

〈논 문〉 SAE NO. 97370035

## 차륜 가속도 예측방법에 대한 연구

### A Study on the Estimation Method of the Wheel Acceleration

김 중 배\*, 민 중 기\*\*  
J. B. Kim, J. K. Min

#### ABSTRACT

In this study, an effective estimation method of wheel acceleration is presented. The wheel acceleration is mainly used in the ABS(anti-lock brake system) and the TCS(traction control system). The wheel acceleration is a derivative term of the wheel speed which is generally measured by the wheel speed sensors.

The results of a simple differentiation of the signal and an observation of the signal by Kalman filter show that Kalman filter has better performance than the simple differentiation. The differentiated sine signal which is contaminated with random noise shows a rugged signal compared with the signal which is filtered by the Kalman filter. The covariance of the differentiated signal is higher than that of the Kalman-filtered signal, too.

The presented Kalman filter technique shows an effective way of solution to get the estimated wheel acceleration value which is sufficient to be applied to ABS or TCS control algorithms.

주요기술용어 : Wheel Acceleration(차륜 가속도), Kalman Filter(칼만 필터), ABS(엔티록 브레이크 시스템)

#### 1. 서 론

##### 1.1 차륜 속도의 계측

차륜 가속도는 계측된 차륜 속도를 이용하여

계산하는 방법을 취한다. 따라서 차륜 속도의 계측이 정확할수록 차륜 가속도의 정확성을 기할 수 있다. 일반적으로 차륜 속도를 계측하기 위한 센서는 Fig.1에 제시된 바와 같이 홀 센서(또는 리락턴스 센서)와 기어 펄서의 1조로 구성된다. 센서로부터의 출력은 정현파 형태를 취하고 있는데, 일반적으로 고주파 노이즈 성분이 포함되어

\* 정회원, 동양공업전문대학 기계설계과

\*\* 대우전자 전장사업부

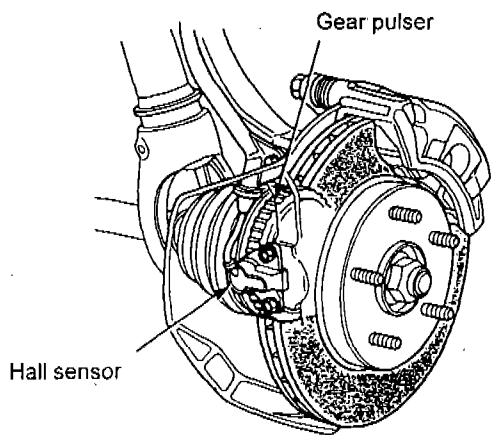


Fig.1 Wheel speed sensor

있다. 이러한 신호는 일차적으로 로우패스 필터에 의해 필터링된후 히스테리시스 비교기 회로를 통해 방형파 신호로 변환된다. 이러한 방형파 신호는 카운터에 의해 계수되어 지거나 트리거 신호로 사용된다. 이러한 차륜 속도 센서로 부터 출력되는 신호의 주기를 측정할 수 있을 경우, 차륜 속도 센서 펄스의 1회전당 발생하는 펄스의 개수는 정해져 있으므로 차륜의 각속도를 계산할 수 있으며, 여기에 차륜의 유효반경을 곱하면 차륜의 선속도를 구할 수 있다.

### 1.2 차륜 가속도의 필요성

계측된 차륜 속도를 이용하여 차륜 가속도를 계산하게 되는데, 차륜 가속도는 차륜 속도와 함께 ABS(anti-lock brake system), TCS(traction control system) 그리고 향후의 VDCC(vehicle dynamics control system)등에 이용된다.<sup>1), 2), 3), 4)</sup>

계측된 차륜 속도는 ABS와 TCS의 경우 차륜 슬립(wheel slip)을 구하는데 사용된다. 차륜 슬립,  $\lambda$ 는 차량의 속도 대비 차륜의 선속도의 관계를 나타내는데, 다음과 같이 정의된다.

$$\lambda = \left(1 - \frac{r_c \omega}{V}\right) \times 100(\%) \quad (1-1)$$

여기서  $r_c$ 는 타이어의 유효 반경,  $\omega$ 는 차륜의 각속도,  $V$ 는 차량의 속도를 의미한다. 이러한

차륜 슬립은 ABS의 경우 브레이크 압력제어를 위한 변수가 되는데, 실제의 ABS의 경우는 이러한 차륜 슬립 뿐만이 아니라 차륜의 가속도도 이용하고 있다.

예를들면 제동시 차륜의 가속도가  $-3g$  이하가 되면 급제동 상황으로 판단하여 브레이크 라인 중에 장착된 밸브를 작동시켜 휠 실린더 내의 압력을 저하시킴으로써 초기 상태의 ABS가 작동되도록 할 수 있다. 또한 차륜의 가속도가  $+13g$  이상이 되면 브레이크 라인의 압력이 저하된 상태 또는 저마찰 노면에서 고마찰 노면으로의 전이상태라 판단하여 밸브 조작에 의해 브레이크 라인의 압력을 높혀 제동력을 증가시킨다. 이러한 경우의 차륜 가속도는 측정된 차륜 속도를 이용하여 구할 수 있다.

TCS의 경우도 마찬가지로 출발시 급가속에 의해 차륜의 가속도가 일정치 이상이 되면(과도한 차륜 슬립에 의한 노면과 타이어 사이의 마찰력 감소) 브레이크를 작동 또는 엔진 출력을 감소시키도록 하여 차륜의 슬립제어를 실시할 수 있다. 이러한 측면에서 차륜 가속도는 브레이크 라인 압력의 제어 시점을 결정짓는 중요한 변수가 되며, 이에 대한 정확한 값이 필요하다.

### 1.3 가속도 산출

가장 간단한 가속도 산출방법은 차분방정식을 이용하여 일정시간 주기 마다 계측된 차륜속도를 시간에 대해 미분하는 방법이다. 이러한 방법은 차륜속도에 대한 신호가 노이즈에 오염되어 있지 않더라도 미분치인 가속도의 값이 크게 변동할 수 있는 가능성이 존재한다. 이에 대한 식을 표현하면 다음과 같다.

$$a(k) = \frac{v(k) - v(k-1)}{T} \quad (1-2)$$

여기서  $a$ 는 차륜 가속도,  $v$ 는 차륜 속도,  $T$ 는 샘플시간이다. 식 (1-2)에 제시된 바와 같이 현재 상태의 가속도는 현재의 속도와 1 샘플 시간 이전의 속도로 표현된다.

다른 방법은 측정된 속도를 실시간으로 로우패

스 필터링하고 이를 시간에 대해 미분하는 방법이다. 차륜속도는 카운터를 이용하여 일정시간 주기 마다 측정되며, 측정된 현재의 데이터 뿐만 아니라 저장된 과거의 데이터를 이용하여 FIR (finite impulse response) 또는 IIR(infinite impulse response) 필터를 이용하여 로우 패스 필터링 한다. 이에 대한 식을 표현하면 다음과 같다.

$$a(k) = \frac{v(k) - v(k-1)}{T} \quad (1-3)$$

여기서  $v$ 는 로우패스 필터링된 차륜속도  $v$ 이다.

또 다른 방법은 본 연구에서 제안한 Kalman 필터 기법을 이용하는 것으로, 이 방법을 적용하려면 상태방정식의 형태를 취해야 하므로 미분식에 대한 다소의 조작이 필요하다.

## 2. 관측기에 의한 차륜 가속도 관측

### 2.1 시스템 모델

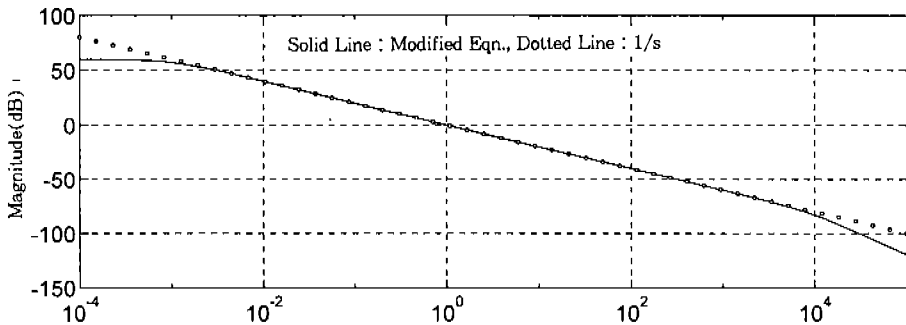
차륜 속도  $v$ 와 차륜 가속도  $a$ 의 관계는 다음과 같이 표현된다.

$$a = \frac{d}{dt}v \quad (2-1)$$

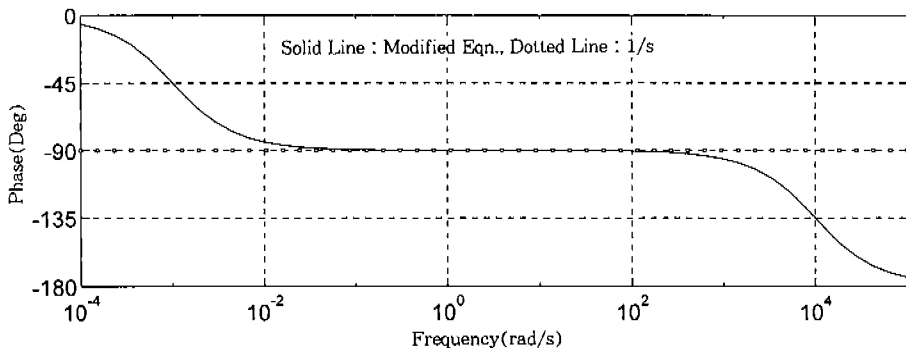
식 (2-1)을 Laplace 연산자  $s$ 를 사용하면 다음같이 표현된다.

$$v(s) = \frac{1}{s}a(s) \quad (2-2)$$

이제 식 (2-2)에서 표현되는 식을 관측기 설계를 위해 다음과 같이 변형시킨다.



(A) Magnitude Plot



(B) Phase Plot

Fig.2 Bode plot of  $1/s$  and  $1/(s+\alpha)(\beta s+1)$ . ( $\alpha=0.001$ ,  $\beta=0.0001$ )

$$v(s) = \frac{1}{(s+\alpha)(\beta s+1)} a(s) \quad (2-3)$$

여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 는 상수로서 다음과 같이 충분히 작아야 하는 조건을 만족해야 한다.

$$\alpha \ll 1, \beta \ll 1 \quad (2-4)$$

즉 식 (2-3)과 식 (2-4)로부터 식 (2-2)와 식 (2-3)은 제한된 주파수 영역에서 다음의 식이 성립한다.

$$\frac{1}{s} a(s) \approx \frac{1}{(s+\alpha)(\beta s+1)} a(s) \quad (2-5)$$

예를들어  $\alpha=0.001, \beta=0.0001$ 일 경우 식 (2-3)에 대한 Bode 선도를 작성하면 Fig.2에 제시된 바와 같다. 즉 실선은 식 (2-3)을 점선은 식 (2-2)를 나타낸다. 제시된 바와 같이 고려대상에서 제외되는 주파수 범위, 즉 주파수가 너무 낮거나 높아 물리적으로 중요하지 않은 주파수 범위를 제외하면 계인과 위상이 양자 모두 동일함을 알 수 있다. 여기서  $\alpha$ 와  $\beta$ 값의 선정은 대략적으로 주파수 범위  $10\alpha$ 에서  $1/(10\beta)$  rad/s까지의 신호가 해석 대상이라고 고려하여 결정하면 충분하다. 즉  $\alpha=0.001, \beta=0.0001$ 일 경우는 0.0016Hz에서 159.1Hz사이의 신호에 대해서는 계인이나 위상의 문제없이 해석이 가능하다.

## 2.2 상태방정식

Kalman 필터 설계를 위해서는 먼저 계에 대한 미분방정식을 상태방정식으로 표현해야 한다. 식 (2-3)으로 표현되는 계에 대한 미분방정식은 다음과 같다.

$$\beta \dot{v} + (1+\alpha\beta)v + \alpha v = a \quad (2-6)$$

식 (2-6)을 정리하여 상태방정식으로 표현하고 시스템 잡음(system noise)과 측정잡음(measurement noise)을 부가하여 표현하여 다음과

같다.

$$\begin{Bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -\alpha/\beta & -\alpha \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w_1 \\ \varepsilon \end{Bmatrix} \quad (2-7)$$

$$y = [1 \ 0] \begin{Bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{Bmatrix} + \eta$$

여기서  $x_1=v$ 이고  $x_2=\dot{v}=a$ 이다. 그리고 노이즈  $w, \varepsilon, \eta$ 는 백색잡음이며, 서로 비상관성을 가지고 있다.

## 2.3 Kalman 필터 적용

Kalman 필터의 형태는 이산시간계에서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}(k+1) &= A\hat{x}(k) + Bu(k) + K_e [y(k) - \hat{y}(k)] \\ \hat{y}(k) &= C\hat{x}(k) \end{aligned} \quad (2-8)$$

여기서  $\hat{x}$ 은 예측된 상태벡터,  $\hat{y}$ 는 예측된 출력,  $u$ 는 계의 입력,  $y$ 는 계의 출력,  $A$ 는 플랜트 행렬,  $u$ 는 입력 행렬,  $C$ 는 출력 행렬,  $K_e$ 는 필터의 계인이다.

식 (2-8)로 표현되는 관측기는 모든 상태변수를 관측하는 관점인데, 실제로 본 연구에서는 식 (2-7)에서의 차륜 속도  $x_1$ 은 예측되는 변수이므로 차륜 가속도  $x_2$ 만 관측하면 된다. 따라서 식 (2-7)을 변형시켜 감차관측기(reduced order observer)를 구성하도록 한다.

먼저 식 (2-8)을 예측하는 변수와 관측해야 할 변수로 각각 분리하여 표현하면 다음과 같다.

$$\begin{Bmatrix} x_a(k+1) \\ x_s(k+1) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} x_a(k) \\ x_s(k) \end{Bmatrix} + \begin{Bmatrix} w(k) \\ \varepsilon(k) \end{Bmatrix} \quad (2-9)$$

여기서  $a, b$ 는 각각 측정 및 관측 변수를 의미하며, 플랜트 행렬의 요소  $a_{ij}$ 는 식 (2-7)의 이산화된 플랜트 행렬의 각 요소에 해당한다.

식 (2-9)를 정리하여 관측변수를 상태변수로 하여 표현하면 다음과 같다.

$$x(k+1) = Ax(k) + Bu(k) + \varepsilon(k)$$

$$y = Cx(k) + w(k) \quad (2-10)$$

여기서  $x(k) = x_b(k)$ ,  $u(k) = x_a(k)$ ,  $y(k) = x_a(k+1) - a_{11}x_a(k)$ ,  $A = a_{22}$ ,  $B = a_{21}$ ,  $C = a_{12}$  이다.

이제 식 (2-10)으로 주어진 플랜트에 대한 식과 식 (2-8)로 주어지는 Kalman 필터의 식에서 다음의 조건을 만족시키는 필터 게인  $K_c$ 를 구한다.<sup>5)</sup>

$$\text{Min} \left[ E \{ [x(k) - \hat{x}(k)]^T [x(k) - \hat{x}(k)] \} \right] \quad (2-11)$$

최종적으로 구해진 필터의 식은 추정형(prediction type) Kalman 필터로서 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \hat{x}_b(k+1) &= a_{22}\hat{x}_b(k) + a_{21}x_a(k) \\ K_c \left[ x_a(k+1) - a_{11}x_a(k) - a_{12}\hat{x}_b(k) \right] \end{aligned} \quad (2-12)$$

여기서  $\hat{x}_b$ 는 관측된 가속도,  $x_a$ 는 측정된 속도를 의미한다.

그런데 식 (2-12)에서  $x_a(k+1)$ 이 존재하므로 일반적인 추정형 Kalman 필터와는 차이점을 나타내고 있다. 이러한 이유는 플랜트의 차수를 줄여 감차관측기를 추구하는 과정에서 발생한 것이다.

### 3. 수치해석을 통한 검증

설계된 Kalman 필터의 성능을 평가하기 위해서는 수치해석을 통한 결과와 이의 실험적 검증이 필요하다. 그런데 차륜의 가속도를 실험적으로 측정하기란 난해한 일이므로 수치해석을 통한 검증을 실시하여, Kalman 필터의 타당성을 입증한다.

검증방법으로는 노이즈가 첨가된 정현파 신호에 대해 수치미분에 의해 구한 값과 Kalman 필

터에 의해 계산된 값을 비교함으로써 필터에 의한 값의 타당성을 살펴본다. 그리고 ABS가 작동되는 상황에서의 차륜 속도 데이터를 이용해 차륜의 가속도를 계산하고 차륜 속도와 비교하여 이의 타당성을 검토한다.

#### 3.1 필터 게인의 계산

식 (2-7)에서  $\alpha = 0.001$ ,  $\beta = 0.0001$ 로 놓고 샘플시간 8msec로 이산화시킨 경우, 차수가 감소된 형태의 방정식 식 (2-10)은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} x(k+1) &= 0.99967x(k) - 0.07999u(k) + \varepsilon(k) \\ y(k) &= 0.00800x(k) + w(k) \end{aligned} \quad (3-1)$$

여기서  $\varepsilon$ 과  $w$ 는 각각 부가된 시스템 잡음과 측정잡음이다.

식 (3-1)에 대해 식 (2-11)의 최소화 과정을 도입하여  $K_c$ 를 구하게 되는데, 이를 위해 Riccati방정식을 풀어야 한다. 가중치로서 시스템 잡음 상호분산(system noise covariance)과 측정 잡음 상호분산(measurement noise covariance)에 대한 값은 각각 100과 0.01의 값으로 선정하였으며, 결과적으로  $K_c = 67.672$ 를 구할 수 있었다.

최종적으로 구해진 Kalman 필터의 식은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} a(k+1) &= 0.45836a(k) + 67.672v(k+1) \\ &\quad - 67.73v(k) \end{aligned} \quad (3-2)$$

#### 3.2 타당성 검증

먼저 정현파 신호를 다음과 같이 정의한다.

$$s(t) = \sin(2\pi\omega t), \quad \omega = 5 \quad (3-3)$$

$s(t)$ 에 크기가  $-0.25 \sim +0.25$  사이의 값을 갖는 랜덤 노이즈를 첨가한 신호를 만들고, 8msec 단위로 데이터를 취한다. 그리고 이를 시간에 대해 미분한 결과와 Kalman 필터를 이용하여 관측한 미분치를 구한다.

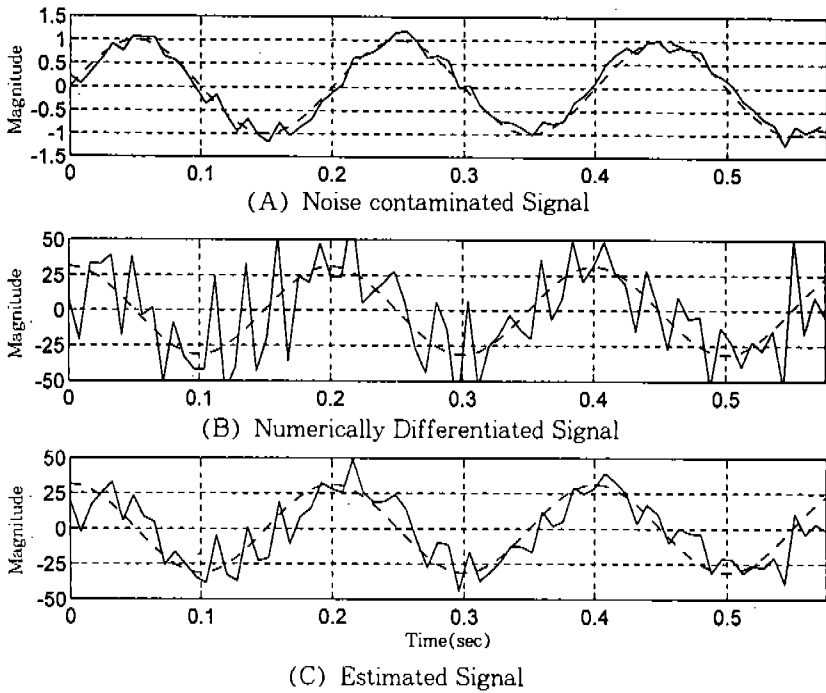


Fig.3 Comparison of signals.(A) Sine signal(dotted line : noise free, solid line : noise contaminated), (B) Numerical differentiation, (C) Kalman filter

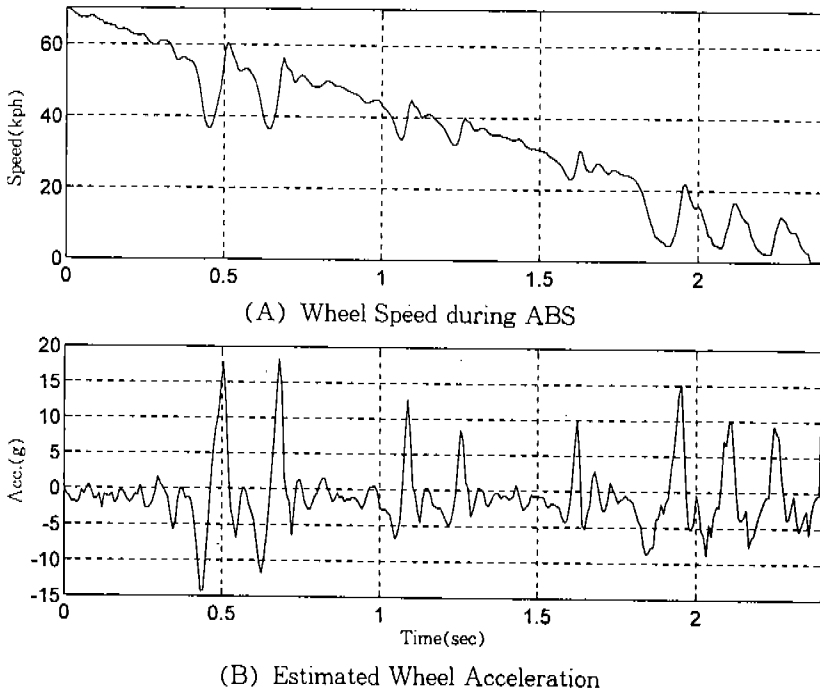


Fig.4 Application example of Kalman filter to observe the wheel acceleration.

Fig.3는 이에 대한 결과를 제시하고 있다. (A)에서 점선은 식 (3-3)의 값을 나타내며, 실선은 노이즈가 첨가된 신호를 나타낸다. (B)와 (C)에서의 점선은 식 (3-3)을 해석적으로 미분한 결과이며 각각의 실선은 수치미분과 Kalman 필터에 의한 예측결과를 나타낸다. 제시된 바와 같이 수치미분한 경우 신호의 리플이 크게 나타나는데 이는 노이즈가 섞인 신호를 미분한 결과이다. 또한 양자의 경우 해석적으로 구한 미분치를 기준으로 각각에 대해 상호분산을 구하였는데 수치미분의 경우 609.9, Kalman 필터의 경우 184.2이었다. 따라서 Kalman 필터의 경우가 실제의 값에 더 근접함을 알 수 있다.

Fig.4는 실제 차량의 ABS 동작에 의한 제동 과정에서 나타난 차륜 속도와 Kalman 필터를 이용하여 예측된 차륜 가속도를 나타낸다. 차륜 속도의 피크점에서 차륜 가속도는 0의 값을 나타내고 있음을 알 수 있으므로 가속도 값의 타당성을 확인할 수 있다. 그러나 가속도 값의 정확성에 대해서는 실험적으로 확인할 수는 없으나 Fig.3에서 제시된 결과에 따라 그 값은 신뢰성이 있다고 할 수 있다.

#### 4. 결 론

속도를 이용하여 가속도를 구하는 방법은 여러 가지가 있겠으나 본 논문에서는 Kalman 필터를 이용하였다. 이를 위해 적분형태의 식을 변형하여 2차계로 근사모델링하였으며 이를 상대방정식으로 표현하여 필터를 설계하였다. 이미 차륜 속도는 계측을 통해 측정되는 값이므로 전상태 관측

기(full state observer)가 아닌 감차 관측기로 식을 변형하여 최종적인 필터 계인과 필터식을 구했다. 본연구를 통해 얻은 결과는 다음과 같다.

- 1) 단순한 수치 미분에 의한 차륜 가속도의 계산 보다 Kalman 필터에 의해 구한 결과가 보다 신뢰성 있다.
- 2) 제시된 최종식은 단순한 형태를 취하고 있으므로 마이콤 프로그램 코딩에 유리하다.
- 3) ABS 또는 TCS의 제어에 있어서는 차륜 가속도의 신호 리플이 작아야 밸브의 불필요한 동작을 방지할 수 있으므로 적절한 필터 계인을 취해 신호를 부드럽게 해야 한다.

#### 참 고 문 헌

1. Rudolf Limpert, Brake Design and Safety, SAE, 1992.
2. R. Becker and et al., Braking Systems with ABS for Passenger Cars, Bosch Tech. Inst.
3. Anton T. van Zanten, Rainer Erhardt, and Georg Pfaff, "VDC, The Vehicle Dynamics Control System of Bosch", SAE 950759, 1995.
4. 김중배 외 4명, "보급형 ABS(Anti-Lock Brake System) 개발", 제어·자동화·시스템 공학 학회지, 제2권, 제1호, pp.18~23, 1996.
5. Katsuhiko Ogata, Discrete-time Control Systems, Prentice-Hall Inc., 1987.