

## 코웰방법을 이용한 정지위성의 정밀궤도예측<sup>1</sup>

윤재철 · 최규홍

연세대학교 천문대기과학과

김은규

한국항공우주연구소 무궁화위성그룹

### PRECISE ORBIT PROPAGATION OF GEOSTATIONARY SATELLITE USING COWELL'S METHOD

Jae-Cheol Yoon and Kyu-Hong Choi

Department of Astronomy and Atmospheric Science, Yonsei University, Seoul 120-749

email: yjch@galaxy.yonsei.ac.kr, khchoi@galaxy.yonsei.ac.kr

Eun-Kyou Kim

KOREASAT Group, Korea Aerospace Reserch Institute

email: ekkim@satt.kari.re.kr

(Received May 10, 1997; Accepted May 20, 1997)

#### 요 약

임의의 순간 인공위성의 위치와 속도를 정밀하게 계산하기 위해서는 섭동력을 일으키는 우주공간간의 환경을 정확하게 이해하고 분석하여 정량화함으로써 섭동력에 대한 수리적인 모형을 만들어야 한다. 이들 우주환경모델에 의해서 인공위성이 받는 총가속도는 2계 미분방정식으로 표현되며, 이 방정식을 두 번 적분함으로써 원하는 시가에서의 인공위성의 위치와 속도를 얻는 코웰 방법을 사용하여 궤도예측 알고리즘을 완성하였다. 정지위성의 궤도에 미치는 주요한 섭동력으로는 지구의 비대칭 중력 포텐셜에 의한 섭동력, 태양과 달의 중력에 의한 섭동력, 태양의 복사압에 의한 섭동력들이 있는데, 그것들의 정밀성을 최대한 높이기 위해 spherical harmonic 계수들을 40 x 40까지 적용할 수 있도록 했으며, JPL DE403 ephemeris의 polynomial 내삽을 통해 지구로부터 태양과 달까지의 거리를 정밀하게 계산하였다. 그리고 수치적분 방법으로는 적분간격을 자동으로 조절하는 8계 Runge-Kutta single step 방법을 사용하였다.

#### ABSTRACT

To calculate the position and velocity of the artificial satellite precisely, one has to build a mathematical model concerning the perturbations by understanding and analysing

<sup>1</sup>이 연구는 한국항공우주연구소와 한국통신의 연구비 지원으로 수행되었음.

the space environment correctly and then quantifying. Due to these space environment model, the total acceleration of the artificial satellite can be expressed as the 2nd order differential equation and we build an orbit propagation algorithm by integrating twice this equation by using the Cowell's method which gives the position and velocity of the artificial satellite at any given time. Perturbations important for the orbits of geostationary spacecraft are the Earth's gravitational potential, the gravitational influences of the sun and moon, and the solar radiation pressure. For precise orbit propagation in Cowell' method, 40 x 40 spherical harmonic coefficients can be applied and the JPL DE403 ephemeris files were used to generate the range from earth to sun and moon and 8th order Runge-Kutta single step method with variable step-size control is used to integrate the the orbit propagation equations.

## 1. 서 론

어느 순간 인공위성의 위치와 속도를 정밀하게 계산하기 위해서는 섭동력을 일으키는 우주공간의 환경을 정확하게 이해하고 분석하여 정량화함으로써 섭동력에 대한 수리적인 모형을 만들어야 한다. 이러한 모델은 결과적으로 각 섭동력에 의한 위성의 가속도를 계산할 수 있도록 고안된 것이어야 하며, 이렇게 해서 얻은 섭동가속도는 지구를 점질량이라고 가정했을 때의 중심 가속도와 합산하여 인공위성이 받는 총가속도로 나타나게 된다(Pocha 1987). 일반적으로 인공위성이 받는 총가속도는 2계 미분방정식으로 표현되고 이 방정식을 두 번 적분함으로써 원하는 시각에서의 인공위성의 위치와 속도를 얻을 수 있다. 이러한 방법을 코웰(Cowell) 방법이라고 한다. 코웰 방법은 섭동력에 대한 정성적인 특성을 밝히기 어렵고, 모든 과정이 컴퓨터를 사용하여 처리되므로 시간이 경과함에 따라 오차가 누적되어 장기간의 위성의 궤도예측에는 부적절하다는 단점이 있으나, 인공위성에 미치는 모든 힘을 하나의 운동방정식으로 통합하여 표현할 수 있으므로 비교적 쉽고 단기간의 예측에는 정밀도가 매우 뛰어나다. 정밀한 궤도예측을 위해서는 각 섭동력에 대한 정확한 수리적인 모형의 구축이 가장 중요한 요소인데, 정지위성의 경우  $\pm 1$  m의 정밀한 궤도예측 결과를 얻으려면 크게 지구의 중력포텐셜, 태양과 달의 중력, 태양의 복사압들을 고려해야 한다.

## 2. 지구의 중력포텐셜에 의한 섭동력

지구의 중력은 인공위성 궤도에 가장 큰 힘을 미치는데, 인공위성이 받는 힘을 표현하기 위해서는 지구의 중력분포를 알아야 한다. 전체적으로 지구를 볼 때 지구의 모양은 적도가 볼록한 타원체 모양이며, 지구의 남극과 북극을 지나는 면으로 잘라보면 여러 가지 모양이 결합된 복잡한 형태인 것을 알 수 있는데, 이러한 여러 가지 모양을 zonal 조화항(harmonics)라 한다. 한편 지구를 적도면으로

잘라보면 인도양에서 100 m 정도 들어갔고, New Guinee 근처에서 80 m 정도 솟아 올라있는 찌그러진 원의 형태인데, 이런 형태 때문에 위도와 경도에 의존하는 tesseral 조화항이 형성된다. 따라서, 지구는 완전한 구가 아니므로 다음과 같은 중력포텐셜을 갖는다.

$$\Phi = \frac{GM_{\oplus}}{r} - \frac{GM_{\oplus}}{r} \left[ \sum_{n=2}^{\infty} \sum_{m=0}^n \left( \frac{R_{\oplus}}{r} \right)^n (C_{nm} \cos m\lambda + S_{nm} \sin m\lambda) P_n^m(\sin \phi) \right] \quad (1)$$

중력 조화항 계수들의 결정은 인공위성의 운동특성을 관측함으로써 가능하다. 위 포텐셜의 첫째 항은 지구를 점질량이라 가정했을 때의 중력포텐셜이고, 둘째항은 지구의 모양이 비구형이고 비대칭이기 때문에 생기는 중력포텐셜이다. 이 둘째항이 그 궤도의 섭동항이 되어 인공위성의 궤도에 섭동력으로 작용한다. 본 연구에서 개발한 알고리즘에서는 지구중력포텐셜 계수들을 40 x 40까지 적용할 수 있도록 했으며, 실제 사용한 지구중력모델은 GEM10B 36 x 36 이다.

### 3. 태양과 달의 중력에 의한 섭동력

정지위성의 경우 태양과 달의 중력에 의한 섭동력이 상당히 크게 작용하며, 이 섭동력은 지구, 태양, 달 및 인공위성의 상호거리 벡터에 의존하므로 그 위치를 정밀하게 구하는 것이 중요하다. 특히 달의 경우, 태양보다 지구에 더 가까이 있기 때문에 지구에서 달까지의 거리는 섭동력의 정밀성을 좌우할 수 있는 매우 중요한 요소이다. 지금까지 태양계의 운동에 대한 다양한 이론에 바탕을 둔 많은 천체력들이 나왔으나, 대부분이 일반섭동론을 이용한 해석적인 이론을 사용했기 때문에 급수전개의 한계로 인해 일정정도의 오차를 수반할 수밖에 없었다. 달의 위치를 결정하는 식을 보면 1600여개의 삼각함수의 전개식으로 되어 있을 정도로 복잡하다. 이런 문제를 해결하기 위해 MIT(Massachusetts Institute of Technology)와 JPL(Jet Propulsion Laboratory) 등에서 태양계에 대한 정밀한 수치적분을 이용한 천체력을 만들기 시작했다(Roy 1982). NASA의 GEODYN(Martin 1974), GTDS(Cappellari *et al.* 1976), GPS 위성의 궤도예측에 쓰이는 OASIS 등 현재 외국의 유명한 정밀궤도결정 및 예측 소프트웨어들은 JPL에서 1984년에 발표한 DE200 천체력을 사용하고 있다. 본 연구에서 사용한 DE403 천체력은 JPL에서 1995년 12월에 발표한 것으로 가장 최근의 광학, VLBI 및 Laser 관측자료를 바탕으로 정밀 수치적분을 통해 생성된 것이며, IERS(International Earth Rotation Service) J2000 기준 좌표계이다(Standish *et al.* 1995). DE403의 정밀성은 지구에서 달까지 거리 오차가 약 1 m 이내인 것으로 알려져 있다.

인공위성에 작용하는 태양과 달의 인력에 의한 섭동력은 태양과 달이 직접적으로 위성에 미치는 인력과 지구중심에 미치는 인력의 차에 해당되는 크기를 갖는다.

태양과 달의 인력에 의한 섭동가속도는

$$\ddot{\vec{r}}_{sm} = \sum_{i=1}^2 Gm_i \left( \frac{\vec{r}_i - \vec{r}}{|\vec{r}_i - \vec{r}|^3} - \frac{\vec{r}_i}{|\vec{r}_i|^3} \right) \quad (2)$$

의 형태로 나타난다. 여기서  $i=1$ 일 때는 태양,  $i=2$ 일 때는 달의 인력에 의한 가속도를 의미한다. 지구중심 직교좌표계에서 태양과 달까지의 거리 계산은 주어진 시간에서 DE403 천체력을 다항식에 의한 보간법(polynomial interpolation)에 대입시켜 구한다. 태양과 달 이외의 다른 행성의 인력에 의한 영향도 있으나, 이러한 영향은 매우 작으므로 무시할 수 있다.

#### 4. 태양복사압에 의한 섭동력

태양은 끊임없이 외부로 복사에너지를 방출하므로 태양의 복사에 의한 힘도 인공위성의 섭동력으로 작용한다. 질량이  $m_{sat}$  인 인공위성의 섭동가속도는

$$\ddot{\vec{r}}_{SR} = \frac{S}{c} \left( C_R \frac{A_{eff}}{m_{sat}} \right) \frac{\vec{r}_{s\odot}}{r_{s\odot}^3} \quad (3)$$

의 형태로 표시되며, 여기서  $c$ 는 빛의 속도,  $S$ 는 1AU만큼 떨어진 거리에서 태양의 평균복사압,  $C_R$ 은 위성표면의 반사율에 비례하는 계수,  $A_{eff}$ 는 위성의 단면적,  $r_{s\odot}$ 는 인공위성에서 태양까지의 거리를 의미한다.  $r_{s\odot}$ 는 주어진 시간에서 JPL DE403 천체력을 다항식에 의한 보간법으로 구한다. 태양복사압에 의한 인공위성의 섭동가속도는 인공위성과 태양사이의 거리벡터에 의해 시간에 따라 변화하게 됨을 알 수 있다.

인공위성이 지구의 그림자 뒤로 들어갈 때는 태양복사압에 의한 섭동력을 받지 못하기 때문에, 이를 고려해 주어야 한다.

인공위성이 식을 일으키는 조건은

$$\vec{r} \cdot \vec{r}_{s\odot} < 0 \quad (4)$$

와 동시에

$$r \sin \left[ \cos^{-1} \frac{\vec{r} \cdot \vec{r}_{s\odot}}{r} \right] < R_{atm} \quad (5)$$

을 만족해야 한다. 여기서,  $R_{atm}$ 은 지구적도반경에 식을 일으키는 대기의 고도를 더한 값이다.

정지궤도의 경우는 42164 km 정도의 고궤도임과 동시에 지구의 적도면이 황도면과 기울어져 있기 때문에, 일년중에 태양이 적도면을 통과하는 춘분과 추분을 전후한 때만 짧은 시간동안 식을 일으킨다.

### 5. 결 과

본 연구에서 개발한 코웰방법을 이용한 궤도예측 알고리즘(이하 코웰)의 결과를 미국 AGI사에서 개발한 STK(Satellite Tool Kit)의 보조 모듈인 HPOP(High Precision Orbit Propagator)의 결과와 비교해 보았다. 기산일은 1997년 2월 7일 12시 0분 0초 (UT)이며, 초기입력궤도요소는 장반경( $a$ ) = 42164.4871 (km), 이심률( $e$ ) = 9.09519D-5, 궤도경사각( $i$ ) = 3.392897D-2 (deg), 승교점적경( $\Omega$ ) = 111.96200 (deg), 근지점인수( $\omega$ ) = 297.51345 (deg), 평균근점각( $M$ ) = 24.19718 (deg)이다. 기산일로 부터 20일동안 궤도전파를 시켰으며, 각 궤도요소의 차이(HPOP-코웰)는 그림 1 ~ 그림 4와 같다.

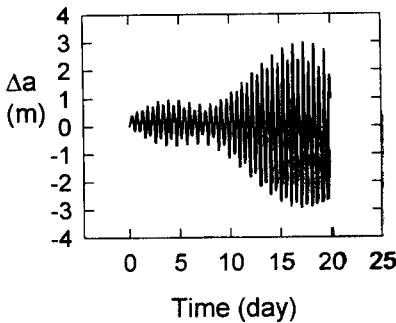


그림 1. 코웰과 HPOP의 장반경 차이.

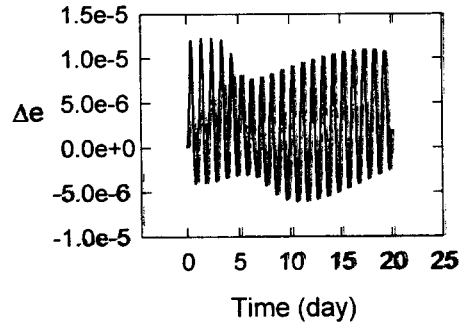


그림 2. 코웰과 HPOP의 이심률 차이.

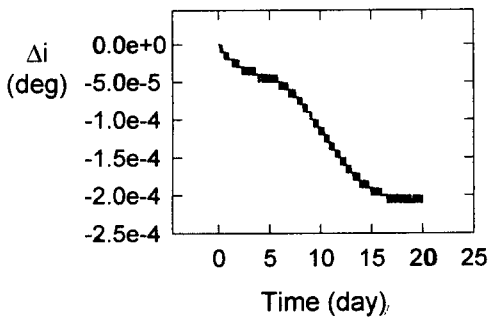


그림 3. 코웰과 HPOP의 궤도경사각 차이.

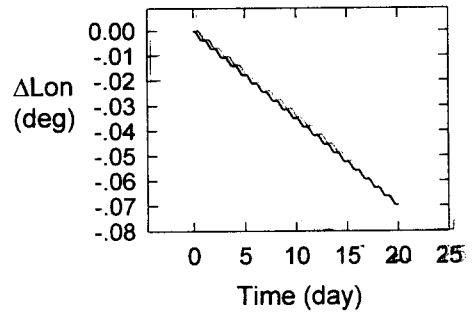


그림 4. 코웰과 HPOP의 실제경도 차이.

## 6. 결 론

코웰과 HPOP의 장반경 차이는 20일동안 최대 3m, 이심률은  $10^{-5}$  차수, 궤도경사각은  $10^{-4}$  차수 이내의 정밀도 내에서 잘 일치하는 것을 알 수 있는데 이 차이의 1차적인 원인은 태양과 달에 의한 섭동계산에서 발생한다. 코웰의 경우 JPL에서 나온 DE403 천체력을 사용하여 지구에서 달과 태양까지의 거리를 구한 반면, HPOP는 U.S. Naval Observatory에서 발행된 천체력을 사용하였기 때문에 이 두 천체력의 정밀성 차이가 반영된 결과이다.

2차적인 원인은 두 프로그램에서 사용된 여러 상수들과 계수들이 서로 다른데, 특히 지구중력 모델이 서로 틀리기 때문이다. 코웰의 경우 GEM10B 지구 모델을 사용한 반면, HPOP는 JGM-2 모델을 사용하였기 때문에 각각의 모델에서 사용한 지구중력포텐셜 계수들이 약간이 다르다.

궤도예측 알고리즘의 실질적인 정밀성을 보장하는 것은 위성에 적용된 섭동모델이 얼마나 정밀한가에 달려 있다. 본 연구에서 개발한 코웰 궤도예측 프로그램은 정밀성을 극대화하기 위해서 지구 중력포텐셜 GEM10B  $36 \times 36$ 을 적용하였으며, 지구에서 달과 태양까지의 거리를 구하는데 있어 현재까지 가장 정밀하다고 알려진 JPL에서 발표한 DE403 천체력을 도입하였다. 그리고 2계 미분방정식을 수치 적분할 때 끝자름오차의 누적을 최대한 줄이기 위해 적분간격을 자동으로 조절하는 8계 Runge-Kutta 방법을 사용하였다. 정지궤도의 경우 대기의 밀도가 매우 희박하기 때문에 지구대기에 의한 저항력을 무시할 수 있으며, 지구표면 반사에 의한 섭동, 조석효과, 상대론적 효과들은 0.5 m 이내의 오차를 유발하는 섭동력들이므로, 본 연구에서 개발한 코웰 궤도예측 프로그램의 실제 정밀성은 지구 주위를 한바퀴 도는데 장반경의 오차가 0.5 m 이내라고 할 수 있다.

## 참고문헌

- Cappellari, J. O., Velez, C. E. & Fuchs, A. J. 1976, Mathematical Theory of the Goddard Trajectory Determination System, Goddard Space Flight Center Report (X-582-76-77)
- Martin, T. V. 1974, GEODYN Descriptive Summary, NAS 5-11933-MOD 30
- Pocha, J. J. 1987, An Introduction to Mission Design for Geostationary Satellite (D. Reidel Publishing Company: Dordrecht), p.138
- Roy, A. E. 1982, Orbital Motion (Adam Higer: Bristol), p.230
- Standish, E. M., Newhall, X. X., Williams, J. G. & Folkner, W. M. 1995, JPL Planetary and Lunar Ephemerides: DE403/LE403, JPL IOM 314.10-127