

〈논 문〉 SAE NO. 97370086

짧은 세선에 의한 액체의 열전도율과 열확산율의 동시측정법

Simultaneous Measurements of Thermal Conductivity and Diffusivity of Liquids with a Transient Short-Hot-Wire Method

정 태 용*, 박 수 천**
T. Y. Chung, S. C. Park

ABSTRACT

A transient short-hot-wire technique has been presented for simultaneous measurements of the thermal conductivity and diffusivity of fluids under the microgravity condition. Two-dimensional heat conduction equations for concentric cylinders with various radius ratio and length-diameter ratio have been solved numerically by taking account of the heat capacity of the inner cylinder. A unique relation between the non-dimensional temperature of inner cylinder and Fourier number is obtained for a wide range of thermal properties of the fluids, because the relation is found to be almost independent of these properties. Then the characteristic could be utilized as a masterplot to evaluate both the thermal conductivity and diffusivity. In principle, this method is proved to have an error within 1% for both of these properties.

주요기술용어 : Short-Hot-Wire(짧은세선), Thermal conductivity(열전도율), Thermal diffusivity(열확산율), Simultaneous Measurements(동시측정)

———— 기 호 설 명 —————

A	: Thermal diffusivity ratio, eq.(3)	Fo	: Fourier No. eq.(4)
B	: Thermal conductivity ratio, eq.(3)	L	: Aspect ratio ($=2l/2r_i$)
c_1, c_2	: Constants	$2l$: Length of hot-wire
		q_0	: Heat
		R	: Nondimensional radius, eq.(4)
		R_0	: Radius ratio ($= r_0 / r_i$)
		r	: Radius
		r_i	: Radius of Hot-wire

* 정회원, 국민대학교 기계공학과

** 국민대학교 기계공학과

Subscripts: f (Fluids), s (Hot-wire)

- r_0 : Radius of cylinder
 T : Temperature
 T_0 : Initial temperature
 T_v : Mean temperature of volume
 t : Time
 Z : Nondimensional length, eq.(4)
 z : Length
 θ : Nondimensional temperature, eq.(4)
 θ_v : Nondimensional mean temp., eq.(6)
 α : Thermal diffusivity
 λ : Thermal conductivity

1. 서 론

액체의 열전도율을 정밀하게 측정하는 한 방법으로서 비정상세선법이 있으며, 이 방법의 측정 정도를 고도화시키는 것과 관련하여 이제까지 많은 연구가 진행되고 있다¹⁻⁵⁾ 이 측정법의 원리는 무한매질중에 놓여진 무한 길이의 선열원(線熱源)으로부터의 비정상열전도문제에 그 기초를 두고 있다. 이론상으로는 열원이 일정하고 균등하게 발열하는 것으로 가정하고 있지만, 실제상 열원의 길이는 유한이며 열용량도 갖고 있다. 여기서 이러한 영향들을 최소화하기 위하여, 일반적으로 선열원으로서 직경 5 μm 정도의 아주 가늘고, 또한 큰 아스펙트비(길이/직경)를 갖는 것이 사용된다. 지상측정에서는 중력에 의한 자연대류의 영향도 있으며, 이 영향을 작게하기 위하여, 이와 같은 열원을 수직으로 설치할 필요가 있다. 그렇지만, 측정을 미소 중력하에서 행하여 자연대류의 영향이 없다고 생각할 수 있다면, 열원으로서 아스펙트비가 100~500 정도인 짧은 세선을 사용할 수 있다고 본다.

여기서는, 미소중력하에서의 측정을 전제로한, 짧은 세선을 사용하여 액체의 열전도율과 열확산율을 동시에 측정하는 방법에 대해 논한다. 이 측정법은 이전에 제안된 긴 세선에 의

한 비정상세선법과 비교하여 다음과 같은 특징을 갖고 있다. 선의 길이가 짧고, 피복이 용이하여 간단히 전기적 절연을 시킬 수 있다. 또한, 만약에 절연피복이 충분하지 않더라도 단자간 전압이 낮아지기 때문에, 누전전류의 영향을 최소화하는 것이 가능하며, 액체의 전해전압 이하에서 측정할 수 있다. 그리고, 장치의 소형화가 가능하며, 측정대상액체의 양도 적게 할 수 있다. 즉, 이 측정법은 액체가 전기적으로 양도체라든가, 값이 고가이거나 귀중한 경우에 특히 적합하다고 생각된다. 또한, 이 논문에서는 측정 대상 액체를 NaOH와 NaNO₃로 하였으나 열전도율과 열확산율이 중요한 참고값인 동력기계의 윤활유 및 냉각계통의 액체도 적은 양으로 신속히, 그리고 두가지 값을 동시에 얻을 수 있다고 생각 된다.

2. 수치해석

액체 중에 놓인 세선이 단계적으로 가열될 경우에 대해, 세선의 체적평균온도와 액체의 열물성치의 관계를 명확히 하기 위하여 수치해석을 하였다.

Fig.1은 수치해석을 위한 물리모델이다. 반경 r_0 의 원통용기가 액체로 채워져 있으며, 중심축상에 반경 r_0 , 길이 $2l$ 의 세선이 프레임에 의해 지지되고 있다. 세선에 대한 프레임의 열용량은 충분히 크므로, 세선 양끝단의 온도는 가열 후에도 초기온도 T_0 로 유지되고 있다고 가정한다.

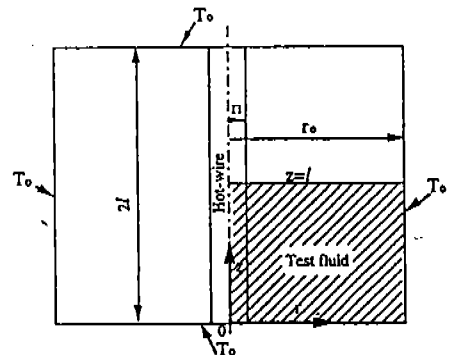


Fig.1 Physical Model

다. 또한, 세선의 단위시간당 발열량은 일정하고 균일하다고 가정한다. 발열량의 대부분은 열전도에 의해 액체로 전달되지만, 나머지는 프레임으로 전도되어 열손실이 된다.

세선의 양끝단은 초기온도 T_0 로 유지된다는 가정으로부터, z 축방향의 온도분포는 $z=l$ 되는 면에서 대칭이 된다. 그러므로, 해칭선으로 나타낸 1/4부분을 수치해석영역으로 하였다. 자연 대류와 복사에 의한 열전달을 무시한다면, 세선과 액체에 대한 무차원열전도방정식은 다음 식으로 주어진다.

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Fo} = \frac{1}{A} \left(\frac{\partial^2 \theta_s}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_s}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta_s}{\partial Z^2} \right) + \frac{B}{A} \quad (1)$$

$$\frac{\partial \theta_f}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial R^2} + \frac{1}{R} \frac{\partial \theta_f}{\partial R} + \frac{\partial^2 \theta_f}{\partial Z^2} \quad (2)$$

여기서, 파라미터 A, B 는, 각각 세선에 대한 액체의 열확산율비 및 열전도율비를 가르키며, 이들은 다음과 같이 정의 된다.

$$A = \alpha_f / \alpha_s, \quad B = \lambda_f / \lambda_s \quad (3)$$

또한, 무차원값들은 다음과 같이 정의된다.

$$\theta = \frac{T - T_0}{q_v r_i^2 / \lambda_f} \quad (4)$$

$$Fo = \frac{\alpha_f t}{r_i^2}, \quad R = \frac{r}{r_i}, \quad Z = \frac{z}{r_i}$$

초기 및 경계조건은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \theta_s = \theta_f = 0 & \quad \text{when } Fo=0 \text{ and } Fo > 0 \\ \theta_s = \theta_f = 0 & \quad \text{at } Z=0 \end{aligned}$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Z} = \frac{\partial \theta_f}{\partial Z} = 0 \quad \text{at } Z=L = \frac{l}{r_i} \quad (5)$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial Z} = 0 \quad \text{at } R=0$$

$$\frac{\partial \theta_s}{\partial R} = B \frac{\partial \theta_f}{\partial R} \quad \text{and } \theta_s = \theta_f \quad \text{at } R=1$$

$$\theta_f = 0 \quad \text{at } R \rightarrow \infty$$

식(1), (2)를 차분화하여, 음해법(Implicit method)에 의해 비정상 수치해를 구했다. 이때, $R \rightarrow \infty$ 에서의 경계조건을 만족하는 가장 정확한 해를 얻기 위해, 반경방향만의 온도변화를 고려한 1차원의 예비적인 해석을 행하였다. 즉, 다음과 같이 정의된 세선의 무차원 체적 평균 온도,

$$\theta_v = \frac{L}{2} \int_L^0 \int_1^0 R \theta dR dZ \quad (6)$$

에 미치는 반경비율 $Ro (=r_0/r_1)$ 와 이곳에서의 경계조건에 의한 영향에 대해, 다음의 3가지로 나누어 검토하였다.

$$\textcircled{1} \quad \theta_f = 0 \quad \text{at } Ro=50$$

$$\textcircled{2} \quad \partial \theta_f / \partial R = 0 \quad \text{at } Ro=50$$

$$\textcircled{3} \quad \theta_f = c_1 \exp(-c_2 R_0) \quad \text{at } Ro=20$$

여기서, ③은 함수 $c_1 \exp(-c_2 R_0)$ 로부터 용기벽 온도 $\theta_f(R_0)$ 를 결정하는 방법이며, 계수 c_1, c_2 는, 수치계산의 반복과정에서, 용기 벽에 인접하는 액체의 2점격자온도 $\theta_{f,m-1}^n, \theta_{f,m-2}^n$ 로부터 다음 식에 의해 결정된다.

$$\begin{aligned} c_1 &= \theta_{m-1}^n \exp(c_2 R_{m-1}), \\ c_2 &= \frac{\ln(\theta_{m-2}^n / \theta_{m-1}^n)}{R_{m-1} - R_{m-2}} \quad (7) \end{aligned}$$

m 은 격자번호, n 은 반복회수로, $R_m=R_0$ 이다.

이상의 식 및 조건에 의한 해석결과를 Fig.2에 나타내었다. ①과 ②의 차이는 거의 보이지 않고, $F_0=600$ 에서 0.7%로 나타났다. 이들 결과로부터, 반경비 R_0 가 20으로 작은 경우에서도 근사법에 의해 θ_0 가 정확하게 구해졌다는 것을 알 수 있다. 이 방법을 2차원인 경우에도 적용함으로써, 보다 적은 기억용량과 계산시간으로 θ_0 를 계산할 수 있다.

이상으로부터, 본 수치해석에서는 여러 가지의 아스펙트비 $L=100\sim 500$ 에 대해, 반경비는 $R_0=20$ 으로 하였고, 용기 벽의 온도는 근사법에 의해 구했다. 또한 R 및 Z 방향 격자점의 수는, 각각 201 및 151로 했으며, R 방향에는 등간격 메쉬를, Z 방향은 부등간격 메쉬를 적용하였다. 각 시간 간격에 있어서의 수렴판정 조건으로는,

$$|\theta_{i,j}^n - \theta_{i,j}^{n-1}| < 10^{-6} \quad (8)$$

를 적용했다. 여기서, i, j 는, 각각 R 및 Z 방향의 격자번호이고, n 은 반복회수이다. 또한, 계산영역 전체에 대한 열평형(Heat balance)는 모든 계산조건에 대해 1% 이내로 만족하고 있다.

Fig.3은 세선의 무차원 체적평균온도 θ_0 에 미치는 아스펙트비 L 의 영향을 나타내고 있다. 여기서, 실선은 선열원의 길이가 무한대인 경우의 해석결과이다. 열원의 길이가 유한인 경우, L 이 작아지고 세선 양단으로부터의 열손실

에 의한 영향이 상대적으로 커지므로, θ_0 는 실선으로부터 멀어진다. 특히, $L=100$ 의 경우는, 그 경향이 현저하다는 것을 알 수 있다.

Fig.4에는, θ_0 에 미치는 파라메타 A, B 의 영향을 $L=100$ 인 경우에 대해 나타냈다. 열확산율비 A 와 열전도율비 B 의 범위는, 각각 $A=7.6 \times 10^{-3} \sim 1.2 \times 10^{-2}$ 및 $B=8.0 \times 10^{-3} \sim 1.36 \times 10^{-2}$ 이다. 이것은 액체가 용융염(熔融鹽)이고 세선의 재질이 백금인 경우에 있어서 대표적인 값이다. Fig.4로부터는 양 끝단의 조건인 $A=1.2 \times 10^{-2}$, $B=1.36 \times 10^{-2}$ 에서의 결과(점선)와 $A=7.6 \times 10^{-3}$, $B=8.0 \times 10^{-3}$ 의 조건에서의 결과(파선)와의 차이는 가장 큰 경우에서도 1%이하이므로, 이 범위에서 θ_0 는 파라메타 A, B 에 거의 의존하지 않다고 볼 수 있다. 그러므로, 두 가지 조건으로부터의 결과를 산술평균한 관계를 $L=100$ 인 경우의 기준선(Masterplots)으로서 생각 할 수 있다.

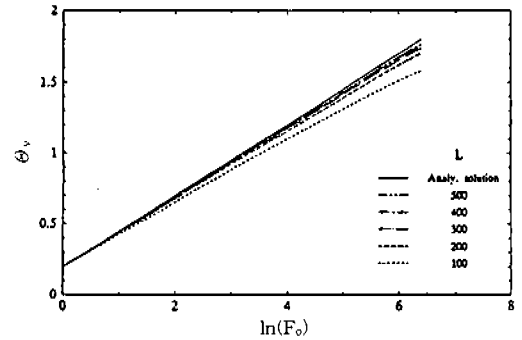


Fig.3 Effects of Aspect Ratio L on θ_0

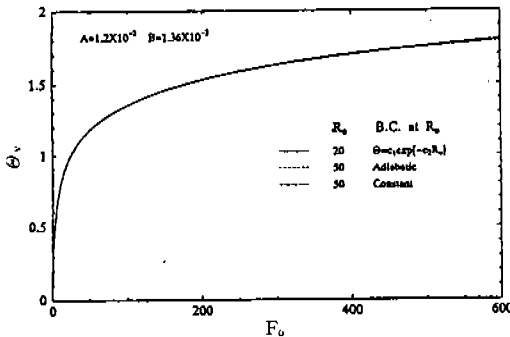


Fig.2 Effects of Outer Boundary Conditions on θ_0

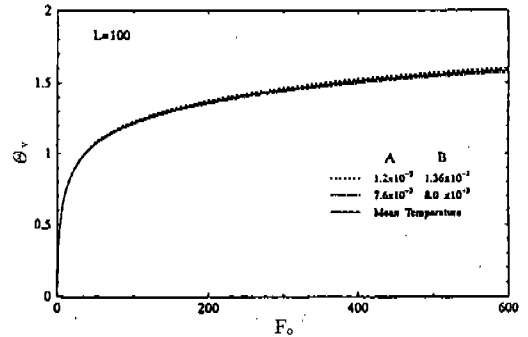


Fig.4 Effects of Parameters A and B on θ_0

3. 측정법 및 수치실험

Fig.5는 세선의 단위체적당 발열량 q_0 , 온도 변화 $\Delta T(t)=[T(t)-T_0]$ 및 반경 r_1 (측정치)를 사용하여, 액체의 열전도율 λ 와 열확산율 α 를 동시에 구하는 과정을 나타내고 있다. 여기서, 측정된 세선의 온도 $\Delta T(t)$ 는 체적평균온도로 간주한다.

임의의 시각 t 와 열확산율의 가정치 α 로부터, F_0' 를 구한다. Fig.4에 실선으로 나타낸 기준선(Masterplots)으로부터, F_0' 에 해당하는 무차원 체적평균온도 Θ_0' 가 구해진다. 그리고, 그 정의식(6)과 $T(t)$ 의 측정치로부터 열전도율 λ' 를 계산할 수 있다. $F_0=0 \sim F_0'$ 의 범위에 있는 Θ_0

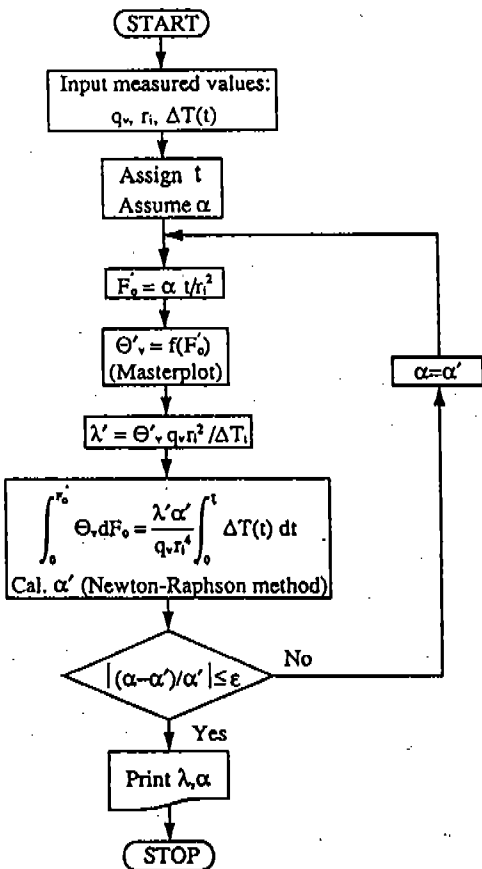


Fig.5 Flow Chart for Evaluating the Thermal Conductivity and Diffusivity

의 적분값은, 측정치 $\Delta T(t)$ 의 $t=0 \sim t$ 의 범위에 대한 적분값을 무차원화 한 것과 같다. 이 관계식을 열확산율 α 에 대해서, Newton-Raphson법을 사용하여 열확산율의 제1근사치 α' 를 구한다. α 와 α' 의 차이가 앞에서 정한 수렴판정 조건을 만족할 때까지, 위에서 기술한 과정을 반복한다.

Fig.6은, 액체로서 용융염 NaNO_3 및 NaOH 를, 또한 세선은 $L=100$ 인 백금을 사용한 경우 세선체적평균온도의 시간에 따른 변화를 나타낸 것이다. 이 온도변화는 이번 수치해석결과에 근거하여, 세선가열량과 용융액의 물성치로부터 계산된 것이다. 여기서는 이 그림을 실험 결과로 가정하여, Fig.5에서 나타낸 과정에 의해 λ 와 α 를 구하는 것을 시도해 보았다. 이때, 계산을 보다 효율적으로 하기 위하여, Fig.4와 Fig.6의 곡선을 최소자승법에 의해 4차다항근사식을 구하여 적용하였다.

또한, 본 논문에서는 세선을 전기적으로 절연한 경우에 대해서도 검토하기 위하여, 세선 표면에 두께 $\delta/r_1=0.6$ 의 피복층이 있는 경우에 대한 수치해석도 하였다. 그리고, 이 경우에도 세선의 무차원체적평균온도 Θ_0 에 관한 Masterplots를 구할 수 있었으며, Fig.5에서 나타낸 방법으로 열전도율 λ 와 열확산율 α 도 구할 수 있었다.

Table 1에 이상에서 기술한 방법으로 구한 λ 와 α 를 자료에서 주어진 물성치와 비교하여

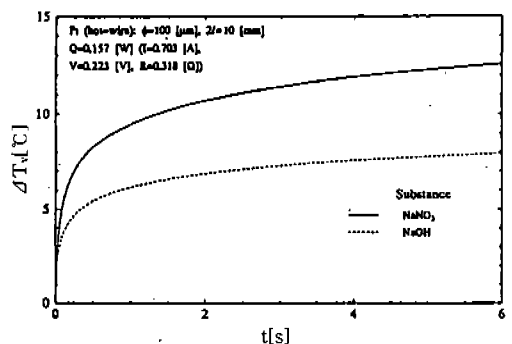


Fig.6 Temperature Variations for Numerical Experiments

Table 1 Comparison of Evaluated Thermal Conductivity and Diffusivity and Known Values

Substance	Temperature [K]	λ (Known) [W/(m·K)]	λ (Estimated) [W/(m·K)]	α (Known) [m ² /s]	α (Estimated) [m ² /s]	Relative errors of λ & α [%]
NaOH	800	1.030	1.019 *	2.95×10^{-7}	2.92×10^{-7} *	1.0, 1.0 *
			1.012 **		2.95×10^{-7} **	1.7, 0 **
NaNO ₃	750	0.604	0.611 *	1.86×10^{-7}	1.88×10^{-7} *	1.2, 1.1 *
			0.615 **		2.95×10^{-7} **	1.8, 0 **

* Two-layer model

** Three-layer model

나타냈다. 여기서, 기호 *와 **는, 각각 피복층이 없는 경우와 있는 경우에 해당된다. 이들 결과로부터, 온도변화와 발열량이 오차 없이 측정되는 경우에, λ 와 α 가 원리적으로는 1.2% (피복층이 없는 경우)와 1.8%(피복층이 있는 경우)정도의 오차로 구해질 수 있다는 것을 알 수 있다. 또한, 이 방법으로 측정장치의 소형화가 가능하며, 전기적인 절연피복이 쉽고 측정용 액체의 양이 상당히 적어도 된다는 이점이 있다.

4. 결 론

온도측정과 발열량을 오차 없이 측정 가능하다면(예를 들면 미소중력 조건), 짧은 세션을 사용한 비정상세선법으로, 액체의 열전도율과

열확산율을 원리적으로는 1.2%(전기적인 절연 피복층이 없는 경우)와, 1.8%(피복층이 있는 경우)이내의 오차로, 두 가지 측정값을 동시에 구할 수 있다.

참 고 문 헌

1. B. Stålhane and S. Pyk, Tek. Tidskr., 28 (1931)389.
2. J.J. Healy, J.J. de Groot and J. Kestin, Physica, 82C(1976)392.
3. Y. Nagasaka and A. Nagashima, J. Phys. E, 14(1981)1435.
4. A Alloush, W.B. Gosney and W.A. Wakeham, Int. J. Thermophys., 3(1982)225.
5. 齊藤 彬夫, 機論(B編), 46, 401(1980)76.