

〈논 문〉 SAE NO. 97370074

수치적 최적화 기법을 이용한 내연기관의 강인한 토크 제어

Robust Torque Control of Internal Combustion Engine Using LMI Technique

김 영 복*, 양 주 호*
Y. B. Kim, J. H. Yang

ABSTRACT

Parameters in the internal combustion engines are variable depending on the operating points. Therefore, it is necessary to compensate for the uncertainties. From this point of view, this paper gives a controller design method and a robust stability condition by LMI approach for engine torque control which satisfies the given H_∞ control performance in the presence of physical parameter perturbations. To the end, the robustness of the system in the presence of perturbation is guaranteed in the all engine operating regions. Its effectiveness is demonstrated by simulation.

주요기술용어 : LMI(선형행렬부동식), Control Performance(제어성능), Perturbation(섭동), Robustness (로버스트성, 강인성)

1. 서 론

연비향상이나 배기가스 규제대책 등에 대한 공연비 제어, Idling 회전수 제어, 자동차 자동 변속기의 변속시 발생하는 쇼크를 없애기 위한 엔진토크의 제어등 내연기관의 제어범위가 넓어져, 제어성능이 자동차 성능의 개선에 기여하는 정도는 상당히 커지게 되었다.

잘 알려져 있는 바와 같이 기관의 출력이 일정한 경우, 고회전(n_e)·저토크(T_e) 운전보다, 저회전·고토크 영역에서 운전하는 것이 기간마찰의 경감에 의해서 연료소비율(b_e)이 향상된다.

따라서 기관의 트로틀 밸브의 개폐각 (θ)과 변속기의 변속비(R_m)를 동시에 제어함으로써 차량측의 요구속도 (n_w), 토크(T_w)를 만족시키면서, 위에 기술한 저회전(n_e)·고토크(T_e)의 기관운전에 의해 연료소비율(b_e)의 최적화 운전이 가능하게 된다. Fig.1은 이러한 것을 나타내고 있으며, 기관면(T_e, n_e)에서 기울어진 선은 b_e 의

* 정회원, 부경대학교 공과대학 제어기계공학과

최소점을 연결한 것이고, 양단의 n_e 일정선은 Over-Rum limit와 낮은 n_e 에 의한 기관계의 과대진동 방지용의 Limit로서, 이러한 선들로부터 b_e 최적운전선(이상선)이 결정되어 진다.

그러나, Accelerator와 트로틀밸브가 직접 결합된 엔진 시스템에서는, 위에서 언급한 이상선상에서의 제어는 불가능 하며, Driver by wire라고 불리어지는 θ , R_m 의 통합 제어방식이 요구되어지고, 변속기도 무단 변속기가 필요하게 된다.

이러한 시스템의 제어에 있어서, 제어성능을 개선하기 위해서는, 시스템의 특성을 정확히 파악하는 것이 필요하다. 내연기관 시스템에서는, 흡기계, 연료분사계, 연소실, 기관회전계등이 있고, 물리 파라미터의 값들은 기관의 운전영역에 따라 크게 달라지기 때문에, 그러한 비선형성에 대한 비선형보상이 필요 불가결하게 된다. 일반적으로는, 기관의 운전영역에 따라 구분선형화하여 Gain-scheduling으로 비선형보상을 행하는 방법이 있으나 그것은 상당히 복잡한 방법중의 하나이다. 또한 기관의 노후화, 대기조건의 변화등 파라미터의 변화가 예측 불가능할 경우도 있고 이에 대한 보상 또한 상당한 어려움이 수반되게 된다.

이러한 대상 시스템의 파라미터 변동에 대해 로버스트한 제어계를 구성하기 위한 한 방법으로서, H_∞ 제어(혼합감도 문제) 및 Fuzzy 제어 기법을 이용하여, 파라미터 변동 등의 불확실성에 대한 로버스트성에 대해, Simulation에 의한 비교검토가 행하여져 있다.¹⁻²⁾

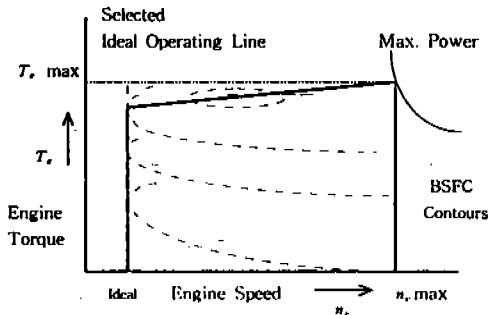


Fig.1 Engine Operating Map

이에 대해, 본 논문에서는 제어계 설계를 위한 수치적 최적화 기법의 하나로써 최근 주목을 받고 있는 LMI(Linear matrix inequality) 기법을 이용하여 시스템의 파라미터의 변동에 대한 제어계의 로버스트성이 보장될 수 있도록 제어계를 설계하기로 한다.

먼저, LMI를 이용한 제어계 설계기법의 주요한 특징에 대해 간단히 기술한다.

LMI에 의해 상태 피드백 제어칙을 설계하는 문제는

- (1) 대역적(大域的) 최적해를 구할 수 있다는 것
- (2) 다수의 설계사양을 쉽게 다룰 수 있다는 것

등의 이점이 있다. 또한 LMI를 이용하게 되면, 대상 시스템의 파라미터 변동에 대한 로버스트성도 행렬 폴리토프(Polytopic)에 의해서 보장할 수 있다.³⁻⁴⁾ 그래서 본 논문에서는 내연기관을 제어대상으로 하고

(가) 시스템의 물리파라미터 변동에 대한 로버스트성

(나) H_∞ norm 조건

등을 설계사양으로 두고, 이것들을 만족시키는 상태 피드백 제어칙을 LMI를 이용하여 체계적으로 설계한 다음 그 유효성을 Simulation을 통해 검토하고자 한다.

그리고 본 논문에서 사용하는 단어, 기호는 특별한 부가설명이 없는 한 다음과 같다.

$\|Z\|_\infty$: 전달함수 행렬 Z 의 H_∞ norm

$Z \in RH_\infty$ 일 때 다음과 같이 정의된다.

$$\|Z\|_\infty : \triangleq \sup_{\omega} \sigma_{\max}(Z(j\omega))$$

여기서 $\sigma_{\max}(A)$ 는 A 의 최대특이치, RH_∞ 는 Proper인 실수 유리행렬의 집합이다.

2. 제어대상과 설계사양

2.1 제어대상의 표현

시뮬레이션에서 제어대상으로 하고 있는 차

량의 제원과 사용하는 기호는 Table 1과 같다.¹⁾

그리고, 대상으로 한 자동차의 구동계 즉, 기관-무단변속기(CVT)-부하계의 블록선도를 Fig.2에 나타낸다. 여기서, 입력은 트로틀 밸브 각도 θ [rad]이고, 궁극적인 기관의 CVT 통합제어의 관점에서, 제어량은 엔진 토크 T_e [Nm]로 했다. 이때, T_e 발생후의 기관회전계 운동방정식을 (1)~(4) 식으로 나타낸다.

Table 1 Summary of Variables for Physical System

Inertia	(J)		
engine	(J_e)	0.032	kgm ²
CVT	(J_v)	0.066	kgm ²
diff.gear+tire	(J)	3.943	kgm ²
friction	(f)	1.000	kgm ² /s
CVT gear ratio	(R_m)	0.4345-2.34	
Final gear ratio	(R_w)	5.69	
Vehicle mass	(M)	1.305	kg
Front project area	(A)	1.8	m ²
Coeffi. of drag	(C_d)	0.36	
Tire radius	(r_t)	0.273	m
Gradient of raad	(δ)	0.0	rad
Coeffi of roll. resist.	(μ)	0.018	
Air specific gravity	(ρ)	1.166	kg/m ³
Gravity	(g)	9.8	m/s ³

$$T_e - T_L = J \dot{n}_e - f n_e \quad (1)$$

$$T_L = \frac{r_t F_L}{R_m R_w} \quad (2)$$

$$F_L = \rho C_d A V^2 / 2 + Mg(\mu + \sin \delta) \quad (3)$$

$$J = J_e + \frac{J_v}{R_m^2} + \frac{J_t}{(R_m R_w)^2} + 2\pi M \left(\frac{r_t}{R_m R_w} \right)^2 \quad (4)$$

관성 모멘트 J 는 기관축 주위로 등가변환하고, 차량질량도 회전부하로 환산한다. 이것은 CVT의 변속비(R_m)를 고려한 것이다.

위의 Fig.2와 식 (1)~(4)에서, θ : Throttle valve angle [rad], T : Time const. [s], L : Dead time [s], T_e : Engine torque [Nm], T_L : Load torque [Nm], n_e : Engine speed [1/s], F_L : Running resistance [N], V : Vehicle speed [m/s]로 나타낸다.

본 연구에서 고려하고 있는 비선형 특성은 $T, L, \partial T_e / \partial \theta, J, \partial T_e / \partial n_e, \partial T_L / \partial n_e$ 등이며, 이것들이 기관의 제어에 있어서 비선형특성을 나타내는 대표적인 파라미터들이다.

이것으로부터 제어대상의 시스템 표현을 다음과 같이 나타낸다.

$$\dot{x}(t) = A_p x(t) + B_p u(t)$$

$$y(t) = C_p x(t) \quad (5)$$

여기서,

$$A_p = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -\frac{12}{L^2} & \frac{6}{L} & \frac{12}{L^2} & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{T} & -\frac{1}{T} \frac{\partial T_e}{\partial n_e} \\ 0 & -\frac{L}{J} & \frac{1}{J} & -\frac{1}{J} \left(\frac{\partial T_L}{\partial n_e} + f \right) \end{bmatrix}$$

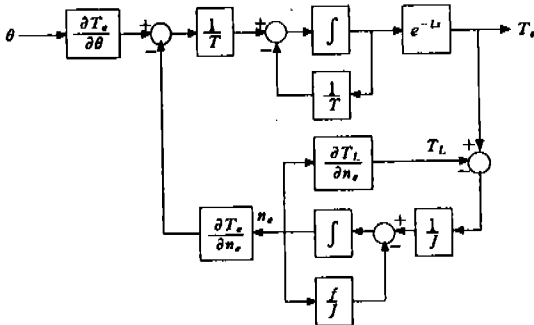


Fig.2 Block Diagram of CVT Control System

$$B_p = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \frac{1}{T} \frac{\partial T_e}{\partial \theta} & 0 \end{bmatrix}^T \quad (6)$$

$$C_p = [0 \quad L \quad -1 \quad 0]$$

이고, 시간지연은 다음식과 같이 Pade의 2차 근사법으로 근사화 한다.

$$e^{-Ls} = \left(1 - \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{12} \right) \times \left(1 + \frac{Ls}{2} + \frac{(Ls)^2}{12} \right)^{-1} \quad (7)$$

2.2 설계사양

(1) 물리 파라미터의 변동

파라미터 변동은 식 (6)의 시스템의 계수행렬 A_p, B_p, C_p 의 파라미터 변동으로 하고, 이때의 계수행렬을 행렬 폴리티프³⁾ 형태로 표현하여, 이러한 파라미터의 변동에 대한 제어계의 로버스트성을 보증한다.

본 논문에서는 $T, L, \partial T_e / \partial \theta, J, \partial T_e / \partial n_e, \partial T_i / \partial n_e$ 를 변동하는 파라미터로 생각한다. 여기서, T, L 는 기관의 회전속도 n_e 에, $\partial T_e / \partial n_e$ 는 기관 운전점(T_e, n_e)에 의해서 변화한다. 이에 대해, 대상으로 한 자동차 기관의 예를 Fig.3에 나타낸다.¹⁾

Fig.3에 나타낸 것과 같이, 일반적으로 물리 파라미터의 변동범위는 10배이상이고, $\partial T_i / \partial n_e$ 는 R_m, n_e 에 의해서, J 는 R_m 에 의해서 30~200배까지 변화한다.²⁾ 이와 같은 파라미터 변동에 대한 검토를 행하기 위해서, 파라미터의 최대,

최소의 양극단의 값을 갖는 기관 운전점 ㉠~㉡를 Fig.3에 나타낸다. 그리고, Table 2는 무단변속기의 변속비 $R_m=0.435(\min), 2.34(\max)$ 에서의 $\partial T_i / \partial n_e$ 과 J 의 값을 나타내고 있다.

이것으로부터, 기관을 전영역, 전 R_m 영역에서 운전하는 경우에는, 기관 시스템내의 파라미터들이 크게 변화하기 때문에 제어계의 로버스트성이 요구되어짐을 알 수 있다.

(2) H_∞ 제어사양

본 논문에서는 정상상태에서 목표치와의 편차를 없애기 위해 Fig.4와 같은 적분형 서보계⁵⁾를 구성하기로 한다. 이때, 이 시스템의 w 에서 y 까지의 전달함수 Z_{yw} 의 $\|Z_{yw}\|_\infty$ 를 최적화하고, 출력측의 저감도화를 달성하도록 한다. 따라서, 이 시스템에 외란을 부가하면 식 (5)는

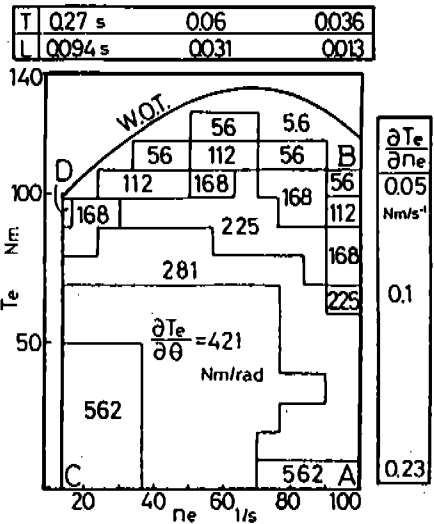


Fig.3 Parameters in the Operating Range

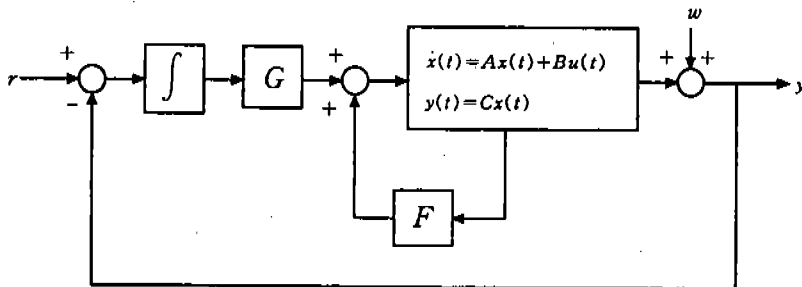


Fig.4 Integral Type Control System

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}}(t) &= (\widetilde{A}_p + \widetilde{B}_p K) \hat{x}(t) + \widetilde{B}_w w(t) \\ y(t) &= \widetilde{C}_p \hat{x}(t) + \widetilde{D}_w w(t) \end{aligned} \quad (8)$$

와 같이 표현된다. 여기서

$$\begin{aligned} \widetilde{A}_p &= \begin{bmatrix} A_p & 0 \\ -C_p & 0 \end{bmatrix}, \quad \widetilde{B}_p = \begin{bmatrix} B_p \\ 0 \end{bmatrix}, \\ \widetilde{C}_p &= [-C_p \ 0] \end{aligned} \quad (9)$$

$$\widetilde{B}_w = [0 \ 0 \ 0 \ -1]^T, \quad \widetilde{D}_w = 1$$

이고, $\hat{x}(t) = [\tilde{x}(t) \ \tilde{u}(t)]^T$, $\tilde{u}(t)$ 는 확대계의 상태, 제어입력이다. 또한, 상태 피드백제어 칩은

$$u(t) = Kx(t) = [F \ C] \begin{bmatrix} x(t) \\ v(t) \end{bmatrix} \quad (10)$$

로 된다.

3. LMI를 이용한 제어계의 설계

본론에 들어가기에 앞서, 기본적인 부등식 조건을 소개한다.

Lemma 1⁶⁻⁷⁾ 다음에 기술하는 조건들은 등가이다.

(1) A가 안정한 행렬이고
 $\|C(sI-A)^{-1}B+D\|_{\infty} < \gamma$

(2) $\gamma^2 I - D^T D > 0$ 및

$$PA + A^T P + C^T C + (PB + C^T D)(\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) < 0$$

를 만족하는 $P > 0$ 가 존재한다.

(3)

$$\begin{bmatrix} AQ + QA^T & B & QC^T \\ B^T & -\gamma I & D^T \\ CQ & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \exists Q > 0.$$

또한, 다음의 조건도 등가임을 증명하는 것이 가능하다.

Lemma 2 다음의 조건은 Lemma 1의 (1), (2), (3)과 등가이다.

$$\begin{bmatrix} \gamma(AQ + QA^T) & B & \gamma QC^T \\ B^T & -\gamma I & D^T \\ \gamma CQ & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0, \exists Q > 0. \quad (11)$$

이 조건이 Lemma 1의 (2)와 등가임을 증명해 둔다.

Proof (11) \Leftrightarrow [Lemma 1의 (2)]임을 증명한다.

(11) \Leftrightarrow

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} Q^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} \gamma(AQ + QA^T) & B & \gamma QC^T \\ B^T & -\gamma I & D \\ \gamma CQ & D & -\gamma I \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} Q^{-1} & 0 & 0 \\ 0 & I & 0 \\ 0 & 0 & I \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \gamma(Q^{-1}A + A^T Q^{-1}) & Q^{-1}B & \gamma C^T \\ B^T Q^{-1} & -\gamma I & D^T \\ \gamma C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \begin{bmatrix} \gamma(PA + A^T P) & PB & \gamma C^T \\ B^T P & -\gamma I & D^T \\ \gamma C & D & -\gamma I \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \gamma(PA + A^T P) - [PB \ \gamma C^T] \begin{bmatrix} -\gamma I & D^T \\ D & -\gamma I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} B^T P \\ \gamma C \end{bmatrix} < 0$$

$$\Leftrightarrow \gamma(PA + A^T P) - [PB \ \gamma C^T]$$

$$\begin{aligned} & \times \begin{bmatrix} (-\gamma I + \frac{1}{\gamma} D^T D)^{-1} & \frac{1}{\gamma} (-\gamma I + \frac{1}{\gamma} D^T D)^{-1} D^T \\ \frac{1}{\gamma} (-\gamma I + \frac{1}{\gamma} D^T D)^{-1} & \frac{1}{\gamma} D (-\gamma I + \frac{1}{\gamma} D^T D)^{-1} - \frac{1}{\gamma} I \end{bmatrix} \\ & \times \begin{bmatrix} B^T P \\ \gamma C \end{bmatrix} < 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & ((-\gamma I + \frac{1}{\gamma} D^T D)^{-1} \\ & = \gamma(\gamma^2 I - D^T D)^{-1} \text{ 임에 주의하면}) \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \gamma \{ PA + A^T P + C^T C + (PB + C^T D) (\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) \} < 0$$

$$\Leftrightarrow PA + A^T P + C^T C + (PB + C^T D) (\gamma^2 I - D^T D)^{-1} (B^T P + D^T C) < 0.$$

3.1. H_∞ norm 조건

(8)식의 시스템 표현에서, 불확실성을 포함하고 있는 계수행렬 $\widehat{A}_p, \widehat{B}_p, \widehat{C}_p$ 는 α 를 파라미터로 하여 다음과 같이 나타낸다.

$$\begin{aligned} \widehat{A}_p(\alpha) &= \sum_{i=1}^k \alpha_i \overline{A}_i \\ \widehat{B}_p(\alpha) &= \sum_{i=1}^k \alpha_i \overline{B}_i \\ \widehat{C}_p(\alpha) &= \sum_{i=1}^k \alpha_i \overline{C}_i \\ \sum_{i=1}^k \alpha_i &= 1, \alpha_i \geq 0, i=1, \dots, k \end{aligned} \tag{12}$$

여기서, $\overline{A}_i, \overline{B}_i, \overline{C}_i, i=1, 2, \dots, k$ 는 단점(vertex) 행렬이고, (12)식으로 나타내어지는 행렬의 집합을 행렬 폴리토프라 부른다.⁸⁻⁹⁾ (12)식의 표현과 Lemma 1, Lemma 2의 조건들을 기본으로 해석 다음의 Theorem을 둔다.

Theorem (8)식으로 주어진 시스템에 대해서, 페루프제가 안정하고, w 에서 y 까지의 전달 함수 $\|Z_{yw}\|_\infty < \gamma$ 를 만족시키는 상태 피드백 제어칙 K 가 존재하기 위한 필요충분조건은

$$\begin{bmatrix} \widehat{A}_p X + X \widehat{A}_p^T + \widehat{B}_p Y + Y \widehat{B}_p^T & \widehat{B}_w^T X \widehat{C}_p^T \\ \widehat{B}_w^T X & -\gamma I \\ C_p X & \widehat{D}_w^T \\ & \widehat{D}_w & -\gamma I \end{bmatrix} < 0 \tag{13}$$

가 성립되도록 하는 정정대칭행렬(Positive definite symmetric matrix) X 와 변수 Y 가 존재하는 것이다. 이때, 상태 피드백 게인 K 는

$$K = YX^{-1} \tag{14}$$

로 주어진다.

Proof Lemma 1, Lemma 2로부터 쉽게 증명할 수 있다.

3.2. 설계순서

복수의 제어사양을 만족하는 상태 피드백 제어칙의 설계는, 3.1 절에 주어진 LMI의 식을 만족하는 공통의 해 X, Y 를 이용하여 설정한 제어사양을 만족하는 상태 피드백 제어칙 K 를 구할 수 있다.

다음으로, 구하여진 상태 피드백 제어칙이, 파라미터 변동에 대해서도 제어사양을 만족시키고 있는가에 대해서 고찰한다. 상태방정식으로 표현된 시스템의 경우에는, 변동하는 파라미터를 갖는 각 계수행렬의 단점행렬로 주어지는 제어사양의 LMI를 동시에 만족시키는 공통해를 구하는 것으로 설계는 종료된다.

4. 시뮬레이션

본 절에서는, 제어대상의 물리 파라미터의 변동에 대해 로버스트한 제어계를 구성하고, 시뮬레이션을 통해 그 유효성을 검증한다.

기관을 전영역, 전 R_m 영역에서 운전하는 경우, Fig.3과 Table 2에 나타낸 것과 같이, 시스템 내의 파라미터가 크게 변화하기 때문에, 그러한 변동에 대한 제어계의 로버스트성이 요구되어진다. 그러므로, 먼저, 변속비 $R_m=0.435$ (min)로 하고, 이 영역에서 설계한 제어계가, $R_m=2.34$ (max) 영역에서도 로버스트성이 보장되도록, LMI 조건을 만족시키는 해를 구하여 제어칙을 유도한다. 그러기 위해서, Fig.1과 Table 2로부터, 변동하는 파라미터들이

$$0.435 \leq R_m \leq 2.34, 0.036 \leq T \leq 0.27,$$

$$0.013 \leq L \leq 0.094$$

$$0.002 \leq \partial T_l / \partial n_e \leq 0.4, 5.6 \leq \partial T_e / \partial \theta \leq 562.$$

$$0.05 \leq \partial T_e / \partial n_e \leq 0.23 \tag{15}$$

Table 2 Parameters at Load Side

R_m	0.435(min)		2.34(max)	
Condition	(A), (B)	(C), (D)	(A), (B)	(C), (D)
$\partial T_L / \partial r_{ne}$	0.4	0.002	0.05	0.003
J	10.2		0.36	

의 범위에서 변동한다고 하자.¹⁾ 그리고, (8), (9) 식의 시스템 표현에서, 행렬 A_p, B_p, C_p 를

$$\begin{aligned} A_p &= A_m + \Delta A_m, & B_p &= B_m + \Delta B_m, \\ C_p &= C_m + \Delta C_m \end{aligned} \quad (16)$$

와 같이 공칭부분(Nominal part) A_m, B_m, C_m 와, 불확실한 부분(Uncertain part) $\Delta A_m, \Delta B_m, \Delta C_m$ 으로 분리해서 나타내기로 한다.

앞서 기술한 바와 같이, 전 R_m 영역 ($0.435 \leq R_m \leq 2.34$)에서의 로버스트성을 보장하기 위해서, 먼저,

(가) $R_m=0.435(\text{min})$ 로 한다.

이때, 변동하는 파라미터의 기준치, 즉 공칭부분을 Fig.3과 Table 2에 나타낸 각각의 변동 범위의 중간치를 취하여

$$A_m = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -36182 & 262.69 & 36182 & 0 \\ 0 & 0 & -15.74 & -3.20 \\ 0 & -0.0053 & 0.10 & -0.12 \end{bmatrix}$$

$$B_m = [0 \ 0 \ 7788.15 \ 0]^T \quad (17)$$

$$C_m = [0 \ 0.053 \ -1 \ 0]$$

로 나타내고, 이것으로부터 구성되어지는 시스템 (8)식의 계수행렬을 기준 시스템의 계수행렬이라한다. 그리고, 행렬 A_p, B_p, C_p 의 불확실성을 나타내는 $\Delta A_m, \Delta B_m, \Delta C_m$ 는 다음과 같이 행렬 폴리토프로 표현한다.

$$\Delta A_m = \sum_{i=1}^{16} \alpha_i A_i \quad (18)$$

$$A_i = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ -36182 & 262.69 & 36182 & 0 \\ 0 & 0 & -15.74 & -3.20 \\ 0 & -0.0053 & 0.10 & -0.12 \end{bmatrix}$$

$$\pm \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 34823.92 & 198.86 & 34823.92 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\pm \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 12.04 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3.188 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\pm \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.021 \end{bmatrix}$$

$$\Delta B_m = \sum_{i=1}^{16} \alpha_i B_i \quad (19)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} 0 \\ 7788.15 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \pm \begin{bmatrix} 0 \\ 7767.41 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\Delta C_m = \sum_{i=1}^{16} \alpha_i C_i \quad (20)$$

$$C_i = [0 \ 0.05 \ -1 \ 0] \pm [0 \ 0.013 \ 0 \ 0]$$

$$\sum_{i=1}^k \alpha_i = 1, \quad \alpha_i \geq 0 (i=1, \dots, 16) \quad (21)$$

그리고,

(나) $R_m=2.34(\text{max})$ 로 하고, Fig.3과 Table 2로부터, 상술한 (가)와 동일한 순서로 단점행렬(Vertex)를 구한다.

그리고, 제어계의 과도응답 특성을 개선하기 위하여 다음과 같은 전치 보상기를 시행착오를 거듭하여 구하였다.

$$G_F(s) = \frac{b}{s+a} \quad (a=0.03, b=50) \quad (22)$$

(22)식의 보상기를 삽입하여 얻어지는 제어계

에 있어서, 위의 (가), (나)로부터 구해지는 각 단점 행렬에 대해 Theorem의 부등식 (13)을 풀었다. 그 결과, $\gamma=7.5$ 에서 공통의 해 X, Y가 존재하고, 이것으로부터

상태 피드백 게인

$$F=[1.70 \times 10^{-7} \quad 1.40 \times 10^{-5} \quad 2.30 \times 10^{-7} \quad -2.05 \times 10^{-8}]$$

적분기의 게인

$$G=2.27 \times 10^{-3} \tag{23}$$

를 구했다.

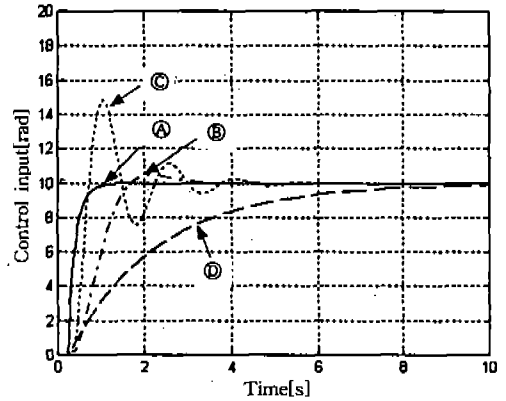
(다) 응답특성과 참고문헌 1)의 결과와의 비교

위와 같이 설계된 상태 피드백 게인 및 적분기의 게인을 이용하여, 전 운전영역에서, 파라미터 변동에 대해 로버스트성이 보장되어지는지를 시뮬레이션을 통해 확인한다.

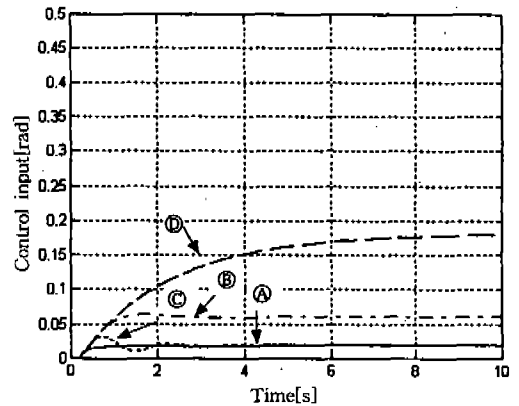
무단변속기의 변속비가 $R_m=0.45(\text{min})$, $R_m=2.34(\text{max})$ 일때, Fig.3에 나타낸 운전점 (A), (B), (C), (D)에서의 시뮬레이션 결과를 Fig.5-Fig.6에 각각 나타낸다. 이것은 스텝상의 목표신호를 0.15[sec] 경과후에 인가 하였을 때의 제어 출력(엔진토크: T_e)과 제어입력(트로틀 밸브 각도: θ)이다.

비교를 위해서, 참고문헌 1)의 결과를 Fig.7과 Fig.8에 나타낸다. 여기에서는 H_∞ 제어기법에 있어서 혼합감도문제로 제어를 설계한 경우이다. 그리고, 참고문헌 1)의 시뮬레이션 결과는, 변동하는 파라미터 $\partial T_e / \partial \theta$ 가, $56 \leq \partial T_e / \partial \theta \leq 560$ 의 범위에서 변동할때의 결과이며, 예를 들어 $\partial T_e / \partial \theta = 5.6$ 일 때는 발산하고 말았다. 참고문헌 1)에서는 구조적인 불확실성(structured uncertainty)인 물리파라미터의 변동을 비구조적인 불확실성(structured uncertainty)으로 취급하여 제어를 설계하고 있다. 그러나 이것은 설계자의 입장에서 볼 때 바람직한 방법이라 할 수 없을 뿐 만 아니라 여러 가지 불명확한 부분이 존재하게 된다. 또한, 그렇게하여 설계되어진 제어기가 모든 파라미터 변동영역에 걸쳐서 로버스트성이 보장된다고는 단정할 수 없다.

그러나, 본 논문에서와 같은 LMI 설계기법을 이용하면, 보다 효율적이고, 해석적이며 체계적인 방법으로 설계사양에서 고려하고 있는 조건들을 만족시키는 제어를 설계할 수 있음을



(a) Controlled outputs



(b) Control inputs

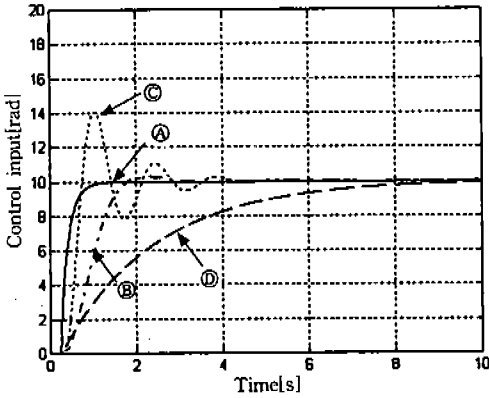
Fig.5 Step Responses in the Region (A), (B), (C), (D) [$R_m=0.435(\text{min})$]

확인할 수 있다.

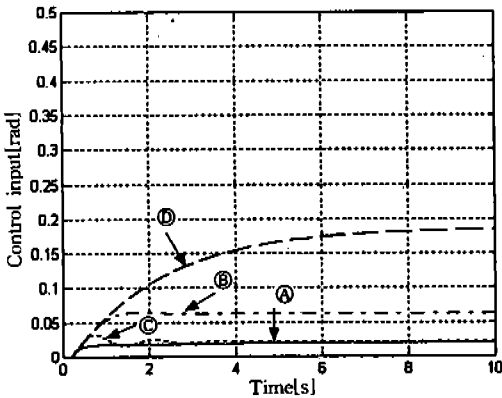
5. 결 론

본 논문에서는 내연기관 시스템에 주어진 제어사양에 대해서, 수치적 최적화 기법의 하나인 LMI 설계기법을 이용한 제어기의 설계예를 제시하였다.

그래서, 제어대상의 광범위한 물리 파라미터 변동에 대해서 제어계의 로버스트성이 보장되도록 하는 상태 피드백 제어기를 LMI를 이용하여 구하였으며, 시뮬레이션을 통해 그 유효성을 확인하였다. 본 논문에서는 파라미터 변



(a) Controlled outputs



(b) Control inputs

Fig.6 Step Responses in the Region (A), (B), (C), (D) [$R_m=2.34(\text{min})$]

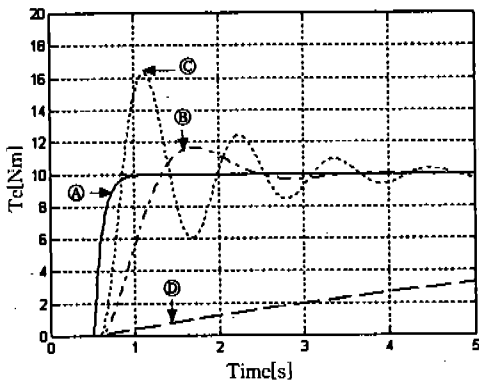


Fig.7 Step Responses in Case of Takiyama and et al [$R_m=0.435(\text{min})$]

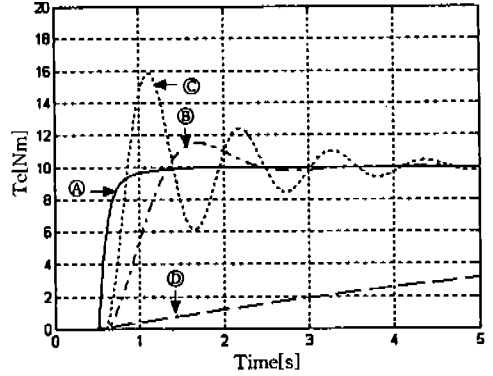


Fig.8 Step Responses in Case of Takiyama and et al [$R_m=2.34(\text{min})$]

동에 대한 로버스트성과 H_∞ 제어사양만을 설계사양으로하여 제어칙을 구하였으나, 지정한 영역내에 페루프계의 극을 배치하는 것 등의 좀더 복잡하고 다양한 설계사양을 동시에 만족시키는 제어칙도 LMI기 등을 이용하여 구할 수 있다.

참 고 문 헌

1. T. Takiyama and S. Morita, "Robustness of Controlling Internal Combustion Engines", JSME(C), 60-572, pp. 1303~1307, 1994.
2. I. Masubuchi, A. Ohara and N. Suda, "A Design of Robust Servosystems for Structured Uncertain Plants", Trans. SICE, Vol. 30, No. 9, pp. 1051~1059, 1994.
3. S. Boyd et al, Linear Matrix Inequalities in System and control Theory, SIAM, 1994.
4. 小原, 杉江, "凸最適化を用いた制御系設計", 日本システム/制御/情報學會, Vol. 38, No. 3, pp. 138~146, 1994.
5. Y. Fujisaki and M. Ikeda : Synthesis of Two-Degree-of-Freedom Design of Optimal Servosystems, Proc 31st IEEE CDC, pp. 3588~3589, 1992.

6. T. Iwasaki and R. E. Skelton, "A Complete Solution to the General H_∞ Problem", LMI Existence Conditions and State Space Formulars : ACC, pp. 605~609, 1993.
7. P. Gahinet and P. Apkarian, "A Linear Matrix Inequality Approach to H_∞ Control", Int. J. Robust and Nonlinear Control, Vol. 4, pp. 421~448, 1994.
8. K. Gu, M. A. Zohdy and N. K. Loh, "Necessary and Sufficient conditions of Quadratic Stability of Uncertain Linear System", IEEE Trans. Auto. Control, Vol. 35, No. 5, pp. 601~604, 1990.
9. H. Kogame and T. Mori, "An Exact Quadratic Stability Condition of Uncertain Linear Systems", IEEE Trans. Auto. Control, Vol. 38, No. 2, pp. 280, 1993.