

## 틸팅 패드 추력베어링의 동특성 해석

김 종 수

한국해양대학교 기계·냉동자동차공학부

### An Analysis of Dynamic Characteristics of Tilting Pad Thrust Bearings

Jong-Soo Kim

Division of Mechanical System Engineering, Korea Maritime University

**Abstract**—In this paper the linearized stiffness and damping coefficients of tilting pad thrust bearing are calculated by the perturbation method. The coefficients are obtained for a wide range of pivot positions. The effects of exciting frequency and pad mass on stiffness and damping coefficients are investigated. Critical frequencies due to the tilting motions of the pad are presented and are shown to be strongly influenced by the pivot position and the pad mass.

**Key words**—pivot position, pad mass, excitation frequency, minimum film thickness, stiffness coefficient, damping coefficient.

#### 1. 서 론

추력베어링은 축방향의 하중을 지지하는 베어링으로 대형 수직 수력발전기, 선박의 프로펠러 축, 증기 및 가스 터빈, 원심펌프 등 많은 산업기계에서 주요 기계요소로서 사용되고 있다. 일반적인 기계시스템에서 추력의 변동에 의한 축 혹은 스펀들의 진동이 문제가 되는 경우는 베어링의 횡방향 진동에 비하여 많지 않다. 이것은 추력자체의 변동성분이 그다지 크지 않기 때문이다. 그렇지만 선박의 프로펠러 축과 같이 추력자체가 주 목적인 경우에 있어서 추력의 변동은 축 진동을 일으키게 된다. 특히 선박기관의 신뢰성에 중요한 요소인 프로펠러 축의 비틀진동의 크기가 추력베어링의 동특성에 의하여 크게 지배받는 것으로 알려져 있다[1,2]. 그러나 현재까지 프로펠러 축의 비틀진동의 해석에 있어서 틸팅 패드 추력베어링의 동특성계수는 직접 측정하는 방법[2,3]이나 단순한 가정에 의한 방법[4]으로 얻어진 값을 사용하였다. 추력베어링은 유막두께 및 운전조건에 따라 동특성계수가 크게 변할 수 밖에 없으므로 직접측정에 의한 방법으로

는 한계가 있다. 그러므로 틸팅 패드 추력베어링의 동특성을 구하기 위한 이론적 해석기법을 확립하는 것이 요구된다. 또한 틸팅 패드의 운전조건 및 기하학적 조건 등에 따른 동특성계수의 변화를 예측함으로써 선박의 추력이 바다의 기상에 의하여 크게 변하는 경우에 있어서 선박기관의 신뢰성 확보를 위한 설계 및 보수 유지에 도움이 될 것이다.

추력베어링에 대한 동특성계수를 해석한 논문은 매우 적다. Mittwollen[5] 등은 축의 횡진동에 추력베어링이 미치는 영향을 조사하기 위하여 고정식 추력베어링의 동특성을 해석하였다. Someya & Fukuda[6]와 Jeng & Szeri[7]은 피벗식 추력베어링에 대한 동특성계수를 구하고 있다. 그러나 광범위한 피벗위치에 대한 동특성 계수를 구한 경우는 없으며 또한 패드의 틸팅운동으로 인한 베어링의 불안정 현상을 이론적으로 예측한 논문은 발표된 바가 없다.

본 연구에서는 틸팅 패드 추력베어링의 동특성 계수를 광범위한 피벗위치에 대하여 구하여 피벗위치와 동특성 계수간의 상관관계를 조사한다. 또한 가진되는 주파수 및 패드의 질량이 베어링의 동특성에 미치

는 영향을 조사하여 큰 추력변동이 있는 경우의 베어링 신뢰성 확보를 위한 설계에 기초자료로 제공하고 자 한다.

## 2. 지배방정식

일반적인 틸팅 패드 추력베어링에서 임의의 한 패드에 대한 유막형상과 그에 따른 좌표를 Fig. 1에서 표시하고 있다. 등점도 윤활이론에서 사용되는 일반적인 가정하에서 부채꼴형 패드 베어링의 윤활유막에서 발생하는 압력을 지배하는 레이놀즈 방정식은 아래와 같이 주어진다.

$$\frac{\partial}{\partial r} \left\{ h^3 r \frac{\partial p}{\partial r} \right\} + \frac{\partial}{\partial \theta} \left\{ h^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right\} = 6\mu r \omega \frac{\partial h}{\partial \theta} + 12\mu r \frac{\partial h}{\partial t} \quad (1)$$

여기서  $h$ 는 임의의 순간에서의 유막두께이고,  $p$ 는 그때의 유막압력을 나타낸다. 그리고  $\mu$ 는 윤활제의 점도이고,  $\omega$ 는 회전원판의 각속도이다. 정적상태의 유막두께  $h_s$ 는 Fig. 1에 표시된 틸팅각을 이용하여 아래와 같이 나타낼 수 있다.

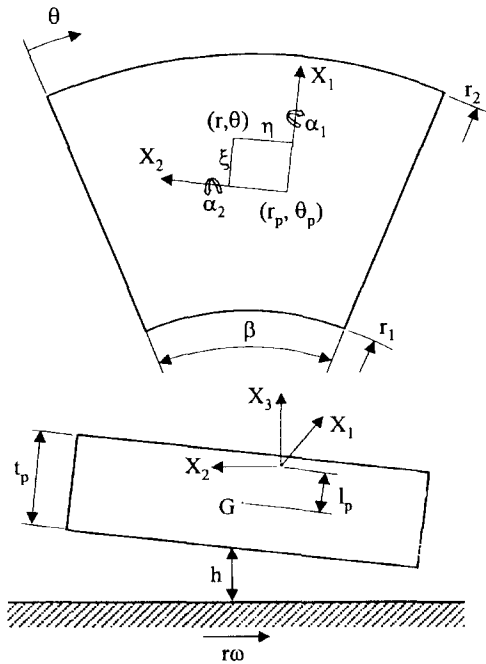


Fig. 1. Geometry and coordinate system of a pad.

$$h_s = h_p + \eta\alpha_1 + \xi\alpha_2 \quad (2)$$

여기서  $h_p$ 는 피벗위치에서의 유막두께를 나타내고,  $\alpha_1, \alpha_2$ 는 패드의 피벗점에 대한 피칭각과 롤링각을 나타낸다. 그리고 피벗점으로부터의 상대 좌표( $\xi, \eta$ )는 각각 다음과 같다.

$$\xi = r_p - r \cos(\theta_p - \theta) \\ \eta = r \sin(\theta_p - \theta)$$

여기서  $r_p$  및  $\theta_p$ 는 피벗위치의 좌표를 나타낸다. 유막두께가 다음과 같이 패드의 수직방향과 각각의 틸팅각으로 미소 운동을 한다면

$$h = h_s + \Delta z + \eta\Delta\alpha_1 + \xi\Delta\alpha_2 \quad (3)$$

유막에 발생하는 압력의 교란성분들은 아래와 같이 표시된다.

$$p = p_s + p_z \Delta z + p_{\alpha_1} \Delta\alpha_1 + p_{\alpha_2} \Delta\alpha_2 + p_z \dot{\Delta z} \\ + p_{\alpha_1} \dot{\Delta\alpha_1} + p_{\alpha_2} \dot{\Delta\alpha_2} \quad (4)$$

식 (3)과 (4)을 식 (1)에 대입하여 정리하면

$$R\{p_s\} = 6\mu r \omega \frac{\partial h_s}{\partial \theta} \\ R\{p_z\} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (3rh_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (3h_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial \theta}) \right\} \\ R\{p_{\alpha_1}\} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (3r\eta h_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (3\eta h_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial \theta}) \right\} \\ + 6\mu r \omega \frac{\partial \eta}{\partial \theta} \\ R\{p_{\alpha_2}\} = - \left\{ \frac{\partial}{\partial r} (3r\xi h_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial \theta} (3\xi h_s^2 \frac{\partial p_s}{\partial \theta}) \right\} \\ + 6\mu r \omega \frac{\partial \xi}{\partial \theta} \quad (5)$$

$$R\{p_z\} = 12\mu r$$

$$R\{p_{\alpha_1}\} = 12\mu r \eta$$

$$R\{p_{\alpha_2}\} = 12\mu r \xi$$

위식에서 좌변의 연산자는 다음과 같다.

$$R\{ \} = \frac{\partial}{\partial r} \left( rh_s^3 \frac{\partial}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial \theta} \left( h_s^3 \frac{\partial}{\partial \theta} \right) \quad (6)$$

레이놀즈 방정식을 풀기 위하여는 반경비( $r_2/r_1$ )와

패드 외각( $\beta$ ) 및 피벗위치( $r_p, \theta_p$ )가 주어지고, 패드의 경계면에서 압력을 알아야 한다. 여기에서 사용되는 압력경계조건은 패드의 경계에서 모든 압력성분들을 0으로 간주한다.

### 3. 섭동법에 의한 틸팅 패드의 동특성해석

정적평형상태에서 회전원판 혹은 패드가 미소변위 및 속도  $\Delta z, \Delta \dot{z}$  만큼 움직인다면 패드 및 회전원판에 작용하는 변동하중  $\Delta F$ 는 다음과 같이 표현될 수 있다.

$$\begin{aligned} \Delta F &= \frac{\partial F}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial F}{\partial \dot{z}} \Delta \dot{z} + \sum_{n=1}^2 \left\{ \frac{\partial F}{\partial \alpha_n} \Delta \alpha_n + \frac{\partial F}{\partial \dot{\alpha}_n} \Delta \dot{\alpha}_n \right\} \\ &= -k_z \Delta z - c_z \Delta \dot{z} - \sum_{n=1}^2 [k_n \Delta \alpha_n + c_n \Delta \dot{\alpha}_n] \end{aligned} \quad (7)$$

여기서 각각의 계수들은 아래와 같다.

$$\begin{aligned} k_z &= - \iint p_z \, rd\theta dr \\ c_z &= - \iint \dot{p}_z \, rd\theta dr \\ k_n &= - \iint p_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \\ c_n &= - \iint \dot{p}_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \end{aligned} \quad (8)$$

식 (7)의 변동하중을 계산하기 위하여는 회전원판 혹은 패드의 수직운동에 대한 패드의 틸팅운동을 알아야 함을 알 수 있다. 이를 위하여 패드의 수직운동이 조화함수일 때 패드의 틸팅운동도 조화함수를 갖는다 고 가정한다. 즉,

$$\begin{aligned} \Delta z &= \delta e^{j\Omega t} \\ \Delta \alpha_n &= \psi_n e^{j(\Omega t - \phi_n)} \quad n = 1, 2 \end{aligned} \quad (9)$$

여기서  $\Omega$ 는 가진속도를 의미하며  $\phi_n$ 은 회전원판의 수직운동과 패드의 틸팅운동사이의 위상차를 의미한다. 그러면 식 (7)은 다음과 같이 된다.

$$\Delta F = -(k_z + j\Omega c_z) \delta e^{j\Omega t} - \sum_{n=1}^2 (k_n + j\Omega c_n) \psi_n e^{j(\Omega t - \phi_n)} \quad (10)$$

위 식에서도  $\delta$ 와  $\psi_n$  간의 관계를 알아야 변동하중을 알 수 있다. 이를 위하여 피벗점에 대한 패드의 운동

방정식이 요구되며, 다음과 같은 오일러의 회전체 운동방정식으로부터 상관관계를 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} I_{11} \Delta \ddot{\alpha}_1 - I_{12} \Delta \ddot{\alpha}_2 &= \Delta M_1 \\ -I_{21} \Delta \ddot{\alpha}_1 + I_{22} \Delta \ddot{\alpha}_2 &= \Delta M_2 \end{aligned} \quad (11)$$

여기서  $I_{ij}$ 는 각각의 방향에 대한 패드의 관성모멘트로 부록에 나타낸다. 그리고  $\Delta M_1, \Delta M_2$ 는 각각 패드의 수직운동으로 발생한 반력성분의 피칭 및 롤링모멘트이며 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} \Delta M_i &= \frac{\partial M_i}{\partial z} \Delta z + \frac{\partial M_i}{\partial \dot{z}} \Delta \dot{z} + \sum_{n=1}^2 \left\{ \frac{\partial M_i}{\partial \alpha_n} \Delta \alpha_n + \frac{\partial M_i}{\partial \dot{\alpha}_n} \Delta \dot{\alpha}_n \right\} \\ &= -k_{iz} \Delta z - c_{iz} \Delta \dot{z} - \sum_{n=1}^2 [k_{in} \Delta \alpha_n + c_{in} \Delta \dot{\alpha}_n] \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (12)$$

여기서 각각의 계수들은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} k_{1z} &= - \iint r \sin(\theta_p - \theta) p_z \, rd\theta dr \\ k_{2z} &= - \iint [r_p - r \cos(\theta_p - \theta)] p_z \, rd\theta dr \\ c_{1z} &= - \iint r \sin(\theta_p - \theta) \dot{p}_z \, rd\theta dr \\ c_{2z} &= - \iint [r_p - r \cos(\theta_p - \theta)] \dot{p}_z \, rd\theta dr \\ k_{1n} &= - \iint r \sin(\theta_p - \theta) p_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \\ k_{2n} &= - \iint [r_p - r \cos(\theta_p - \theta)] p_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \\ c_{1n} &= - \iint r \sin(\theta_p - \theta) \dot{p}_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \\ c_{2n} &= - \iint [r_p - r \cos(\theta_p - \theta)] \dot{p}_{\alpha_n} \, rd\theta dr \quad n = 1, 2 \end{aligned} \quad (13)$$

식 (9)를 식 (12)에 대입하면

$$\begin{aligned} \Delta M_i &= -(k_{iz} + j\Omega c_{iz}) \delta e^{j\Omega t} \\ &\quad - \sum_{n=1}^2 (k_{in} + j\Omega c_{in}) \psi_n e^{j(\Omega t - \phi_n)} \quad i = 1, 2 \end{aligned} \quad (14)$$

이고, 이를 식 (11)에 대입하면 다음과 같다.

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix} \begin{Bmatrix} \psi_1 e^{-j\phi_1} \\ \psi_2 e^{-j\phi_2} \end{Bmatrix} = - \begin{Bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix} \delta \quad (15)$$

여기서,

$$a_{ij} = k_{ij} + \xi \Omega I_{ij} + j \Omega c_{ij} \quad i, j = 1, 2 \begin{cases} i = j, \xi = -1 \\ i \neq j, \xi = 1 \end{cases}$$

$$b_i = k_{iz} + j \Omega c_{iz} \quad i = 1, 2 \quad (16)$$

그러므로 패드의 틸팅운동과 패드의 수직운동과의 관계는 아래와 같이 된다.

$$\psi_1 e^{-j\phi} = \frac{a_{12}b_2 - a_{22}b_1}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \delta = d_1 \frac{\delta}{r_1}$$

$$\psi_2 e^{-j\phi} = \frac{a_{21}b_1 - a_{11}b_2}{a_{11}a_{22} - a_{12}a_{21}} \delta = d_2 \frac{\delta}{r_1} \quad (17)$$

위식에서 상관계수  $d_1, d_2$ 는 무차원으로 실수부와 허수부를 가지고 있음을 알 수 있고 위 식 (17)을 식 (10)에 대입한 후, 틸팅 패드 추력베어링의 강성계수  $k$ 와 감쇠계수  $c$ 로 나타내면 다음과 같다.

$$k = k_z + \sum_{n=1}^2 \{k_n \operatorname{re}(d_n) - \Omega c_n \operatorname{im}(d_n)\}$$

$$c = c_z + \sum_{n=1}^2 \{c_n \operatorname{re}(d_n) + k_n \operatorname{im}(d_n) / \Omega\} \quad (18)$$

여기서  $\operatorname{re}(\quad), \operatorname{im}(\quad)$ 는 각각 실수부와 허수부를 의미한다. 그리고 상관계수  $d_1, d_2$ 는 다음과 같이 실수부와 허수부로 표현될 수 있다.

$$d_1 = \sigma_1 + j \frac{\Omega}{\omega} \tau_1$$

$$d_2 = \sigma_2 + j \frac{\Omega}{\omega} \tau_2 \quad (19)$$

상관계수의 실수부( $\sigma_1, \sigma_2$ ) 및 허수부( $\tau_1, \tau_2$ )는 부록에 나타낸다. 식 (18)는 무차원 형태로 아래와 같이 표현된다.

$$K = \{\bar{k}_z + \bar{k}_1 \sigma_1 + \bar{k}_2 \sigma_2 - \bar{\Omega}^2 (\bar{c}_1 \tau_1 + \bar{c}_2 \tau_2)\} \left( \frac{h_p}{h_o} \right)^3$$

$$C = \{\bar{c}_z + \bar{c}_1 \sigma_1 + \bar{c}_2 \sigma_2 + (\bar{k}_1 \tau_1 + \bar{k}_2 \tau_2)\} \left( \frac{h_p}{h_o} \right)^3 \quad (20)$$

여기서  $h_o$ 는 최소유막두께를 나타내며, 동특성계수들의 무차원 파라미터의 정의는 아래와 같다.

$$\bar{k}_i = \frac{h_p^3}{\mu r_1^4 \omega} k_i, \quad \bar{c}_i = \frac{h_p^3}{\mu} r_1^4 c_i \quad i = z, 1, 2$$

$$K = \frac{h_o^3}{\mu r_1^4 \omega} k, \quad C = \frac{h_o^3}{\mu} r_1^4 c$$

그러므로 동특성계수들을 구하기 위해서는 패드의 수직운동과 틸팅운동에 의하여 발생하는 압력성분을 구하면 된다.

#### 4. 수치해석

수치해석을 위한 차분화식은 원주방향 및 반경방향으로 각각 20등분하여 구하였으며, 반경비( $r_2/r_1 = \bar{r}_2$ )은 1.707이고, 패드의각( $\beta$ )는  $30^\circ$ 이다. 무차원 피벗위치 및 무차원 하중(W)의 정의는 아래와 같다.

$$R_p = \frac{r_p - r_1}{r_2 - r_1}, \quad \Theta_p = \theta_p / \beta, \quad \bar{l}_p = \frac{l_p}{r_1} = 0.1$$

$$W = \frac{h_o^2}{\mu r_1^4 \omega} \int_{r_1}^{r_2} \int_0^\beta p r d\theta dr \quad (21)$$

#### 5. 결과 및 검토

Fig. 2는 무차원 하중을 나타내고 있는데, 동일한 최소 유막두께에 대하여 최대 하중지지능력은 원주방향의 피벗위치가 대략 0.58-0.61사이에 있다. 물론 이 값은 등점도와 선단압력이 없다는 가정하에서 얻어진 값이다. 그리고 반경방향의 피벗위치가 바깥쪽일수록 최대부하능력을 갖게 되는 원주방향의 피벗위치는 패드의 입구부쪽으로 이동한다. 가진속도와 패드의 질량을

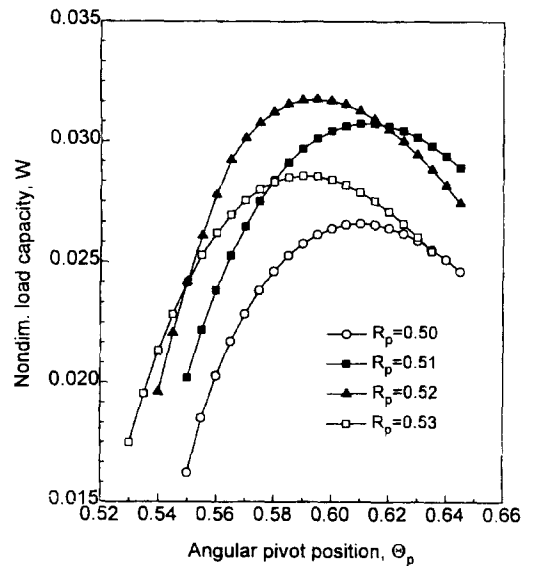


Fig. 2. Load capacity.

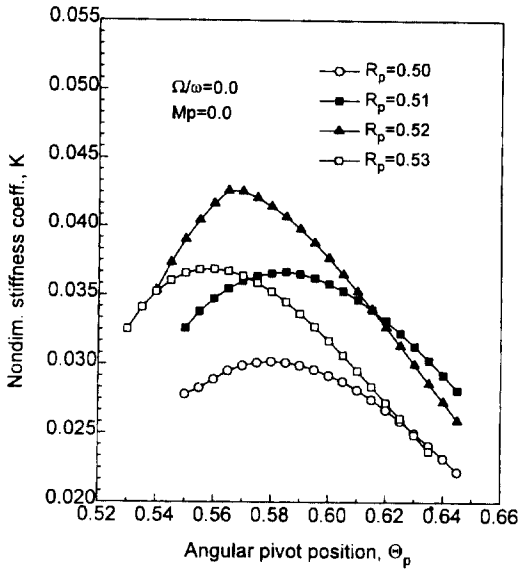


Fig. 3. Stiffness coefficients without excitation frequency.

무시한 경우에 있어서 무차원 강성계수 및 감쇠계수를 Figs. 3과 4에 나타내고 있다. 최대 강성계수를 갖는 피벗위치는 대략 0.55-0.59 사이에 존재함을 알 수 있다. 최대 강성계수를 갖게 되는 피벗위치는 하중의 경우와 마찬가지로 반경방향의 피벗위치가 바깥쪽일 수록 원주방향의 피벗위치는 패드의 입구부쪽으로 이동한다. 한편 감쇠계수는 피벗위치가 패드의 입구부쪽일 수록

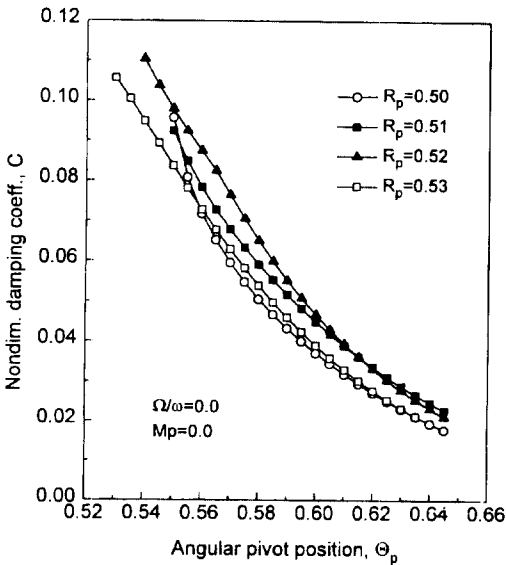


Fig. 4. Damping coefficients without excitation frequency.

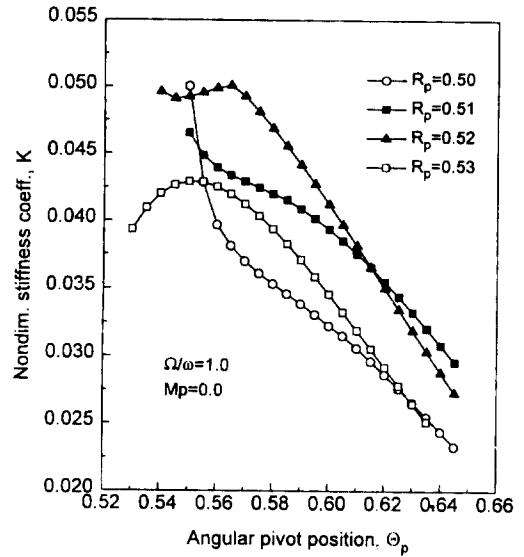


Fig. 5. Effect of excitation frequency on stiffness coefficients.

크게 됨을 알 수 있는데, 이는 무차원 감쇠계수를 최소 유막두께를 기준으로 하기 때문에 피벗위치가 입구부 쪽일 수록 전체적인 유막두께가 작아지기 때문으로 판단된다. 그리고 하중지지능력이 큰 반경방향 피벗위치에서 강성계수 및 감쇠계수도 크게 됨을 알 수 있다.

Figs. 5와 6은 가진속도와 회전원판의 속도가 동일

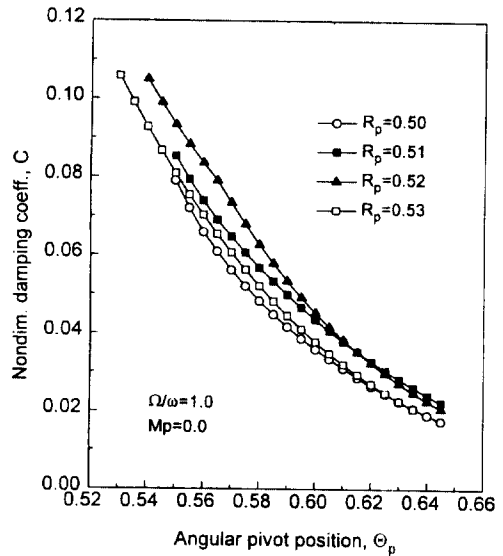


Fig. 6. Effect of excitation frequency on damping coefficients.

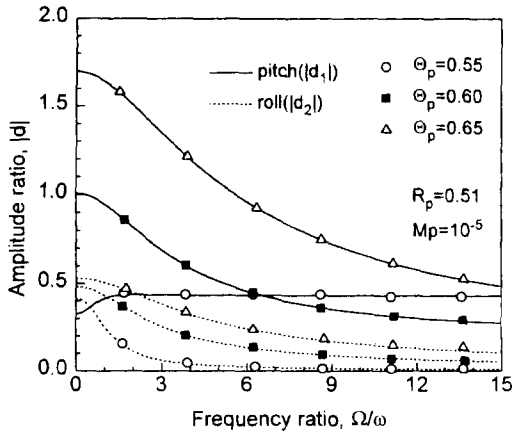


Fig. 7. Amplitude of motion of pad with light mass.

하고 패드의 질량을 무시한 경우에 대한 무차원 강성 계수 및 감쇠계수를 나타내고 있다. 강성계수에서 가진속도에 따른 영향은 피봇위치가 입구부쪽에서 크게 일어나며, 가진속도가 존재함으로써 강성계수가 크게 증가됨을 보여주고 있다. 그러나 피봇위치가 패드의 후미부쪽으로 갈수록 가진속도에 의한 영향은 거의 일어나고 있지 않다. 감쇠계수의 변화는 강성계수만큼 크지는 않으며, 오히려 가진속도에 의하여 감쇠계수가 약간 감소함을 나타내고 있다. 역시 변화는 피봇위치가 입구부쪽일 때 존재하게 됨을 알 수 있다.

Figs. 7, 8은 무차원 패드질량이  $10^{-5}$ 인 경우에 대한 패드의 운동특성을 나타내고 있다. 원주방향 피봇위치가 0.55인 경우에는 가진속도와 함께 패드의

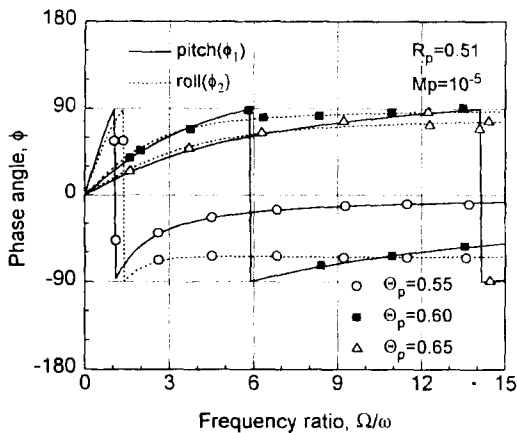


Fig. 8. Phase angle of motion of pad with light mass.

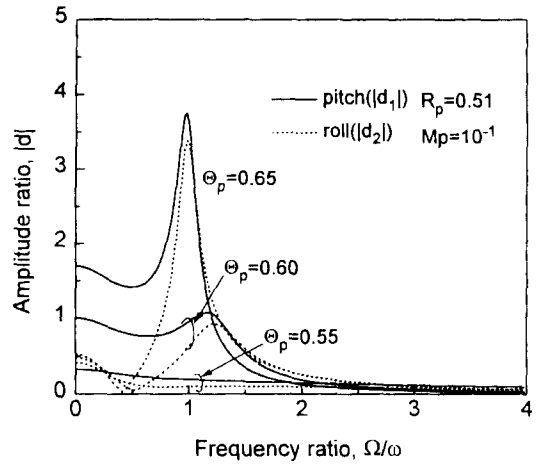


Fig. 9. Amplitude of motion of pad with heavy mass.

틸팅각 및 위상차가 증가됨을 보여주고 있다. 이는 패드 틸팅 운동이 불안정해짐을 의미한다. 반면에 피봇위치가 상대적으로 패드 후미부쪽인 경우에는 패드의 틸팅각이 가진속도의 증가와 함께 감소하고 있으며, 위상차가 90°가 되는 가진속도도 증가한다.

Figs. 9, 10은 무차원 패드질량이 0.1인 경우에 대하여 회전원판이 가진될 때 패드의 틸팅각의 크기와 위상차를 나타내고 있다. 피봇위치가 상대적으로 패드 중앙부쪽일수록 안정된 운동을 하게 됨을 보여주고 있다. 원주방향 피봇위치가 0.65인 경우에 있어서 가진속도가 회전속도와 거의 동일하게 되면 패드의 피칭각 및 롤링각이 크게 증폭되며 동시에 위상차도

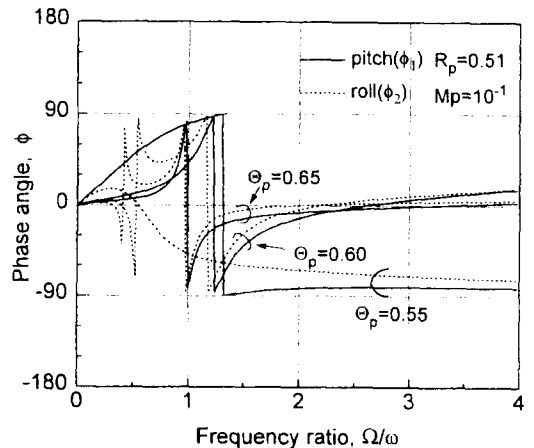


Fig. 10. Phase angle of motion of pad with heavy mass.

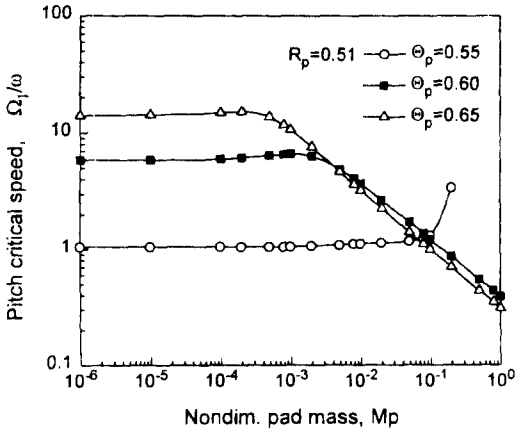


Fig. 11. Critical speed by pitch mode of pad.

90°로서 불안정한 상태로 됨을 알 수 있다. 그러므로 추력변동이 큰 선박 등에는 추력변동의 특성에 따라 패드의 운동이 불안정해 질 수도 있기 때문에 무차원 패드 질량에 따라 최적의 피벗위치를 결정하는 것이 필요함을 알 수 있다.

Figs. 11과 12는 패드의 틸팅운동이 회전원판의 가진주기와 90°의 위상차를 갖게 되는 때를 위험속도로 가정하여 무차원 패드 질량과 위험속도와의 관계를 나타내고 있다. 무차원 질량이 작은 경우에는 피칭에 의한 위험속도는 거의 변화가 없으며 피벗위치가 패드의 중앙부일수록 낮다. 그러나 패드의 질량이 크게 되면 그 반대가 된다. 그리고 롤링에 의한 위험속도는 패드의 질량이 작은 경우에는 피벗위치가 0.55를 제외하고는 존재하지 않는다.

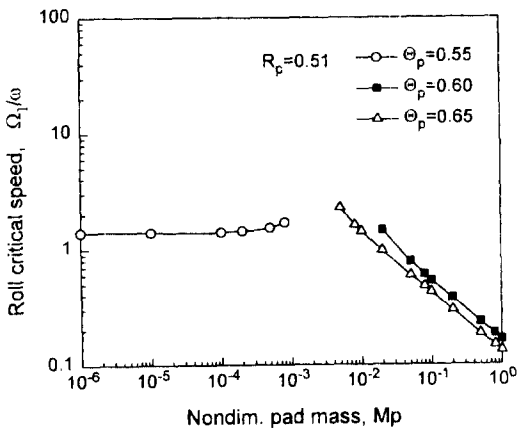


Fig. 12. Critical speed by roll mode of pad.

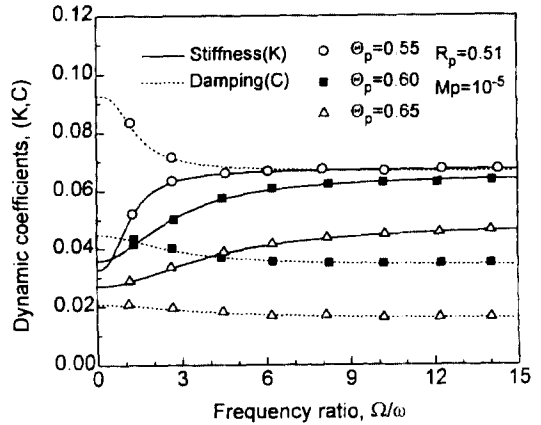


Fig. 13. Effect of excitation frequency on dynamic coefficients (light mass pad).

Figs. 12, 13은 가진속도의 변화에 대한 무차원 강성계수 및 감쇠계수의 변화를 나타내고 있다. 가진속도가 증가하면 강성계수는 대체적으로 증가하고 감쇠계수는 감소하고 있다. 그리고 위험속도 부근에서는 강성계수 및 감쇠계수 모두 변화가 급격해짐을 알 수 있다.

Figs. 14, 15는 무차원 패드 질량의 변화에 대한 무차원 강성계수 및 감쇠계수의 변화를 나타내고 있다. 패드의 질량이 작은 경우에는 동특성계수에는 큰 변화가 없지만 패드의 질량이 큰 경우에는 변화가 크게 될 수도 있음을 보여주고 있다. 이러한 변화는 패드의 질량과 가진속도에 의하여 위험속도 부근이 되면 크게 됨을 알 수 있다.

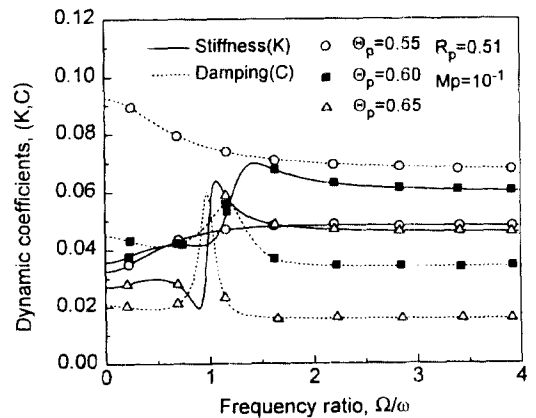


Fig. 14. Effect of excitation frequency on dynamic coefficients (heavy mass pad).

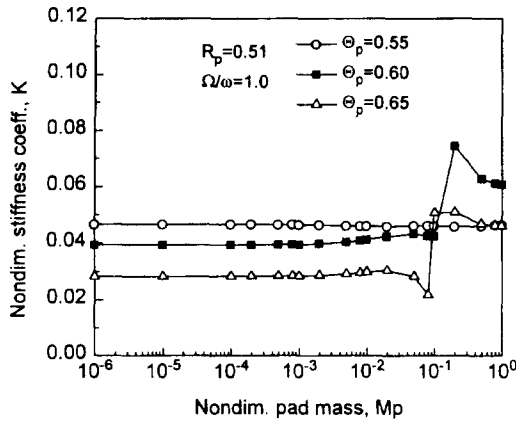


Fig. 15. Effect of nondimensional pad mass on stiffness coefficients.

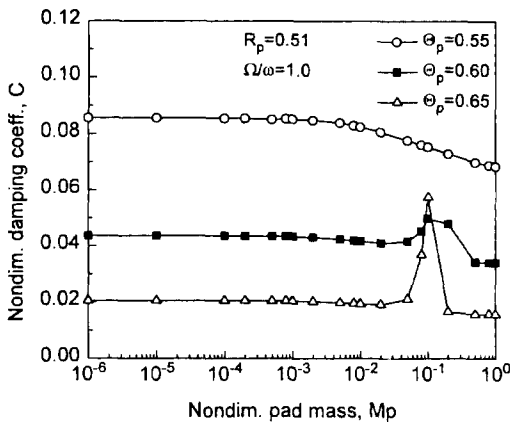


Fig. 16. Effect of nondimensional pad mass on damping coefficients.

## 6. 결 론

틸팅 패드 추력베어링의 동특성 해석을 통하여 베어링의 강성계수 및 감쇠계수를 구하였으며, 패드의 운동에 의한 위험속도를 조사하였다. 무차원 강성계수가 최대가 되는 피벗위치는 최대부하능력이 되는 피벗위치보다 패드의 중앙부쪽에 위치한다. 무차원 감쇠계수는 항상 피벗위치가 패드의 중앙부쪽일수록 크게 된다. 동특성계수가 최대가 되는 반경방향의 피벗위치는 부하능력이 최대가 되는 경우와 거의 일치한다. 패드의 운동이 가진속도와 패드의 질량에 따라 불안정한 경우가 발생할 수 있으며, 무차원 패드 질량이 작은 경우에는 피벗위치가 중앙부쪽일수록 불안정

해지기 쉽고, 무차원 패드 질량이 큰 경우에는 피벗위치가 후미부쪽으로 치질수록 불안정한 운동을 하기 쉽다. 가진속도가 증가할수록 강성계수는 대체로 증가하나 감쇠계수는 감소한다. 패드의 질량에 의한 동특성계수의 변화는 위험속도 부근을 제외하고는 거의 변화가 없다.

## 참 고 문 헌

1. 岩本昭一, 下山田邦夫, 若林克彦, 中村 浩, "船用大型低速ディーゼル機関軸系の振動解析 特になじり振動と縦振動について," 日本船用機関學會誌 第24巻 第12, pp.568-577, 1989.
2. Tsuda, K., and H.-J. Jeon, "Theoretical Analysis of Coupled Torsional-Axial Undamped Vibration of Marine Diesel Engine Shafting," Japan Shipbuilding & Marine Engineering, Vol.4, No.5, 1969.
3. 全孝重, 律田公一, "船舶往復内燃機関 軸系縦ねる連成 自然振動の理論的解析," 日本船用機関學會誌 第4巻 第7號, pp.401-413, 1969.
4. 青木, 中川, 日本潤滑學會誌 第13巻 第3號, pp.117-123, 1968.
5. Someya, T., and Fukuda, M., "Analysis and Experimental Verification of Dynamic Characteristics of Oil Film Thrust Bearings," Bull. JSME, Vol.15, pp. 1004-1015, 1972
6. Mittwollen, N., Hegel, T., and Gilenicke, J., "Effect of Hydrodynamic Thrust Bearings on Lateral Shaft Vibrations," Trans. ASME, J. Tri., Vol.113, pp.811-818, 1991.
7. Jeng, M.C., and Szeri, A.Z., "A Thermohydrodynamic Solution of Pivoted Thrust Pads: Part III-Linearized Force Coefficients," Trans. ASME, J. Tri., Vol.108, pp.214-218, 1986

## 부 록

### 1. 패드의 관성모멘트

Fig. 1과 같은 부채꼴형의 패드에 대한 질량관성모멘트는 다음과 같다.

$$I_{11} = \frac{m_p}{4} (r_2^2 + r_1^2) \left( 1 - \frac{\sin 2\theta_p - \sin 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \right) + m_p l_p^2$$



$$\begin{aligned}
 I_{22} &= \frac{m_p}{4}(r_2^2 + r_1^2) \left( 1 + \frac{\sin 2\theta_p - \sin 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \right) \\
 &\quad + m_p l_p^2 - m_p r_p^2 \\
 I_{12} = I_{21} &= -\frac{m_p}{4}(r_2^2 + r_1^2) \frac{\cos 2\theta_p - \cos 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \quad (A1)
 \end{aligned}$$

여기서  $m_p$ 는 패드의 질량이고,  $l_p$ 는 패드의 무게중심과 피봇점까지의 수직거리이다.

### 2. 상관계수의 실수부 및 허수부

상관계수의 실수부 및 허수부는 각각 아래의 식과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}
 \sigma_1 &= \frac{\Lambda Z_1 + \bar{\Omega}^2 \Gamma \Theta_1}{\Lambda^2 + \bar{\Omega}^2 \Gamma^2}, \quad \tau_1 = \frac{\Lambda \Theta_1 - \Gamma Z_1}{\Lambda^2 + \bar{\Omega}^2 \Gamma^2} \\
 \sigma_2 &= \frac{\Lambda Z_2 + \bar{\Omega}^2 \Gamma \Theta_2}{\Lambda^2 + \bar{\Omega}^2 \Gamma^2}, \quad \tau_2 = \frac{\Lambda \Theta_2 - \Gamma Z_2}{\Lambda^2 + \bar{\Omega}^2 \Gamma^2} \quad (A2)
 \end{aligned}$$

여기서  $\bar{\Omega}$ 는  $\Omega/\omega$ 이며, 각각의 상수들은 무차원 형태로 아래와 같다.

$$\begin{aligned}
 \Lambda &= (\bar{k}_{11} - \bar{\Omega}^2 I_{11})(\bar{k}_{22} - \bar{\Omega}^2 I_{22}) - (\bar{k}_{12} + \bar{\Omega}^2 I_{12}) \\
 &\quad \times (\bar{k}_{21} + \bar{\Omega}^2 I_{21}) - \bar{\Omega}^2 (\bar{c}_{11} \bar{c}_{22} - \bar{c}_{12} \bar{c}_{21}) \\
 \Gamma &= \bar{c}_{11}(\bar{k}_{22} - \bar{\Omega}^2 I_{22}) + \bar{c}_{22}(\bar{k}_{11} - \bar{\Omega}^2 I_{11}) \\
 &\quad + \bar{c}_{12}(\bar{k}_{21} + \bar{\Omega}^2 I_{21}) + \bar{c}_{21}(\bar{k}_{12} + \bar{\Omega}^2 I_{12}) \\
 Z_1 &= -\bar{k}_{12}(\bar{k}_{22} - \bar{\Omega}^2 I_{22}) + \bar{k}_{22}(\bar{k}_{12} + \bar{\Omega}^2 I_{12}) \\
 &\quad + \bar{\Omega}^2 (\bar{c}_{22} \bar{c}_{12} - \bar{c}_{12} \bar{c}_{22}) \\
 \Theta_1 &= -\bar{c}_{12}(\bar{k}_{22} - \bar{\Omega}^2 I_{22}) + \bar{c}_{22}(\bar{k}_{12} + \bar{\Omega}^2 I_{12}) \\
 &\quad - \bar{c}_{22} \bar{k}_{12} + \bar{c}_{12} \bar{k}_{22} \quad (A3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Z_2 &= -\bar{k}_{22}(\bar{k}_{11} - \bar{\Omega}^2 I_{11}) + \bar{k}_{12}(\bar{k}_{21} + \bar{\Omega}^2 I_{21}) \\
 &\quad + \bar{\Omega}^2 (\bar{c}_{11} \bar{c}_{22} - \bar{c}_{21} \bar{c}_{12}) \\
 \Theta_2 &= -\bar{c}_{22}(\bar{k}_{11} - \bar{\Omega}^2 I_{11}) + \bar{c}_{12}(\bar{k}_{21} + \bar{\Omega}^2 I_{21}) \\
 &\quad - \bar{c}_{11} \bar{k}_{22} + \bar{c}_{21} \bar{k}_{12}
 \end{aligned}$$

위 식에서 각각의 무차원 동특성계수들은 다음과 같이 정의된다.

$$\begin{aligned}
 \bar{k}_{ij} &= \frac{h_p^3}{\mu r_1^6 \omega} k_{ij}, \quad \bar{c}_{ij} = \frac{h_p^3}{\mu r_1^6} c_{ij} \quad i, j = 1, 2 \\
 \bar{k}_{iz} &= \frac{h_p^3}{\mu r_1^5 \omega} k_{iz}, \quad \bar{c}_{iz} = \frac{h_p^3}{\mu r_1^5} c_{iz} \quad i, j = 1, 2
 \end{aligned}$$

그리고 패드의 무차원 질량관성모멘트는 다음과 같다.

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{11} &= \frac{M_p}{4}(1 + \bar{r}_2^2) \left( 1 - \frac{\sin 2\theta_p - \sin 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \right) \\
 &\quad + M_p \bar{l}_p^2 \\
 \bar{I}_{22} &= \frac{M_p}{4}(1 + \bar{r}_2^2) \left( 1 + \frac{\sin 2\theta_p - \sin 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \right) \\
 &\quad + M_p (\bar{l}_p^2 - \bar{r}_p^2) \\
 \bar{I}_{12} &= -\frac{M_p}{4}(1 + \bar{r}_2^2) \frac{\cos 2\theta_p - \cos 2(\theta_p - \beta)}{2\beta} \quad (A4)
 \end{aligned}$$

여기서,

$$\begin{aligned}
 \bar{I}_{ij} &= \frac{\omega h_p^3}{\mu r_1^6} I_{ij} \quad i, j = 1, 2 \\
 M_p &= \frac{\omega h_p^3}{\mu r_1^4} m_p, \quad \bar{r}_p = \frac{r_p}{r_1}
 \end{aligned}$$