직교성질을 적용

하면 m번째 특성전류의 항으로 표현된 다음과 같은 가중 고유방정식(weighted eigenvalue equation)을 얻을 수 있다.

$$B(M_m) = b_m G(M_m). \quad (14)$$

고유 행렬방정식을 얻기 위하여 특성전류를 펄스 기저함수의 항으로 가정하면 이는

$$M_m = \sum_{k=-N}^N \sum_{\ell=1}^{N_k} U_{mk\ell} f_{k\ell} \quad (15)$$

$$f_{k\ell} = \begin{cases} 1, & \phi_\ell < \phi < \phi_\ell + \Delta \\ 0, & \text{elsewhere} \end{cases}$$

으로 주어진다. 여기에서 N은 슬롯의 총 수, N_k 는 한 개 슬롯의 총 구분(segment)수, Δ 는 한 구분의 폭이며 ϕ_ℓ 은 k번째 슬롯의 ℓ 번째 구분의 중심좌표이고, $U_{mk\ell}$ 은 m번째 특성전류의 k번째 슬롯의 ℓ 번째 구분의 미지의 실수계수이고, $f_{k\ell}$ 은 기저함수이다.

식 (15)를 식 (14)에 대입하고 Galerkin 방법으로 테스트하면 다음과 같은 행렬 고유방정식을 얻을 수 있다.

$$\sum_{k=-N}^N \sum_{\ell=1}^{N_k} U_{mk\ell} B_{rsk\ell} = b_m \sum_{k=-N}^N \sum_{\ell=1}^{N_k} U_{mk\ell} G_{rsk\ell}, \quad (16)$$

$$G_{rsk\ell} = \frac{Z_0}{\eta_0} \Delta^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{Z_n}{\eta_0} \frac{\cos n(\phi_s - \phi_\ell)(1 - \cos n\Delta)}{n^2} \quad (17)$$

$$B_{rsk\ell} = \left[\frac{X_0}{\eta_1} - \frac{Y_0}{\eta_0} \right] \Delta^2 + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \left[\frac{X_n}{\eta_1} - \frac{Y_n}{\eta_0} \right] \frac{\cos n(\phi_s - \phi_\ell)(1 - \cos n\Delta)}{n^2} \quad (18)$$

식 (16)을 일반적인 수치방법을 이용하여 풀면

특성값과 특성전류를 구할 수 있고 이로부터 슬롯에서의 등가자기전류와 복사패턴을 계산할 수 있으며 이에 대한 관계식들은 참고문헌 [4]의 식 (35) ~ (37)에 주어져 있다. 또한 RCS는

$$\sigma = 2\pi \lim_{\rho \rightarrow \infty} \rho \frac{|H_z^H + H_z^{ref}|^2}{|H_z^{inc}|^2} \quad (19)$$

로부터 구할 수 있다.

III. 수치해석 및 결과

주기적인 축방향 슬롯을 가지는 동축선로 도파관 구조에 TE 편파된 입사파가 임의의 각도로 입사할 때 특성모드 이론을 이용하여 전자기 산란특성을 해석하였다. 해석할 때 선택한 파라미터들은 코팅된 도체실린더 구조의 RCS 특성을 개선시키기 위하여 참고문헌 [1]에서 제안한 구조인 주기적인 축방향 슬롯이 있는 동축선로 도파관 구조의 여러 가지 파라미터들, 즉 내경 $a=1.5\lambda$, 두께 $b-a=0.002\lambda$, 상대유전율 $\epsilon_r=2.2$ 이고 슬롯폭 $d/p=0.5$ 인 경우이다.

위에서 선택한 파라미터들과 슬롯 수 $N=8$ 을 가정하여 주기적인 축방향 슬롯이 있는 동축선로 도파관 구조에 대해서 특성모드 이론으로 구한 근사해와 모멘트법으로 구한 결과를 비교한 오차와 컴퓨터 계산시간을 적절히 고려하여 한 개 슬롯의 구분(segment)의 수를 가변하면서 어떤 형태의 특성전류들이 우선적으로 나타나는가를 관찰하였다.

표 1은 단일 슬롯의 구분(segment)의 수를 증가하면서 계산한 특성값의 수렴도를 나타내었다. 특성값들이 작을수록 등가자기전류와 복사패턴에 주된 기여를 하므로 $m=7$ 개만 도시하였다. 또한 수렴도를 체크하여 구분의 수 $N_k=12$ 로 정하고 각 특성값에 대응하는 특성전류를 구하여 그림 2에 도시하였다. 이 특성전류들은 식 (15)에서 기저함수를 정의할 때 가장자리 조건을 만족하는 함수를 도입하지 않았으나 가장자리 조건을 잘 만족함을 관찰

표 1. 특성값 b_m 의 수렴도($a=1.5\lambda$, $b-a=0.002\lambda$, $\epsilon_r=2.2$, $d/p=0.5$, $N=8$, $\alpha=0^\circ$)

Table 1. Convergence of characteristic values b_m . ($a=1.5\lambda$, $b-a=0.002\lambda$, $\epsilon_r=2.2$, $d/p=0.5$, $N=8$, $\alpha=0^\circ$)

Segment 수	b_1	b_2	b_3	b_4	b_5	b_6	b_7
6	-0.23326	-0.11867	-0.03711	-0.03322	-0.00435	9.08842	108.1110
12	-0.24725	-0.12013	-0.06292	-0.03452	-0.00775	5.63064	100.9384
16	-0.25812	-0.13219	-0.08321	-0.03573	-0.00993	4.52124	93.21218

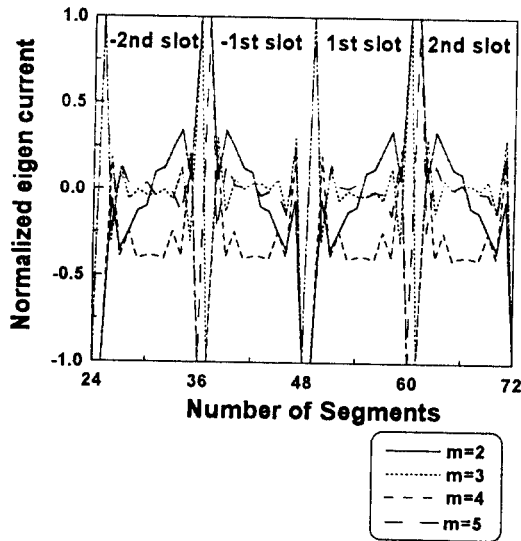


그림 2. 다섯개의 특성전류($a=1.5\lambda$, $b-a=0.002\lambda$, $\epsilon_r=2.2$, $d/p=0.5$, $N=8$, $\alpha=0^\circ$)

Fig. 2. The five characteristic currents. ($a=1.5\lambda$, $b-a=0.002\lambda$, $\epsilon_r=2.2$, $d/p=0.5$, $N=8$, $\alpha=0^\circ$)

할 수 있었다. 그리고 가장자리 부근에서 특성전류들의 급격한 변화는 유전체층의 두께($b-a=0.002\lambda$)가 자유공간 파장보다 매우 얇기 때문에 나타나는 현상이라고 사료되는데 실제로 유전체층의 두께가 증가되면 이러한 급격한 변화는 현저하게 감소된다.

그림 3은 위에서 구한 특성값과 특성전류로부터 미지의 등가자기전류를 구한다음 모멘트법으로 구한 결과와 비교한 것이다. 가장자리 부근에서 급격

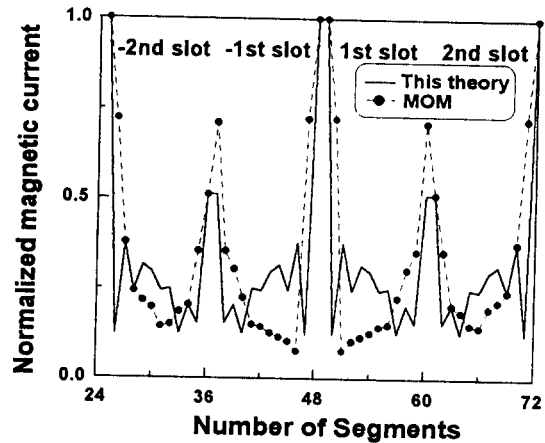


그림 3. 정규화된 등가자기전류($\alpha=0^\circ$)

Fig. 3. The normalized equivalent magnetic currents. ($\alpha=0^\circ$)

히 변하는 특성전류들의 기여가 그대로 나타나 약간의 차이가 있지만 비교적 잘 일치함을 알 수 있었다. 또 다른 이유는 수치해석시 계산시간과 근사해의 정확도를 확인한 다음 유한한 갯수의 특성전류만을 고려한 결과로 사료된다.

그림 4는 영역 (I)에서 입사각 $\alpha=0^\circ$ 일 때 5개의 특성전류로부터 특성패턴들(characteristic patterns)을 각각 구하여 도시한 것이다. 그림에서 각 특성패턴들은 고유의 복사각들을 가지고 있어서 입사각의 변화에 따라 각 특성패턴들의 크기가 상대적으로 달라짐을 알 수 있었다. 그림 5는 $\alpha=0^\circ$ 일 때 각 특성패턴의 상대적인 크기를 나타낸 것이다.

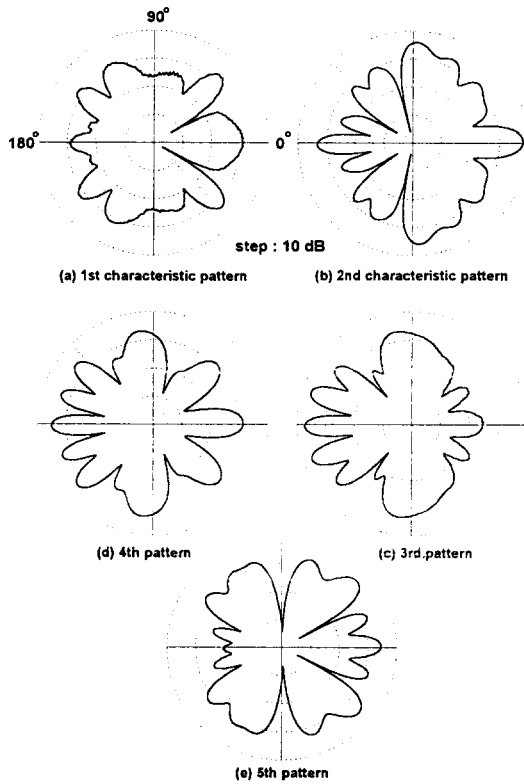


그림 4. 다섯개의 특성패턴 ($\alpha=0^\circ$)
 Fig. 4. The five characteristic patterns. ($\alpha=0^\circ$)

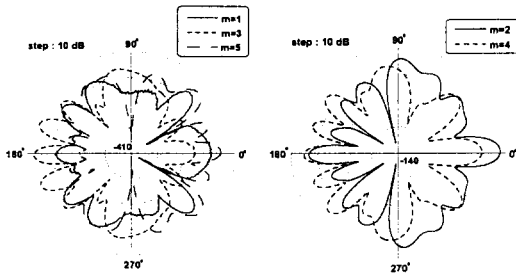


그림 5. 각 특성패턴의 상대적인 크기 ($\alpha=0^\circ$)
 Fig. 5. Relative amplitude of characteristic patterns. ($\alpha=0^\circ$)

1, 3, 5번째 특성패턴의 크기는 2, 4번째 특성패턴의 크기에 비해서 매우 작으므로 총 복사패턴은 2, 4번째 특성패턴에 의해서 결정된다는 사실을 확인

하였다. 만약 입사각 α 가 22.5° 일 때는 5개의 특성패턴의 크기가 서로 비슷하여 이들을 모두 고려하여 총 복사패턴을 결정하게 된다.

그림 6은 $\alpha=0^\circ$ 일 때 5개의 특성패턴으로부터 구한 총 복사패턴을 모멘트법으로 구한 결과와 비교한 것이다. 비교적 잘 일치함을 확인할 수 있었다. 또한 $\alpha=22.5^\circ$ 일 때 총 복사패턴을 그림으로 표시

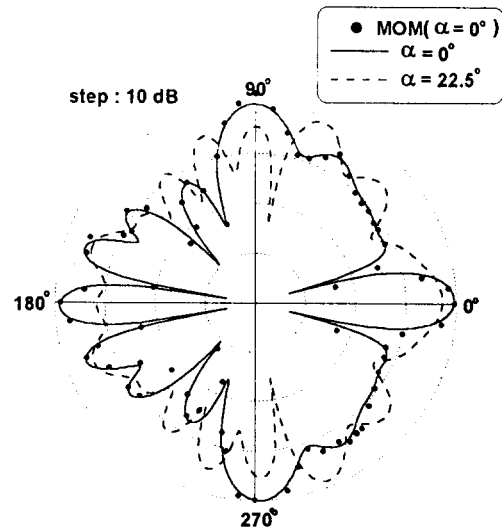


그림 6. 복사패턴 ($\alpha=0^\circ, 22.5^\circ$)
 Fig. 6. The radiation patterns. ($\alpha=0^\circ, 22.5^\circ$)

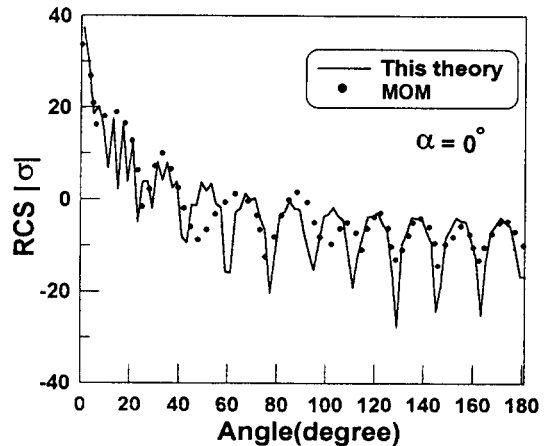


그림 7. RCS의 변화 ($\alpha=0^\circ$)
 Fig. 7. RCS variation. ($\alpha=0^\circ$)

하였다.

그림 7은 특성패턴으로부터 구한 식 (19)로 정의된 RCS의 변화를 모멘트법의 결과와 비교하여 도시한 것이다. 약간의 차이는 있으나 비교적 잘 일치함을 확인하였다.

IV. 결 론

동축선로 도파관의 외부 도체면에 주기적인 축방향 슬롯이 있는 구조에 TE 편파된 입사파가 임의의 각도로 입사할 때 특성모드 이론을 이용하여 전자기 산란문제를 해석하였다.

먼저 가중 고유 행렬방정식을 구한다음 Jacobi 방법을 이용하여 행렬방정식을 풀어 근사해의 정확도와 컴퓨터 계산시간을 적절히 고려하여 5개의 특성값과 특성전류, 특성패턴을 구하였다. 이로부터 등가자기전류와 총 복사패턴을 구하였고 모멘트법과 비교하여 비교적 잘 일치함을 확인하여 특성모드 해석방법의 타당성을 보였다. 각 특성패턴들이 특별한 복사각을 가지므로 입사각의 변화에 따라 이들의 상대적인 크기가 변화됨을 관찰하였다. 또한 특성패턴으로부터 구한 RCS의 변화를 모멘트법과 비교하였다.

참 고 문 헌

- [1] W. Hong and Z. Zhu, "Radar cross-section of dielectric-coated conducting cylinder loaded with periodic metallic strips using mixed SDM, CGM, and FFT : TE incidence," *IEE Proc. H*, vol. 140, no. 5, pp. 373-377, Oct. 1993.

- [2] A. E. Hajj, K. Y. Kabalan, and R. F. Harrington, "Characteristic modes of a slot in a conducting cylinder and their use for penetration and scattering, TE case," *IEEE Trans. Ant. and Propagat.*, vol. 40, no. 2, pp. 156-161, Feb. 1992.
- [3] A. E. Hajj and K. Y. Kabalan, "Scattering from and penetration into a dielectric-filled conducting cylinder with multiple apertures," *IEEE Trans. Electromagnetic Compatibility*, vol. 36, no. 3, pp. 196-200, Aug. 1994.
- [4] L. H. Yun and Y. K. Cho, "Characteristic modes of a longitudinal slot in the outer conductor of coaxial waveguide for scattering : TE case," *Journal of KITE*, 32-A(7), pp. 23-29, July 1995.
- [5] W. H. Press, S. A. Teukolsky, W. T. Vetterling, and B. P. Flannery, *Numerical recipes in FORTRAN*, Cambridge, KALA, 1992.

조 영 기

1978년 2월 : 서울대학교 전자공학과(공학사)
 1981년 8월 : 한국과학기술원 전기 및 전자공학과(공학석사)
 1981년 9월~현재 : 경북대학교 전자공학과 교수
 [주관심 분야] 안테나이론, 마이크로파공학, 전자기산란 및 전자기이론

윤 리 호



1989년 2월 : 경북대학교 전자공학과(공학사)
 1992년 2월 : 경북대학교 대학원 전자공학과 전파전공(공학석사)
 1993년 3월~현재 : 경북대학교 대학원 전자공학과 전파전공 박사

과정

[주관심 분야] 전자과산란, 안테나이론, EMI/EMC