

〈논 문〉 SAE NO. 97370070

복합재료 원통셸의 진동, 좌굴강도, 충격강도 특성 및 그의 설계최적화에 관한 연구

A Study on the Design Optimization of Composite Cylindrical Shells with Vibration, Buckling Strength and Impact Strength Characteristics

이 영 신*, 전 병 회**, 오 재 문***
Y. S. Lee, B. H. Jun, J. M. Oh

ABSTRACT

The use of advanced composite materials in many engineering structures has steadily increased during the last decade. Advanced composite materials allow the design engineer to tailor the directional stiffness and the strength of materials as required for the structures. Design variables to the design engineer include multiple material systems, ply orientation, ply thickness, stacking sequence and boundary conditions, in addition to overall structural design parameters.

Since the vibration and impact strength of composite cylindrical shell is an important consideration for composite structures design, the reliable prediction method and design methodology should be required.

In this study, the optimum design of composite cylindrical shell for maximum natural frequency, buckling strength and impact strength are developed by analytic and numerical method. The effect of parameters such as the various composite material orthotropic properties(CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid), the stacking sequences, the shell thickness, and the boundary conditions on structural characteristics are studied extensively.

주요기술용어 : Composite Cylindrical Shell(복합재료 원통셸), Carbon Fiber Rein-forcement Plastic; CFRP(탄소섬유 복합재료), Vibration Analysis(진동해석), Buckling Analysis(좌굴해석), Impact Analysis(충격해석), Optimization(최적화)

* 정회원, 충남대학교 기계설계공학과
** 전 충남대학교 대학원, 현 국방과학연구소
*** 전 충남대학교 대학원, 현 만도기계(주)
문막사업본부

1. 서 론

구조요소로서 용도에 따라 원형 또는 다양한 단면형상을 갖는 원통셀은 일반 산업설비로부터 우주, 해양 구조물에 이르기까지 광범위하게 응용되고 있으며, 따라서 이들 원통셀의 기본적인 거동을 이해하고 구조물로 적용시키기 위해서는 강도 특성과 함께 동특성을 아는 것이 중요하다. 특히 회전이나 왕복운동체와의 공진에 의한 파괴를 피하기 위해서는 고유진동수와 진동모드에 관한 정보가 필수적으로 요구된다. 또한 다양한 용도에 따라 고강도 및 경량화가 요구되어 주름, 보강 원통셀이 사용되고 있으며, 최근에는 복합재료 원통셀의 사용이 증가되고 있다.¹⁻⁴⁾

특히 섬유보강 복합재료는 중량에 비해 강도 및 강성이 우수하고 특히 설계요건에 따라 적층 배열을 적절히 선정할 수 있는 유용성 때문에 경량화 및 고강도가 요구되는 자동차, 항공기 및 우주비행체의 구조물에 널리 응용되고 있는 상태이다. 따라서 이들 복합재료 셀 구조물을 최대한 잘 활용하기 위해서는 동특성, 좌굴강도 및 충격강도와 같은 각종 역학적 특성을 정확히 규명하여야 한다.⁵⁻¹²⁾ 특히 이들 복합재료는 모두가 충격하중에 대한 저항력이 비교적 약하다는 특성을 갖고 있다.

한편 복합재료 원통셀의 설계 시에 정확한 해석적 기초나 최적화의 기초 없이 단순한 경험적 또는 반경험적인 방법을 적용할 경우에는 응용에 제한이 있으며, 실제의 고동복합재료 셀 구조에는 적용할 수 없다. 이에 따라 신뢰성 있고 효율적이며 고기능의 구조물을 설계하기 위해서는 고유진동수, 좌굴강도 및 충격강도와 같은 다양한 역학적 특성을 최대화하고 처짐, 중량등을 최소화하는 최적의 구조설계기법 개발이 요구된다.

복합재료 원통셀의 구조특성과 최적설계는 최근 여러해 동안 주요연구의 대상이 되어 왔으며 적층 배열의 결정이 매우 중요하다. 이전의 최적화연구는 대부분 특정한 경계조건 및 하중조건에 따르는 섬유방향의 최적화와 특정

한 섬유방향을 갖는 층간두께를 최적화하는 연구가 수행되었다. 최근에 이르러 적층 판의 경우 판의 처짐, 강도 및 고유진동수를 조합한 목적함수를 사용하여 첫 단계의 최적화 문제를 구성하고 최적의 적층 강도를 구한 후에, 두 번째 단계에서 최소중량을 갖는 층간두께를 찾는 최적화 기법이 연구되고 있다.¹³⁻¹⁹⁾

이때 최적화 문제에서 경계조건이 다르면 재수식화를 하여야 하고, 그에 상응하는 프로그램의 작성이 추가로 요구되지만, 유한요소법을 설계에 도입하면 입력자료의 수정으로 다양한 경계조건을 설계할 수 있기 때문에, 각 설계단계에서 구조물의 처짐, 고유진동수, 강도 특성의 해석을 위해 이론적해법과 함께 유한요소법을 연계 활용하는 것이 효과적이다. 또한 고유진동수와 진동모드형상 등은 실험을 통한 실증적인 특성자료가 제시되어야 한다.

따라서 본 연구에서는 이론적인 해법과 함께 유한요소법과 연계하여 임의의 경계조건을 갖는 다양한 적층 복합재료 원통셀의 진동특성, 좌굴강도 및 충격강도에 대한 구조응력 해석을 수행하고 실험으로 동특성 거동을 규명하였으며, 이들 원통셀 구조물에 설계제한조건을 고려한 매개변수 연구를 통해 최적화 설계를 제시하였다.

2. 구조진동해석

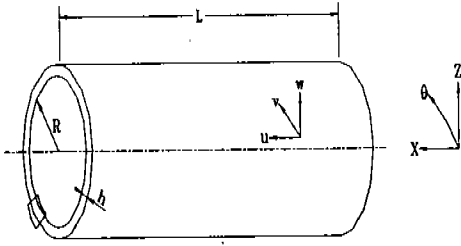
2.1 수식화

2.1.1 해석모델

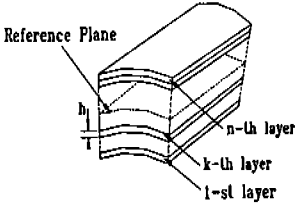
본 연구에서는 Fig.1과 같은 반경 R , 길이 L , 일정 두께 h 인 적층 원통셀을 고려하였다. 셀 중앙면의 임의의 일점의 좌표는 축방향, 원주 방향, 반경 방향좌표를 x, θ, z 으로 표시되며, 각각의 변위 성분은 u, v, w 로 표시한다. 또한 재료 물성의 주축좌표는 그림과 같이 1, 2, 3으로 정의되고, 섬유방향각(ψ)은 x 축과 1방향사이의 각을 의미한다.

2.1.2 구성 방정식

본 연구에서는 복합재료 원통셀을 해석하기 위하여 Flügge 얇은 셀 이론을 사용하였으며,



(a) Shell geometry



(b) Cross section view

Fig.1 Coordinate System and Structure of the Laminated Composite

원통셸의 중앙면에서 z 만큼 떨어진 곳의 변형률은 다음과 같다.²⁰⁾

$$\begin{aligned} \epsilon_x &= \epsilon_x^0 + z \kappa_x, \quad \epsilon_\theta = \epsilon_\theta^0 + z \kappa_\theta, \\ \epsilon_{x\theta} &= \epsilon_{x\theta}^0 + z \kappa_{x\theta} \end{aligned} \quad (1)$$

여기서, $\epsilon_x^0, \epsilon_\theta^0, \epsilon_{x\theta}^0$ 는 각각 셸 중앙면의 축방향, 반경방향, 전단변형률이며, $\kappa_x, \kappa_\theta, \kappa_{x\theta}$ 는 중앙면의 곡률변화이다. 이들은 Flugge에 의해 유도된 변형률-변위 관계식으로 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} \epsilon_x^0 &= \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \epsilon_\theta^0 = \frac{1}{R} \left(\frac{\partial v}{\partial \theta} + w \right), \\ \epsilon_{x\theta}^0 &= \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial x} \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \kappa_x &= -\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}, \\ \kappa_\theta &= -\frac{1}{R^2} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial \theta^2} - \frac{\partial v}{\partial \theta} \right), \\ \kappa_{x\theta} &= -\frac{1}{R} \left(2 \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial \theta} - \frac{\partial v}{\partial x} \right. \\ &\quad \left. + \frac{1}{R} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (3)$$

여기서 R 는 원통셸의 반경을 나타낸다. 또한 임의로 적층된 복합재료 적층셸의 구성 방정식은 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} N_i \\ \dots \\ M_i \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A_{ij} & B_{ij} \\ \dots & \dots \\ B_{ij} & D_{ij} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_j^0 \\ \dots \\ \kappa_j^0 \end{Bmatrix} \quad (4)$$

$(i, j = 1, 2, 6)$

A_{ij}, B_{ij} 및 D_{ij} 는 각각 셸의 신장, 연성, 굽힘강성으로서 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned} (A_{ij}, B_{ij}, D_{ij}) &= \int_{h/2}^{-h/2} (1, z, z^2) \overline{Q}_{ij} dz \end{aligned} \quad (5)$$

$(i, j = 1, 2, 6)$

\overline{Q}_{ij} 는 수정된 축소강성계수로 아래와 같다

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{11} &= Q_{11} \cos^4 \theta \\ &\quad + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + Q_{22} \sin^4 \theta \\ \overline{Q}_{12} &= (Q_{11} + Q_{12} - 4Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^2 \theta) \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{22} &= Q_{11} \sin^4 \theta \\ &\quad + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + Q_{22} \cos^4 \theta \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \overline{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \cos^2 \theta \sin^2 \theta \\ &\quad + Q_{66} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta) \end{aligned}$$

여기서 Q_{ij} 는 각 단층 판의 축소강성계수로 다음과 같다.

$$\begin{aligned} Q_{11} &= \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{12} &= \frac{\nu_{12}E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \\ Q_{22} &= \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}}, \end{aligned}$$

$$Q_{66} = G_{12} \quad (7)$$

또한 식 (4)에서 기준좌표계의 x 축을 0° 섬유 방향과 일치하게 선택하는 경우 $A_{16} = A_{26} = 0$, $D_{16} = D_{26} = 0$ 가 되며, 대칭으로 적층된 경우 $B_{ij} = 0$ 가 된다.

2.1.3 운동 방정식

자유진동 문제를 풀기 위해서는 일반적으로 Ritz법을 이용하며 풀며, 이때 원통셸에 대한 변형률에너지와 운동에너지식을 필요로 한다. 변형률에너지는 단성변형 동안 구조물에 저장 되는 에너지로 변형에너지식은 다음과 같다.

$$U = \int_0^L \int_0^{2\pi} \left(\frac{1}{2} N_1 \varepsilon_x + \frac{1}{2} N_2 \varepsilon_\theta + N_6 \varepsilon_{x\theta} + \frac{1}{2} M_1 x_x + \frac{1}{2} M_2 x_\theta + M_6 x_{x\theta} \right) d\theta dx \quad (8)$$

여기서 N_i 와 M_i ($i=1, 2, 6$)은 단위 길이당 합응력 및 합모멘트로 식 (4)의 정의와 같다.

식 (4)를 식 (8)에 대입하면, 변형률에너지식은 아래와 같이 재구성할 수 있다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} [A_{11} \varepsilon_x^2 + 2A_{12} \varepsilon_x \varepsilon_\theta + A_{22} \varepsilon_\theta^2 + A_{66} \varepsilon_{x\theta}^2 + 2B_{11} \varepsilon_x x_x + 2B_{12} (\varepsilon_x x_\theta + \varepsilon_\theta x_x) + 2B_{22} \varepsilon_\theta x_\theta + B_{66} \varepsilon_{x\theta} x_{x\theta} + D_{11} x_x^2 + 2D_{12} x_x x_\theta + D_{22} x_\theta^2 + D_{66} x_{x\theta}^2] d\theta dx \quad (9)$$

또한 운동에너지식은 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^L \int_0^{2\pi} \rho_t [(\dot{u})^2 + (\dot{v})^2 + (\dot{w})^2] d\theta dx \quad (10)$$

$$\rho_t = \left[\sum_{k=1}^N \rho_k h_k \right] \quad (11)$$

여기서 ρ_k 와 h_k 는 k 번째 층에서의 밀도와 두께이다. 그리고 ()는 시간에 대한 미분을 나타낸다.

2.2 자유 진동 해석

자유진동해석을 위하여 기존 연구²¹⁾에서와 같이 축방향의 모드형상이 빔진동의 모드형상과 같다고 가정하였다. 따라서 축방향의 모드형상을 빔모드 형상으로 가정하여 임의의 경계조건을 갖는 일반적인 변위식은 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\begin{aligned} u &= U_{mn} \frac{\partial \phi(x)}{\partial x} \cos(n\theta) \cos(\omega t) \\ v &= V_{mn} \phi(x) \sin(n\theta) \cos(\omega t) \\ w &= W_{mn} \phi(x) \cos(n\theta) \cos(\omega t) \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 U_{mn} , V_{mn} , W_{mn} 는 x , θ , z 방향의 진폭계수이다.

$\phi(x)$ 는 경계조건을 만족하는 축모달함수이다. 본 연구에서 축모달함수 $\phi(x)$ 는 다음과 같이 일반적인 형태를 선택하였다.

$$\phi(x) = \cosh(p_m x) - \cos(p_m x) - c_m (\sinh p_m x - \sin p_m x) \quad (13)$$

한 예로 일단고정 타단자유인 외팔형 경계조건은 다음과 같다.

$$\phi(0) = \phi'(0) = 0,$$

$$\phi''(L) = \phi'''(L) = 0 \quad (14)$$

경계조건 (14)을 식 (13)에 대입하여 c_m 을 구하면 다음과 같다.

$$\begin{aligned} c_m &= \frac{\cosh(p_m L) + \cos(p_m L)}{\sinh(p_m L) + \sin(p_m L)} \\ &= \frac{\sinh(p_m L) - \sin(p_m L)}{\cosh(p_m L) + \cos(p_m L)} \end{aligned} \quad (15)$$

식 (13)으로부터 원통셸의 축방향진동을 나타내는 진동수방정식은 다음과 같다.

$$\cosh(p_m L) \cos(p_m L) + 1 = 0 \quad (16)$$

원통셀의 Lagrangian 함수는 다음과 같이 정의된다.

$$L_e = T_{\max} - U_{\max} \quad (17)$$

Lagrangian 함수에 Ritz 과정을 적용하면 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} \frac{\partial L_e}{\partial U_{mn}} &= 0, \quad \frac{\partial L_e}{\partial V_{mn}} = 0, \\ \frac{\partial L_e}{\partial W_{mn}} &= 0 \end{aligned} \quad (18)$$

변위 방정식인 식 (12)를 식 (18)에 대입하여 변위항으로 표현할 수 있다.

즉, 운동 방정식을 행렬형태로 표현하면

$$[C_{ij}]\{X\} = \{0\} \quad (19)$$

여기서

$$\{X\}^T = \{U_{mn}, V_{mn}, W_{mn}\} \quad (20)$$

$[C_{ij}]$ 을 자세히 표현하면

$$\begin{bmatrix} \Delta a_2 - a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & \Delta - a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & \Delta - a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A \\ B \\ C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (21)$$

여기서

$$\Delta = \rho_T \omega^2 R,$$

$$\begin{aligned} a_1 &= \frac{1}{L} \int_0^L \phi''(x) \phi(x) dx, \\ a_2 &= \frac{1}{L} \int_0^L [\phi'(x)]^2 dx \end{aligned} \quad (22)$$

또한 계수 a_{ij} 는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a_{11} &= A_{11} p_m^2 R^2 + A_{66} n^2 a_2 - \frac{B_{66} n^2 a_2}{R} + \frac{D_{66} n^2 a_2}{R^2} \\ a_{12} &= -A_{12} n p_m R a_1 + A_{66} n p_m R - B_{12} n p_m a_1 - \frac{D_{66} n p_m a_2}{R} \\ a_{13} &= -A_{12} p_m R a_1 + B_{11} p_m^3 R^2 - B_{12} n^2 p_m + B_{66} n^2 p_m a_2 - 2 D_{66} n^2 p_m R a_2 \\ a_{22} &= A_{22} n^2 + A_{66} p_m^2 R^2 a_2 + \frac{2 B_{22} n^2}{R} + B_{66} p_m^2 R a_2 + \frac{D_{22} n^2}{R^2} + D_{66} p_m^2 a_2 \end{aligned} \quad (22a)$$

$$\begin{aligned} a_{23} &= -A_{22} n + B_{12} n p_m^2 R - \frac{B_{22} n}{R} - \frac{B_{22} n^3}{R} - B_{66} n p_m^2 R + D_{12} n p_m^2 a_1 - 2 D_{66} n p_m^2 a_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{33} &= -A_{22} - 2 B_{12} p_m^2 R a_1 + \frac{2 B_{22} n^2}{R} + D_{11} p_m^4 R^2 - 2 D_{12} n^2 p_m^2 + \frac{D_{22} n^4}{R} + 4 D_{66} n^2 p_m^2 a_2 \end{aligned}$$

U_{mn}, V_{mn}, W_{mn} 이 유용해를 갖기 위해서, 행렬의 행렬식(Determinant)이 0이 되어야 한다.

$$\begin{vmatrix} \Delta a_2 - a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{12} & \Delta - a_{22} & a_{23} \\ a_{13} & a_{23} & \Delta - a_{33} \end{vmatrix} = 0 \quad (23)$$

식 (23)은 풀면 Δ 에 대한 3 차 방정식을 얻는다.

$$\Delta^3 + k_1 \Delta^2 + k_2 \Delta + k_3 = 0 \quad (24)$$

여기서

$$k_1 = -\frac{1}{a_2} (a_{11} + a_2 a_{22} + a_2 a_{33})$$

$$k_2 = \frac{1}{\alpha_2} (a_{22}a_{22}a_{33} + a_{11}a_{33} - a_{22}a_{23}^2 + a_{11}a_{22} - a_{12}^2 - a_{13}^2) \quad (25)$$

$$k_3 = \frac{1}{\alpha_2} (a_{13}^2a_{22} + 2a_{12}a_{13}a_{23} + a_{11}a_{23}^2 + a_{12}^2a_{33} - a_{11}a_{22}a_{33})$$

식 (24) 의 근은

$$\begin{aligned} \Delta_1 &= 2\sqrt{-\gamma} \cos\left(\frac{1}{3}\theta\right) - \frac{1}{3}k_1 \\ \Delta_2 &= 2\sqrt{-\gamma} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + \frac{2}{3}\pi\right) - \frac{1}{3}k_1 \\ \Delta_3 &= 2\sqrt{-\gamma} \cos\left(\frac{1}{3}\theta + \frac{4}{3}\pi\right) - \frac{1}{3}k_1 \end{aligned} \quad (26)$$

여기서

$$\begin{aligned} \cos\theta &= \psi / \sqrt{-\gamma^3}, \quad \gamma = \frac{3k_2 - k_1^2}{9}, \\ \psi &= \frac{9k_1k_2 - 27k_3 - 2k_1^3}{54} \end{aligned}$$

따라서 원통셸의 고유진동수는 다음과 같이 주어진다.

$$f_n = \frac{1}{2\pi} \left[\frac{A}{R\rho T} \right]^{1/2} \quad (27)$$

2.3. 진동실험 및 유한요소해석

2.3.1 시 편

실험을 통하여 등방성 원통셸과 복합재료 원통셸의 자유진동 거동이 연구되었다. 모달(Modal) 실험 원통셸의 경계조건은 일단고정 타단자유인 외팔형 경계조건을 사용하였다. 실험에서 사용된 등방성 원통셸 및 실험편 고정장치 형상은 Fig.2 에서와 같다.

본 연구에서 고려한 연강 및 알루미늄의 등방성 원통셸과 복합재료 원통셸에 대한 기하학적 형상은 Table 1에 표기하였다.

외팔형 원통셸을 제작하기 위하여 먼저 외경

100.6mm, 내경 97.8mm, 두께 1.4mm인 강재 원통셸을 길이 198.4mm로 절단하였다. 등방성 원통셸과 진동 실험용 베드 구조물(Bed Structure)의 고정된 경계조건을 만족시키기 위하여 외경 180mm, 내경 100.6mm, 두께 10mm의 원형판(Annular) 형태의 플랜지를 제작하여 플랜지 내경에 등방성 원통셸을 꼭 끼워 맞추고서 용접을 하였다. 또한 원형판 형태의 플랜지 평면에는 중심경(Central Diameter)이 140mm인 위치에 직경 8mm 구멍을 8개소 가공하였다. 원형판 형태의 플랜지를 베드 구조물에 조립할 수 있도록 외경 240mm, 두께 20mm의 중간원판(Middle Circular Plate)을 제작하여 먼저 중간원판과 베드 구조물을 조립하고 다시 원형판 형태의 플랜지를 조립함으로써 실험 셸을 제작하였다.

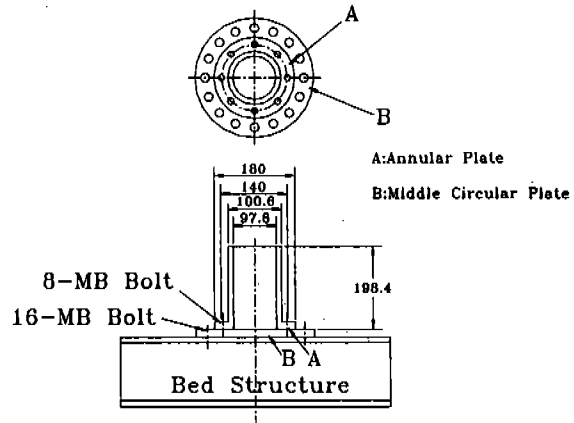


Fig.2 Geometry and Dimension of the Cantilevered Cylindrical Shell

Table 1 Dimensions of Steel, Aluminum, and Composite Cylindrical Shells

Material	Steel	Aluminum	CFRP-Composite
Outer Radius (mm)	50.3	47	46.4
Inner Radius (mm)	48.9	45	45
Thickness (mm)	1.4	2	1.4
Length (mm)	198.4	184	182.8

2.3.2 실험장치 개요

동특성 매개변수(고유진동수, 감쇠율, 진동모드형상) 추출을 위한 실험장치 개략도는 Fig.3과 같다.

실험모델들이 일단고정 타단자유인 경계조건을 충분히 만족시킬 수 있도록 하기 위하여 실험모델의 플랜지 부분을 무게 약 1.5톤 이상의 진동대 위에 보울트로 고정시켰다. 그리고 실험에 사용된 장비들은 아래와 같다.

- 가속도계(accelerometer) : B&K 4374
- 힘 변환기(force transducer): PCB
- 힘 변환기(power unit) : PCB 480D06
- 가속도계 교정기(calibrator) : B&K 4291
- 충격해머 : PCB 086B03
- 전하 증폭기 : B&K 2635 (B&K 4374 용)
- FFT 신호 분석기: B&K 2032
- 데이터 수집 및 FFT 변환장치 : HP3565S(8 channel)
- 데이터 처리용 컴퓨터 : HP 9000 433S

실험에 사용된 힘 변환기 및 가속도계는 모두 실험전에 B&K 4291 교정기(calibrator) 및 B&K 2032 신호분석기등을 사용하여 시스템 교정을 수행하였다.

2.3.3 실험방법 및 절차

본 실험은 일단고정 타단자유인 경계조건을 갖는 외팔 원통셸 모델에 대하여 공기중에서의 동특성 매개변수(고유진동수, 댐핑 및 진동모드

형상)를 추출하는 것이다. 각각의 실험모델들에 대한 실험방법 및 그 절차는 다음과 같다.

2.3.3.1 실험모델

본 실험은 실험모델의 플랜지 부분을 진동대의 베드 위에 직접 고정시키고 충격해머를 이용하여 충격가진 방법을 사용하였다. 원통셸 구조물의 경우에는 축방향 모드와 원주방향 모드형상이 동시에 존재한다. 따라서 원주방향 모드 형상을 구하기 위하여 셸 각각의 상단부로부터 축방향으로 약 5cm의 위치에서 원주상에 45°씩 등간격으로 총 8개의 절점으로 등분하여 주파수 응답함수(frequency response function)의 측정점으로 사용하였다. Fig.4는 원주방향 모드 형상을 구하기 위한 가진(A) 및 가속도 신호의 측정점(B)들을 보여주고 있다.

2.3.3.2 동특성 추출을 위한 실험

일반적으로 동특성 매개변수(고유진동수, 감쇠율, 진동모드형상) 추출을 위한 가진장치로는 대상구조물의 크기 및 감쇠율 고유진동수의 주파수 간격등에 따라 매우 다양하다. 그러나 대체적으로 널리 사용되는 가진장치로는 i) 충격가진 ii) 전기기계적(electro-mechanical) 가진 iii) 유압식(hydraulic) 가진 등 3가지가 있다. 본 실험에서는 셸 모델이 비교적 단순하고 선형성이 뛰어나므로 충격가진 방법을 채택하였다.

가진실험을 통하여 동특성 매개변수를 추출하기 위해서는 각 측정점에 대한 주파수응답함수(frequency response function)가 사용된다. 충격가진에 의한 주파수응답함수의 측정방법으로는 선형구조물의 순환(reciprocity)성질을 반영하여 한개의 가속도계를 선택된 절점에 부착시키고 충격지점을 각각 절점마다 옮겨 가면서 구한 진동응답을 이용하는 방법을 택하여 Fig.4에서 보는 바와 같이 가속도계를 절점 1에 고정시키고 모든 절점을 시계반대방향으로 차례로 충격가진을 하여 주파수응답함수들을 구하였다.

Fig.3에서 보는 바와 같이 충격가진을 통하여 측정된 가진 및 응답신호는 HPIB(Hewlett-Packard Interface Bus)를 통하여 I-DEAS

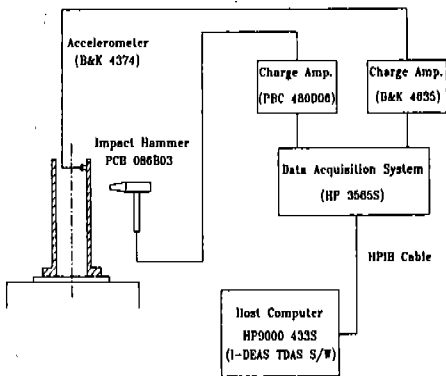


Fig.3 Block Diagram for Experimental Modal Analysis

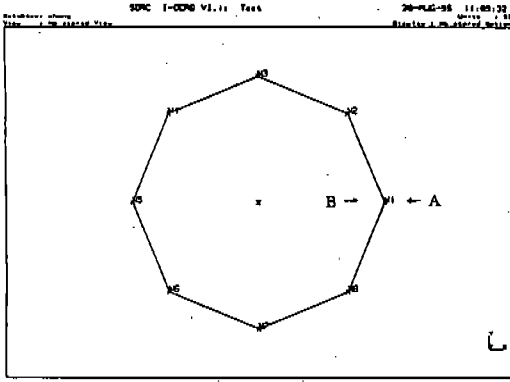
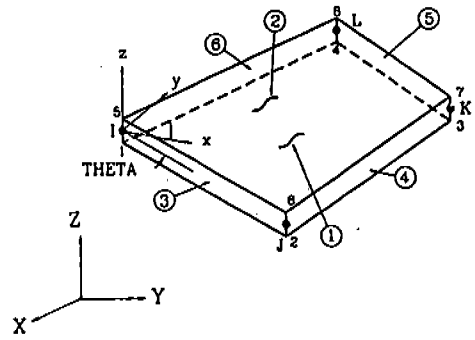


Fig.4 Experimental Model of Cylindrical Shell



Note-x and y are in the plane of the element

Fig.5 Elastic Shell Element for FEM Modeling

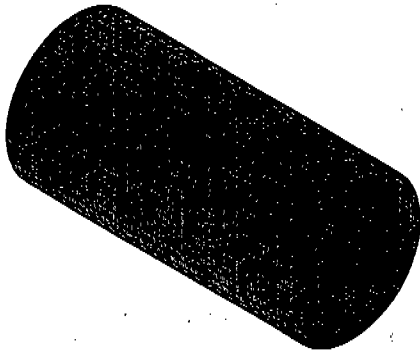


Fig.6 FEM Model of the Cylindrical Shell

2.3.4 유한 요소 해석

본 연구에서는 유한요소 해석코드인 ABAQUS Ver 6.4를 사용하였다. 원통셸 구조물은 탄성거동을 하는 4절점 (i, j, k, l)과 x, y, z의 길이방향 및 회전방향의 6 자유도를 갖는 탄성 셸요소(Fig.5)를 사용하여, 원통셸의 동적거동 해석모델을 작성하였다.(Fig.6)

본 연구에서 고려한 원통셸의 요소수는 1080개이고 절점수는 1040개이고 전체자유도는 11232이다.

본 절에서는 경계조건에 따른 복합재료 원통셸의 진동거동을 규명하였다. 고려된 경계조건들은 고정-고정, 고정-자유, 단순지지-단순지지, 자유-자유의 4가지이다. 또한 본 연구에서 고려된 재료의 물성치는 Table 2에 제시되었다. 복합재료의 적층은 $[90^{\circ}/0^{\circ}/\mp 45^{\circ}]_{2s}$ 이다. $[90^{\circ}/0^{\circ}/\mp 45^{\circ}]_{2s}$ 는 $[90^{\circ}/0^{\circ}/\mp 45^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/\mp 45^{\circ}/\mp 45^{\circ}/\pm 45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/\pm 45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}]$ 적층형태이다.

먼저 고정-자유의 경계조건을 갖는 복합재료 원통셸의 진동특성을 고찰하였다. Table 3은 연강, 알루미늄, CFRP복합재료에 대해서 각 원주방향의 모드수에 따른 해석해, 유한요소해, 실험으로 구한 고유진동수를 보여주고 있다. 이들 원통셸의 반경 R은 연강이 49.6mm이고, 알루미늄이 46mm이며, 복합재료는 45.7mm이다. 또한 연강과 복합재료 원통셸의 두께는 1.4mm이며, 알루미늄은 2mm이다.

TDAS 상용 소프트웨어의 제어하에 HP 3565S 시스템의 데이터 인식모듈(HP35652A)로 동시에 입력된다. 입력된 신호들은 동시에 A/D (Analog-to-Digital) 변환된 후 신호처리 (signal processor) 모듈(HP35651A)을 통하여 FFT 변환 및 평균화되어 주파수응답함수로 계산되어진다. 이때 충격가진을 통한 평균화 횟수는 3회로 하였으며, 샘플링 시간간격은 1/8192초로 하였다. 그리고 측정주파수 범위는 3.2kHz로 하였으며 주파수응답함수를 구하기 위하여 필요한 FFT의 라인 갯수는 3201개로 하였다. 전체 절점에 대하여 얻어진 주파수 응답함수는 다시 I-DEAS TDAS 소프트웨어에 의하여 동특성 매개변수(고유진동수, 감쇠율, 진동모드 형상)의 추출에 사용된다.

Table 2 Material Properties of Cylindrical Shell

Property	Unit	Steel	Aluminum	CFRP	GFRP	KFRP
Longitudinal Modulus (E_1)	GPa	200	69	139	14.3	76
Transverse Modulus (E_2)	GPa	200	69	7.89	5.10	5.5
Longitudinal Shear Modulus (G_{12})	GPa	76.92	25.94	7.3	1.86	2.3
Longitudinal Poisson Ratio (ν_{12})	-	0.3	0.33	0.268	0.35	0.34
Density (ρ)	kg/m ³	7860	2700	1542	1390	1460

Table 3 Natural Frequencies of Cylindrical Shells with Various Material Properties with Clamped-Free Boundary Condition

($L/R=4$)(steel : $R=49.6$ mm, aluminum : $R=46$ mm, CFRP composite : $R=45.7$ mm)

Case \ n		1	2	3	4	5
Steel	Analysis	2100.1	878.3	1142.2	2052.0	3285.3
	FEM	1834.9	826.63	1153.1	2136.5	-
	Experiment	-	644.75	1141.9	2107.2	-
Aluminum	Analysis	2280.2	1082.7	1856.0	3437.7	5520.5
	FEM	1977	1023.4	1873.0	3550.0	-
	Experiment	-	815.2	1547.9	2890.0	-
CFRP Composite	Analysis	2436.8	1079.2	1690.3	3129.3	5039.4
	FEM	2367.6	1063.0	1487.9	2769.0	-
	Experiment	-	836.2	1519.1	2821.6	

해석해와 유한요소해는 모든 경우에 잘 일치하고 있으나, 실험값과는 차이를 보이고 있다. 연강의 경우, 기본진동수는 27%의 차이를 보이고 있으나, 3차, 4차 진동수는 1%이내로 잘 일치하고 있다. 알루미늄의 경우, 기본진동수는 25%의 차이를 보이고 있다. CFRP 복합재료인 경우, 기본 고유진동수에서는 23%의 차이를 보이나, 3차와 4차에서는 2% 내외로 실험값과 근접하였다. Figs.7~9은 고정-자유의 외팔형 경계조건을 갖는 연강, 알루미늄, CFRP 복합재료 원통셸에 대한 해석해, 유한요소해, 실험해를 나타나고 있다. 그림에서 기본 고유진동수는 $n=2$ 일 때 발생되며, 이들 기본 고유진동수는 실험 값과 최대 23%의 차이를 보이고 있으나 연강 원통셸의 경우 원주방향 반파수(n)이 3, 4 일 때 실험 값과 비교적 잘 일치하고 있는 것을 알 수 있다.

Figs.10~12은 연강, 알루미늄, CFRP 복합재료 원통셸의 실험과 유한요소로 구한 모드형상을 나타내고 있다. 실험 및 유한요소해석으로 구한 모드형상은 비교적 진동특성을 서로 잘 묘사하고 있음을 알 수 있다. 모드형상은 연강, 알루미늄, CFRP복합재료에 대해 서로 같은 모드에 대해서는 거의 유사한 형상을 보이고 있다 Fig.13은 고정-고정의 경계조건을 갖는 복합

재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 기본 고유진동수의 변화를 도시한 것이다. 적층 순서는 $[90^{\circ}/0^{\circ}/\mp\theta^{\circ}]_{2s}$ 인 16 적층 복합재료 원통셸이다. 이 원통셸은 반경이 45.7mm, 길이가 182.8mm이고, 한 적층의 두께는 0.088mm 이며, 총두께는 1.4mm이다. Al-CFRP hybrid 복합재료는 CFRP 복합재료의 중앙에 0.2mm의 알루미늄을 보강한 것이다. 그림과 같이 복합재료 원통셸의 적층각 (θ)이 증가하면서 기본

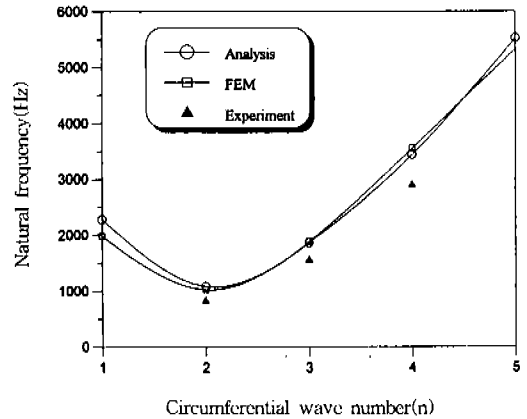


Fig.8 Natural Frequency of Aluminum Cantilevered Cylindrical Shell with Circumferential Mode Number n ; $m=1$

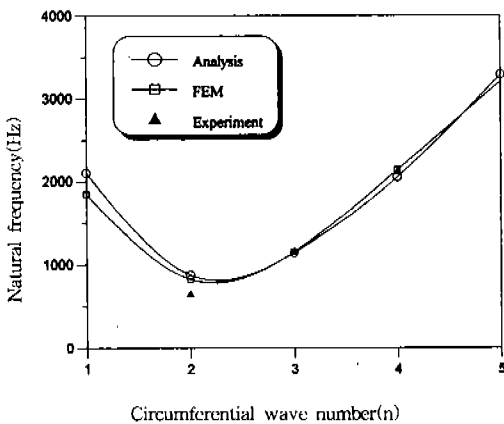


Fig.7 Natural Frequency of Steel Cantilevered Cylindrical Shell with Circumferential Mode Number n ; $m=1$

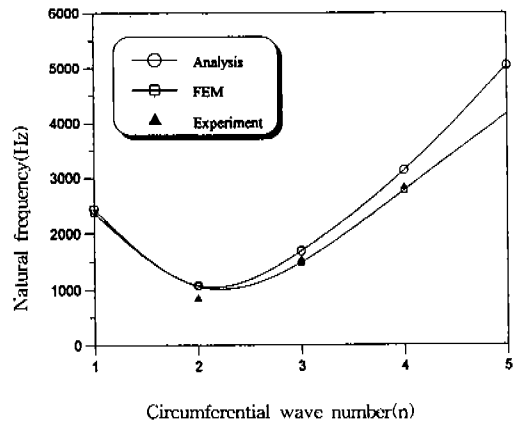


Fig.9 Natural Frequency of $[90/0/-45/45]_{2s}$ Laminated Composite Cantilevered Cylindrical Shell with Circumferential Mode Number n ; $m=1$

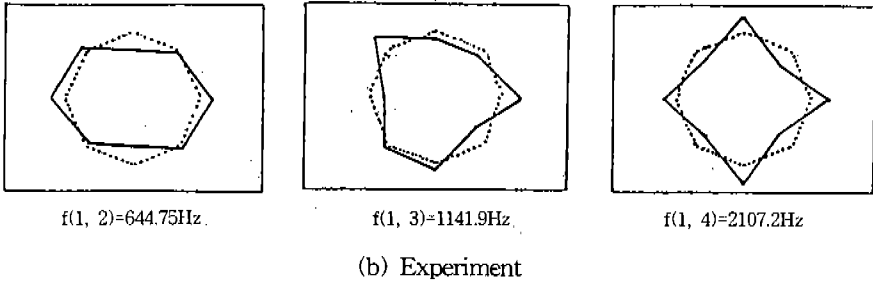
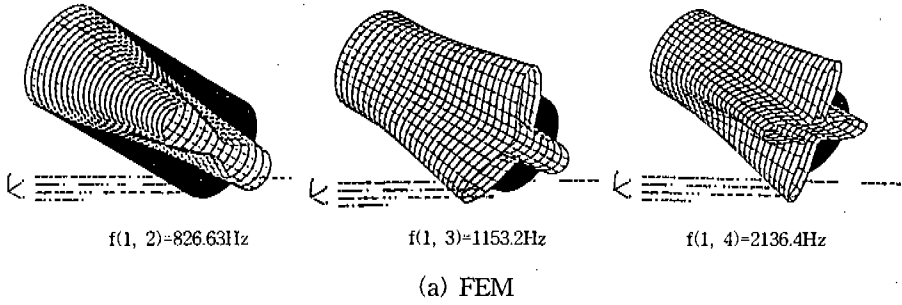


Fig.10 Vibration Mode Shape of Steel Cantilevered Cylindrical Shell

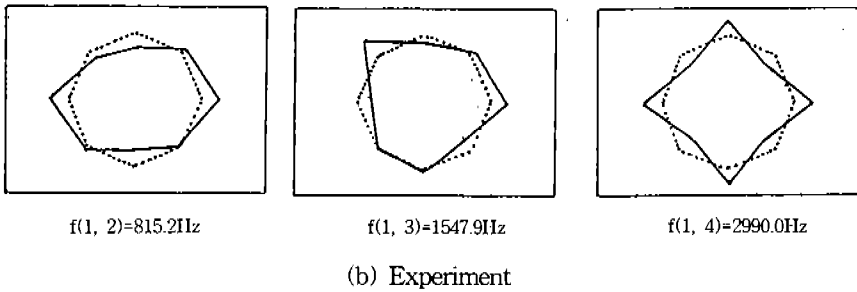
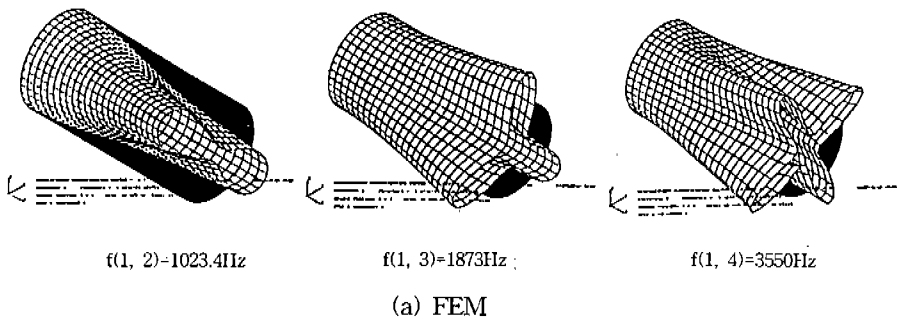


Fig.11 Vibration Mode Shape of Aluminum Cantilevered Cylindrical Shell

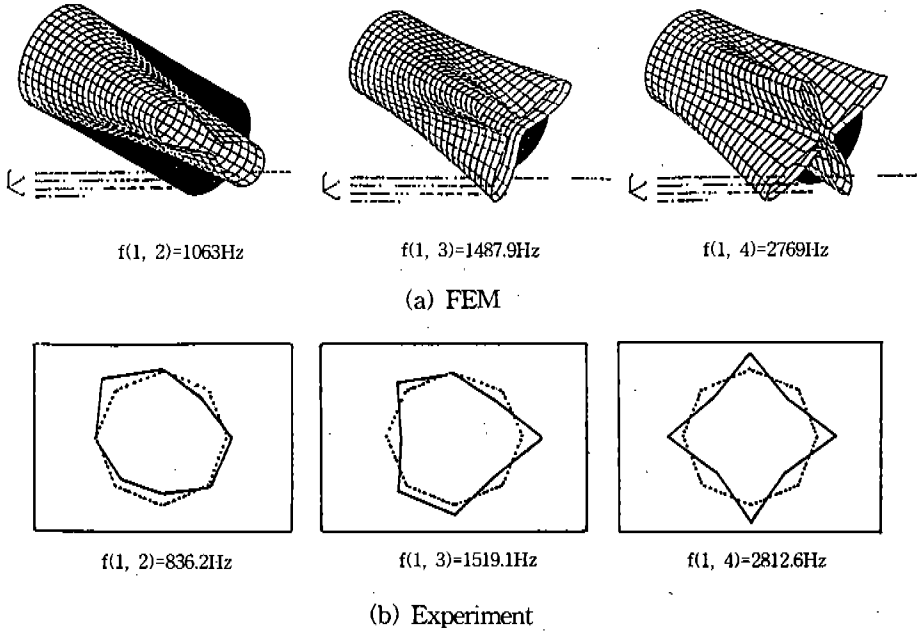


Fig.12 Vibration Mode Shape of [90/0/0/-45/45] Symm. 8 ply Laminated Composite Cantilevered Cylindrical Shell

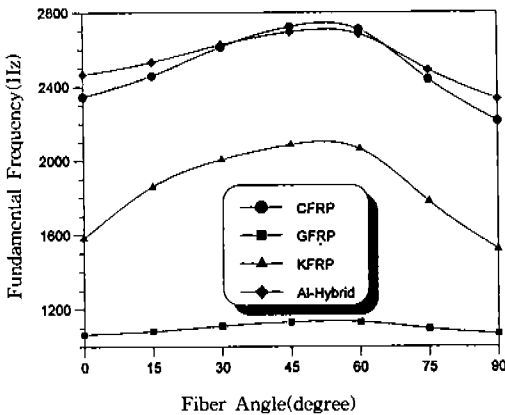


Fig.13 Variation of the Fundamental Natural Frequency of Composite Cylindrical Shell [90°/0°/θ]₂ₛ on Various Material Properties with Clamped-Clamped Boundary Condition

진동수도 증가하며 $\theta = 45^\circ$ 에서 기본진동수가 최대가 되며 그 후에 점차 감소하였다. 따라서 이들 최적 적층각일 때 기본 고유진동수는 CFRP,

GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 셸에 대해 14%, 6%, 25% 및 8% 정도 증가시킬 수 있다. 따라서 GFRP, Al-CFRP hybrid, CFRP, KFRP 복합재료순으로 적층각 (θ)에 의한 기본 고유진동수의 변화가 민감한 것으로 고찰되었다.

Fig.14는 경계조건이 고정-자유인 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 기본 고유진동수의 변화를 도시하고 있다. 적층각 (θ)의 변화에 따라 기본 고유진동수가 증가하였다가 60° , 75° 에서 최대로 발생한 후 그 후에는 감소하였다. 그러나 GFRP 복합재료는 적층각이 증가하면서 8% 정도 계속 증가하였다. 각 복합재료 원통셸의 기본 고유진동수의 증가폭을 살펴보면, CFRP인 경우 15%, GFRP는 8%, KFRP는 20%, Al-CFRP hybrid는 10% 정도 기본진동수가 증가하였다. 여기서도 고정-고정 경계조건에서와 마찬가지로 KFRP 복합재료 원통셸이 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화폭이 큰 것으로 고찰되었다.

Fig.15는 단순지지-단순지지의 경계조건을 갖

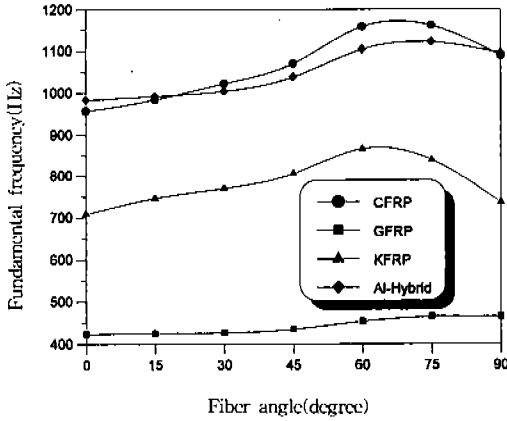


Fig.14 Variation of the Fundamental Natural Frequency of Composite Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on Various Material Properties with Clamped-Free Cantilevered Boundary Condition

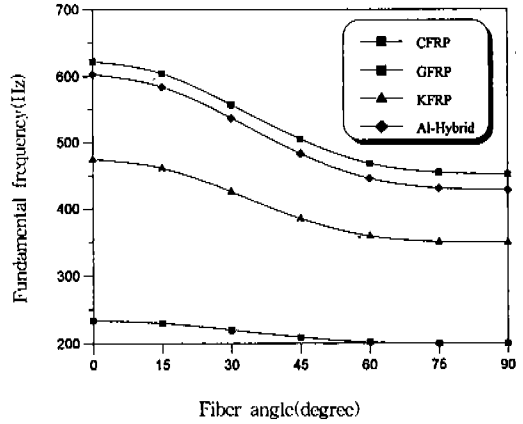


Fig.16 Variation of the Fundamental Natural Frequency of Composite Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on Various Material Properties with Free-Free Boundary Condition

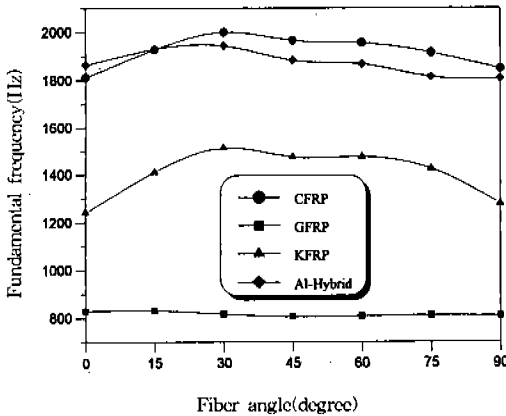


Fig.15 Variation of the Fundamental Natural Frequency of Composite Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on Various Material Properties with Simply Supported-Simply Supported Boundary Condition

는 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 도시하고 있다. 30°의 적층각에서 기본진동수는 최대가 되고, GFRP 복합재료를 제외하고는 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화는 유사한 경향을 나타내고 있다. 기본진동수의 증가폭을 살펴보면 CFRP 복

합재료 원통셸은 10%, KFRP 복합재료 원통셸은 18%, Al-CFRP hybrid는 4% 정도 기본 고유진동수가 증가하였다.

Fig.16은 자유-자유 경계조건을 갖는 복합재료 원통셸의 적층각 (θ)의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 도시하였다. 적층각에 변화에 따른 기본진동수의 변화는 4가지 복합재료 원통셸이 모두 0° 일 때 최대값을 가지며, 적층각이 증가할수록 기본 고유진동수가 감소하는 것으로 관찰되었다. 이를 기준으로 할 때 GFRP 복합재료인 경우 15% 정도 기본 고유진동수가 감소하였고, CFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 인 경우는 25~30%의 기본진동수가 감소하였다.

CFRP, GFRP, KFRP, Al-hybrid 복합재료 원통셸 중에 KFRP 복합재료 원통셸은 경계조건의 영향보다는 적층각의 변화에 더욱 민감한 것으로 관찰되었고, GFRP 복합재료 원통셸은 각각의 경계조건에서 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화가 작은 것으로 관찰되었다. GFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸은 경계조건과 적층각의 변화에 따른 기본 고유진동수의 변화가 유사한 경향을 띄고 있다.

CFRP $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셸의 4 가지 경계조건과 CFRP $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ 고정-고정 경계조건에 대해 적층각 (θ)의 변화에 따른 기본 고유진동수의 영향은 살펴보면, 가장 높은 기본진동수는 고정-고정, 단순지지-단순지지, 고정-자유, 자유-자유의 순으로 관찰되었다. CFRP 복합재료 원통셸의 각 경계조건에 대해 최적 적층각은 고정-고정 경계조건일 경우, $\theta = 45^\circ$ 이며, 이 때 고유진동수는 2723Hz, 단순지지-단순지지 경계조건일 때 $\theta = 30^\circ$ 이고, 이때 고유진동수는 2000 Hz이다. 또한 고정-자유 경계조건일 때 $\theta = 60^\circ \sim 75^\circ$ 에서 1160Hz 이고, 자유-자유 경계조건일 때는 $\theta = 0^\circ$ 에서 622Hz 로 관찰되었다. 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화폭을 살펴보면, 고정-고정일 경우에는 14%, 단순지지-단순지지는 10%, 고정-자유는 17.5%, 자유-자유는 28% 정도이다. 기본 고유진동수의 변화폭으로 살펴볼 때, CFRP 복합재료 원통셸은 자유-자유 경계조건에서 적층각의 변화에 가장 민감한 것으로 관찰되었다. $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 보다 모든 적층각에서 진동수는 7.7% 정도 크게 발생하였다. GFRP $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셸의 4가지 경계조건에 대해 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 살펴보면, 각 경계조건에 대한 최적의 적층각과 고유진동수는 고정-고정일 때는 $\theta = 45^\circ$ 일 때 1131Hz 이고, 단순지지-단순지지는 $\theta = 15^\circ$ 일 때 833Hz 이다. 고정-자유일 때는 $\theta = 90^\circ$ 일 때 464Hz 이며, 자유-자유 경계조건일 때는 $\theta = 0^\circ$ 일 때 235 Hz 이다. 각 경계조건에 대해 기본진동수의 변화폭을 살펴보면, 고정-고정, 단순지지-단순지지, 고정-자유, 자유-자유 경계조건에 대해서, 각각 5.8%, 2.5%, 8.8%, 14.5% 이다. 자유-자유 경계조건이 적층각의 변화에 따른 변화폭이 큰 것으로 관찰되었다. GFRP 복합재료 원통셸은 CFRP 복합재료 원통셸에 비해 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화의 폭이 작은 것으로 관찰되었다.

KFRP $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셸에 대

해 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 4 가지 경계조건에 대해서 관찰하면, 최적의 적층각과 이때의 기본 고유진동수는 고정-고정일 때는 $\theta = 45^\circ$ 일 때 2088Hz 이고, 단순지지-단순지지일 때는 $\theta = 30^\circ$ 일 때 1513Hz이다. 고정-자유일 때는 $\theta = 60^\circ$ 일 때 865Hz 이고, 자유-자유일 때는 $\theta = 0^\circ$ 에서 475Hz 로 관찰되었다. 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화폭을 살펴보면, 자유-자유일 때 26.5%, 고정-고정일 때는 24%, 단순지지-단순지지와 고정-자유일 때는 18% 이다.

Al-CFRP hybrid $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 4가지 경계조건에 대해서 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 관찰하면, 자유-자유 경계조건일 때 30%의 기본진동수가 변하였고, 고정-고정일 때는 8.5%가 변하였으며, 단순지지-단순지지일 때는 6.5%, 고정-자유일 때는 12%가 변하였다. Al-CFRP hybrid 복합재료의 최적의 적층각과 기본진동수는 고정-고정의 경우 $\theta = 45^\circ$ 일 때 2694Hz, 단순지지-단순지지일 때, $\theta = 30^\circ$ 에서 1944Hz이다. 고정-자유 조건일 때, $\theta = 75^\circ$ 에서 1120.7Hz, 자유-자유일 때는 $\theta = 0^\circ$ 에서 603Hz이다.

적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화를 재료의 관점에서 살펴보면, 모든 재료가 자유-자유인 경계조건에서 기본 고유진동수의 변화폭이 크며, CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료인 경우, 고정-고정, 단순지지-단순지지, 고정-자유 경계조건에서는 기본 고유진동수의 변화가 크지 않았다. 그러나 CFRP, KFRP 복합재료 원통셸의 경우, 적층각의 변화에 따른 기본 고유진동수의 변화가 확연함을 관찰할 수 있었다.

3. 좌굴해석

3.1 유한요소 모델링 및 해석과정

본 연구에서는 복합재료 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 원통셸의 좌굴해석을 위하여 상용유한요소 Code

ABAQUS와 ANSYS을 병행하여 사용하였다. ABAQUS는 전처리 기능이 효과적으로 구성되어 있지 않기 때문에 전처리 기능이 우수한 ANSYS를 사용하여 ABAQUS 해석을 위한 유한요소 모델을 일차적으로 형성하였다. ANSYS에서 사용된 쉘요소는 SHELL63을 사용하였다. ABAQUS에서 해석시 사용되는 요소는 원통셀을 표현하기 위하여 4절점 쉘요소인 S4R(Fig.5)을 사용하였다. 복합재료 원통셀은 16적층으로 층두께는 1.4mm이다.

좌굴해석에서는 고정-고정, 단순지지-단순지지의 2가지의 경계조건에 대해서 해석을 수행하였다. 고정-고정의 경계조건인 복합재료 원통셀의 좌굴해석은 양단에서 x방향의 변위만을 허용하고 y, z방향의 변위와 모든 회전성분을 구속하였다. 단순지지-단순지지 경계조건인 복합재료 원통셀의 좌굴 해석은 y, z 방향의 변위를 구속하여 해석을 수행하였다.

3.2 경계조건에 따른 좌굴특성

먼저 $[90/0/\mp \theta]_{2s}$ 로 적층된 CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 좌굴특성을 고정-고정, 단순지지-단순지지 경계조건에 대해 연구되었다.

Fig.17은 고정-고정 경계조건을 갖는 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 좌굴하중을 도시한 것이다. 복합재료 원통셀의 좌굴하중이 적층각 $\theta=45^\circ$ 을 기준으로 좌우대칭인 특성이 관찰되었다. 이점으로 미루어 복합재료 원통셀의 좌굴해석은 적층각 (θ)의 변화가 $0^\circ \sim 45^\circ$ 만 고려하여도 적층각 전체를 고려한 것과 같은 결과를 산출할 것으로 본다. 최대좌굴하중은 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀에서 발생하였고, 적층각이 30° 일 때 좌굴하중은 9.28kN이다. 다른 복합재료 원통셀보다 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 좌굴하중이 큰 것은 Al이 좌굴에 대해서 보강의 효과가 큰 것으로 여겨진다. 그 다음으로 좌굴하중의 크기를 비교해보면 CFRP, KFRP, GFRP 복합재료 원통셀 순으로 작아진다. 이때 이들 원통셀의 좌굴하중 값은 각각 8.87kN, 4.8kN, 1.33kN이다.

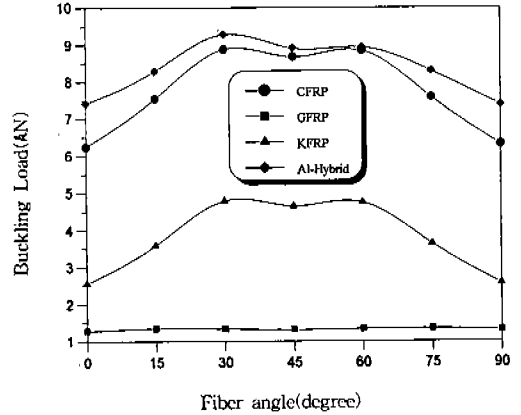


Fig.17 Variation of the 1st Buckling Load of the Composite Cylindrical shell $[90^\circ/0^\circ/\mp \theta]_{2s}$ with Various Material Properties with Clamped-Clamped Boundary Condition

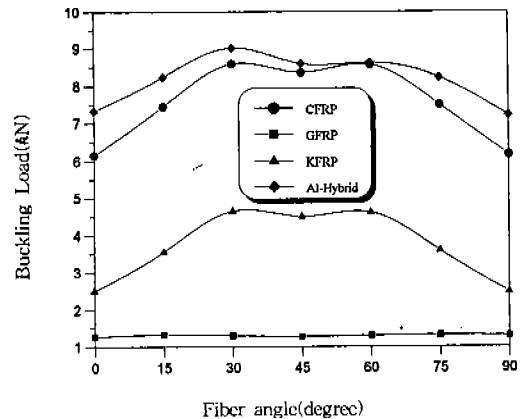


Fig.18 Variation of the 1st Buckling Load of the Composite Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\mp \theta]_{2s}$ with Various Material Properties with Simply Supported-Simply Supported Boundary Condition

Fig.18은 단순지지-단순지지 경계조건을 갖는 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 좌굴하중의 변화를 도시한 것이다. Fig.18과 마찬가지로 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 좌굴하중이 가장 크며, 그 값은 9kN이다. 여기서도 최대 좌굴하중이 발생하는 최적의 적층각은 30° 이다. CFRP, KFRP, GFRP 복합재료

원통셀의 최대좌굴하중은 각각 8.58kN, 4.65 kN, 1.3kN 이다. 경계조건의 차이로 인해 좌굴 하중의 변화는 복합재료 원통셀의 재료와는 상관없이 3% 정도 고정-고정 경계조건이 큰것으로 고찰되었다.

CFRP 복합재료 최대좌굴하중은 적층각이 $\theta = 30^\circ$ 에서 발생되며 그 크기는 고정-고정일 때는 8.87kN 이고, 단순지지-단순지지 일 때는 8.58kN 이다. $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP 복합재료 최대좌굴하중은 $\theta = 60^\circ$ 에서 발생되며 그 크기는 8.96kN이다. 적층각의 변화에 따른 좌굴하중은 고정-고정일 때 가장 큰 것으로 고찰되었다. GFRP 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 좌굴하중의 변화를 고정-고정, 단순지지-단순지지 경계조건에서 최대좌굴하중은 각각 적층각이 30° 에서 발생하였고, 그 값은 각각 1.33kN 이다. 또한 적층각이 45° 을 기준으로 좌우대칭 형상이 나타났다. KFRP 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 좌굴하중은 앞의 경우와 유사한 형상이 고찰되었고, 최대좌굴하중은 적층각이 30° 일 때, 4.8kN 이다. Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 좌굴하중의 변화는 고정-고정 경계조건에서 최대좌굴하중은 적층각이 30° 일 때 9.28kN 이고, 단순지지-단순지지 경계조건에서의 최대좌굴하중은 9.01kN 이며, 이때의 적층각은 30° 이다.

4. 충격해석

4.1 유한요소모델링 및 해석과정

본 연구에서는 복합재료 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 원통

셀의 충격해석을 수행하였다. 앞서서와 같이 유한요소 모델링은 전처리 기능이 우수한 ANSYS 에서 지원되는 SHELL63 요소를 사용하여 유한 요소모델을 형성하였다. ABAQUS에서는 S4R요소를 사용하여 충격해석을 수행하였다.

본 절에서는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 로 적층된 복합재료 원통셀의 충격해석을 고정-고정, 단순지지-단순지지 경계조건과 CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀에 대해서 수행하였다. Fig.19 은 본 충격해석에서 고려한 충격하중 형태대로 계단파, 정현파, 삼각파 형상을 나타낸다. 여기서 최대하중은 $F_0=1kN$ 이고, 하중 지속시간 $t_f=2msec$ 이다.

4.2 경계조건에 따른 충격특성

Fig.20은 고정-고정 경계조건을 갖는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셀의 계단파 하중, 삼각파 하중, 정현파 하중과 $[0/\mp45/90]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셀의 정현파 하중에 대한 적층각의 변화에 따른 y방향(반경방향)의 처짐을 도시한 것이다. $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셀의 각 하중형태에 따른 최소 처짐은 적층각이 30° 에서 발생하였다. 계단파 충격하중에서 최소처짐은 0.866mm, 삼각파 충격하중에서는 0.585mm, 정현파 충격하중에서는 0.658 mm이다. $[0/\mp45/90]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셀의 처짐은 0.768 mm 이다.

Fig.21은 단순지지-단순지지 경계조건에서 CFRP 복합재료 원통셀의 적층각의 변화에 따른 처짐의 변화를 도시한 것이다. 적층각의 변화에 따른 최소처짐은 계단파 하중일 때, 1.245mm이

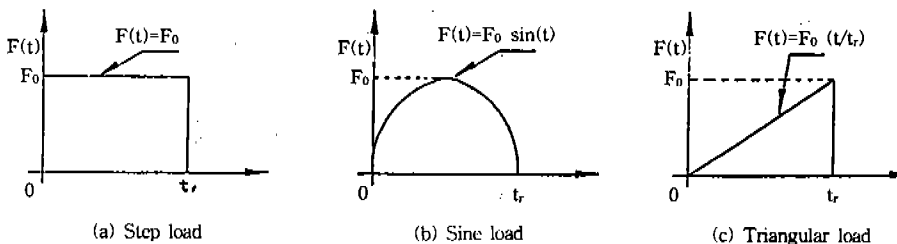


Fig.19 Impact Load Pulse Shapes

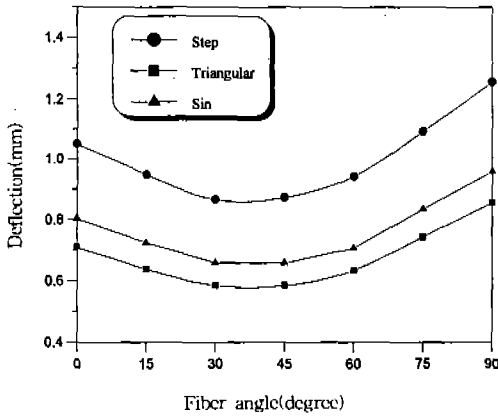


Fig.20 Variation of the Maximum Deflection of CFRP Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ and $[0/\pm 45/90]_{2s}$ on Various Impact Load Types with Clamped-Clamped Boundary Condition

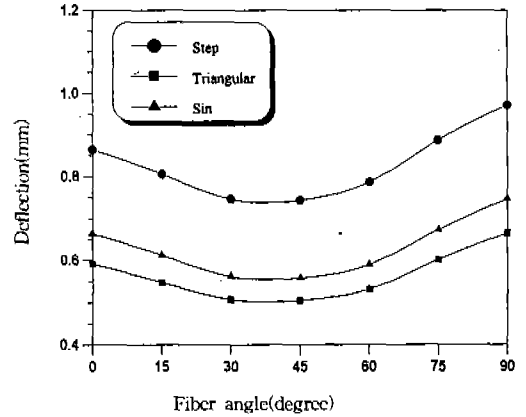


Fig.22 Variation of the Maximum Deflection of Al-CFRP Hybrid Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on Various Impact Load Types with Clamped-Clamped Boundary Condition

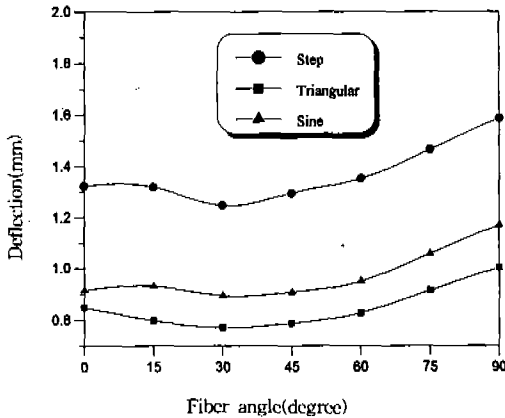


Fig.21 Variation of the Maximum Deflection of CFRP Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on Various Impact Load Types with Simply Supported-Simply Supported Boundary Condition

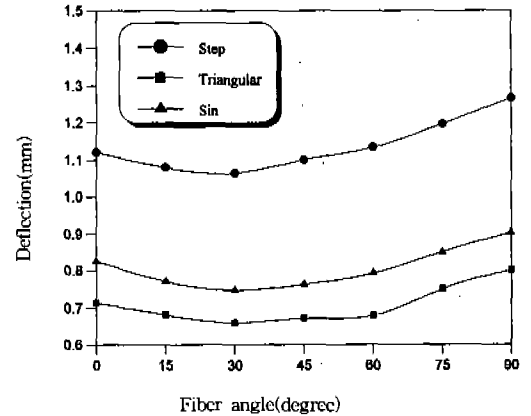


Fig.23 Variation of the Maximum Deflection of Al-CFRP Hybrid Cylindrical Shell $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ and $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ on various impact load types with clamped-clamped boundary condition

고, 삼각과 하중일 때는 0.770mm이며, 정현과 하중일 때는 0.562mm이다.

Fig.22은 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 최대처짐의 변화를 도시한것이다. 고정-고정 경계조건이 고려되었다. 각 하중형태에 따른 최소처짐은 계단과 하

중일때는 0.746mm, 삼각과 하중은 0.507mm, 정현과 하중은 0.562mm이다.

Fig.23은 고정-고정 경계조건에 대해 적층각의 변화에 따른 $[90^\circ/0^\circ/\pm\theta^\circ]_{2s}$ 와 $[0/\pm 45/90]_{2s}$ Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 최대처짐의 변화를 도시한 것이다. 계단과 충격하중일

때의 최소처짐은 1.245mm, 삼각과 충격하중은 0.660mm, 정현파 충격하중은 0.748mm이다. $[0/\mp 45/90]_{2s}$ Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 최대처짐은 0.759mm이다.

계단과 충격하중에 대해 $[90/0/\mp \theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셸에 대한 적층각 (θ)의 변화에 따른 최대처짐의 변화를 고정-고정, 단순지지-단순지지 경계조건에 대해서 고찰하면, 적층각의 변화에 따른 최소처짐은 30° 에서 발생하였으며, 고정-고정 경계조건에서는 0.866mm이며, 단순지지-단순지지 경계조건에서는 1.245mm이다. 계단과 충격하중에 대해 고정-고정 경계조건보다 단순지지-단순지지 경계조건의 최소처짐이 30% 정도 큰 것으로 고찰되었다. 계단과 충격하중에 대한 적층각에 따르는 변위응답이 단순지지-단순지지 경계조건이 더욱 민감한 것으로 고찰되었다.

계단과 충격하중이 작용할 때 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 변화를 고찰하면, 적층각의 변화에 따른 최소처짐은 30° 에서 발생하였으며, 그 값은 고정-고정일 때는 0.746mm, 단순지지-단순지지일 때는 1.064mm이다. 단순지지-단순지지 경계조건에서의 처짐이 고정-고정 경계조건에서의 처짐보다 30% 정도 크게 고찰되었다.

삼각과 충격하중이 작용할 때 $[90/0/\mp \theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 최대처짐을 고정-고정 경계조건과 단순지지-단순지지 경계조건에 대해서 고찰하면, 최소처짐은 적층각이 30° 에서 발생하였으며, 그 크기는 고정-고정 경계조건일 때는 0.585mm, 단순지지-단순지지 경계조건일 때는 0.770mm로 단순지지-단순지지 경계조건이 고정-고정 경계조건보다 24% 정도 큰 것으로 고찰되었다. 최대응력은 155MPa로 중앙점에서 좌우대칭으로 발생하였다. 계단과 하중이 작용할 때보다는 30%정도 작은 응력이 발생하였다. 이것은 같은 CFRP 복합재료 원통셸에서 하중형태가 계단과 충격하중과 삼각과 충격하중의 에너지량의 차이에서 온 것으로 여겨진다. 최대변형률은 가격점에서 $281 \mu\epsilon$ 이다. 계단과 하중이 작용할

때보다 24% 정도 작은 변형률이 발생하였다.

삼각과 충격하중이 작용할 때 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 최대처짐을 고찰하면, 적층각의 변화에 따른 최소처짐은 30° 에서 발생하였으며, 그 값은 고정-고정일 때는 0.507mm, 단순지지-단순지지일 때는 0.660mm이다. 단순지지-단순지지 경계조건에서의 처짐이 고정-고정 경계조건에서의 처짐에 비해 23% 정도 크게 고찰되었다.

정현파 충격하중이 작용할 때 CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 적층각의 변화에 따른 최대처짐의 변화를 고찰하면, 고정-고정 경계조건일 때 최소처짐은 CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 셸의 경우 각각 0.658mm, 0.562mm이며, 단순지지-단순지지 경계조건일 때, 각각 0.894mm, 0.748mm이다. 최소처짐이 발생하는 최적의 적층각은 앞의 결과와 마찬가지로 30° 에서 발생하였다.

작용하는 충격하중 형태에 따라서, 최소처짐은 계단과 충격하중, 정현파 충격하중, 삼각과 충격하중형태의 순으로 나타났다. 이것은 작용한 충격에너지량의 비례하는 것으로 고찰되었다. 같은 경계조건과 충격하중 형태에서 CFRP 복합재료 원통셸 보다는 Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 처짐이 작은 것으로 고찰되었다.

5. 최적화

5.1 진동특성 설계최적화

5.1.1 경계조건에 따른 진동특성 설계최적화 $[90/0/\mp \theta]_{2s}$ 로 적층된 CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셸의 여러 가지 경계조건에 대하여 적층각의 변화에 따른 고유진동수의 변화를 고찰함으로써 최적화 설계를 수행하였으며, 다음과 같은 결과를 얻었다.

양단고정 원통셸의 경우에는, 적층각 $\theta=45^\circ$ 일 때 최대 기본고유진동수를 얻을 수 있다. 최대 기본고유진동수는 GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid, CFRP 원통셸의 경우 1.131kHz, 2.088kHz, 2.694kHz, 2.723kHz 이었다. 이들 최

대값은 $\theta=0^\circ$ 또는 $\theta=90^\circ$ 일 때의 최저값에 비해 6%, 25%, 8%, 14% 정도 증가되었다. 특히 KFRP 원통셀의 경우 최대 고유진동수가 적층각에 큰 영향을 받음을 알 수 있다.

고정-자유인 외팔형 경계조건일 때 최적 적층각은 $\theta=60\sim 75^\circ$ 범위이다. 각 복합재료 원통셀의 최대고유진동수는 GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid, CFRP에 대해 각각 0.464kHz, 0.865kHz, 1.120kHz, 1.160kHz 이다. 이들 최대진동수는 각각 최소값에 비해 8%, 20%, 10%, 15% 정도 증가된 것이다.

5.1.2 복합재료 특성에 따른 진동특성 최적화설계

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 및 $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ 적층 원통셀의 복합재료특성과 여러 가지 경계조건에 따라 다음과 같은 최적화 설계가 수행되었다.

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 원통셀의 각 경계조건에 대해 최적 적층각은 고정-고정 경계조건일 경우, $\theta=45^\circ$ (2723Hz), 단순지지-단순지지 경계조건일 때 $\theta=30^\circ$ (2000Hz)이다. 또한 고정-자유 경계조건일 때 $\theta=60^\circ\sim 75^\circ$ (1160Hz) 이고, 자유-자유 경계조건일 때는 $\theta=0^\circ$ (622Hz)로 고찰되었다. 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화폭은 고정-고정인 경우는 14%, 단순지지-단순지지는 10%, 고정-자유는 17.5%, 자유-자유는 28% 이다. $[0/90/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀인 경우 양단고정일 때의 최적 적층각은 $\theta=45^\circ$ 일 때이고, 이 때의 최대 고유진동수는 2933Hz 이다.

GFRP $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셀의 4가지 경계조건에 대해 최적 적층각(고유진동수)은 고정-고정일 때는 $\theta=45^\circ$ (1131Hz), 단순지지-단순지지는 $\theta=15^\circ$ (833Hz)이다. 고정-자유일 때는 $\theta=90^\circ$ (464Hz)이며, 자유-자유의 경계조건일 때는 $\theta=0^\circ$ (235Hz)이다. 기본 고유진동수의 변화폭은 고정-고정, 단순지지-단순지지, 고정-자유, 자유-자유의 경계조건에 대해서, 각각 5.8%, 2.5%, 8.8%, 14.5% 이다.

KFRP $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셀에 대해 최적 적층각(기본진동수)은 고정-고정일 때

는 $\theta=45^\circ$ (2088Hz)이고, 단순지지-단순지지 일 때는 $\theta=30^\circ$ (1513Hz)이다. 고정-자유일 때는 $\theta=60^\circ$ (865Hz) 이고, 자유-자유일 때는 $\theta=0^\circ$ (475Hz)로 고찰되었다. 적층각의 변화에 따른 기본진동수의 변화폭은 자유-자유일 때, 26.5%, 고정-고정일 때는 24%, 단순지지-단순지지와 고정-자유 일 때는 18%이다.

Al CFRP hybrid $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 복합재료 원통셀의 최적 적층각(기본진동수)은 고정-고정의 경우 $\theta=45^\circ$ (2694Hz), 단순지지-단순지지일 때, $\theta=30^\circ$ (1944Hz)이다. 고정-자유 조건일 때, $\theta=75^\circ$ (1120.7Hz), 자유-자유일 때는 $\theta=0^\circ$ (603 Hz) 이다.

5.2 좌굴특성 설계최적화

5.2.1 경계조건에 따른 좌굴특성 설계최적화

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 로 적층된 CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 고정-고정, 단순지지-단순지지의 경계조건에 따른 좌굴특성의 해석을 통하여 다음과 같은 최적화 설계가 수행되었다.

고정-고정, 단순지지-단순지지의 경계조건에서 좌굴하중의 크기는 Al-CFRP hybrid, CFRP, KFRP, GFRP 복합재료 원통셀 순으로 작아지며 최적의 적층각은 30° 이다.

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 양단 단순지지 원통셀은 양단 고정원통셀에 비해서 최대좌굴하중이 3.3%, 3%, 3.0%, 3.0% 감소한다.

5.2.2 복합재료 특성에 따른 좌굴특성 설계 최적화

CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid는 고정-고정, 단순지지-단순지지에서 최적 적층각은 30° 이다.

최적 적층각에서 양단 고정된 CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀은 0° 일때의 좌굴하중에 비해 30%, 5%, 46.6%, 25.4% 증가한다.

최적 적층각 $\theta=30^\circ$ 이고 양단 단순지지된

CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀은 $\theta=0^\circ$ 일때의 좌굴하중에 비해 28%, 2.6%, 46.2%, 23% 증가한다.

$[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP 복합재료 최대좌굴하중은 $\theta=60^\circ$ 에서 발생되며 그 크기는 8.96 kN이다. 적층각의 변화에 따른 좌굴하중은 고정-고정일 때 가장 크다.

5.3 충격강도특성 설계최적화

5.3.1 경계조건에 고려한 충격특성 최적화 설계

계단파, 정현파, 삼각파형상의 충격하중을 받는 복합재료 원통셀의 충격특성을 고려하며 다음과 같은 최적화를 할 수 있다.

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층 CFRP 복합재료 원통셀인 경우 양단고정조건을 가질 때 최적 적층각은 $\theta=0^\circ$ 이다. 각 계단파, 정현파, 삼각파 충격하중에 의한 최대처짐과 비교하여 최적 원통셀의 처짐은 각각 31%, 31.4%, 31.4% 감소하였다.

양단 단순지지 경계조건을 가진 CFRP 원통셀의 경우에 최적각은 $\theta=30^\circ$ 이다. 이때 각 충격하중에 대한 최적 원통셀의 처짐은 계단파, 정현파, 삼각파 충격하중에 대해 21.6%, 23.6%, 23.1% 감소시킬 수 있다.

Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 경우에도 최적 적층각 $\theta=30^\circ$ 로 설계할 수 있다. 양단 고정단을 가진 hybrid 원통셀의 최대처짐값은 최적 적층각 $[90/0/\mp 30]_{2s}$ 셀의 경우에는 계단파, 정현파, 삼각파에 대해 0.746mm, 0.562mm, 0.507mm 정도이다.

양단 단순지지단을 가진 hybrid 원통셀의 경우 최대처짐은 계단파, 정현파, 삼각파 하중에 대해 16%, 17.2%, 17.5% 감소시킬 수 있다.

$[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀이 양단 고정이고 $\theta=45^\circ$ 에서의 처짐값은 계단파 하중을 받을 때 0.768mm 로서 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층셀보다 처짐값이 감소하였다. Al hybrid $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ 적층 원통셀의 경우의 처짐값은 $\theta=45^\circ$ 일 때 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층셀과 거의 같다.

5.3.2 충격하중 형태를 고려한 충격특성 최적화설계

(a) 계단파 충격하중인 경우

계단파 충격하중을 받는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀의 최적 적층각은 $\theta=30^\circ$ 이다. 최적 적층셀의 처짐은 양단 고정조건일 때 양단 단순지지 원통셀에 비해 30% 정도 감소시킬 수 있다.

양단 고정 최적 적층셀의 최대응력은 224 MPa이고, 최대변형률은 371 $\mu\epsilon$ 이다.

$[90/0/\mp\theta]_{2s}$ Al-CFRP hybrid 원통셀에 대해 최적각을 구한 결과 $\theta=30^\circ$ 이다. CFRP 적층 원통셀에서와 같이 최적 적층셀의 처짐은 양단 고정일 때 양단 단순지지 원통셀에 비해 30% 정도 감소시킬 수 있다.

(b) 삼각파 충격하중인 경우

삼각파 충격하중을 받는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀의 경우 최적 적층각도 $\theta=30^\circ$ 이다. 최적 적층셀 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 의 경우, 양단 단순지지 원통셀의 처짐은 0.770mm로 양단 고정 지지 원통셀의 처짐 0.585mm에 비해 24% 정도 크다.

양단 고정 최적 적층셀의 최대응력은 155 MPa로서 중앙에서 발생되며 최대변형률은 281 $\mu\epsilon$ 정도이다.

Al-CFRP hybrid 원통셀의 경우에도 최적각은 $\theta=30^\circ$ 이다. 양단 단순지지 원통셀의 처짐은 양단 고정 원통셀의 처짐에 비해 23% 정도 높다.

(c) 정현파 충격하중인 경우

정현파 충격하중을 받는 CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 경우에 최적 적층각 $\theta=30^\circ$ 이다.

양단 고정단을 가진 최적 적층 원통셀의 최소처짐은 CFRP, Al hybrid 적층 재료일 때 각각 0.658mm, 0.562mm이며, 양단 단순지지일 때 0.894mm, 0.748mm이다. 양단 고정셀의 최대응력값은 181MPa, 최대변형률은 328 $\mu\epsilon$ 이다.

충격하중에 의한 처짐의 크기는 계단파 하중, 정현파 하중, 삼각파 하중 순이다. 이것은 작용되는 충격에너지량에 비례함을 나타낸다. 동일한 경계조건과 충격하중 형태를 고려할 때 Al-CFRP hybrid 원통셀이 CFRP 원통셀보다 처

집이 작다.

6. 결 론

본 연구에서는 복합재료 원통셀의 진동, 좌굴강도 및 충격강도 특성을 이론적 및 수치적 방법과 진동실험을 통하여 연구하였으며, 이들 역학적 특성을 최대화할 수 있는 최적화 설계를 수행하였다. 본 연구를 통하여 얻어진 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 원통셀에 대한 최적화설계 결과는 다음과 같다.

- 1) 양단고정 원통셀의 경우에는 $\theta=45^\circ$ 일 때 최대 기본고유진동수를 얻을 수 있다. 특히 KFRP 원통셀의 경우 최대 고유진동수는 적층각에 큰 영향을 받음을 알 수 있다. 양단 단순지지 원통셀의 최적 적층각은 $15^\circ \sim 30^\circ$ 이며, 자유-자유인 원통셀의 최적의 적층각은 0° 이다. 고정-자유인 외팔형 경계조건을 갖는 경우의 최적 적층각을 갖는 경우의 최적 적층각은 $\theta=60^\circ \sim 75^\circ$ 범위이다.
- 2) 양단 고정 $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀은 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀보다 모든 적층각에서 높은 고유진동수를 갖는다.
- 3) 고정-고정, 단순지지-단순지지의 경계조건에서 좌굴하중의 크기는 Al-CFRP hybrid, CFRP, KFRP, GFRP 복합재료 원통셀 순으로 작아지며 최적의 적층각은 30° 이다. CFRP, GFRP, KFRP, Al-CFRP hybrid 양단 단순지지 원통셀은 양단 고정 원통셀에 비해서 최대좌굴하중이 3.3%, 3%, 3.0%, 3.0% 감소한다.
- 4) $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층 CFRP 복합재료 원통셀인 경우 양단 고정조건을 가질 때 최적 적층각은 $\theta=0^\circ$ 이고, 양단 단순지지의 경우에는 최적 적층각은 $\theta=30^\circ$ 이다. Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 경우에도 최적 적층각 $\theta=30^\circ$ 이다.
- 5) $[0/90/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 복합재료 최대좌굴

하중은 $\theta=60^\circ$ 에서 발생한다. 적층각의 변화에 따른 좌굴하중은 양단 고정일 때 가장 크다.

- 6) 제단과 충격하중을 받는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀의 최적 적층각은 $\theta=30^\circ$ 이고, Al-CFRP hybrid 원통셀에 대해 최적각을 구한 결과 $\theta=30^\circ$ 이다.
- 7) 삼각과 충격하중을 받는 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀의 경우 최적 적층각도 $\theta=30^\circ$ 이고, Al-CFRP hybrid 원통셀의 경우에도 최적각은 $\theta=30^\circ$ 이다.
- 8) 정현파 충격하중을 받는 CFRP, Al-CFRP hybrid 복합재료 원통셀의 경우에 최적 적층각 $\theta=30^\circ$ 이다.
- 9) $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ CFRP 적층 원통셀이 최적 적층각은 $\theta=45^\circ$ 이며, $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층셀보다 처짐값이 감소하였다. Al hybrid $[0/\mp\theta/90]_{2s}$ 적층 원통셀의 경우의 처짐값은 $\theta=45^\circ$ 일 때 $[90/0/\mp\theta]_{2s}$ 적층셀과 거의 같다.

후 기

본 연구는 한국과학재단 핵심전문연구비(941-1000-065-2) 지원으로 수행되었으며 지원에 감사드립니다.

참 고 문 헌

1. 이영신, 문흥기, "CFRP 적층 원통셀의 진동해석", 대한기계학회 논문집, 제12권, 제4호, pp. 670~174, 1988.
2. 이영신, 문흥기, 윤종호, "적층 직교이방성 외팔원통셀의 자유진동해석", 대한기계학회 논문집, 제10권, 제6호, pp. 929~936, 1986.
3. 이영신, 문흥기, "직교이방성 복합재료 원통셀의 자유진동해석", 대한기계학회논문집, 제10권, 제5호, pp. 758~769, 1986.
4. 이영신, 전병희, "개구부가 있는 복합재료 원통셀의 구조진동해석", 한국복합재료학회

- '95 추계학술대회(논문집), pp. 116~122, 1995.
5. Soldatos, K.P., "On the Buckling and Vibration of Angle-Ply Laminated Circular Cylindrical Shells", Int. J. Engng. Sci. Vol. 21, No. 3, pp. 217~222, 1983.
 6. Soldatos, K.P., and Tzivanidis, G.J., "Buckling and Vibration of Cross-Ply Laminated Non-Circular Cylindrical Shells", J. Sound and Vib., Vol. 82, pp. 425~434, 1982.
 7. Lee, Y.S., and Ong, J.W., "Dynamic and Structural Analysis Cylindrical Shells of Carbon-fibre-reinforced Polymer", High Temperatures & High Pressures, Vol. 22, pp. 587~596, 1990.
 8. Cederbaum, G., and Heller, R.A., "Dynamic Deformation of Orthotropic Cylinders", Trans. of ASME, Journal of Pressure Vessel Technology, Vol. 111, No. 2, pp. 97~101, 1989.
 9. Reddy, J.N., and Khdeir, A.A., "Dynamic Response of Cross-ply Laminated Shallow Shell According to a Refined Shear Deformation Theory", The Journal of Acoustical Society of America, Vol. 85, No. 6, pp. 2423~2431, 1989.
 10. Khdeir, A.A., Reddy, J.N., and Frederick, D., "On the Transient Response of Cross-ply Laminated Circular Cylindrical Shells", International Journal of Impact Engineering, Vol. 9, No. 4, pp. 475~484, 1990.
 11. Christoforou, A.P., and Swanson, S.R., "Analysis of Simply-Supported Orthotropic Cylindrical Shells Subject to Lateral Impact Loads", Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 57, No. 2, pp. 376~382, 1990.
 12. Khdeir, A.A., Reddy, J.N., and Frederick, D., "A Study of Bending, Vibration and Buckling of Cross-ply Circular Cylindrical Shells With Various Shell Theories", International Journal of Engineering Sciences, Vol. 27, No. 11, pp. 1337~1351, 1989.
 13. Nshanian, Y.S., and Pappas, M., "Optimal Laminated Composite Shells for Buckling and Vibration", AIAA Journal, Vol. 21, No. 3, pp. 430~437, 1983.
 14. Onoda, J., "Optimal Laminate Configurations of Cylindrical Shells for Axial Buckling", AIAA Journal, Vol. 23, No. 7, pp. 1093~1098, 1985.
 15. Sun, G., and Hansen, J.S., "Optimal Design of Laminated Composite Circular Cylindrical Shells Subjected to Combined Loads", Trans. of ASME, Journal of Applied Mechanics, Vol. 55, No. 1, pp. 136~142, 1988.
 16. Fukunaga, H., and Chou, T.W., "Simplified Design Techniques for Laminated Cylindrical Pressure Vessels Under Stiffness and Strength Constraints", Journal of Composite Materials, Vol. 22, No. 12, pp. 1156~1169, 1988.
 17. Tripathy, B., and Rao, K.P., "Optimum Design for Buckling of Plain and Stiffened Composite Axisymmetric Shell Panels/Shells", Composite Structures, Vol. 25, Nos. 1~4, pp. 459~468, 1993.
 18. 이영신, 이열화, 나문수, "혼합적층 복합재료판의 최적설계", 대한기계학회논문집, 제14권 제6호, pp. 1391~1407, 1990.
 19. 이영신, 김대원, "보강원통셸의 최적구조설계에 관한 연구", 대한기계학회논문집, 제13권 제2호, pp. 205~212, 1989.
 20. Flugge, W., "Stresses in Shells", 2nd edition, Springer-Verlag, 1973.
 21. Sharma, S. B., "Calculation of Natural Frequencies of Fixed-Free Cylindrical Shells", Journal of Sound and Vibration, Vol. 35, No. 1, pp. 55~76, 1974.