

다층 층상 구조물의 진동제어에 관한 연구(I)

(시뮬레이션을 중심으로)

정해종* · 변정환** · 양주호***

(*한국어업기술훈련소 · **부경대학교대학원 · ***부경대학교)

(1997년 3월 28일 접수)

A Study on Vibration Control of Multi-layer Structure (I)

Hae - Jong Jeong*, Jung - Hoan Byun**, Joo - Ho Yang***

(*Korea Fishing Training Center, **Graduate School of Pukyong National University,

***Pukyong National University)

(Received March 28, 1997)

Abstract

This paper is concerned with the vibration control of multi-layer structure for ultra-tall buildings and main tower of large bridge etc. We have modeled the multi-layer structure with the distributed mass system as the lumped mass system of two-degree-of-freedom structure and made experimental equipment. The LQ optimal control theory is applied to the design of the control system. The designed control system is simulated by computer. As a result, the LQ regulator showed good vibration control performance with impact excitation.

key words : Vibration control(진동제어), Multi-layer structure(다층 층상 구조물), Two-degree-of-freedom(2자유도), LQ regulator(LQ 레귤레이터)

1. 서 론

최근에 신축되고 있는 빌딩, 교량 등의 구조물은 고층화, 대형화, 유연 경량화 경향을 보이고 있다. 이와같은 구조물은 바람, 지진 등에 의해 여기되는 진동으로 여러가지 문제가 발생되기 쉽기 때문에 이에 대한 대책이 강구되어야 한다. 특히 바람, 지진 등에 의한 진동에 대한 대책은 구조물의 변형 등의 안전성문제, 건축물의 수명감소 및 안락한 주거환경의 개선측면에서도 향후 고려되어야 할 사

항이다.

선진국에서는 구조물의 건설단계에 있어서 건물옥상에 동흡진기 등의 제진장치를 대부분 설치하고 있는 실정이며, 최근에는 대형 교량건설에 있어서도 진동제어 기술이 도입되고 있다^{1) - 2)}.

한편 국내에서는 대형건물과 각종 교량의 붕괴 사고가 근래 많이 일어나고 있으며, 또한 최근 지진과 기상이변이 자주 일어나서 고층건물과 교량의 내진설계 등 안전성에 대한 대책이 절실히 요구되고 있으나, 이러한 진동문제 및 제진대책에 관한

연구가 활발하지 못한 상태에 있다.

그러므로 본 연구에서는 향후 많이 건설될 초고층의 건물과 고가 교량 및 사장교(斜張橋) 등에 대한 보다 적극적인 진동문제 및 제진대책에 관한 기초연구로서 다층 층상 구조물을 2자유도 구조물로 단순 모델링하였다. 그리고 이 모델을 실험대상으로 하여 실험장치를 제작하고, 강풍 또는 지진과 같은 외란을 가하기 위한 가진장치를 DC 서보모터로 설계·제작하고, 아울러 능동적으로 진동을 제어하기 위하여 제진장치를 부착한다. 이와같이 설계·제작된 제어대상을 수학적으로 모델링한 후 실험에 의하여 파라미터를 구한다. 그리고 제어기는 LQ 최적제어이론을 적용하여 구하고, 응답시뮬레이션을 통하여 설계된 제어시스템의 유효성을 검증한다.

2. 실험장치의 구성

일반적으로 다층 층상 구조물은 엄밀하게 보면 무한의 자유도를 갖고 있지만, 제어계의 설계시에는 이산화된 다자유도로 취급하는 경우가 많으며, 특히 지진이나 풍하중의 경우는 저주파 대역에서

에너지를 가지므로 다자유도의 저차모드성분에 주목하여 저차원화 모델인 2자유도 구조물로 모델링하는 경우가 많다. 그러므로 본 연구에서는 실험대상을 Fig. 1과 같은 2자유도 층상 구조물로 제작하였으며, 그 제원은 Table 1과 같다.

Fig. 1에서 지지대(support)는 4개의 H-형강으로 제작되었고, 가진기 모터로 2자유도 다층 층상 구조물을 가진 시킬 때에 구조물을 지지하기 위한 장치로서 가진시 지지대 자체의 진동을 무시할 수 있도록 바닥에 4개의 아이볼트로 고정시켰다. 그리고 실제 태풍과 같은 강풍과 지진 등은 복잡한 주파수 성분을 포함하고 있으므로 상부의 가진기 모터는 랜덤(random)파를 발생시키기 위해서 비교적 제어가 용이한 $0.4[kW]$ 정격출력의 DC 서보모터를 사용하였다.

질량 m_1, m_2 는 실험장치의 상판과 하판으로서 다층 층상 구조물을 집중계(lumped system)로 모의하여 철판을 절단하여 제작하였다. 그리고 상·하판부를 지지하는 최상판부와 상·하판 사이는 판스프링으로 연결하였다.

변위 x_1, x_2 를 측정할 수 있도록 우측면에 레이저

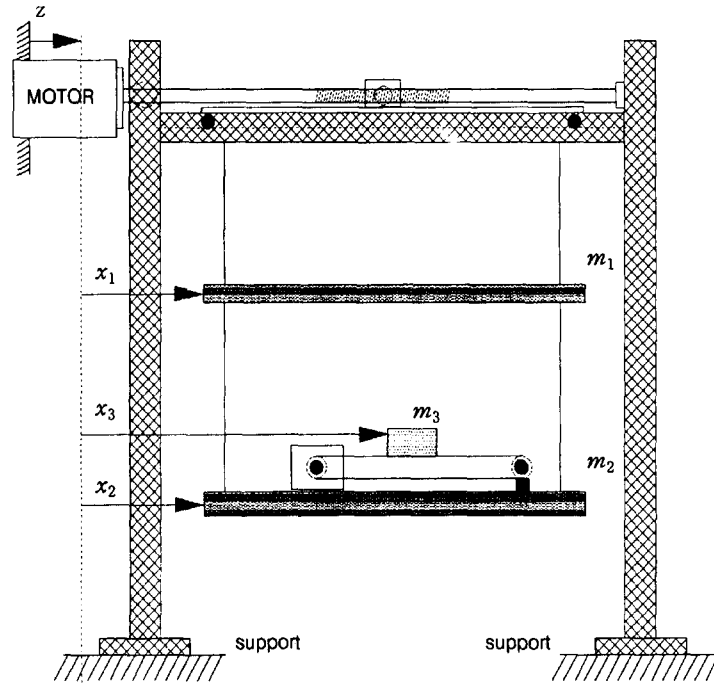


Fig. 1 Schematic diagram of two - degrees - of - freedom structure

Table 1 Specifications of experimental apparatus

Support	Specification	Height[mm]	Width[mm]	Length[mm]
	H-beam, 125 × 125	1,700	1,300	2,400
Mass, m_1	Specification	Thickness[mm]	Width[mm]	Length[mm]
	Steel Plate, ss 41	20 ^t	950	950
Mass, m_2	Specification	Thickness[mm]	Width[mm]	Length[mm]
	Steel Plate, ss 41	15 ^t	950	950
Mass, m_3	Specification	Thickness[mm]	Width[mm]	Length[mm]
	Steel Plate, ss 41	30 ^t	35	120
Spring	Specification	Thickness[mm]	Width[mm]	Length[mm]
	Flat Type, SK5	3.5 ^t	60	660

센서를 설치하였으며, 다층 층상 구조물의 최상부에 해당되는 실험장치의 최하판부에 제진장치를 설치하였다.

질량 m_3 는 제진하기 위한 가반중량체로 제어조건에 따라 가반중량체를 조정가능하도록 취부부분을 제작하였으며, 본 실험에서는 질량을 1.1 [kg]로 선정하여 시뮬레이션을 하였다.

그리고 상·하부 각각의 4개 스프링은 탄소공구강 강재 5종의 판스프링으로 취부하였고, 제진을 하기 위한 액추레이터는 60 [W]급의 소형 DC 서보모터를 이용하였으며, 대차(Cart) 위의 질량 m_3 을 움직이기 위해서는 타이밍 벨트(Timing Belt)를 이용하였다.

3. 대상 구조물의 모델링

3.1 수학적 모델링

Fig. 1에 표시된 2자유도 구조물의 모델은 Fig. 2와 같이 등가적으로 표현할 수 있다.

Fig. 2와 같은 시스템의 운동방정식은 다음과 같다.

$$m_1(\ddot{x}_1 + \ddot{z}) = -c_1\dot{x}_1 - k_1x_1 - c_2(\dot{x}_1 - \dot{x}_2) - k_2(x_1 - x_2) \quad (1)$$

$$m_2(\ddot{x}_2 + \ddot{z}) = -f - c_2(\dot{x}_2 - \dot{x}_1) - k_2(x_2 - x_1) - c_3(\dot{x}_2 - \dot{x}_3) \quad (2)$$

$$m_3(\ddot{x}_3 + \ddot{z}) = f - c_3(\dot{x}_3 - \dot{x}_2) \quad (3)$$

단, m_i , c_i ($i=1, 2, 3$), k_i ($i=1, 2$)는 각각 질량, 감쇠 및 강성계수를 나타내고 있으며, x_1 , x_2 , x_3 는

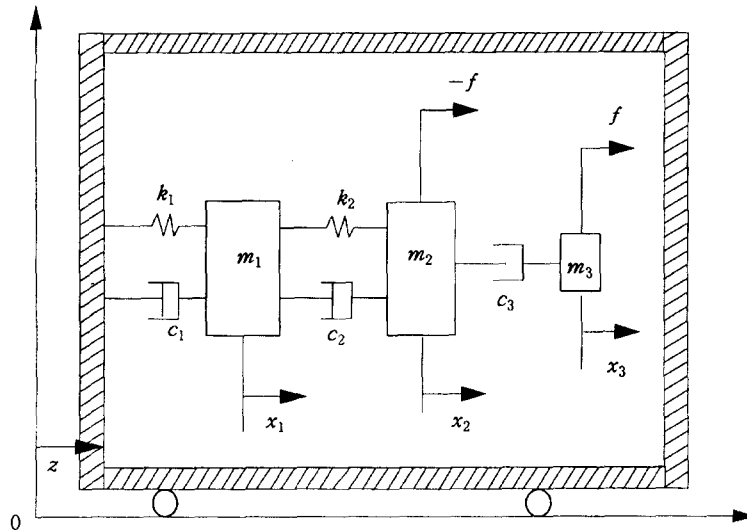


Fig. 2 Analytical model of two-degree-of-freedom structure

외곽 프레임(frame)을 기준으로 한 상대변위이다.

여기서, 상태 $X_1=x_1+z$, $X_2=x_2+z$, $X_3=x_3+z$, $f=k_T u$ 라고 두면 식 (1)~(3)은 다음 식 (4)~(6)으로 된다.

$$m_1 \ddot{X}_1 = -(c_1+c_2)\dot{X}_1 + c_2 \dot{X}_2 - (k_1+k_2)X_1 + k_2 X_2 + c_1 \dot{z} + k_1 z \quad (4)$$

$$m_2 \ddot{X}_2 = c_2 \dot{X}_1 - (c_2+c_3)\dot{X}_2 + c_3 \dot{X}_3 + k_2 X_1 - k_2 X_2 - k_7 u \quad (5)$$

$$m_3 \ddot{X}_3 = c_3 \dot{X}_2 - c_3 \dot{X}_3 + k_7 u \quad (6)$$

단, k_T 는 모터토크정수를 나타내며, u 는 제어입력이다.

X_1, X_2 을 출력변수로 하였다. 즉,

$$y_1 = X_1 \quad (7)$$

$$y_2 = X_2 \quad (8)$$

그리고 $\dot{X}_1, \dot{X}_2, \dot{X}_3$ 을 식 (9)와 같이 새로운 상태로 정의하면

$$\dot{X}_1 = X_4, \dot{X}_2 = X_5, \dot{X}_3 = X_6 \quad (9)$$

식 (1)~(9)의 상태방정식과 출력방정식은 식 (10)과 같이 나타낼 수 있다.

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + Bu + E_1 \dot{z} + E_2 z \\ y = Cx + Du \end{cases} \quad (10)$$

단, $x = [X_1 \ X_2 \ X_3 \ X_4 \ X_5 \ X_6]^T$, $y = [y_1 \ y_2]^T$

여기서, 식 (10)의 각 계수행렬은 다음과 같이 표현된다.

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ -\frac{k_1+k_2}{m_1} & \frac{k_2}{m_1} & 0 & -\frac{c_1+c_2}{m_1} & \frac{c_2}{m_1} & 0 \\ \frac{k_2}{m_2} & -\frac{k_2}{m_2} & 0 & \frac{c_2}{m_2} & -\frac{c_2+c_3}{m_2} & \frac{c_3}{m_2} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{c_3}{m_3} & -\frac{c_3}{m_3} \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{k_T}{m_2} & \frac{k_T}{m_3} \end{bmatrix}^T$$

$$E_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{c_1}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T, E_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \frac{k_1}{m_1} & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

3.2 각 파라미터 값의 추정

식 (10)에 포함되어 있는 파라미터 m_i, c_i, k_i 중 m_i 는 계량기로 실측한 값을 이용하였으며, c_i 와 k_i 의 값들을 추정하기 위하여 다음과 같은 실험을 수행하였다.

우선 c_1 과 k_1 의 값을 추정하기 위하여 하판부를 제거한 후 질량 m_1 을 좌측으로 일정한 크기로 잡아 당겼다가 놓았을 때의 자유진자운동하는 것을 레이저 센서로 변위를 제측하였으며, 그에 대한 결과는 Fig. 3-1과 같다. 이 응답은 질량 m_1 만이 있을 때의 단진자운동에 의한 결과로 이 관계로부터 파라미터 c_1, k_1 의 값을 추정하였다.

또한 c_2 와 k_2 의 값을 추정하기 위해서는 상판부를 제거하고 하판부만을 고정한 후 앞에서와 같은 실험을 통하여 c_2 와 k_2 의 값을 추정하였다. 이때의 실험결과는 Fig. 3-2와 같다.

그리고 c_3 의 값은 제진용 모터에 단위 계단함수

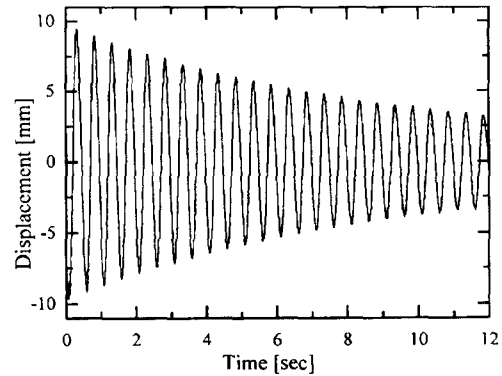


Fig. 3-1 Free vibration response of upper plate

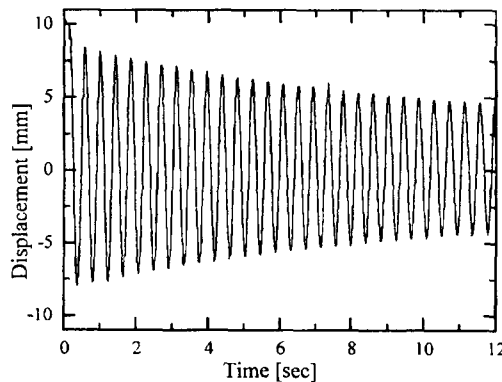


Fig. 3-2 Free vibration response of bottom plate

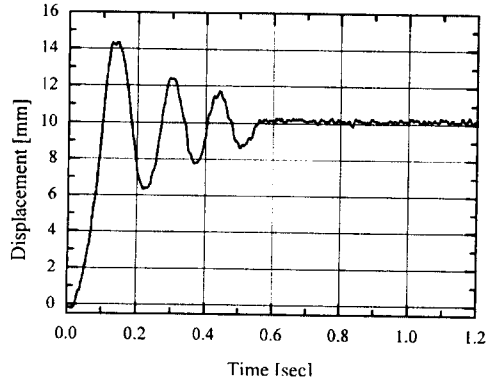


Fig. 3-3 Step response of mass m_3

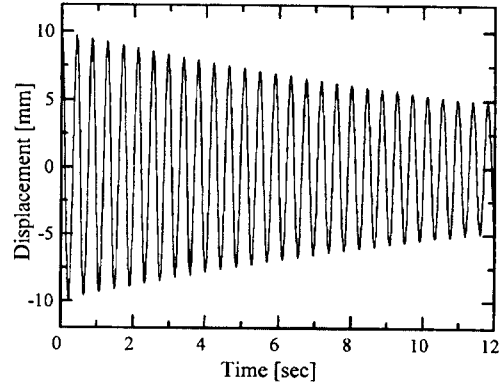


Fig. 5-2 Free vibration simulation of bottom plate by estimated parameters

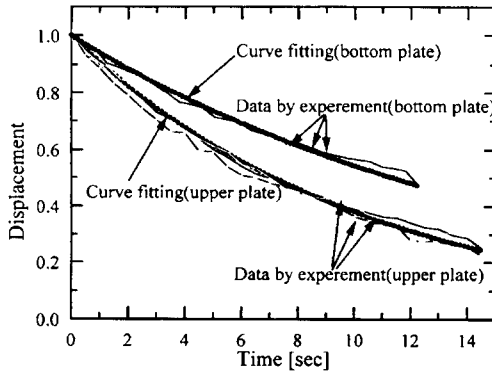


Fig. 4 Curve fitting of upper and bottom plates

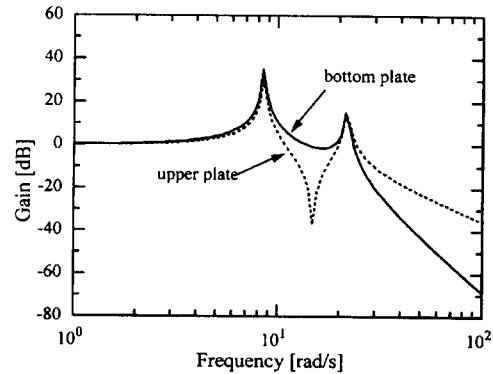


Fig. 6 Frequency response of two-degree-of-freedom

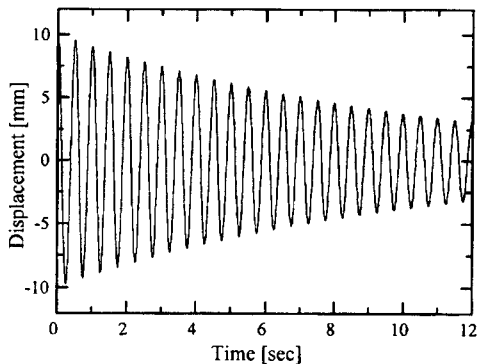


Fig. 5-1 Free vibration simulation of upper plate by estimated parameters

의 기준입력을 가하고, 이에 대한 시간응답을 측정하여 그 실험결과로부터 추정하였으며, 그때의 응답은 Fig. 3-3과 같다.

Fig. 4는 감쇠계수 c_1, c_2 및 강성계수 k_1, k_2 을 구

하기 위하여 상·하판을 일정한 간격으로 당겨 자유진자운동을 하도록 여러번 실험을 수행한 것 중에 각각 3개씩의 데이터를 선정한 후 각 진폭의 꼭지점을 찾아서 곡선적합(Curve fitting)을 한 결과이다.

그리고 Fig. 5-1과 Fig. 5-2는 앞에서 추정하여 구한 계수값을 이용한 시뮬레이션 응답결과이며, 실험으로 구한 상·하판의 단진자운동인 Fig. 3-1과 Fig. 3-2를 비교하여 검토한 결과 파라미터값들이 잘 추정되었다는 것을 알 수 있다. 이렇게 추정된 파라미터의 값은 Table 2와 같고, 이때 구한 파라미터의 값으로 대상구조물의 모델링에 대한 주파수 응답을 구해보면 Fig. 6과 같다.

4. LQ 최적제어기의 설계

Table 2 Estimated parameters for analytical model

Parameter	Value	Unit	Remarks
Mass	m_1	150.3	kg
	m_2	116.5	kg
	m_3	1.1	kg
Damping coefficient	c_1	29.12	N · s/m
	c_2	14.22	N · s/m
	c_3	11.33	N · s/m
Stiffness coefficient	k_1	23,817	N/m
	k_2	25,855	N/m
Motor torque constant	k_T	0.5	N · m/A

Fig. 6으로부터 알 수 있듯이 해석모델의 1차 및 2차 고유진동수는 각각 1.35[Hz]와 3.4[Hz]이었고, 상판부와 하판부의 1차 공진응답은 약 33.0 [dB], 약 36.44[dB]이었다. 본 연구에서는 상·하판부의 1차 공진치를 약 10 [dB]이하로 떨어뜨리는 것을 설계사양으로 정하고, 제어기는 LQ 제어기로써 설계하고자 한다.

4. 1 LQ 제어이론

식 (10)으로 표현된 공칭모델에 대한 LQ 레귤레이터의 평가함수 J 는 식 (11)과 같다.

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Q x + u^T R u) dt \quad (11)$$

LQ 최적제어이론은 상태변수 및 제어량에 대해서 식 (11)의 2차 형식의 평가함수 J 를 최소화 하는 제어입력 u 를 구하는 문제이다. 이 때 평가함수

J 를 최소화하는 제어량 u 는 다음과 같이 정식화되어 있고³⁾, 식 (13)과 같은 대수 리카치(Riccati) 방정식을 푸는 것에 의해 피드백 게인 K 을 결정하는 것이 가능하다.

$$u(t) = -Kx(t) = -R^{-1}B^T P x \quad (12)$$

여기서, P 는 식 (13)의 리카치(Riccati) 방정식의 해이고, (A, B) 가 가제어성일 때 유일하게 존재한다.

$$PA + A^T P + Q - PBR^{-1}B^T P = 0 \quad (13)$$

이상의 관계를 블록선도로 표시하면 Fig. 7과 같이 된다.

4. 2 가중함수 선정 및 제어기 설계

가중함수 선정은 LQ 최적제어이론에 의하여 제어기를 설계할 때 가장 어려운 일이며, 이 가중함

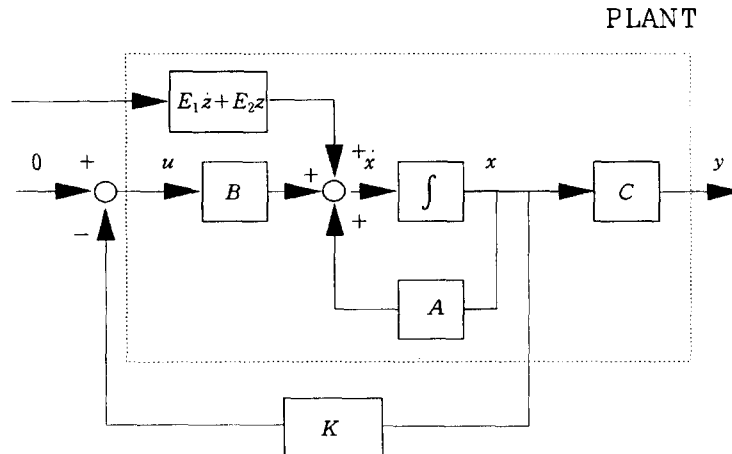


Fig. 7 Block diagram of control system for multi - layer structure

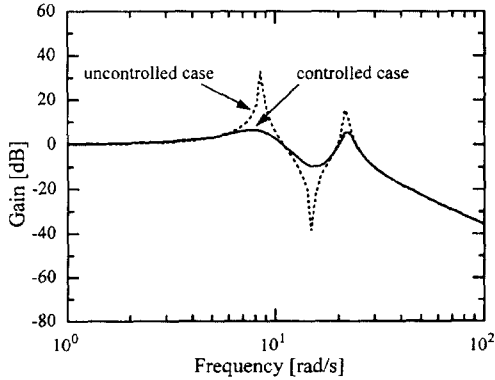


Fig. 8-1 Simulation result of frequency response for upper plate

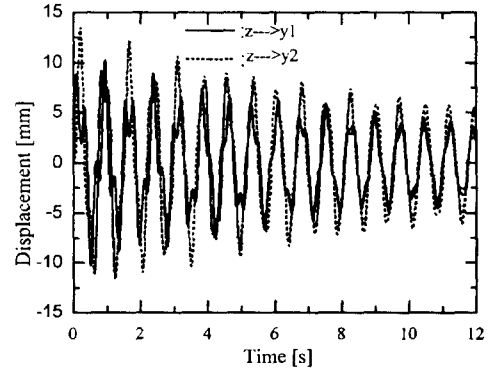


Fig. 9-1 Simulation result of impulse response for uncontrolled case

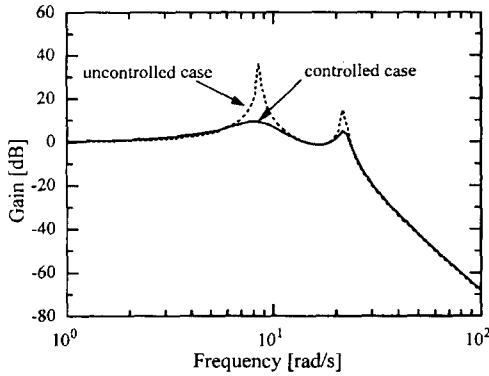


Fig. 8-2 Simulation result of frequency response for bottom plate

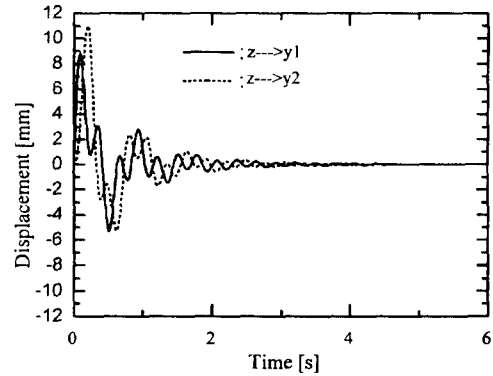


Fig. 9-2 Simulation result of impulse response for controlled case

수를 선정하는 일정한 방법이 없다는 것이 LQ 최적제어의 가장 약점이기도 하다.

본 연구에서는 이 Q 와 R 의 값을 시행착오적인 방법으로 아래와 같이 선정하였다⁴⁾.

$$Q = \text{diag} [1,000,000 \ 1,000 \ 10 \ 0 \ 0 \ 0] \quad (14)$$

$$R = [0.0001] \quad (15)$$

이 선정된 값들을 사용하여 식 (13)의 리카치 (Ricatti) 방정식의 해 P 을 구하고, 이것을 이용하여 피드백 게인 K 을 구하면 다음과 같다

$$K = \begin{bmatrix} 3777.773289 \\ -22220.655710 \\ 100.000000 \\ 35.967588 \\ -734.319773 \\ 13.580469 \end{bmatrix}^T \quad (16)$$

5. 응답시뮬레이션 및 고찰

Fig. 8-1과 Fig. 8-2는 다층 층상 구조물의 주파수 응답결과를 시뮬레이션으로 나타내었다. 이 그림에서 점선으로 표시된 부분은 제진을 하지 않을 때의 주파수 응답이고, 실선으로 표시된 부분은 설계된 제진기에 의하여 제진이 되고 있을 때의 주파수 응답이다. 이 그림으로부터 알 수 있듯이 제진을 할 경우 상판부의 1차 공진치는 약 6.68 [dB] 정도이고, 하판부의 1차 공진치는 약 9.60 [dB] 정도라서 설계사양인 10 [dB]을 공히 만족하고 있음을 보이고 있다.

또한 Fig. 9-1과 Fig. 9-2의 경우는 대상구조물에 설치된 가진기로 임펄스를 가했을 때의 시간 응답결과를 시뮬레이션으로 나타내었다. 여기서 Fig. 9-1은 제어하지 않을 때의 응답결과이고,

Fig. 9-2는 LQ 최적제어를 할 때의 응답결과이며, 이들의 결과로부터도 LQ 제어를 부착한 경우 제진특성이 우수함을 확인할 수 있다.

6. 결 론

본 연구에서는 고층건물과 같은 다층 층상 구조물을 2자유도계로 모델링하고, LQ 최적제어이론을 적용한 LQ 제어를 설계하여 상태피드백 제어계를 구성한 다음, 설계된 제어기의 유효성을 컴퓨터 시뮬레이션을 통하여 검증하였고, 다층 층상 구조물의 진동을 유효하게 제어할 수 있음을 확인하였다.

향후 본 연구에서 설계된 제어시스템을 실제 실험 장치에 적용하여 실험을 수행한 후 그에 대한 유효성을 검증하는 것과 나아가 고차모드의 스피로버

(Spill over)에 대처할 수 있는 로버스트(Robust)한 제어계를 설계하는 것이 과제로 남아 있다.

참고문헌

- 1) 加賀谷 博昭(1995) : H^∞ 制御による橋梁主塔の振動制御”, システム制御情報學會論文誌, Vol.39, No.6, 282 - 285.
- 2) 長松昭男 et al.(1987) : 二次元アクティブマスダンパによる塔狀構造物の振動制御”, 日本機械學會論文集(C集), Vol.54, No.501, 1084 - 1089.
- 3) 김종식(1992) : 선형제어시스템 공학, 청문각, 408 - 409.
- 4) COPYRIGHT by The MATH WORKS inc. (1992) : MATLAB & SIMULINK USER' s Guide, The MATH WORKS, inc.