

고속주축용 라비린스 시일의 형상설계에 관한 연구

나병철 · 전경진* · 한동철**

한국자동차부품연구원 부품개발연구부
*한국생산기술연구원 생산자동화기술개발센터
**서울대학교 기계설계학과

A study on Geometry of Labyrinth Seal for High Speed Machining Center

Byung Chul Na, Keyoung Jin Chun* and Dong-Chul Han**

Engine Engineering Lab., KATECH

*Industrial Automation Technology R&D Center, KITECH

**Dep. of Mech. Design & Production Eng., Seoul National Univ.

Abstract—Sealing an oil-air mixture plays important roles to have an enhanced lubrication for high speed spindle. High speed spindles require non-contact type sealing mechanism. In this study, an optimum seal design to minimize leakage is concerned in the aspect of flow control. This paper categorizes geometries of mostly used non-contact type seals and analyzes each leakage characteristics to minimize a leakage on sealing area. Effect of minimum clearance and its position are considered according to variation of detail geometry. The estimation of non-leaking property is determined by amount of pressure drop in the leakage path assuming constant leakage flow. To simulate an oil jet or oil mist type high speed spindle lubrication, the working fluid is regarded as two phases that are mixed flow of oil phase and air phase. Both of the turbulence and the compressible flow model were introduced in CFD(Computational Fluid Dynamics) analysis. Design parameters has been induced to minimize leakage in limited space, and a methodological study on geometrical optimization has been conducted.

Key words—high speed spindle, labyrinth seal, two phase flow, leakage characteristics, protective collar.

1. 서 론

고성능 공작기계에 사용되는 고속 주축(일반적으로 12,000 rpm 이상)에는 윤활 및 냉각 성능을 높이기 위하여 오일젯(oil jet) 또는 오일 미스트(oil mist) 방식의 특수한 윤활방식이 사용되며, 이에 따라 이들 윤활시스템의 누설 및 오염을 방지할 수 있는 특수한 실링(sealing)시스템을 요구하게 된다[1-2]. 고속회전을 하는 머시닝 센터(machining center) 윤활부위의 밀봉에는 작동 특성상 비접촉식 시일이 사용되는데 이러한 비접촉 시일의 설계 관점은 누설을 최소화 할 수 있는

최적 시일 형상을 구하는 데에 있다[3-6].

본 논문에서는 CFD(Computational Fluid Dynamics) 해석을 통하여 설계관점에서의 고속주축용 비접촉 시일의 누설 특성을 분석하고 주요 형상설계 인자들에 관하여 논의하였다. 누설 특성에 대한 분석에는 시일 내부에서의 속도분포 및 압력강하를 계산하고 각 유형별 고찰을 통하여 밀봉성능의 향상을 도모할 수 있도록 방법론적인 설계방안을 제시하였다.

밀봉성능에 대한 판별은 일정량의 누설을 가정하고 입출구 양단에서의 압력강하를 비교하여 우수여부를 판별하였다[7].

2. 비점속 시일 모델링

연구 대상 시일에는 공기와 오일입적이 포함된 2상(phase)의 압축성 유동이 일어난다. 따라서 CFD 해석에 있어서도 2상 난류유동(two phase turbulent flow)을 가정하여 해석하였으며, 시일 간극에서 발생하는 등축과정(isentropic process)에 의한 압력강하(pressure drop)의 영향이 고려될 수 있도록 압축성 유동(compressible flow)을 가정하였다[8]. 해석영역의 크기(domain) 및 초기조건은 모두 동일하고 시일구조(geometry)를 제외한 요소배열, 개수 및 경계조건은 모두 일정한 2차원 2상 난류유동을 가정하였다[9]. 원주방향 길이에 비하여 누설틈새의 길이가 매우 미소하고 동일 조건에서의 상대비교를 목적으로 하므로 2차원 유동으로의 가정이 가능하다. 경계조건으로써, 베어링에서의 고온유입을 가정하여 유입온도를 100°C로 가정하였고 외부온도는 20°C로 가정하였으며 시일 내에서의 열전달은 단열조건을 가정하였다.

3. 형상설계변수 및 해석결과

3-1. 케비티 타입(Cavity Flow Type)의 설계변수

일정한 공간 내에서 케비티 타입의 설계 변수는 케비티의 깊이, 케비티의 폭 등이 있으며 양쪽으로 케비티를 두는 것도 유동에 다른 영향을 줄 수 있다.

Fig. 1에 케비티 타입에 대한 설계 변수를 도시하였다. 이들 형상 설계 변수들에 대한 파라메트릭 연구를 통하여 누설을 최소화할 수 있는 설계형상을 제시하였다.

3-2. 케비티 깊이의 영향

CFD 해석은 케비티의 폭, W0/C의 값이 2.5, 5.0,

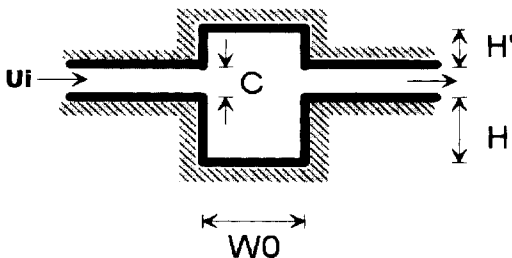


Fig. 1. Design parameters of cavity flow type.

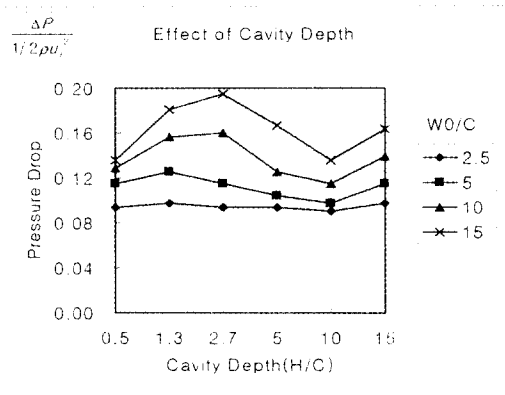


Fig. 2. Effect of cavity depth and width.

10.0, 15.0 일 때에 대하여 깊이를 변화시켜 가며 수행하였으며, Fig. 2에 무차원화한 결과를 나타내었다. 여기서 U_i 는 누설유량의 유입속도이고 ρ 는 작동유체의 평균밀도이다. 케비티의 폭, W0/C가 2.5와 5.0일 경우 케비티의 깊이, H/C가 2.7 정도의 위치에서 가장 높은 압력강하를 나타내었으며 케비티의 폭 W0/C가 10과 15 일 경우 케비티의 깊이, H/C가 1.3 부근에서 최대 압력강하를 나타내었다. 일반적으로 케비티의 깊이가 깊을수록 밀봉효과가 우수할 것으로 기대하지만 실제로는 반드시 그렇지는 않다는 것을 나타내고 있다. 케비티에서의 압력강하는 케비티가 깊을 수록 점차 증가하나 H/C가 1.3에서 2.7 되는 부근에서 정점을 이루고, 그 이상 깊어지면 오히려 압력강하가 낮아지는 구간이 생겨난다. 이러한 결과는 CFD의 속도벡터 결과를 살펴보면 확인할 수 있는데, 케비티로 유입되는 유량은 케비티가 깊어질수록 증가하다가 이 정점을

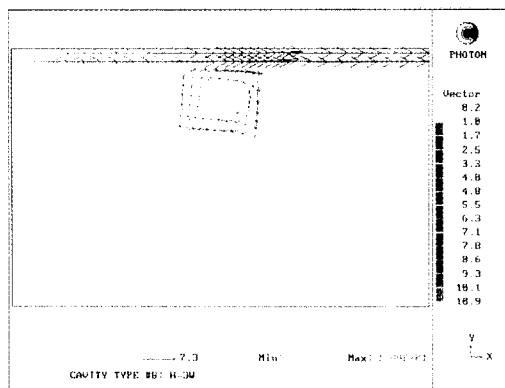


Fig. 3. Dead circulation in the cavity.

중심으로 Fig. 3과 같은 캐비티 내의 순환유동이 생성되어 유동 유입이 억제됨을 알 수 있다. 즉, 이 정점에 해당하는 깊이는 캐비티의 폭이 일정할 때 캐비티 내에 사순환(dead circulation)을 유발시키지 않는 최대 깊이로 간주할 수 있으며, 더이상 캐비티의 깊이가 깊어질 경우 이 사순환에 의하여 유동은 효과적으로 캐비티로 유입되지 않아 유동저지 효과가 미약해지게 된다.

캐비티 내에 순환유동이 형성되었을 경우 순환의 강도는 캐비티의 깊이가 깊을수록 약해지게 된다. 누설유동의 회전 방향이 누설 유동의 방향과 일치(순환유동의 상부가 누설유동의 방향과 일치함)하기 때문에 순환유동의 순환강도가 낮을수록 누설유동의 흐름을 저지하는 효과는 나타내게 된다. 따라서 캐비티가 매우 깊어질 경우에도 어느 정도 효과를 기대할 수 있으나 이 경우 축의 강도를 떨어뜨릴 우려가 있으므로 좋은 설계방안이라 할 수 없다.

3-3. 캐비티 폭의 영향

Fig. 2에서의 결과를 보면 캐비티가 넓을수록 압력강하가 증대되어 밀봉효율이 높아지는 것을 알 수 있다. 유동내의 속도장을 살펴보면 캐비티의 폭이 좁을 경우 속도벡터들은 충분히 팽창할 여유 없이 누설출구 쪽의 틈새로 빠져나가게 되어 실질적으로 캐비티 내와 누설출구측의 압력차가 그리 크지 않은 것을 알 수 있다. 캐비티의 폭이 넓어질수록 캐비티의 공간 쪽으로 확산되어 있음을 알 수 있다. 또한 압력분포의 결과에서도 캐비티의 폭이 넓을수록 대부분의 압력강하가 넓은 공간에서 좁은 누설 출구를 통과할 때 발생하는 것을 알 수 있다. 이는 캐비티의 폭이 넓어질수록 유동이 충분히 팽창하게 되어 누설 출구로의 유출이 어렵다는 것을 나타내고 있다. 따라서 캐비티의 폭이 좁을 경우 누설을 저지하는 데에 캐비티가 지배적인 역할을 못하게 되고 캐비티의 폭이 커질수록 캐비티에서의 팽창으로 인한 누설억제 효과가 지배적이게 되고 상대적으로 밀봉효율이 증대하게 됨을 알 수 있다. 따라서 캐비티만으로 밀봉을 이룰 경우 그 폭을 가능한 한 넓게 하는 것이 누설방지에 유리함을 알 수 있다.

3-4. 프로텍티브 칼러 타입(Protective Collar Type)의 설계 변수

프로텍티브 칼러 타입 비접촉 시일은 유동의 중간

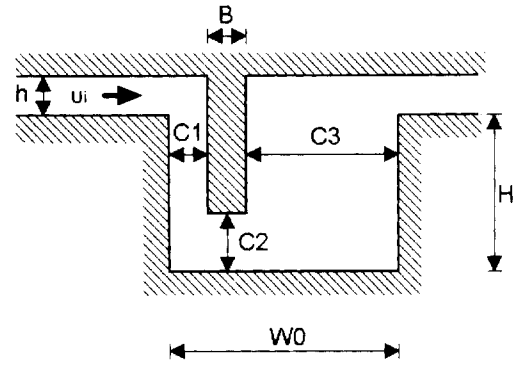


Fig. 4. Design parameters of protective collar type.

에 흐름을 제거하는 칼러를 설치하여 누설을 방지하는 유형이다. Fig. 4에 프로텍티브 칼러 타입의 설계변수를 도시하여 놓았다. 이러한 프로텍티브 칼러 타입에서는 두 가지 효과를 기대할 수 있다. 하나는 프로텍티브 칼러에 의한 유동 흐름 조절로 난류 발생을 증대시키는 효과이고 다른 하나는 최소 간극을 칼라와 캐비티 사이에 위치(C1, C2, C3) 시킬 수 있어 교축과정에 의한 압력강하 효과를 기대할 수 있다는 것이다. 프로텍티브 칼러 타입에서의 설계변수는 캐비티 내에 칼러의 위치이다. 최소간극의 위치가 누설 입구측에 오도록 설계하였을 경우와 출구측에 오도록 하였을 경우 그 유동특성이 변화하여 밀봉성능 또한 변화하게 된다. 칼러의 길이($h+H-C2$)도 중요한 설계 변수가 된다. 칼러의 길이를 최대로 하여 최소간극의 위치를 캐비티의 밀면(C2)에 오게 하면 또다른 밀봉 효과를 기대할 수 있다.

3-5. 유입틈새가 좁은 형상에서 칼러 위치의 영향

누설 입구측이 최소간극을 유지할 경우($h=0.1W0$)에 대하여 칼러의 위치(C1, C2)를 변화시켜가며 유동 해석을 수행하였다. 계산된 결과는 $C2/W0$ 의 값이 0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2, 1.4, 1.45 일 때의 경우에 대하여 C1 변화에 따른 CFD 해석을 수행하였으며 Fig. 5에 비교 결과를 도시하였다. 유동의 방향이 조정되어 캐비티 타입보다는 압력강하가 크지만 캐비티 타입에서 처럼 각 1 회씩의 팽창(캐비티로 유입시), 수축(누설출구로 유출시)이 이루어지며 팽창이 이루어지지 않은 상태에서 칼러에 의한 유동조절만 이루어지게 되어 교축에 의한 압력강하 효과를 기대할 수 없게 된다. 칼러(collar)와 캐비티 사이 C1에서의 교축효과는

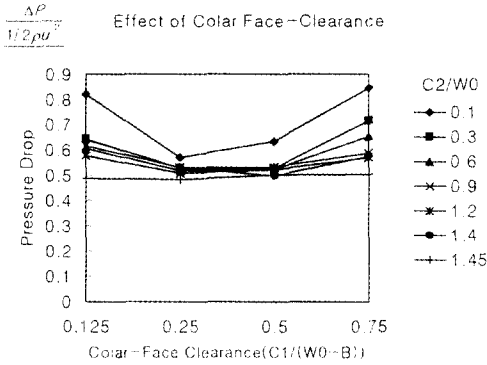


Fig. 5. Effect of collar face (C1) and end (C2) clearance for protective collar type on narrow passage ($h=0.1W_0$).

C1에 좁은 틈새가 생성되어 있을 경우와 그렇지 않은 경우의 압력강하 변화를 살펴보면 알 수 있다. C1에 교축에 의한 압력강하의 효과가 나타날 경우 C1 틈새가 넓어짐에 따라 다른 곳에 비하여 상대적으로 큰 압력강하의 감소를 나타내게 된다.

밀봉효과의 측면에서 컬러의 위치는 케비티의 선단(입구측)에 위치하거나 케비티의 종단(출구측)에 위치할 경우에 보다 큰 압력 강하를 나타내고 중앙에 위치할 경우 압력강하가 낮아짐을 알 수 있다. 교축효과의 측면에서, $C1/(W_0-B)$ 이 0.125 일 때와 0.25 일 때 압력강하 차이는 그리 크지 않음(Fig. 6에 비하여)을 알 수 있다.

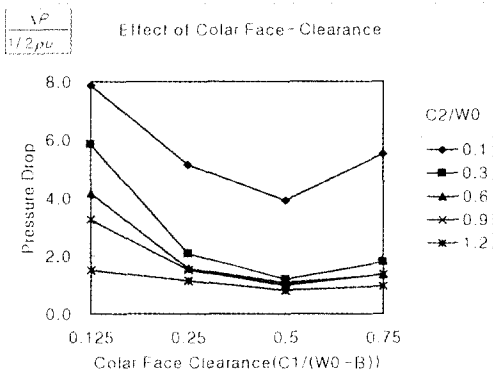


Fig. 6. Effect of collar face (C1) and end (C2) clearance for protective collar type on wide passage ($h=0.4W_0$).

컬러 길이 변화(C2의 변화)에 대한 압력강하 결과는 Fig. 5에 나타낸 바와 같이 케비티 밀면과의 틈새, C2를 작게 하여 최소간극이 되도록 설계할 경우 큰 압력 강하가 나타남을 알 수 있다. Fig. 5에서 컬러의 길이가 줄어들어 따라(틈새 C2가 점점 커질수록) 서서히 압력강하가 줄어드는데 이 때에는 최소 간극에 의한 밀봉 효과가 줄어든 영향으로 생각할 수 있다. 이러한 중간 크기에서는 컬러의 크기와 무관하게 거의 일정한 압력강하를 나타내는데 이때는 컬러의 역할이 단지 유동의 흐름 조절만 할뿐이므로 컬러의 크기에 큰 영향을 받지않는 것으로 생각된다. C2 간극에 의한 교축효과면에서, $C2/W_0=0.1$ 일 때 압력강하가 $C2/W_0=0.3$ 일 때에 비교하여 약간 증대되어 약간의 교축효과가 있음을 알 수 있다. 컬러의 크기가 누설틈새보다 작아지게 되면 유동을 저지하는 컬러로서의 역할을 하지 못하고 유동은 단순히 케비티 타입에서와 같이 케비티를 지나치는 유동을 나타내게 된다. 물론 이때는 압력강하가 급격히 하락하여 케비티 타입에서와 유사한 값을 나타내게 된다. 좁은 유입 통로를 갖는 경우에 컬러의 길이는 최대한 길게 하여 케비티 하단에서 최소간극을 유지하는 것이 밀봉성능면에서 가장 우수한 효과를 나타낸다.

3-6. 유입틈새가 넓은 형상에서 컬러 위치의 영향

누설 입구측의 유입통로가 넓은 때($h=0.4W_0$) 컬러의 위치(C1, C2)에 따른 유동의 변화를 Fig. 6에 도시하였다. 계산은 $C2/W_0$ 가 0.1, 0.3, 0.6, 0.9, 1.2 일 때에 대하여 계산하였다. 유입통로의 틈새가 넓은 때에는 케비티에서 팽창의 영향이 무시되므로 대부분의 압력강하는 유입된 유동이 컬러에 의해 흐름이 저지될 때 발생한다. 압력강하가 케비티 벽면과 컬러에 의한 교축과정에 의해 이루어질 경우 상대적으로 압력강하의 특성을 결정하는 부분은 컬러와 케비티에 의해 생성되는 간극의 크기가 된다. 틈새가 너무 넓어서 교축에 의한 효과를 기대할 수 없는 경우를 제외하고는 $C1/(W_0-B)$ 가 0.125에서 0.250으로 넓어질 때 압력강하가 상대적으로 급격히 떨어짐을 알 수 있다. 이것은 $C1/(W_0-B)=0.125$ 일 때에 교축과정에 의한 압력강하의 효과가 지배적임을 나타내는 것이다. 따라서 컬러의 위치가 케비티의 벽면에 가까워져 유동 통로가 좁아질수록 큰 압력강하를 나타내고 컬러가 중앙에 위치할 때 가장 낮은 압력강하를 나타내게 된다.

그러므로 누설 유입통로가 넓은 때에는 컬러와 케비티 벽면에 의해 시일의 최소 간극이 생성되어야 함을 알 수 있다. 또한 컬러에 의해 생성되는 최소간극의 위치가 케비티의 누설 입구측에 있을 때가 케비티 끝단의 유동출구 측에 최소간극이 있을 때 보다 압력강하가 큰 것을 알 수 있다. 그 이유는 케비티로 유입되기 전에 높은 내부 에너지를 포함하고 있을 때 발생하는 압력강하가 누설 입구에서 1차적으로 케비티에 의한 압력강하를 겪은 유동의 압력강하보다 크기 때문으로 생각된다. 따라서 효율적인 누설 억제 측면에서 유입통로가 넓은 경우에는 케비티의 누설 입구측에 최소 간극이 생성되도록 컬러를 설치하는 것이 좋은 효과를 기대할 수 있다.

유동통로가 넓은 경우, 컬러 길이의 변화에 대한 영향에서도 교축과정에 의한 압력강하의 영향이 지배적이 되기 때문에 컬러 끝단과 케비티에 의해 생성되는 틈새 C2가 최소 간극이 될 경우 높은 압력 강하를 나타내는 것을 알 수 있다. 틈새 C2가 커질수록 압력강하는 급격히 떨어져 교축과정에 의한 효과가 감소되고 컬러의 유동 조절에 의한 압력강하가 나타나게 된다. 이 경우 컬러의 역할은 주로 유동의 방향을 바꾸어 주는 일을 담당하게 된다. Fig. 6을 보면 틈새 C2가 커질수록 전체적으로 압력강하가 낮아지는 경향을 나타내고 있으나 컬러의 길이가 중간 정도일 경우에는 거의 변화가 없는 것을 알 수 있다.

3-7. 에어젯 타입(Air Jet Type) 의 설계 변수

에어젯 타입은 외부에서 압축 공기를 분사시켜 누설을 방지하는 형태이다. Fig. 7에 기본 유형에 대한 설계변수를 도시하였다. 여기서 U_i 는 유입유량의 속도이고 V_j 는 분사속도를 의미한다. 이러한 유형에서

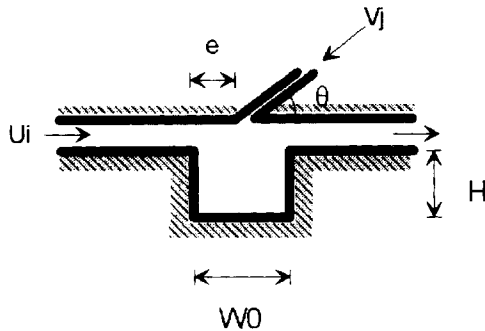


Fig. 7. Design parameters of air jet type.

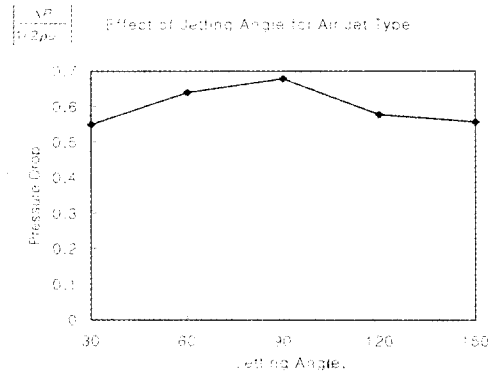


Fig. 8. Effect of jetting angle for air jet type.

의 설계변수는 분사량의 크기(v_j)와 분사각(θ)이 될 수 있다. 일반적인 경우에는 케비티가 없지만($H=0$) 케비티가 있을 경우 일반 케비티 타입이나 에어젯 타입과는 또다른 성능변화가 기대되므로 그 결과를 비교하였다.

3-8. 분사각도의 영향 및 밀봉메커니즘

Fig. 8에 각도 변화에 따른 압력강하의 변화를 도시하였다. 분사각도는 0°에서 90°에 이르기까지 유동방향과 반대 방향으로 분사시켜도 압력강하에는 별 차이를 나타내지 않았다. 오히려 수직으로 분사하였을 때에 가장 큰 압력강하를 나타내었다. 분사각도가 90°를 넘어서 누설유동과 동일한 방향으로 분사하게 되면 압력강하는 점점 떨어져 오히려 밀봉효과가 저하된다. 따라서 에어젯 타입의 분사는 수직으로 하는 것이 가장 양호한 효과를 얻을 수 있다. 이러한 결과는 공기

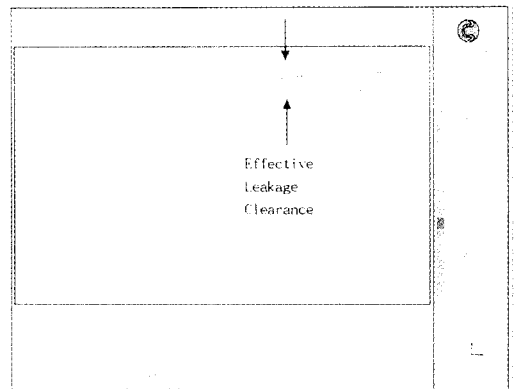


Fig. 9. Reduce of effective leakage clearance.

분사에 의한 유효 누설틈새 감소의 효과로 설명될 수 있다.

Fig. 9에 공기분사에 의한 유효 누설틈새 감소의 효과를 나타낼 수 있도록 케비티가 없는 경우(H=0) 공기분사가 가해졌을 때의 유선분포를 도시하여 놓았다. Fig. 9에서 보는 바와 같이 분사로 인하여 실제 누설틈새의 간극이 분사공기에 의해 점유된 영역만큼 줄어들었음을 알 수 있다. 따라서 공기분사의 각도를 90°로 할 경우 유효한 누설틈새(effective leakage clearance)가 가장 좁아지게 되므로 우수한 밀봉효과를 나타내게 된다.

3-9. 공기 분사량의 영향

Fig. 10에 케비티가 있는 경우와 없는 경우에 대하여 분사량 변화에 따른 압력강하의 변화를 도시하였다. 누설유량에 비해 분사량이 작을 경우에는 압력강하가 매우 저조하여 밀봉효과가 크지 않으며 분사량이 증가할 수록 밀봉효과가 증대됨을 알 수 있다. 분사량의 증가는 누설틈새에서 분사에 의해 점유되는 영역이 확대됨을 의미하며 이에 따라 밀봉성능이 증대됨을 의미한다. 그러나 실제적으로 분사량을 증가시키는데도 한계가 있기 때문에 이러한 유형은 밀봉부위의 압력차가 작고 누설유량이 적은 곳에 효과를 기대할 수 있다. 고속주축의 윤회부위는 누설압력이 그리 높지 않고 누설유량 또한 적기 때문에 매우 효과적으로 사용될 수 있다. 밀봉성능 향상의 측면에서는 가능한 한 분사압력을 높게 하는 것이 유리하다.

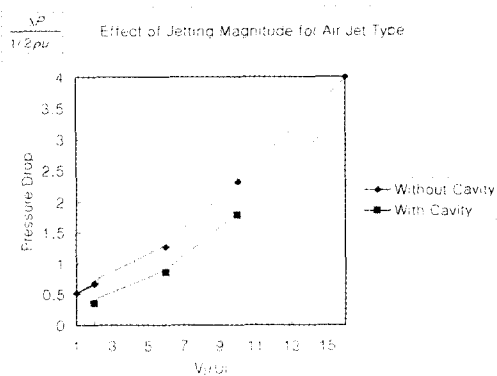


Fig. 10. Effect of jetting magnitude for air jet type.

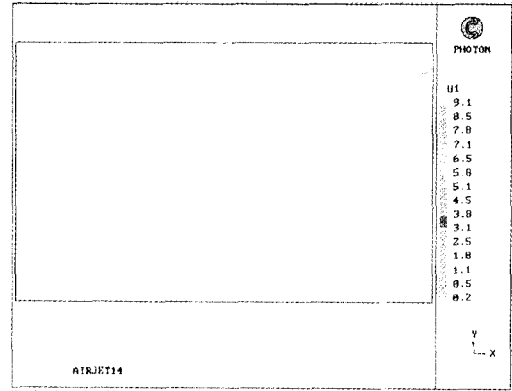


Fig. 11. Stream line of air jet type with cavity.

3-10. 케비티의 영향

Fig. 10의 결과를 보면 동일한 분사량에 대하여 케비티가 있는 형상이 케비티가 없는 형상보다 오히려 낮은 압력강하를 나타내어 밀봉효과가 저조해짐을 알 수 있다. 이것은 공기분사에 의하여 점유된 영역만큼 좁아진 유효 누설통로가 케비티의 공간에 의하여 보상되기 때문이다. Fig. 11에 케비티 공간에 의하여 유효누설통로 감소에 대한 보상효과를 나타내는 유선분포를 도시하였다. Fig. 9에서의 유선분포를 보면 분사 지점에서의 누설간극이 좁아진 것을 알 수 있는데 Fig. 11에서는 좁아진 속도벡터가 케비티에 의해 보상되어 넓은 공간으로 누설이 이루어지는 것을 알 수 있다. 따라서 에어젯 타입과 케비티 타입이 조합된 형상은 실제로 효과적이지 못하다는 것을 알 수 있다.

4. 결 론

본 논문에서는 고속 주축에 응용되고 있는 각종 비접촉 시일의 형상에 따른 유동 특성 별로 구분하고 각 설계변수를 도입하여 누설에 미치는 영향을 조사하였다. 비접촉 시일의 유동해석 결과를 바탕으로 속도분포, 압력장에 대한 세부적인 고찰을 통하여 누설에 영향을 미치는 설계변수 및 보다 효율적인 세부 형상을 찾아내도록 하였다. 각 변수들에 대한 파라메트릭 연구를 수행하여 설계변수들의 누설특성을 규명하고 해석적인 원인규명을 통하여 성능개선을 위한 방법론적 설계방안을 제시하였다. 이러한 결과를 바탕으로 해석을 통한 형상 설계 변수에 관한 특성은 다음과 같이 요약할 수 있다.

1. 케비티 타입에서 케비티는 그 깊이가 크다고 하여 밀봉이 우수하여지는 것은 아니며, 케비티 폭을 기준으로 최대 압력강하를 나타낼 수 있도록 깊이를 설계하여야 한다.
2. 케비티 타입에서 케비티의 폭은 넓을수록 밀봉 효과가 뛰어나며 우수한 밀봉효과를 얻으려면 압축된 작동유체가 충분히 팽창할 수 있는 공간이 필요하다.
3. 프로텍티브 컬러 타입의 유입통로가 좁은 경우, 최솟름새에서의 교축과정에 의한 압력강하의 효과가 크지 않다.
4. 프로텍티브 컬러 타입에서 컬러의 크기는 최대한 크게 하여 케비티의 하단에 최소간극을 생성시키는 것이 가장 유리하며 그렇지 않을 경우 컬러의 길이는 압력강하에 큰 영향을 미치지 않는다.
5. 프로텍티브 컬러 타입에서 유입통로가 넓을 경우 케비티선단에 컬러를 위치시키는 것이 밀봉에 유리하다.
7. 에어젯 타입의 경우 누설유량이 미소하거나 공기 분사량이 누설유량에 비하여 월등히 커야 양호한 밀봉효과를 기대할 수 있다.
9. 에어젯 타입에서 분사각도는 90°수직 분사 시에 가장 우수한 밀봉성능을 얻을 수 있으며, 유효 누설 틈새 감소의 효과로 설명될 수 있다.
10. 에어젯 타입에서 케비티가 있는 경우에는 오히려 밀봉효과가 불량하게 된다.

참 고 문 헌

1. Seals and Sealing HANDBOOK 2nd Edition, 1986, Trade & Technical Press Limited.
2. Byung Chul Na, Keyoung Jin Chun, Dong-Chul Han, "Analysis of Seal Leakage Characteristics for High Speed Spindle," The 6th International Symposium on Phenomena and Dynamics of Rotating Machinery, Vol. 1, Feb., pp.542-551, 1996.
3. H. Stoff, "Incompressible Flow in a Labyrinth Seal," J. of Fluid Mech, Vol.100, pp.817-829, 1980.
4. Rhode, D.L., Demko, J.A., Traegner, U.K., Morrison, G.L., and Sobolik, S.R., "The Prediction of Incompressible Flow in Labyrinth Seals," ASME Journal of Fluids Engineering, Vol. 108, March, pp.19-25, 1986.
5. Vermes, G., "A Fluid Mechanics Approach to the Labyrinth Seal Leakage Problem," J.Eng. Power, Vol. 83, pp.161-169, 1961.
6. Dodge, "Labyrinth Shaft Seals," Product Engineering Vol. 34, No. 17, pp.75-79., 1963.
7. 이관수, 김우승, 김기연, 김창호, "분사를 수반하는 평시일 내의 유동해석," 기계공학회 논문집, 제6권, 제4호, pp.795-802, 1992.
8. Suhas V. Partankar, "Numerical Heat Transfer and Fluid Flow," 1980, Spalding.
9. "PHOENICS Training Course Notes CHAM TR/300," 1990, CHAM Limited.