

〈논 문〉 SAE NO. 97370022

## 웜기어의 강도평가 및 설계시스템 개발에 관한 연구

### Development of Durability Estimation and Design Systems of Worm Gears

정 태 형\*, 백 재 협\*\*  
T. H. Chong, J. H. Baek

#### ABSTRACT

We developed the durability estimation and design systems to minimize the volume, considering the durability, efficiency, and design requirements of worm gears. That is, we consider each kind of factors affecting on durability on the basis of AGMA Standard for the cylindrical and double-enveloping worm gears. We also estimate input power on the basis of wear and durability, bending strength and deflection of worm shaft, and we developed the durability estimation and design systems of power transmission worm gears introducing the optimal design method on the personal computer to be easily used in field. Also, we developed a method which converts the design variables obtained from the optimal design method to integer values(number of worm threads, number of worm wheel teeth, etc.,) to be used in real design and production.

The developed durability estimation and design method can be easily applied to the design of worm gears used as power transmission devices in machineries and is expected to be used for weight minimization of worm gear unit.

주요기술용어 : Gear(기어), Worm Gears(웜기어), Design System(설계 시스템), Durability estimation(강도평가), Optimization(최적화), Volume Minimization(체적최소화)

#### 1. 서 론

치차 및 치차장치는 건설기계, 자동차, 산업기계, 선박, 철도차량, 공작기계 등 거의 모든 산업

부문에서 주로 구동 및 동력전달을 위해 사용되고 있으며, 전달동력과 부하능력이 커야하는 요구가 증대하는 반면, 부하한계에 가까운 높은 하중에서도 가능한 한 소형화하여 기계장비의 경량화 및 고효율화를 달성하고자 하는 요구가 매우 강하다. 이러한 요구에 부응하기 위해 우수한 성능이 치차장치 설계방법 및 컴퓨터를 이용한 설

\* 정회원, 한양대학교 기계공학과

\*\* 한양대학교 대학원

계기술이 등장하고 있으나 이러한 연구는 원통치차(cylindrical gears; spur & helical)장치의 설계에 관한 연구가 대부분이며<sup>1)~4)</sup>, 웜기어(worm gears)장치에 대해서는 연구가 거의 없는 실정이다.

웜기어(worm and worm wheel)는 원통치차 및 베벨기어에 비해 전달속도비가 매우 크고, 구성 및 배열방법이 다양하며, 기하학적 형상, 특성해석, 강도평가 등이 매우 어려운 기계요소중의 하나로, 이에 대한 설계방법에 대해서는 AGMA(American Gear Manufacturers Association) 규격 또는 각종 저서 등에 부분적으로 발표되어 있다<sup>5)~9)</sup>. 그러나 이를 실제로 생산현장이나 설계실 등에서 해석하여 적용하기에는 많은 시간과 노력이 필요하며, 상당한 기술의 축적과 함께 전문지식이 풍부한 고도의 기술자를 필요로 하게 된다.

본연구에서는 원통형(cylindrical) 및 장고형(double-enveloping) 웜기어를 대상으로 강도에 영향을 미치는 각종 인자들(재질, 속도비, 미끄럼속도, 운전조건계수 등)을 고려하여 면압강도와 마모강도에 근거한 입력동력, 웜축의 굽힘강도와 처짐, 효율 등을 평가하고, 최적화 기법을 이용하여 이들 강도 및 효율 등의 설계요구조건을 만족하면서 체적을 최소화 할 수 있는 설계법을 개발하며, 이러한 설계법을 기초로 퍼스널컴퓨터 상에서 손쉽게 설계에 이용할 수 있는 웜기어의 설계시스템을 개발한다. 본 논문은 연구의 첫단계로서 웜기어의 강도를 평가하기 위한 방식으로 웜기어의 강도평가가식이 잘 정립되어 있으며 규격화 되어 있는 AGMA규격을 이용하고 평가된 강도를 설계의 영향인자로 고려하여 설계수행한다.

## 2. 웜기어 설계시의 영향인자

본 연구에서는 원통형 및 장고형 웜 기어를 연구대상으로 하며, 이들 웜 기어는 중앙면(central plane)에서 웜 나사부(worm threads)의 단면이 사다리꼴이며 축각은 공간에서 90°이다. 웜 기어는 웜의 목(throating) 여부에 따라서

원통형 및 장고형 웜 기어로 구분된다. 원통형 웜 기어는 웜 휠만 오목하게 되어 있는 데 비해 장고형 웜 기어는 웜과 웜 휠 모두 오목하게 되어 있어서, 장고형 웜 기어가 접촉면적이 더 크게 되어 더 큰 부하능력을 갖게 된다. 연구의 첫 단계로서 웜 기어의 강도, 웜 축의 굽힘강도와 처짐, 효율 등을 고려한다.

### 2.1 웜기어의 강도

기어의 강도는 대표적으로 이(tooth)이 굽힘강도, 치면의 면압강도, 마모강도 등을 들 수 있다. 웜기어에서는 대개의 경우 굽힘강도가 문제시되지 않기 때문에 본 연구에서는 굽힘강도를 고려하지 않는다. 웜기어의 웜 및 웜 휠에서 이의 강도는 면압 및 마모강도를 고려하며, 이들 강도에 근거한 허용입력동력(allowable input power)으로 평가한다. 허용입력동력( $P_{in.a}$ )은 AGMA규격<sup>6)~7)</sup>을 이용하여 설계수명동안에 피팅과 마모에 의해 파손이 발생하지 않고 전달할 수 있는 입력동력으로 평가하며, 웜과 웜 휠의 잇수비, 접촉이 일어나는 치폭의 길이, 재질, 치면에서의 미끄럼속도 등을 고려한 각종 인자들을 포함하여 원통형은 식 (1), 장고형은 식 (2)로 평가한다.

$$P_{in.a} = \frac{n_w W_t D}{126,000 m_G} + \frac{v_s W_r}{33,000} \quad [\text{HP}] \quad (1)$$

$$P_{in.a} = \frac{n_w}{m_G} C_{sp} C_m C_v \quad [\text{HP}] \quad (2)$$

$$W_t = C_s D^{0.8} F_g C_m C_v \quad [\text{lb}] \quad (3)$$

$$W_r = \frac{\mu W_t}{\cos \lambda \cos \phi_n} \quad [\text{lb}] \quad (4)$$

여기서  $n_w$ 는 웜의 회전속도[rpm],  $W_t$ 는 웜 휠에 작용하는 접선하중,  $W_r$ 는 치접촉면에서의 마찰력,  $D$ 는 웜 휠의 피치원직경[in],  $m_G$ 는 잇수비,  $v_s$ 는 접촉점에서의 미끄럼속도[ft/min],  $C_{sp}$ 는 기준압력각계수,  $C_m$ 은 잇수비수정계수,  $C_s$ 는 치폭 및 재질계수,  $C_v$ 는 속도계수,  $C_f$ 는 재질계

수,  $F_g$ 는 웬 휠의 치폭,  $\mu$ 는 마찰계수,  $\lambda$ 는 리이드각,  $\phi_n$ 은 치직각압력각을 각각 나타낸다. 본 연구에서 단위는 AGMA 규격대로 ft(in)-lb 단위로 사용하기로 하나(현장에서도 웬기어에 대하여는 이 단위를 많이 사용하고 있음) SI 단위로도 쉽게 변환할 수 있도록 프로그램을 작성한다.

2.2 웬 축의 굽힘강도 및 처짐

Fig.1에서 웬의 나사부와 웬 휠의 이와의 접촉점에서 작용하는 힘은 식 (5), (6), (7)과 같이 표현된다. 이들 힘은 피치점 P에서 작용한다고 가정한다.

$$W_{tg} = \frac{2T_g}{D} = w_{sw} \quad [lb] \quad (5)$$

$$W_{sg} = \frac{2T_w}{d} = W_{tw} \quad [lb] \quad (6)$$

$$W_{sg} = \frac{W_{tg} \tan \phi_n}{\cos \lambda} = W_{sw} \quad [lb] \quad (7)$$

$$T_g = \frac{63017 \times P_{in, equiv.}}{n_w} \quad [lb \cdot in] \quad (9)$$

여기서  $W_{tw}$ 와  $W_{sw}$ 는 각각 웬의 접선하중과 스러스트 하중이고,  $W_{tg}$ 와  $W_{sg}$ 는 각각 웬 휠의 접선하중과 스러스트 하중이며,  $W_{sw}$ 과  $W_{sg}$ 는 각각 웬과 웬 휠의 반경방향하중이며,  $T_w$ 와  $T_g$ 는 각각 웬과 웬 휠에 작용하는 토크이며,  $P_{in, equiv.}$ 는 실제입력동력에 피동기(driven machine)의 운전하중특성의 영향과 웬 기어장치의 운전시간(duration of service)을 고려한 운전조건계수(service factor)를 곱한 상당입력동력(equivalent input power)이며,  $\eta$ 는 웬과 웬 휠의 치접촉면에서의 마찰손실만을 고려한 효율값이며,  $n_g$ 는 웬 휠의 회전속도[rpm]이다.

원통형 웬기어에서 웬 축의 굽힘강도는 웬의 나사부를 무시하고 웬의 이뿌리원 직경( $d$ [in])을 기준으로 평가한다. Fig.1은 웬기어에 작용하

는 힘을 나타낸 것으로서 이뿌리부의 P점에서 발생하는 웬 축의 최대굽힘응력( $\sigma_b$ )은 식 (10), (11)의 반력  $R_A$ ,  $R_B$ 를 이용하여 식 (12)와 같이 구한다.

$$R_A = \sqrt{\left(\frac{W_{sw}t}{l} + \frac{W_{sw}d}{2l}\right)^2 + \left(\frac{W_{tw}t}{l}\right)^2} \quad [lb] \quad (10)$$

$$R_B = \sqrt{\left(\frac{W_{sw}(l-t)}{l} - \frac{W_{sw}d}{2l}\right)^2 + \left(\frac{W_{tw}(l-t)}{l}\right)^2} \quad [lb] \quad (11)$$

$$\sigma_b = \frac{32M}{\pi d^3} \quad [psi] \quad (12)$$

여기에서  $l$ 은 베어링 스패,  $t$ 는 베어링 B에서 피치점 P까지의 거리(본 연구에서는  $t$ 를  $l/2$ 로 고려)이며,  $M$ 은  $R \cdot (l/2)$ 로서 P점(이뿌리부)에 작용하는 최대굽힘모멘트[ $lb \cdot in$ ],  $d$ 는 웬의 피치원직경[in]이다.

Fig.2는 웬 축의 직경을 웬의 이뿌리원 직경으로 생각한 상당보(equivalent beam)를 나타낸 것으로서, 이 상당보에 집중하중 F가 가해질 때 웬 축에 발생하는 최대처짐( $\delta_{max}$ )은 식 (13)으로 계산한다.

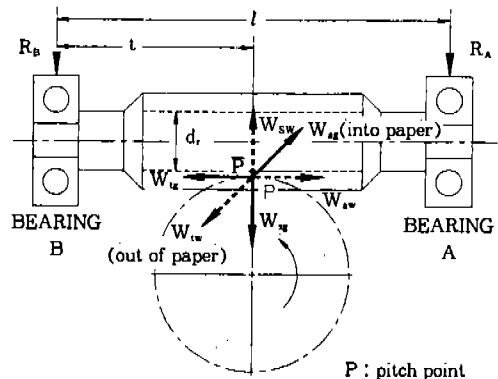


Fig.1 Force analysis of worm gears

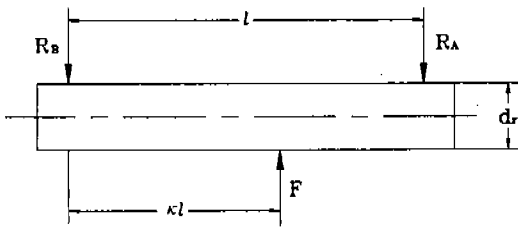


Fig.2 Equivalent beam of worm

$$\delta_{\max} = \frac{F l^3}{3 E I} (1 - \chi) \left( \frac{2}{3} \chi - \frac{1}{3} \chi^2 \right)^{\frac{3}{2}} \quad [\text{in}] \quad (13)$$

여기에서,  $I = \pi d_r^4 / 64$  [in<sup>4</sup>], E는 worm 재료의 탄성계수로서  $30 \times 10^6$  [psi],  $F = R_A + R_B$  [lb],  $\chi = R_A / F$ 이다.

### 2.3 효율

worm기어는 원통치차나 베벨기어에 비해 큰 전달 속도비(감속비)를 얻을 수 있는 장점이 있으나 전달 속도비가 커지면 효율이 저하된다. worm기어의 효율( $\eta$ )은 worm과 worm 휠의 접촉시에 마찰로 인한 동력손실을 고려하여 식 (14)로 평가한다.

$$\eta = \frac{\cos \phi_n - \mu \tan \lambda}{\cos \phi_n + \mu \cot \lambda} \quad (14)$$

## 3. worm기어의 최적설계

이상과 같은 worm 기어 설계시의 영향인자들을 고려하고 최적화기법을 사용하여 동력전달용 worm기어의 체적을 최소로 할 수 있는 설계법을 개발한다.

### 3.1 목적함수 및 설계변수

worm기어의 체적을 최소화하기 위한 최적화의 목적함수는 식 (15)와 같이 worm 휠의 피치원통으로 형성되는 worm기어의 체적(Q)을 고려한다.

$$Q = \frac{\pi}{4} (d^2 F_w + D^2 F_g) \quad [\text{in}^3] \quad (15)$$

여기에서  $F_w$ 는 worm의 치폭길이,  $F_g$ 는 worm 휠의 치폭[in]을 나타낸다.

설계변수는 worm기어의 크기를 나타내는 제원으로, worm의 줄수( $N_w$ ), 지름피치( $P_d$ ), worm의 리이드각( $\lambda$ ), worm의 치폭길이( $F_w$ ) 및 worm 휠 치폭( $F_g$ )으로 한다.

### 3.2 설계 구속조건

worm기어가 면압 및 마모에 대해 강도면에서 안전하기 위하여 식 (16)과 같이 입력동력과 사용조건을 고려한 상당입력동력( $P_{in, equiv}$ )이 허용입력동력보다 작아야 하며, 식 (17)과 같이 worm 축의 굽힘응력도 허용굽힘응력( $\sigma_{b, ai}$ )보다 작아야 한다. worm축의 허용굽힘응력은 축재료 극한강도의 17%로 한다.<sup>6)</sup> 식 (18)은 worm 축의 처짐을 제한한 것으로 허용처짐( $\delta_{ai}$ )은 축피치( $p_x$ )를 기준하여  $0.005(p_x)^{1/2}$ 으로 한다.<sup>6)</sup> 식 (19)는 효율의 최소치를 제한한 것으로 최소효율( $\eta_{min}$ )은 요구되는 최소치로서 설계자가 결정한다.

$$P_{in, equiv} \leq P_{in, ai} \quad [\text{HP}] \quad (16)$$

$$\sigma_b \leq \sigma_{b, ai} \quad [\text{psi}] \quad (17)$$

$$\delta_{\max} \leq \delta_{ai} \quad [\text{in}] \quad (18)$$

또한 언더컷과 미끄럼속도의 제한조건으로서, 식 (20)은 간섭에 의한 언더컷을 방지하기 위한 worm 휠의 잇수( $N_g = m_G N_w$ )를 제한한 것으로 원통형 worm기어는 압력각에 따라 최소잇수( $N_{g, min}$ )를 제한하고(압력각 20°일때에는 21개) 장고형 worm기어는 중심거리를 기준으로 하여 최소 및 최대 잇수( $N_{g, max}$ )를 제한한다.<sup>6), 9)</sup> 식 (21)은 미끄럼속도의 최대치( $v_s, max$ )를 6000 ft/min으로 제한한 것이다.

$$N_{g, min} \leq N_g \leq N_{g, max} \quad (20)$$

$$v_s \leq v_{s, max} \quad [\text{ft/min}] \quad (21)$$

또한 worm과 worm 휠의 원활한 이물림을 위하여 설

계되는 원통형 웜에서는 피치원직경(d)을 식 (22)로 제한하고, 장고형 웜에서는 이뿌리원 직경(d<sub>r</sub>)의 최소치를 식 (23), 중심거리(C)를 식 (24)로 제한한다.<sup>6)~9)</sup>

$$\frac{C^{0.875}}{1.6} \leq d \leq \frac{C^{0.875}}{3} \quad [\text{in}] \quad (22)$$

$$\frac{C^{0.875}}{3} \leq d_r \quad [\text{in}] \quad (23)$$

$$2 \leq C \leq 40 \quad [\text{in}] \quad (24)$$

또한 설계변수의 설계범위를 식 (25)~식 (28)과 같이 제한한다.<sup>6)~9)</sup>

$$1.061 \leq P_d \leq 25.4 \quad [\text{in}^{-1}] \quad (25)$$

$$\lambda_{\min} \leq \lambda \leq \lambda_{\max} \quad [\text{degree}] \quad (26)$$

$$F_w \min \leq F_w \leq F_w \max \quad [\text{in}] \quad (27)$$

$$F_g \min \leq F_g \leq F_g \max \quad [\text{in}] \quad (28)$$

설계구속조건 중 식 (17), 식 (18) 및 식 (22)는 원통형 웜기어에만 적용되고, 식 (23) 및 식 (24)는 장고형 웜기어에만 적용되며, 이 들을 제외한 구속조건들은 두가지 웜기어에 공통 으로 적용된다.

### 3.3 최적화 기법

최적화의 수치계산을 위해 목적함수를 설계변 수의 항으로 나타내고, 구속조건들을 무차원화하 면 다음과 같이 G<sub>j</sub>로 나타낼 수 있다.

$$\text{Minimize : } Q = \frac{\pi}{4} \frac{N_w^2}{P_d^2 \tan^2 \lambda} (F_w + m_t^2 \tan^2 \lambda F_g) \quad (29)$$

Subject to G<sub>j</sub> ≤ 0.0 (j=1, 2, 3, ..., 20)

$$G_1 = \frac{P_{in, equiv}}{\max(P_{in, ab}, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_2 = \frac{\sigma_b}{\max(\sigma_{b, ab}, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_3 = \frac{\delta_{max}}{\max(\delta_{ab}, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_4 = \frac{\eta_{min}}{\max(\eta, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_5 = \frac{N_g \min}{\max(N_g, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_6 = \frac{N_g}{N_g \max} - 1.0$$

$$G_7 = \frac{v_s}{v_s \max} - 1.0$$

$$G_8 = \frac{C^{0.875}/1.6}{\max(d, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_9 = \frac{d}{\max(C^{0.875}/3, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{10} = \frac{C^{0.875}/3}{\max(d_r, 10^{-5})}$$

$$G_{11} = \frac{2}{\max(C, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{12} = \frac{C}{\max(40, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{13} = \frac{1.016}{\max(P_d, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{14} = \frac{P_d}{25.4} - 1.0$$

$$G_{15} = \frac{\lambda_{\min}}{\max(\lambda, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{16} = \frac{\lambda}{\lambda_{\max}} - 1.0$$

$$G_{17} = \frac{F_{w \min}}{\max(F_w, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{18} = \frac{F_w}{F_{w \max}} - 1.0$$

$$G_{19} = \frac{F_g \min}{\max(F_g, 10^{-5})} - 1.0$$

$$G_{20} = \frac{F_g}{F_{g \max}} - 1.0$$

식 (29)와 같이 복잡한 구속조건을 가진 비선형 목적함수를 최적화 하기 위하여 신뢰성과 효율성이 높은 ALM 방법(Augmented Lagrange Multiplier method)<sup>(10),(11)</sup>을 도입한다. 즉, ALM 방법에서 벌칙계수(penalty parameter)과 라그란지 승수(Lagrange multiplier)를 이용하여 식 (29)의 목적함수 Q와 구속조건  $G_i$ 를 포함하는 가함수(pseudo objective function) A로 식 (30)과 같이 변환한다.

$$A(X, L, r_p) = Q(X) + \sum_{j=1}^m (r_p \psi_j^2 + L_j \psi_j) \quad (30)$$

여기서, X는 설계변수 벡터, L은 라그란지 승수(Lagrange Multiplier) 벡터,  $r_p$ 는 벌칙 계수(penalty parameter),  $\psi_j$ 는  $G_j$ 와  $L_j/2r_p$  중에서 큰 값이며, m은 부등구속조건인 갯수로서 원통형웜기어의 경우는  $m=17$ , 장고형 웜기어의 경우는  $m=16$  이다. 이 구속조건이 없는 최적화 문제를 풀기 위해서 BFGS(Broydon-Fletcher-Goldfarb-Shanno)방법을 사용하고, 목적함수의 감소방향 스텝길이를 구하기 위해서 수정자승법(modified quadratic fit)을 사용하며, 수정자승

법을 위한 초기점을 구하기 위하여 순차탐색(sequential search)를 사용한다. 순차탐색의 초기 스텝길이는 설계변수들의 설계범위 중의 최소값의 1/9을 택한다.

#### 4. 웜기어의 설계

Fig.3은 이상과 같이 웜기어의 강도 및 성능의 설계영향인자들을 고려하여 구성된 최적화 수식에 의해 웜기어를 설계하는 설계시스템을 나타낸다. 설계초기에 원통형과 장고형 중 설계하고자 하는 웜기어의 종류를 선택한 후, 설계를 위한 데이터를 입력한다. 입력데이터는 잇수비, 압력각, 조립관련자료 등 기어의 형상데이터를 입력하는 부분과 운전조건, 재질, 열처리조건 등 강도평가에 필요한 데이터를 입력한다. 다음으로는 최적설계과정에서 선탐색(line search)의 종료조건, 목적함수의 수렴조건 등 최적화에 필요한 데이터를 조정하며(Fig.3의 CHANGE DATA FOR ... 부분), 설계변수의 초기값을 설정한다.

이상에서 입력된 데이터를 이용하여 초기최적화를 수행한다. 초기최적화 계산을 수행하면 산

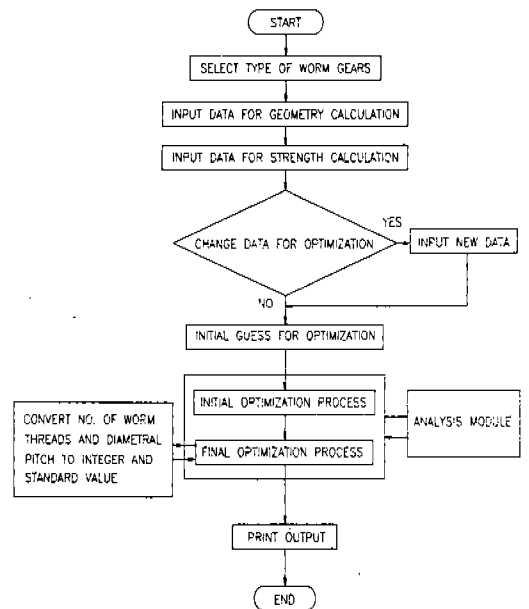


Fig.3 Design process of worm gears

출된 최적의 설계변수값들은 임의의 실수값을 갖게 되어 실제로 웜기어를 설계·제작하기에는 적합하지 못할 수도 있으므로, 실제 설계에 적용 가능한 수치로 치환되어야 할 설계변수(웜의 줄수, 지름피치 등)는 적절한 상수값과 규격치로 치환하고, 치환하지 않은 나머지 설계변수들을 가지고 다시 최적화(최종 최적화)를 수행함으로써 실제로 제작가능한 웜기어의 제원을 설계하는 설계법을 개발한다. 치환하여야 할 설계변수 중 웜의 줄수는 반드시 정수값이 되어야 하기 때문에 초기최적화 후에 정수값으로 치환한다. 이때 실수값으로 계산된 웜 줄수에서 소수점이하를 버린 후, 한 개가 더 작은 정수값으로 치환하면 체적이 감소하나 부하능력이 작아지고 한 개가 더 많은 정수값으로 치환하면 부하능력은 커지나 체적이 증가한다. 지름피치의 경우는 초기최적화에서 계산된 값에 가까운 KS규격<sup>12)</sup>이나 AGMA 규격의 표준값으로 치환한다. 이때 계산된 값보다 큰 표준값으로 치환하면 체적은 감소하나 부하능력이 작아지고 보다 작은 표준값으로 치환하면 부하능력은 커지나 체적이 증가한다. 이상에서 최대의 부하능력을 가지면서 체적을 최소화하기 위해서는 두 초기최적설계값의 적절한 치환조합이 요구된다. 따라서 치환가능한 네가지 조합에 대해 각각의 조합으로 최종최적화를 수행하여 그 중에서 목적함수가 가장 작아지는 설계해를 선택하는 방법을 택한다.

최종최적화에 의해 설계가 완료되면 도출된 설계변수값, 영향인자의 크기, 체적 등의 설계결과를 출력함으로써 설계를 완료한다.

### 5. 시스템 운용 및 검토

본연구의 설계법을 웜기어 설계에 적용하고 결과를 검토한다. 예제로는, 출력이 5.5kW이고 회전수가 1110rpm인 전동기에 의해 37rpm으로 운전되는 소형 엘리베이터를 구동하기 위한 웜기어로서, 축각이 90°인 웜기어를 설계한다.

Table 1은 최적설계를 위해 입력되는 데이터로서 설계되는 웜기어는 압력각이 20°, 잇수비가 30이며, 하루 8시간씩 운전하여 총 24000시

Table 1 Data for designing worm gears

Application	general commercial
Gear ratio	30.00
Design power(input power) [HP]	7.3756
Speed of worm [rpm]	1110
Transverse pressure angle [degree]	20.00
Duration of service [hour/day]	8.0
Required total life [hours]	
1) worm	24000
2) worm wheel	24000
Driving member	worm
Character of load of driven machine (Prime mover : electric motor)	heavy shock
Hand of threads on worm	right
Mounting method	
1) worm	straddle
2) worm wheel	straddle
Mterial	
1) worm	SCM 440
2) worm wheel	PBC 2C
Heat treatment(worm)	induction hardening
Ultimate tensile strength of worm core material [psi]	142132 min.
Minimum efficiency	0.857

간의 사용수명을 가져야 하고, 웜과 웜휠의 재질은 각각 SCM440의 합금강과 PBC2C 인철동주물재를 사용하였다.

Table 2는 설계된 원통형 웜기어의 설계결과를 나타낸 것으로서 초기최적화를 거쳐 최종최적화를 수행한 결과 최종최적화에서 웜의 줄수와 지름피치는 초기치보다 작은 정수 및 규격치로 치환되었으며, 초기치보다 체적이 감소하였음을 알 수 있다. 또한 웜 축의 굽힘응력은 다소 커졌고, 허용입력동력은 감소하였으며, 웜 축의 처짐량과 효율은 다소 작아졌다. 따라서 설계예의 설계결과는 최종최적화에서 목적함수가 작아지면서 허용입력동력, 웜 축의 굽힘응력 및 처짐량, 효율 등의 인자들이 구속조건의 허용치에 보다 근접하도록 최적화가 수행되었음을 알 수 있다.

Table 2 Design results of cylindrical worm gears

	initial optimization	final optimization
Number of worm threads	2.0274	2.0000
Number of worm wheel teeth	60.8220	60.0000
Min. no. of worm threads	1.0000	1.0000
Max. no. of worm threads	10.0000	10.0000
Diametral pitch [in <sup>-1</sup> ]		
1) transverse	5.1186	5.0800
2) normal	5.2267	5.1859
worm lead angle [degree]	11.6723	11.5990
Facewidth [in]		
1) worm	3.8500	3.6264
2) worm wheel	1.8799	1.3357
Pitch diameter [in]		
1) worm	1.9172	1.9181
2) worm wheel	11.8823	11.8110
Center distance [in]	6.8998	6.8646
Sliding velocity [ft/min]		
1) calculated	568.9090	569.0261
2) maximum	6000.0000	6000.0000
Allowable input power [HP]	15.8038	11.1148
Equivalent input power [HP]	11.0634	11.0634
Bending stress [psi]		
1) allowable	24162.44	24162.44
2) calculated	14116.84	14201.98
Allowable deflection [in]	0.003917	0.003932
Calculated deflection [in]	0.003916	0.003890
Minimum efficiency	0.857	0.857
Calculated efficiency	0.8720	0.8713
Volume [in <sup>3</sup> ]	219.5708	156.8191

Table 3은 Table 1의 설계조건을 가진 장고형 워름 기어의 설계결과를 나타낸 것으로 Table 2의 원통형 워름 기어 결과도 동시에 나타냈다. 여기로부터 동일한 설계조건에서는 장고형 워름 기어가 체적이 작으면서 더 큰 부하능력을 가짐을 알 수 있다.



Table 3 Design results of double-enveloping worm gears

	initial optimization	final optimization	final optimization (Table 2)
Number of worm threads	1.8062	2.00	2.00
Number of worm wheel teeth	54.1860	60.00	60.00
Min. no. of worm threads	1.00	1.00	1.00
Max. no. of worm threads	10.00	10.00	10.00
Diametral pitch [in <sup>-1</sup> ]			
1) transverse	5.5592	6.3500	5.0800
2) normal	5.6434	6.4484	5.1859
worm lead angle [degree]	9.9122	10.0214	11.5972
Facewidth [in]			
1) worm	3.6675	3.1115	3.6269
2) worm wheel	0.9729	0.9570	1.3321
Pitch diameter [in]			
1) worm	1.8593	1.7823	1.9184
2) worm wheel	9.7471	9.4488	11.8110
Worm root diameter [in]			
1) minimum	1.5531	1.5144	-
2) calculated	1.5531	1.5144	-
Center distance [in]	5.8032	5.6156	6.8647
Sliding velocity [ft/min]			
1) calculated	622.4	590.7	569.1
2) maximum	6000.0	6000.0	6000.0
Allowable input power [HP]	14.7975	14.0029	11.0843
Equivalent input power [HP]	11.0634	11.0634	11.0634
Minimum efficiency	0.85	0.85	0.857
Calculated efficiency	0.8514	0.8501	0.8713
Volume [in <sup>3</sup> ]	82.55	74.87	156.43

6. 결 론

본 연구에서는 컴퓨터를 이용하여 설계조건을 만족시키면서 강도 및 효율 등을 고려하고 체적을 최적화할 수 있는 강도평가 및 설계시스템을 제시하였다. 즉 원통형 및 장고형 웜기어를 대상으로 AGMA 규격을 강도기준으로 하여 강도에 영향을 미치는 각종 인자들을 고려하면서 상기의 웜기어 각각에 대한 마모 및 면압강도에 근거한

입력동력 그리고 웜축의 굽힘강도, 처짐 등을 평가하며 이들 강도평가 결과를 검토할 수 있는 동력전달용 웜기어의 강도평가 시스템을 개발하였다. 또한 최적화 기법을 도입하여 웜기어 설계시에 고려해야 될 상기의 영향인자들에 대한 설계 요구조건을 만족시키면서 체적을 최소화 할 수 있는 설계법을 개발하였으며, 체적 최소화 최적 설계를 통하여 얻어진 웜기어의 각종 설계값들에서 실제설계 및 제작에 사용할 수 있도록 정수화

하여야 할 변수(웜 줄수, 웜 휠 잇수 등)들은 정수로 변환할 수 있는 방법을 개발하였다. 이 설계법을 적용하여 설계한 결과 설계된 치차는 강도, 효율 등 영향인자의 제한범위 내에서 제작 및 운전이 가능하고 체적을 줄일 수 있었음을 알 수 있다. 따라서 치차의 소형화(경량화)설계란 관점에서 볼 때 본연구에서 개발한 설계법이 유용함을 알 수 있었다.

## 후 기

이 연구는 1994년도 한국과학재단 연구비 지원에 의한 결과이며, 이에 관계자 제위께 심심한 감사의 뜻을 표하는 바이다. 과제번호는 KOSEF 941-1000-059-1이다.

## 참 고 문 헌

1. Cockerham, G., Waite, D., "Computer-Aided Design of Spur or Helical Gear Train", Trans. ASME, 1975.
2. Carroll, R. K., Johnson, G. E., "Optimal Design of Compact Spur Gear Sets", Trans. ASME, Journal of Mechanisms, Transmission and Automation in design, Vol. 106, pp. 95~104, 1984.
3. 정태형, 김민수, "컴퓨터를 이용한 동력전달용 인벌류우트 원통치차의 설계", 대한기계학회 논문집, 제14권, 제3호, pp. 594~602, 1990.
4. Pomrehn, L. P., Papalambros, P. Y., "Discrete Optimal Design Formulations With Application to Gear Train Design", Trans. ASME, Journal of Mechabucak Design, Vol. 117, pp. 419~424, 1995.
5. Darle W. Dudley, "handbook of Practical Gear Design", McGraw-Hill Book Company, 1983.
6. ANSI/AGMA 6034-B92, Practice for Enclosed Cylindrical Wormgear Speed Reducers and Gear-motors, 1992.
7. AGMA 6017-E86, Rating and Application of Single and Multiple Reduction Double-Enveloping-Worm and Helical-Worm speed Reducers, 1986.
8. AGMA 6030-C87, Design of Industrial Double-Enveloping Wormgears, 1988.
9. AGMA 341.02, Design of General Industrial Coarse-Pitch Cylindrical Wormgearing, 1970.
10. Vanderplaats, G. N., Numerical Optimization Techniques for Engineering Design, MaGraw-Hill, 1984.
11. Luenberger, D. G., Linear and Nonlinear Programming, Addison-Wesley, 1987.
12. KS B 1416, 원통 워엄 기어의 치수, 1979.