

〈논 문〉 SAE NO. 97370109

상하향식 설계법을 이용한 자동차 배기시스템의 설계

Design of Automobile Exhaust Systems using a Top-Down Approach Design Methodology

고 병 갑*, 박 경 진**
B. K. Koh, G. J. Park

ABSTRACT

In the modern design technology, a component should be designed to fit into the overall system performance. A design methodology is developed to expedite the mechanical design of complex mechanical systems. The relation between the system design and component design is defined by a top-down approach and the results from the system design are utilized in the component design process. As a design example, an automobile exhaust system is selected for the system design and a bellows is chosen for a component design. Design methodology based on the top-down approach consists of five steps; (1) Analysis of service load, (2) Development of a lumped parameter, (3) Completion of the system design, (4) Selection of the component topology, (5) Completion of the component design. A method using an equivalent matrix is developed in order to determine unknown external forces in linear structural analyses. The bellows is also analyzed by the finite element method using a conical frustum shell element. Various experiments are performed to verify the developed theories. The top-down design approach is demonstrated by a design case using structural and shape optimization technology. Since the method is relatively simple and easy compared to other methods, it can be applied to the general design where system and component designs are involved simultaneously.

주요기술용어 : Top-Down Approach Design Methodology(상하향식 설계론), Exhaust System(배기 시스템), Bellows(벨로우즈), Optimization Method(최적화기법), Method using an Equivalent Matrix(등가행렬법)

*정회원, 한양대학교 기계기술연구소

**정회원, 한양대학교

1. 서 론

여러 부품들로 구성된 기계시스템의 설계에 있어 부품은 이 시스템의 성능에 적합하도록 설계되어야 한다. 즉, 부품만의 최적설계가 전체 시스템에 대해 양호한 설계는 될 수 없으며, 부품 특성은 시스템 성능을 고려함으로써 결정되어야 한다. 그러나 대부분 기계시스템의 설계는 먼저 시스템에 포함된 부품의 설계를 완료한 후 전체 시스템을 설계하는 BUA(Bottom-Up Approach) 설계법^{1~3)}에 의해 수행되므로 많은 문제점이 제시되고 있다.

본 연구에서는 시스템 설계를 먼저 수행한 후 이 결과에 따라 부품을 설계하는 상하향식(Top-Down Approach) 설계법을 자동차 배기시스템(Exhaust System)의 설계에 적용시켰다. 따라서 시스템 설계를 위해 배기시스템을 고려하였으며, 부품 설계를 위해 벨로우즈(Bellows)를 선정하였다. 이 설계법의 첫번째 설계과정은 설계시 중요한 입력 자료인 시스템에 작용하는 미지의 하중을 결정하는 과정으로써 간단한 행렬연산법이 제시된다. 이 과정이 완료되면 구조최적화기법(Structural Optimization Method)을 이용하여 배기시스템의 설계를 완료한다. 이 때 시스템에 포함되어 있는 부품은 간단한 유한요소로 등가되며, 질량이나 강성과 같은 집중인자(Lumped Parameter)로 구성된다. 즉, 토로이달 셀의 복잡한 형상의 벨로우즈는 간단한 보 요소로 등가되며, 보의 특성은 강성으로 구성된다. 이 강성은 구조최적화기법의 설계변수로 전환되며, 배기시스템은 고유진동수에 대한 제한조건을 만족하면서 행거에서의 진동변위가 최소가 되도록 설계된다. 그러므로 배기시스템의 설계가 완료되는 동시에 벨로우즈의 기계적 특성인 강성이 시스템 설계로부터 결정된다. 다음 설계과정으로 시스템 설계에서 산출된 부품의 기계적 특성인 집중인자를 만족하는 부품의 형상이 형상최적화기법(Shape Optimization Method)을 이용하여 결정된다.

배기시스템은 유한요소로 모델링되어 고유진동수 실험 및 강제진동 실험을 통하여 신뢰성이 입

증되며, 이차근사법(Second-Order Approximation Method)⁴⁾을 이용하여 구조최적설계가 수행된다. 또한 복잡한 형상의 셀 구조물에 대한 간단한 보 구조물로의 등가과정이 제시되며, 원주대요소의 유한요소법을 적용하여 벨로우즈를 해석한 후 반복이차계획법(Recursive Quadratic Programming Algorithm)⁵⁾을 이용하여 시스템 설계로부터 산출된 결과와 유한요소해석으로부터 산출된 결과의 차를 최소화함으로써 설계가 수행된다. 이와 같이 자동차 배기시스템의 설계에 적용된 상하향식 설계법은 여러 부품들로 구성된 기계시스템의 설계에 까지 확장되어 효율성과 신뢰성을 부여하리라 기대된다.

2. 상하향식 설계법

자동차 배기시스템의 설계에 있어 현재 BUA 설계법이 널리 적용되고 있다. BUA 설계법은 Fig.1에서 도시한 바와 같이 전체 시스템에 포함되어 있는 부품들을 먼저 설계한 후 이들 부품의 설계 결과를 시스템에 대입하여 시스템의 성능을 평가하는 방식이다. 따라서 이 방식은 부품들의 형상에 따라 전체 시스템의 설계에 있어 그 효율성과 신뢰성이 크게 좌우된다. 즉, 벨로우즈가 장착된 기계시스템의 경우 벨로우즈의 기하학적 복

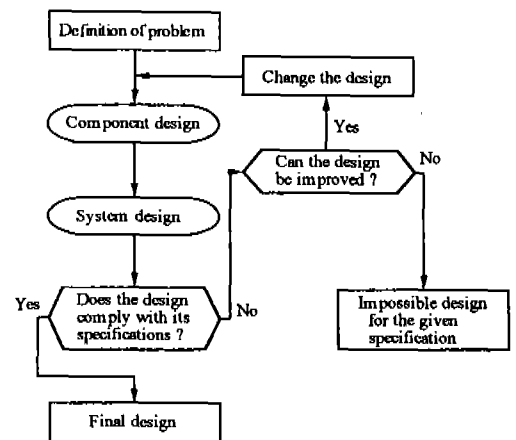


Fig.1 BUA(Bottom-Up Approach) Design Methodology

잡성으로 인하여 벨로우즈에 대한 기하학적인 모델링 혹은 해석 방법에 따라 Fig.2에 표시한 바와 같이 3가지 방식으로 구분된다. 첫번째 방식¹⁾은 벨로우즈의 기하학적 설계변수에 대한 임의의 값을 선정 한 후, 이에 따라 사변형 셀 요소(Quadrilateral Shell Element)로 벨로우즈의 기하학적 형상을 그대로 형성한다. 이 설계 방법은 벨로우즈를 정확하게 해석할 수 있는 장점은 있으나 상당한 요소수의 유한요소해석이 필요하기 때문에 계산 비용면에서 비효율적이다. 따라서 두번째 방식²⁾은 요소수의 절감을 위하여 벨로우즈를 스프링으로 등가하여 시스템을 설계한다. 이 방식은 상당량의 요소수가 감소되어 유한요소해석이 빠르다는 장점이 있으나 스프링으로의 등가는 실제 벨로우즈의 3 차원 거동을 표현하기에는 부정확하므로 산출되는 결과에 대한 신뢰성이 크게 떨어진다. 이와 같은 단점을 개선하기 위하여 세번째 방식³⁾은 벨로우즈의 강성 및 강도에 상당하는 유연성계수(Flexibility Factor) 및 응

력집중계수(Stress Concentration Factor)를 적용하는 방식으로써 벨로우즈를 직선 파이프 요소(Straight Pipe Element)로 등가하여 시스템을 설계한다. 그러나 이 방식 역시 벨로우즈에서 발생하는 복잡한 변형 및 응력분포를 산출할 수 없으므로 벨로우즈의 파손 가능성을 예측할 수 없는 단점이 있다. 결국 BUA 설계방식은 시행착오법으로 인한 상당량의 설계 반복 횟수로 인하여 장시간의 계산이 요구된다. 그리고 벨로우즈 해석의 복잡성에 대한 문제점도 여전히 존재하며, 초기 설계단계에서는 일반적으로 전체 시스템에 포함되어 있는 부품들의 형상이 결정되어 있지 않으므로 이 단계에서 임의의 벨로우즈 형상에 관한 설계값으로 시스템을 설계한다는 것은 시스템뿐만 아니라 벨로우즈의 설계에 대한 정확성을 크게 저하시키는 결과를 초래한다.

상하향식 설계법은 Fig.3에 표시한 바와 같이 시스템을 먼저 설계한 후 그 결과를 이용하여 부품들을 설계하는 방법이다. 이 설계법은 시스템

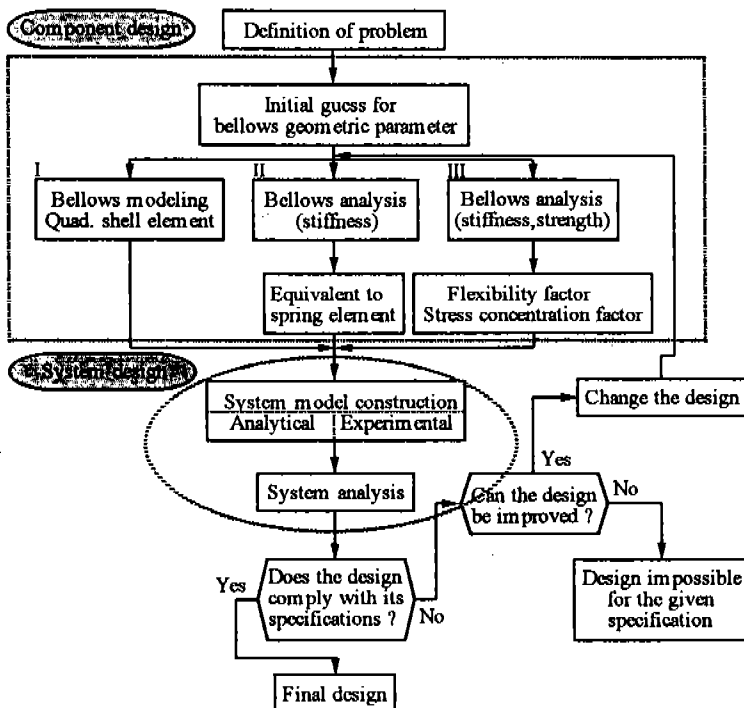


Fig.2 Exhaust System and Bellows Design by BUA

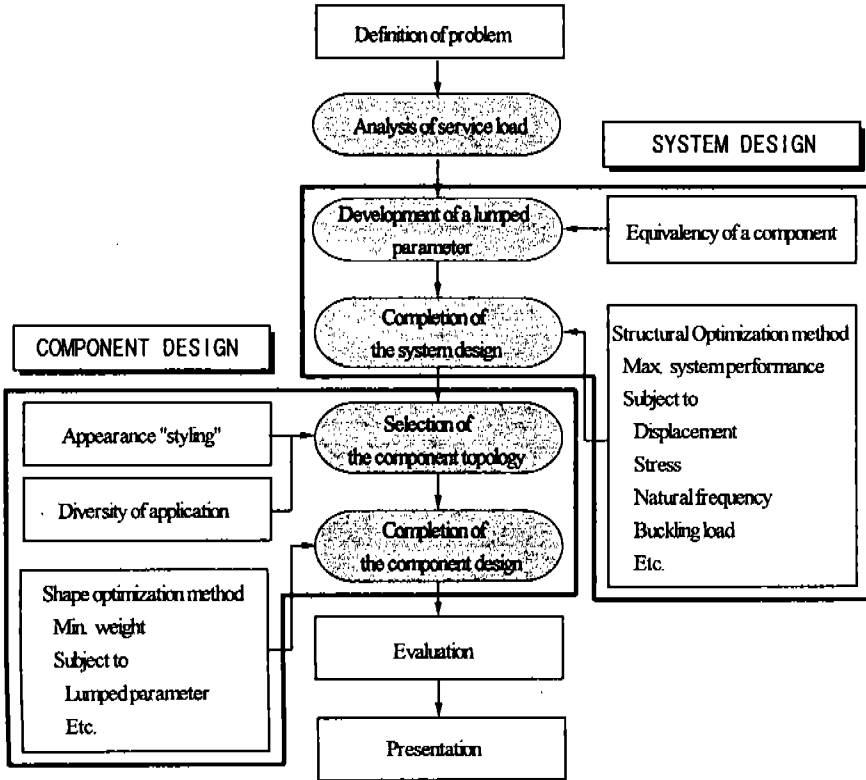


Fig.3 TDA(Top-Down Approach) Design Methodology

이 갖추어야 할 성능을 만족시키기 위하여 구조 최적화기법을 이용하며, 이때의 설계변수로 부품의 집중인자를 선정한다. 다음 과정은 구조최적화기법으로부터 산출된 부품의 집중인자를 만족하는 부품의 형상을 형상최적화기법을 이용하여 결정한다.

먼저, 1단계에서는 기계시스템에 작용하는 하중에 대한 정확한 정보를 결정한다. 동하중이 작용하는 전체 시스템 및 부품에 대한 핵과 설계시 정확한 하중의 입력은 동특성이나 피로수명과 같은 설계 결과에 큰 영향을 미친다. 따라서 설계 과정에 하중해석을 하나의 독립적인 설계단계로 고려하여 하중해석의 필요성을 인식시킨 설계법^{7)~8)}이 다소 연구되었다. 그러나 이 연구에서는 하중해석의 필요성만을 개념적으로 언급하고 구체적인 방법으로는 자유물체도와 같은 기초적인 방법만을 제시하였을 뿐이었다. 따라서 이 단계에서

는 시스템 해석의 선형성으로부터 행렬의 연산을 이용하여 시스템에 작용하는 하중을 결정한다.

2단계에서는 기계 구조시스템에 포함된 복잡한 형상의 부품들을 스프링, 보등으로 동가하여 시스템을 유한요소 모델링한다. 이 때 다음 단계에서 적용되는 구조최적화기법을 위해 스프링, 보등을 기하학적 변수가 아닌 강성이나 질량과 같은 집중인자로 구성한다.

3단계에서는 시스템의 성능을 만족시키기 위한 부품의 집중인자를 구조최적화기법을 이용하여 결정한다. 시스템의 성능을 목적함수로 설정하고 응력이나 변위, 고유진동수, 피로수명등과 같은 제한조건을 만족하며, 설계변수인 부품의 집중인자가 결정된다. 따라서 이 단계에서 시스템의 설계는 완료되는 동시에 부품의 집중인자가 결정된다.

4단계에서는 부품의 기하학 구조를 선정하여

이에 대한 인자화를 수행한다. 부품의 기하학 구조는 제작조건, 재질, 사용 용도등과 같은 사항을 고려하여 선정된다. 이와 같이 선정된 기하학 구조가 다음 단계에서 적용되는 형상최적화기법의 설계변수로 고려된다.

5단계에서는 부품의 형상이 형상최적화기법을 이용하여 결정된다. 즉, 4단계에서 선정된 부품 구조는 기하학적 형상을 설계변수로 하고, 3단계에서 결정된 부품의 집중인자를 제한조건으로 하여 부품의 중량등을 목적함수로 선정한다. 이 때 3단계에서와 마찬가지로 응력이나 변위, 고유진동수, 피로수명등이 제한조건으로 포함될 수 있다. 따라서 이 단계에서 부품의 설계는 완료된다.

상하향식 설계론의 실질적인 적용예를 자동차

배기시스템으로 선정하여 Fig.3과 대응시킨다면 Fig.4와 같이 도식할 수 있다. Fig.4에 도식된 바와 같이 배기시스템의 설계 문제는 엔진 공회전 시 배기시스템에서 발생하는 과도한 진동변위가 되며, 설계 목표는 배기시스템에 벨로우즈를 장착함으로써 과도한 진동변위를 저감시키는 동시에 엔진과의 공진방지와 같은 동특성을 개선하는데 있다.

상하향식 설계법의 첫번째 단계인 시스템의 가진하중 결정을 위한 하중 해석 단계에 대해 고찰해 보면 배기시스템을 가진하는 하중은 엔진의 가진하중이 되며, 이 하중에 대한 정확한 정보를 실험적 혹은 이론적으로 구한다는 것은 난해한 문제이다. 이를 위해 배기시스템에 대한 해석의

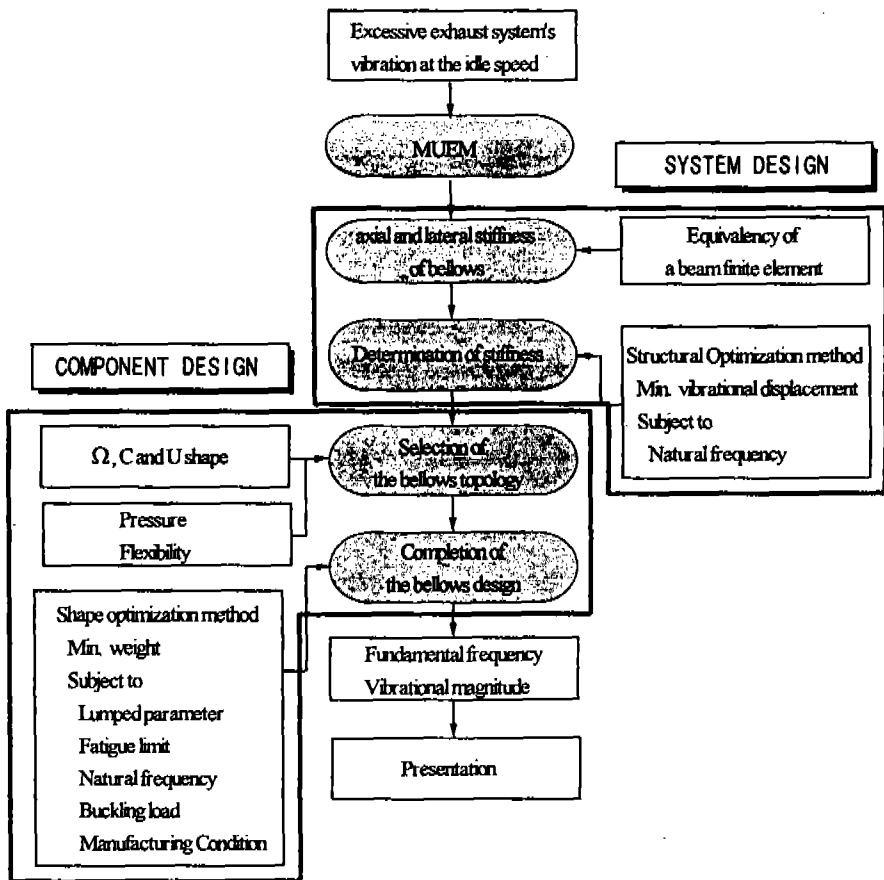


Fig.4 Exhaust System and Bellows Design by TDA

선형성을 이용하여 간단한 연산으로부터 하중을 해석하는 등가행렬법(Method Using a Equivalent Matrix)을 개발하여 엔진의 가진하중 산출에 작용한다.

3단계의 구조최적화기법을 이용한 집중인자의 결정에 있어 부품의 집중인자는 벨로우즈의 강성으로 선정하였으며, 벨로우즈는 보로 등가한다. 다음 단계로 이차 근사법을 이용한 구조최적기법으로부터 배기시스템이 설계되며, 이 때 설계변수인 벨로우즈의 강성이 결정된다. 이상과 같이 배기시스템의 설계가 완료되면 벨로우즈의 사용용도를 고려하여 벨로우즈의 기하학적 구조를 결정하고 이에 따른 형상 인자화를 수행하여 마지막 단계인 형상최적화기법을 위해 설계변수로 선정한다.

마지막 단계로써 형상최적화기법을 이용하여 벨로우즈의 형상을 최적화한다. 이 단계에서는 배기시스템의 경우 3단계에서 산출한 벨로우즈의 강성을 만족하도록 하는 벨로우즈의 형상이 결정된다. 반복이차계획법을 이용하여 형상최적설계가 수행되며, 이론 해석은 원추대 셀 요소의 유한요소해석이 사용된다. 또한 벨로우즈의 피로수명에 대한 실험을 수행하여 피로수명 예측식을 제안함으로써 벨로우즈의 형상최적설계시 제한조건함수로 설정한다.

3. 삼방향식 설계법에 의한 시스템 설계

3.1 하중해석

배기시스템의 해석시 수행하는 강제진동해석에서 엔진의 가진하중이 가진 입력으로 고려되므로 신뢰성있는 해석결과를 산출하기 위해선 이에 대한 정확한 정보가 요구된다. 엔진의 가진하중은 주로 엔진의 불평형한 회전 및 토오크 변동에 기인한 것으로 배기다기관을 통하여 배기시스템을 가진하므로 여기서 발생하는 가진하중의 크기 및 방향에 따라 해석 결과가 크게 달라진다.

이 단계에서는 배기시스템을 가진하는 엔진의 가진하중을 구하기 위하여 배기시스템 해석의 선형성을 이용한 등가행렬법을 제시한다. 이 방법은 배기시스템의 진동해석에 대한 시뮬레이션으

로부터 배기시스템 해석의 선형성을 나타내는 등가행렬을 구한 후 실차 실험으로부터 엔진의 자유도수 만큼의 진동변위를 측정하여 간단한 행렬 연산에 의해 엔진의 가진하중을 구한다. 그러므로 등가행렬법은 행렬의 분할, 전치 및 역과정의 연산만을 반복하므로 해를 구하는 과정이 매우 용이하며, 행렬의 연산과정에서 근사화나 인위적인 가정이 없으므로 기존의 연구⁸⁾에 비해 보다 정확한 엔진의 가진하중을 구할 수 있다.

먼저 선형시스템에 관한 지배방정식은 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[K]\{\delta\} = \{F\} \quad (1)$$

식 (1)로부터 배기시스템 해석의 선형성을 이용하여 실차 배기시스템의 임의의 위치에 대한 등가행렬과 엔진의 가진 하중과의 관계는 다음과 같이 표시할 수 있다.

$$[L]_a\{u\}_a = \{F\} \quad (2)$$

식 (2)에서 첨자 a는 임의의 위치의 절점번호를 나타내며, $[L]_a$ 는 그 위치에서의 등가행렬이고, $\{u\}_a$ 는 동일한 위치에서의 x, y, z 방향의 병진 및 회전변위로 구성된 변위벡터이다. 또한 $\{F\}$ 는 x, y, z 방향의 병진 및 회전성분의 하중 벡터로서 엔진의 가진하중을 나타낸다.

등가행렬은 6×6 행렬이므로 36개의 원소로 구성되어 있으므로 등가행렬을 구하기 위해선 36개의 방정식을 필요로 한다. 여기서 행렬연산의 간편성을 위하여 엔진의 가진하중중 한 성분만 단위하중으로 하고 나머지 성분은 영의 값으로 한 후 이에 대응하는 6개의 변위성분을 구한다. 이와 같은 과정을 엔진의 모든 성분에 대하여 적용하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$[L]_a\{u\}_{am} = \{F\}_m \quad (3)$$

식 (3)에서 $\{F\}_m$ 과 $\{u\}_{am}$ 은 m 성분의 하중만 단위하중으로 한 경우의 하중벡터와 변위벡터를 표시하므로 첨자 m 은 x, y, z, Rx, Ry, Rz 의 6개 성분을 갖는다.

여기서 $\{u^i\}_v$ 는 변위벡터 $\{u\}_v$ 의 성분중 i 개의 변위성분으로 구성된 변위벡터이다. 이와 같은 과정울 식 (10)의 나머지 행렬식에 대하여 적용하면

$$\{u^i\}_v = [Q^i]\{F\} \quad (11)$$

$1 \times 1 \quad 1 \times 6 \quad 6 \times 1$

$$\{u^k\}_r = [R^k]\{F\} \quad (12)$$

$k \times 1 \quad k \times 6 \quad 6 \times 1$

식 (10)~(12)의 6개의 방정식으로부터 엔진의 가진하중인 6개의 성분을 구할 수 있다. 따라서 식 (10)~(12)를 조합하면

$$\begin{Bmatrix} \{u^i\}_v \\ \{u^j\}_a \\ \{u^k\}_r \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} [P^i] \\ [P^j] \\ [P^k] \end{Bmatrix} \{F\} \quad (13)$$

$6 \times 1 \quad 6 \times 6 \quad 6 \times 1$

따라서 엔진의 가진하중은 식 (13)으로부터 구할 수 있다.

엔진의 가진하중을 산출하기 위한 등가행렬법의 신뢰성 및 보다 자세한 사항은 참고문헌⁹⁾를 참조하기 바란다.

3.2 부품의 집중인자화

이 단계에서는 아직 결정되지 않은 부품의 형상을 단순한 형태의 구조물로 등가시키는 동시에 이를 집중인자화시킨다. 따라서 등가과정에 대한 이론적인 근거 및 검증이 전개되며, 벨로우즈는 다음과 같이 보로 등가된다.

$$(K_a)_b = (K_a)_B \quad (14a)$$

$$(K_l)_b = (K_l)_B \quad (14b)$$

$$(L)_b = (L)_B \quad (14c)$$

$$(E)_b = (E)_B \quad (14d)$$

여기서 K 는 강성, L 은 전체 길이, 그리고 E 는 탄성계수를 나타낸다. 첨자 a 와 l 은 각 축방향, 횡방향을 표시하며, 첨자 b 와 B 는 각각 보와 벨로우즈를 표시한다. 식 (14)에 나타난 바와 같이 보의 강성, 전체 길이, 그리고 탄성계수는 벨로우즈와 같은 값을 갖도록 한다. 기하학적 경계조건을 외팔보로 고려하면 등가 보의 단면적 및 극관성모멘트는 다음과 같이 구할 수 있다.

$$A = \frac{(K_a)_{b=B}(L)_{b=B}}{(E)_{b=B}} \quad (15a)$$

$$I = \frac{(K_l)_{b=B}(L^3)_{b=B}}{3(E)_{b=B}} \quad (15b)$$

등가 보와 벨로우즈의 동특성을 같게 하기 위하여 진동문제에서 반드시 고려되어야 할 질량은 서로 같아야 하므로 밀도를 다음과 같이 조정한다.

$$\rho = \frac{(m)_B}{A(L)_{b=B}} \quad (16)$$

여기서 각각 ρ 와 m 은 밀도와 중량을 표시한다.

벨로우즈를 보고 등가시킨 등가과정의 신뢰성을 검토하기 위하여 등가 보와 벨로우즈의 고유진동수를 다음 식과 같은 엄밀해¹⁰⁾와 비교하였다.

$$f_i = \frac{\lambda_1^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}}, \quad i=1,2,3,\dots \quad (17)$$

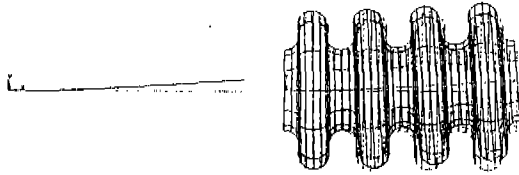
$i=1, 2, 3$ 에 대하여 λ 는 각각 1.875, 4.694, 7.855이다.

Table 1은 등가 보와 벨로우즈의 고유진동수를 표시하며, Fig.5는 모우드 형을 도시한다. Table 1과 Fig.5에 나타난 바와 같이 등가 보와 벨로우즈의 고유진동수 및 모우드 형은 비교적 잘 일치하므로 등가과정의 신뢰성이 확인되었다.

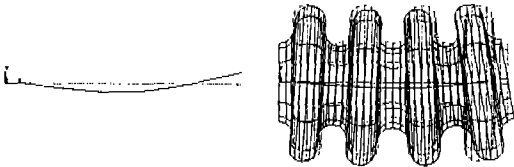
Table 1 Comparison of the Equivalent Beam and the Bellows for Natural Frequency

(unit : Hz)

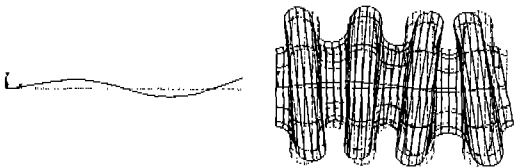
Mode	Theoretical solution	Equivalent beam	Bellows
1st	429.54	428.82	480.16
2nd	2692.07	2675.50	2238.70
3rd	7538.62	7461.80	6940.90



(a) 1st mode shape



(b) 2nd mode shape



(c) 3rd mode shape

Fig.5 Comparison of the Beam Element and Bellows for Mode Shapes

3.3 시스템 설계의 완료

선정한 배기시스템은 현재 생산중인 상용차의 배기시스템이며, Fig.6에 도시하였다. Fig.6에 도시한 바와 같이 배기시스템은 배기파이프, 머플러 및 행거로 구성된다.

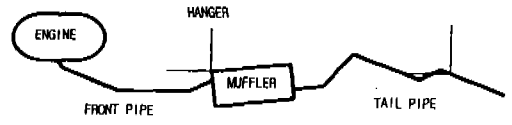


Fig.6 Schematic View of an Exhaust System for a Truck

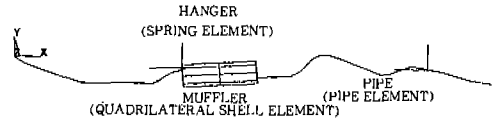


Fig.7 Finite Element Model of the Exhaust System



Fig.8 Fundamental Mode Shape of the Exhaust System(25.15Hz)

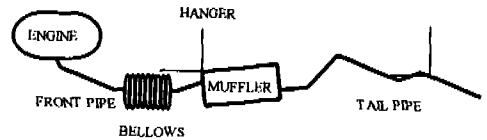


Fig.9 Exhaust System with Bellows

여기서 범용 유한요소 프로그램¹¹⁾을 이용하여 Fig.7에 도시한 바와 같이 파이프는 파이프 요소로, 머플러는 사변형 셸 요소로, 그리고 행거는 스프링 요소로 모델링 하였으며, 사용된 절점수는 239개이고, 요소수는 193개이다.

배기시스템의 감쇠비를 결정하기 위해 강제진동에 대한 실험¹²⁾을 수행하였으며, 이를 통하여 감쇠비는 2.97%를 얻었다. 또한 유한요소 모델링의 검증을 위하여 고유진동수 실험¹²⁾을 수행하였다. 엔진의 공회전 시인 25Hz 근방에서 배기시스템의 고유진동수가 발생하였으며, 이 때의 모드 형이 Fig.8에 도시되어 있다.

따라서 배기시스템 설계의 주 목적은 Fig.9에 표시한 바와 같이 벨로우즈를 장착함으로써 시스템의 25.15Hz의 고유진동수를 저주파 영역으로 이동시키는 동시에 행거를 통해 자체로 전달되는

진동변위를 최소화하는 벨로우즈 및 배기시스템의 설계에 있다. 구조최적화기법의 수학적 정식화는 다음과 같다.

$$\text{Minimize } \sum_{j=1}^k \left(\sqrt{\sum_{i=1}^n \delta_i^2} \right) \quad (18)$$

subject to : $19.9 \leq f_{\text{fund}} \leq 20.1$ (19)

여기서 k 는 행거의 수, n 은 병진방향의 자유도수, δ 는 행거에서의 진동변위, f_{fund} 는 배기시스템의 고유진동수이다. 목적함수는 식 (18)에 표시한 바와 같이 행거에 의해 차례로 전달되는 진동변위를 선정하였으며, 배기시스템의 고유진동수가 19.9~20.1Hz가 되도록 하는 제한조건함수를 고려하였다. 설계변수는 다음과 같이 구성된다.

$$b_1 = K_a, \quad b_2 = K_1$$

설계변수에 대한 상하한값은 자동차용 벨로우즈의 규격과 제작 조건을 고려하여 채택하였으며, 이에 대한 수치가 Table 2에 표시되어 있다. 최적화 알고리즘은 근사함수의 개념을 이용해 함수값만 계산하고 미분값이 필요없는 이차근사법¹¹⁾을 도입하였다.

최적화 과정은 8번째 반복수만에 제한조건함수를 만족하였다. Fig.10은 목적함수와 설계변수에 대한 최적화 경향을 도시한다. 시스템 부품의 집중인자인 벨로우즈의 강성의 최적값은 다음과 같다.

$$K_a = 7.23, \quad K_1 = 0.25$$

Table 2 Initial Values and Side Limits for Design Variables

(unit : mm)

Design variable	Lower limit	Initial value	Upper limit
b_1	1.00	10.00	20.00
b_2	0.03	3.00	7.00

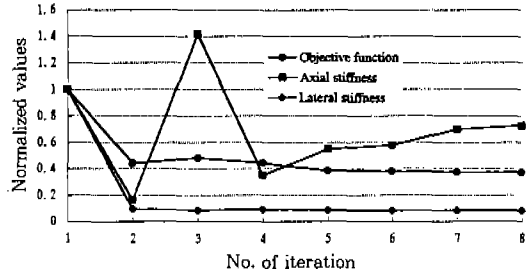


Fig.10 Optimization Process for the Objective Function and Design Variables

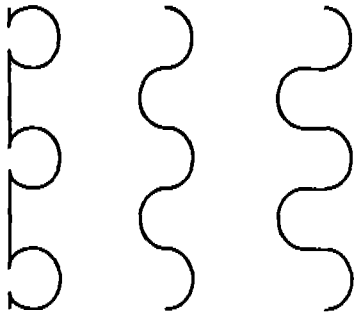
Fig.10으로 부터 벨로우즈의 축방향 강성은 행거에서의 진동변위인 목적함수의 최소화에 영향을 미치지 않는 인자임을 알 수 있다.

따라서 엔진과의 공진방지는 물론 행거에서 발생하는 진동변위를 최소화하는 벨로우즈의 강성이 결정됨으로써 배기시스템의 설계는 완료되었다. 벨로우즈의 설계는 이 단계에서 결정된 배기시스템의 설계 결과 즉, 벨로우즈의 강성을 만족하는 형상을 결정함으로써 완료된다.

4. 상하항식 설계법에 의한 부품 설계

4.1 부품의 기하학 구조에 따른 형상 인자화

벨로우즈는 사용 용도에 따라 다양한 기하학 구조를 갖는다. 대표적인 기하학 구조는 Fig.11에 도시한 바와 같이 Ω 형, 원형 그리고 U형으로 구분된다.³⁾ Ω 형은 압력에 대한 저항력이 가장 우수한 반면에 유연성이 떨어지는 단점이 있다. 따라서 Ω 형은 원자력 발전소나 화학플랜트의 배관시스템에서 사용되는 것이 유리하다. 원형은 Ω 형에 비해 압력에 대한 저항력은 떨어지지만 유연성은 보다 우수하며, 반대로 U형에 비해서는 압력에 대한 저항력은 우수하나 유연성은 U형에 미치지 못한다. 따라서 원형은 저압력 가스관의 신축이음용으로 널리 사용되고 있다. 마지막으로 U형은 가장 유연한 벨로우즈로써 그 유연성으로 인하여 기계 구조시스템의 진동 흡수를 위해서 사용된다. 따라서 본 연구에서는 자동차 배기시스템의 진동 흡수를 목적으로 장착하는 벨로우즈로 U형 벨로우즈를 선정하였다.



(a) Ω shape (b) C shape (c) U shape

Fig.11 Meridional Profile Made from Circular Arcs

4.2 부품 설계의 완료

상하향식 설계법의 마지막 단계로써 벨로우즈의 중량을 최소화하며, 단계 3에서 결정된 벨로우즈의 강성을 만족하는 벨로우즈의 형상을 결정한다. 형상최적설계를 위한 이론해석은 원추대요소의 유한요소법¹³⁾을 이용한다. 원추대요소는 Fig.12에 표시한 바와 같이 2개의 절점원을 가지며, 한 절점원당 4개의 자유도를 가지므로 한 요소당 자유도 수는 8이다. 이와 같은 원추대요소는 축대칭 셀 문제를 해결하는데 유용하게 사용되고 있으며, 본 연구에서는 비축대칭 하중을 받는 셀의 이론과 푸리에 급수를 이용하여 축대칭 셀 문제를 비축대칭으로 확장함으로써 벨로우즈의 굽힘문제를 해결하였다.

벨로우즈의 최적설계에 대한 기존의 연구^{14), 15)}는 벨로우즈의 하나의 파형에 대해서만 최적설계를 수행하고 여기서 산출된 최적화경향을 모든 파형에 동일하게 적용시켰다. 그러나 벨로우즈는 양끝단 부근의 파형 끝부분에서 파손된다는 실제의 파손사례를 고려한다면 이와 같은 기존의 연구는 벨로우즈의 설계에 불충분한 결과를 제시하고 있는 실정이다. 따라서 Fig.13에 도시한 바와 같이 두께, 파형 반경 및 원형평판의 길이를 벨로우즈의 전체 파형에 대하여 설계변수로 선정하였다. 설계변수의 상하한값 및 초기값이 Table 3에 제시되어 있으며, 초기값은 현재의 설계값으로 선정하였다.

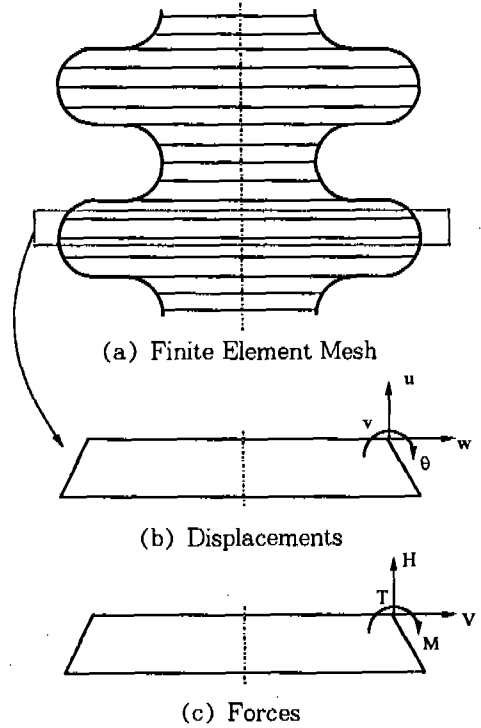


Fig.12 Idealization of Bellows by Conical Frustum Shell Element

형상최적설계의 수학적 정식화는 다음과 같이 정의된다.

$$\text{Minimize } W_{\text{bellows}} \tag{20}$$

subject to

$$h_1 \equiv K_v / K'_v - 1.0 \tag{21}$$

$$h_2 \equiv K_w / K'_w - 1.0 \tag{22}$$

$$g_r \equiv \frac{(\sigma_r)_i}{A \log_{10} N_{sy} + B} - 1.0 \quad r=1,2,\dots,260 \tag{23}$$

$$g_{261} \equiv 1.5 f_{sy} / f_{axi} - 1.0 \tag{24}$$

$$g_{262} \equiv 1.5 f_{sy} / f_{lat} - 1.0 \tag{25}$$

$$g_{263} \equiv F_{axi} / F_{cr} - 1.0 \tag{26}$$

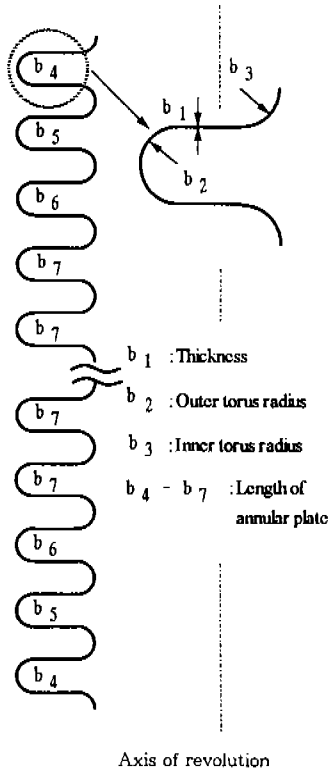


Fig.13 Design Variables

Table 3 Initial Values and Side Limits for Design Variables

(unit : mm)

Design variables	Lower limit	Initial value	Upper limit
b_1	0.1	0.5	3.0
b_2	0.5	2.1	10.0
b_3	0.5	2.1	10.0
b_4	0.5	8.0	20.0
b_5	0.5	8.0	20.0
b_6	0.0	8.0	20.0
b_7	0.0	8.0	20.0

$$g_s \equiv 0.5 \leq \frac{q}{h} \leq 1.5 \quad s = 264, 265, \dots, 271 \quad (27)$$

$$g_t \equiv \frac{h}{2R} \leq 0.25 \quad t = 271, 272, \dots, 274 \quad (28)$$

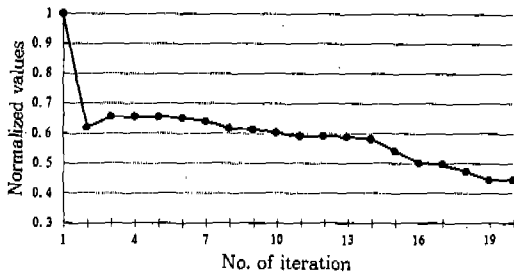
배기시스템에서 요구하는 벨로우즈의 특정 강성을 만족하도록 하는 형상을 결정하기 위하여 벨로우즈의 강성을 식 (21), (22)에 나타난 바와 같이 등제한조건함수로 고려하였으며, 목적함수는 식 (20)에 나타난 바와 같이 벨로우즈의 중량을 선정하였다. 식 (21), (22)에서 K_0 와 K_1 은 각각 원추대요소를 이용한 유한요소해석에 의하여 계산되는 벨로우즈의 축방향 및 횡방향 강성을 나타내며, 프라임(')은 배기시스템에서 요구하는 벨로우즈의 특정 강성으로써 단계 3에서 결정된 값이 사용된다.

식 (23)은 피로한도에 대한 제한조건함수를 나타내며, N_{sys} 는 시스템에서 요구하는 벨로우즈의 피로수명으로서 30만회¹⁶⁾로 입력된다. A와 B는 각각 -33.33과 220으로 입력되며, 피로한도에 대한 제한조건함수는 벨로우즈의 전체 파형에서 평가된다.

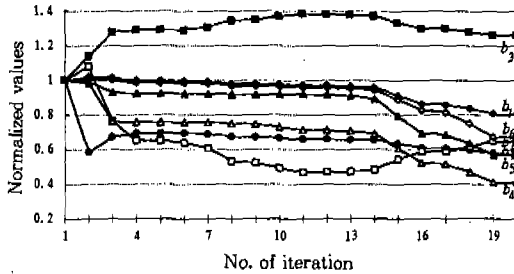
벨로우즈의 고유진동수는 벨로우즈가 장착되는 기계시스템의 고유진동수보다 1.5배 이상 커야한다고 보고¹⁷⁾되고 있다. 식 (24), (25)는 각각 벨로우즈의 축방향 및 횡방향의 고유진동수에 대한 제한조건함수를 나타내며, 단계 2에서 고찰하였던 벨로우즈의 고유진동수에 대한 간편식으로부터 도입된다. 여기서 f_{sys} 는 시스템의 고유진동수로서 본 연구에서 고려한 시스템의 설계목표 주파수인 20Hz로 입력하였다.

벨로우즈의 전체 길이가 증가하면 좌굴이 발생할 가능성이 있으므로 이를 방지하기 위하여 식 (26)과 같이 좌굴에 대한 제한조건함수¹⁸⁾를 고려하였으며, 실제 현장에서의 제작 환경을 제한조건함수에 포함시켰다. 식 (27), (28)은 제작 환경에 대한 제한조건함수로서 식 (27)은 파형 피치와 높이와의 관계를, 식 (28)은 벨로우즈 반경과 파형 높이와의 관계를 표시한다.

이상과 같은 형상최적설계의 수학적 정식화로 부터 산출된 최적화 경향이 Fig.14에 나타나 있다. 중량을 최소화하는 문제이므로 벨로우즈의 두께를 비롯한 모든 기하학적 형상변수는 하한값 근방에서 최적화되어야 한다. 그러나 모든 설계 변수의 이러한 하한값으로서 최적화 경향은 벨로우즈의 강성을 매우 증가시키므로 배기시스템에



(a) Objective function



(b) Design variables

Fig.14 Optimization Process for the Objective Function and Design Variables

서 요구하는 특정 강성 즉, 등제한조건함수를 위반하게 된다. Fig.14의 결과는 우선 중량의 최소화를 위하여 두께가 감소하며, 두께의 감소에 따른 응력의 증가를 완화시키기 위하여 파형 끝부분의 반경이 파형 산부문의 반경에 비해 큰 값으로 산출되었다. 또한 벨로우즈의 양 끝단으로 갈수록 파형의 크기는 작아짐을 알 수 있다. 이러한 최적화 경향은 현재 현장에서의 설계안으로 채택되어 사용되고 있는 실정이다. 그리고 두께의 감소는 벨로우즈의 강성을 매우 작게하므로 배기시스템에서 요구하는 특정 강성보다 더욱 작은 강성을 부여하므로 강성을 크게 하기 위하여 원형평판의 길이가 감소하므로써 등제한조건함수를 만족시킨다. 따라서 벨로우즈의 강성에 가장 큰 영향을 미치는 설계변수는 두께이며, 다음 설계변수는 원형평판의 길이이고 파형의 반경은 벨로우즈의 강성에 큰 영향이 없음을 알 수 있다. 최적화된 설계변수의 값은 다음과 같다.

$$b_1=0.29, b_2=1.36, b_3=2.65, b_4=3.29, \\ b_5=4.55, b_6=5.39, b_7=6.43$$

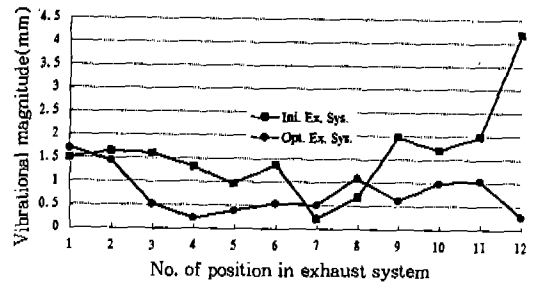


Fig.15 Comparison of the Vibrational Magnitude for Exhaust Systems

이상과 같이 상하향식 설계법을 이용하여 벨로우즈가 장착된 기계시스템의 설계에 대한 효율성을 평가해 보면 먼저 최적화된 벨로우즈는 문제가 되었던 배기시스템의 고유진동수 25.15Hz를 설계목표인 20Hz의 근방인 19.98Hz로 감소시킴으로써 엔진과의 공진현상을 방지하였다. Fig.15는 문제가 되었던 배기시스템과 상하향식 설계법에 의해 설계완료된 배기시스템에서 발생하는 진동변위를 도시한 것이다. Fig.15에 도시한 바와 같이 구조최적화기법과 형상최적화기법에 의해 최적화된 벨로우즈 및 배기시스템은 이 시스템의 전체 영역에서 발생하는 진동변위를 감소시켜 내구 수명뿐만 아니라 승차감도 향상시킴을 알 수 있다. 또한 기존의 설계법과는 반대로 기계 구조시스템을 먼저 설계한 후 이 결과를 이용하여 시스템에 장착된 부품을 설계하는 상하향식 설계법은 기존의 설계법에서 발생하였던 많은 설계 반복횟수 및 제반 문제를 구조최적화기법과 형상최적화기법에 의해 감소시켰을뿐만 아니라 설계자로 하여금 용이한 설계를 가능하게 하였다.

5. 결 론

본 연구에서는 벨로우즈가 장착된 자동차 배기시스템의 설계를 위해 상하향식 설계법을 적용시켰으며, 이에대한 결론은 다음과 같다.

- 1) 자동차 배기시스템의 설계시 가진입력으로 고려되는 엔진의 가진하중을 보다 정확하게 결정하기 위하여 배기시스템 해석의 선형성을 이용한 등가행렬법을 고안함으로써

배기시스템의 동특성에 대한 해석과 그 설계에 신뢰성을 제공하였다. 배기시스템과 마찬가지로 작용하중의 위치는 알고 있으나 그 크기가 미지의 값인 경우 작용하중의 절점자유도수 만큼 시스템의 임의의 위치에서 변위를 알고 있다면 등가행렬법을 이용하여 미지의 작용하중을 구할 수 있으리라 기대된다.

- 2) 기지의 벨로우즈의 강성으로 고유진동수를 용이하게 산출할 수 있는 간편식을 개발함으로써 자동차 배기시스템의 설계시 벨로우즈의 모델링에 간편성과 정확성을 부여하였다. 또한 이 간편식은 보에 대한 기본적인 진동 해석을 기반으로 벨로우즈를 보로 등가하여 유도되므로 설계상황에 맞도록 수정하여 적용할 수 있다.
- 3) 원추대 요소의 유한요소법을 벨로우즈의 해석에 적용하고 벨로우즈의 형상최적설계에 실질적인 제약조건을 제시함으로써 벨로우즈의 해석 및 설계에 정확성과 실질성을 부여하였다.
- 4) 기계시스템을 먼저 설계한 후 이 결과를 이용하여 시스템에 장착된 부품을 설계하는 상하향식 설계법은 상당량의 설계 반복횟수 및 제반 문제를 구조최적화기법과 형상최적화기법에 의해 감소시켰을 뿐만 아니라 설계자로 하여금 용이한 설계를 가능하게 하였다.

참 고 문 헌

1. 임재문, 김민수, 이귀영, “부분구조 합성법을 이용한 배기계의 진동해석,” 대한기계학회논문집, Vol.17, No.7, pp.1833~1840, 1993.
2. 김봉수, 강성중, “엔진 배기계 Idling 진동 특성 연구,” 한국자동차공학회 추계학술대논문집, pp.497~505, 1992.
3. Calladine, C. R., “Flexibility of Axially Symmetric Bellows Under Axial Loading,” Int. J. Mech. Sci., Vol.16, pp.497~503, 1974.
4. Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley Publishing Company, Inc., pp.295~449, 1984.
5. Haftka, R. T., Gurdal, Z., Elements of Structural Optimization, Kluwer Academic Publishers, pp.159~204, 1992.
6. Mott, R. L., Machine Elements in Mechanical Design, Macmillan Publishing Company, pp.2~19, 1992.
7. Watson, P. and Hill, S. J., “Future Trends in Component Design,” Int. J. of Vehicle Design, Vol.5, No.3, pp.278~290, 1984.
8. 이완익, 박경진, 이권희 “자동차 배기계 설계를 위한 엔진운동변위 산출에 관한 연구,” 한국자동차공학회논문집, 제1권, 제1호, pp.120~130, 1993.
9. 고병갑, 이완익, 박경진, 하성규, “자동차 엔진의 운동변위 결정을 위한 선형행렬 연산법,” 한국자동차공학회논문집, Vol.2, No.1, pp.116~127, 1994.
10. Easley, J. B., Mechanics of Elastic Structures-Classical and Finite Element Methods, Prentice-Hall, Inc., 1989.
11. Swanson, J., ANSYS Engineering Analysis System User's Manual Revision 5.0a, Swanson Analysis Systems, Inc., 1994.
12. 고병갑, 이완익, 박경진, “벨로우즈의 장착에 따른 자동차 배기계의 동특성 개선 및 벨로우즈의 최적위치 평가,” 한국자동차공학회논문집, 제2권, 제3호, pp.21~32, 1994.
13. 고병갑, 서용진, 박경진, “U형 벨로우즈의 유한요소해석과 특정 강성의 형상최적설계,” 한국자동차공학회논문집, 제3권, 제6호, pp.96~111, 1995.
14. Koh, B. K., Park, G. J. and Lee, W. I., “Mechanical Behavior of U-Shaped Bellows and Shape Optimal Design Using Multiple Objective Optimization Method,” KSME J., Vol.9, No.1, pp.91~101, 1995.
15. Lee, W. I., Koh, B. K. and Park, G. J., “An Optimal Design of the Bellows in the

- Automobile Exhaust System," The 6th International Pacific Conference on Automotive Engineering, Vol.1, pp.401~411, 1991.
16. 코병갑, "벨로우즈가 장착된 기계시스템의 상하향식 설계론," 한양대학교 박사학위청구 논문, 1995.
 17. Expansion Joint Manufacturers Association, Inc., Standards of the Expansion Joint Manufacturers Association, Inc., Sixth Edition, 1993.
 18. Haringx, J. A., "Instability of Bellows Subjected to Internal Pressure," Philips Res. Rep. 7, pp.189~196, 1952.