

## 유연모드를 가진 인공위성의 자세제어를 위한 동역학 모델링 및 반작용휠 제어기 설계

우 병 삼 · 채 장 수

대우중공업 위성정밀담당 위성개발실

### DYNAMIC MODELING AND REACTION WHEEL CONTROLLER DESIGN FOR FLEXIBLE SATELLITE AOCs

Byoungsam Woo and Jangsoo Chae

Satellite-Precision Sensor Division, Daewoo Heavy Industries Ltd.

(Received October 31, 1997; Accepted November 30, 1997)

#### 요 약

본 연구에서는 유연모드를 고려한 위성체 모델링 방법들을 소개하고, 이에 따라 3축 안정화 위성의 유연모드를 모델링하였다. 이 모델을 강체에 대해 설계되었던 반작용휠을 이용한 자세제어루프에 적용하였다. 본 연구에서는 유한요소모델이 완성되기 전 단계에서 집합모드모델 중 전역모드모델을 이용하는 것을 제안하였고, 이를 유한요소법을 이용하여 계산된 모델과 제어기 필터 설계의 관점에서 비교하였다. 새로운 유연모드가 적용됨에 따라 제어기 요구조건을 만족시키기 위한 필터가 필요하여 반작용휠의 모터제어기 루프와 축제어기 루프에 각각 1차필터를 설계하여 추가하였다. 제어루프 설계 및 시뮬레이션을 위해 MATLAB/Simulink를 사용하였다.

#### ABSTRACT

In this study, a few of the modeling methods for flexible spacecraft were introduced and adopted to the modeling of a 3-axes stabilization satellite. The generated model was put into pre-built rigid body attitude control loop. A Lumped Parameter Model(Global Mode Model: GMM) was recommended for the absence of the Finite Element Method (FEM) model. Finally, GMM was compared with FEM in terms of designing a control filter. A 1st-order filter was designed to meet requirements of the controller since the new flexible model was applied, and that filter was added to motor controller and axis controller. MATLAB/Simulink was used as a tool for design and simulation of the control loop and filter.

#### 1. 서 론

과거의 인공위성은 주어지는 임무가 비교적 간단하였기 때문에 크기도 작았고 요구되는 전력량도 작았다. 그러나 현재의 인공위성은 자체의 질량과 크기가 커졌고 요구되는 전력량이 증가함에 따

표 1. 위성 유연체 모델링 방법.

모델링방법	특 정
강체모델	제어기 설계 초기나 거의 강체의 소형위성에 대해 적용
집합모드방법	추정모드방법의 일종으로 여러개의 강체의 중첩으로 유연체를 모델링함
유한요소법	NASTRAN 등을 이용한 정확한 모델방법. 위성개발 초기에 이용이 어려움
편미분방정식	완전한 분석적 해를 모델로 이용. 초기 개념설계시 사용
추정모드방법	유연모드를 알려진 여러 모드로 대표함. 간단한 기하학적 형태의 위성이나 유연성이 작은 위성에 적합한 모델

라 대형의 태양전지판이 채택되고 있다. 위성의 본체는 일반적으로 강체로 모델링하지만 태양전지판들은 실제 유연성을 가지기 때문에 자세제어계를 설계하는데 있어서도 위성체의 유연체 효과를 고려하는 것이 필수적이 되었고, 특히 고정밀 자세제어계는 유연체의 영향을 많이 받게된다. 위성의 유연구조물들은 일반적으로 저주파영역에서 매우 작은 감쇠비를 갖고 있으며 무한개의 모드로 모델링된다. 각 모드의 고유주파수는 여러 영역에 걸쳐 분포하는데 이중에는 자세제어 대역폭 근방에 위치하여 자세제어 토크발생시 자극되는 것도 있다. 유연구조물을 자세제어기 설계에 포함시킬 때에는 그 영향이 큰 것을 중심으로 해서 유한개의 모드를 사용하는데, 본 연구에서는 제어시뮬레이션에 포함시키기 위한 유연체의 모델링과정을 보이고, 유연모델을 개발한 후 제어루프에 포함하여 그 결과를 분석하였다. 반작용형 제어기 설계시의 요구조건이 강체모델에 대해 만족되었다더라도 일단 유연체를 포함하게 되면 이에 대한 추가적인 설계가 필요하게 된다. 이러한 추가적 설계를 진행하기 위해서 유한요소모델이 없는 초기단계에서는 전역모드해석 결과를 이용하고, 유한요소모델이 만들어진 후 이를 이용하였다. 물론 현재의 유연체 모델링은 상대적으로 정확한 유한요소법이 주로 사용되고 있지만 유한요소법은 물리적 직관이 어렵고 구조분석이 끝난 후에나 사용이 가능하기 때문에 초기 제어기 설계 및 유연효과가 작은 경우에는 충분한 정밀도를 제공하는 다른 간단한 방법들이 사용될 수 있다. 표 1에 이러한 방법들과 특징들을 정리하였다(Junkins & Kim 1993).

2. 유연 태양전지판 분석

유한요소 모델은 상태공간에서 행렬의 차수가 크고 직관적인 접근이 어려우며 구조부분의 모든 자료가 결정된 후에 사용가능하기 때문에 본 연구에서는 유한요소 모델이 확정되기 전에 사용될 수 있는 모델 중 태양전지판을 외팔보로 모델링하는 방법과 전역으로 모델링하는 방법에 대하여 논하였다. 본 연구에서는 유연체 모델링시 회전운동만을 고려하고 축간 중첩은 없다고 가정하여 1축 자세변화만을 기술하였다. 그림 1에 위성의 회전운동 및 유연보를 나타내었다. 이때 위성체의 운동방정식은 위성중심에서 태양전지판까지의 거리를 표준화 하기위한 매개변수  $\xi$ 를 도입하여 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} + \left(\frac{EI}{\rho A}\right) \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} = \ddot{\theta}_r x = \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} + \left(\frac{EI}{ml^3}\right) \frac{\partial^4 \eta}{\partial \xi^4} = \ddot{\theta}_r \left(\xi + \frac{a}{l}\right) : \text{변형운동} \quad (1)$$

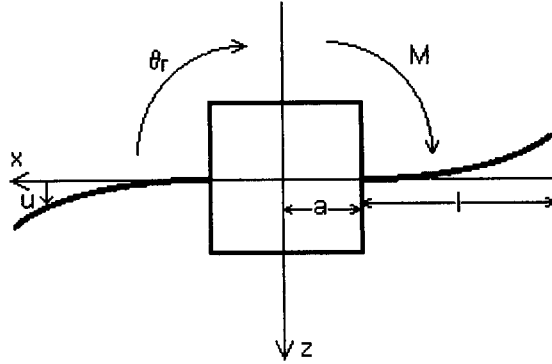


그림 1. 유연 태양전지판과 회전 운동.

$$I_r \ddot{\theta}_r - 2\rho A \int_a^{a+l} x \left( \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) dx = I_r \ddot{\theta}_r - 2ml^2 \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \left( \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} \right) d\xi = M : \text{회전운동} \quad (2)$$

여기서  $E$ : 탄성계수,  $I$ : 단면의 관성 모멘텀,  $I_r$ : 전체 관성 모멘텀,  $M$ : 제어토크,  $l$ : 보의 길이,  $a$ : 질량중심으로부터 보의 시작점까지의 거리,  $\rho$ : 보의 밀도,  $A$ : 단면적,  $u$ : 상대변위,  $\theta_r$ : 강제회전각,  $x = l\xi + a$ ,  $u = \eta(\xi, t)l$ ,  $m = \rho Al$ 이다.

### 2.1 외팔보모델 분석

위성에 부착된 태양전지판을 외팔보로 가정하고 위성의 본체는 고정되었다고 하면 잘 알려진 한 쪽이 고정된 외팔보에 대한 모델을 사용하여 상대적으로 간단하게 식 (1)과 식 (2)를 풀 수 있다. 외팔보의 변위함수와 Laplace변환을 이용하여 얻은 모델은 다음과 같다(Xiao 1995).

$$\theta_r(s) = \frac{M(s)}{I_r s^2} + s^2 \theta_r(s) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{k_n}{s^2 + \omega_n^2} \quad (3)$$

$$k_n = \frac{2ml^2}{I_r} \frac{\left[ \int_0^1 \psi_n(\xi) \left( \xi + \frac{a}{l} \right) d\xi \right]^2}{\int_0^1 \psi_n^2(\xi) d\xi} \quad (4)$$

여기서  $\psi_n(\xi)$ 는 외팔보의  $n$ 번째 모드형태이다. 식 (3)의 블록선도를 그림 2(a)에 보였는데 여기서는 첫번째와 두번째 모드만 포함하였다.

### 2.2 전역모드 모델 분석

전역모드 모델은 외팔보모델과 달리 전체 시스템, 즉 전역모드를 직접 유도하는 방법으로, 현재 제어기 설계목적으로 외팔보 모델보다 더 널리 사용되고 있다(Xiao 1995). 식 (1)과 식 (2)를 연립하여  $\ddot{\theta}_r$ 을 소거하면 식 (5)가 된다.

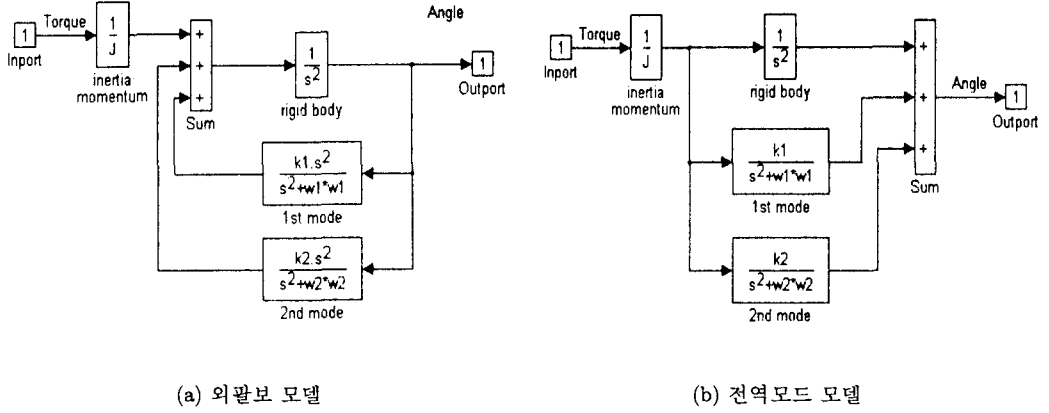


그림 2. 집합모드 방법의 블록선도.

$$\frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} - \left( \frac{2ml^2}{I_r} \right) \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \frac{\partial^2 \eta}{\partial t^2} d\xi + \left( \frac{EI}{ml^3} \right) \frac{\partial^4 \psi_n}{\partial \xi^4} = \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \frac{M}{I_r} \quad (5)$$

$$\eta(\xi, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n(\xi) q_n(t) \quad (6)$$

여기서  $\psi_n(\xi)$ 는  $n$ 번째 모드형태,  $q_n(t)$ 는  $n$ 번째 모드의 일반화좌표이다. 식 (6)을 식 (5)에 대입하고,  $q_n(t) = \cos(\Omega_n t)$ 으로 놓은 후 미분방정식을 풀면 식 (7), (8)을 얻는다.

$$\left( \frac{EI}{ml^3} \right) \frac{\partial^4 \psi_n}{\partial \xi^4} = \Omega_n^2 \psi_n - \Omega_n^2 \left( \frac{2ml^2}{I_r} \right) \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi \quad (7)$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ \psi_n - \left( \frac{2ml^2}{I_r} \right) \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi \right] (\ddot{q}_n + \Omega_n^2 q_n) \right\} = \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \frac{M}{I_r} \quad (8)$$

또 식 (2)의  $\ddot{\theta}_r$ 을  $\theta_r = b_n \cos(\Omega t)$ 와 같이 놓고 식 (2)를 풀면 식 (9)를 얻는다.

$$2ml^2 \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi = I_r b_n \quad (9)$$

식 (9)를 식 (8)에 대입하면, 식 (10)을 얻고, 식 (10)은 식 (11)과 같이 정리된다.

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left\{ \left[ \psi_n - b_n \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \right] (\ddot{q}_n + \Omega_n^2 q_n) \right\} = \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \frac{M}{I_r} \quad (10)$$

표 2. 유연모드와 고유주파수.

모드	주파수(Hz)	모드 내용
1-6	0.0	강체 모드
7	0.49	대칭성 태양전지판 상하회전운동
8	0.73	비대칭성 태양전지판 상하회전운동

$$\ddot{q}_n + \Omega_n^2 q_n = \frac{A_n M}{I_r} \tag{11}$$

여기서  $A_n$ 은 계수항이다. 한편 식 (2)를 Laplace변환하고  $\theta_r$ 에 대해 정리하면, 식 (12)와 같다.

$$\theta_r(s) = \frac{M(s)}{I_r} \left\{ \frac{1}{s^2} + 2ml^2 \sum_{n=1}^{\infty} \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi \frac{q_n(s)}{M(s)} \right\} \tag{12}$$

식 (11)을 Laplace변환해서, 식 (12)에 대입하면 다음과 같은 최종적인 모델을 얻는다.

$$\theta_r(s) = \frac{M(s)}{I_r s^2} \left\{ 1 + s^2 \sum_{n=1}^{\infty} \left[ \frac{k_n}{s^2 + \Omega_n^2} \right] \right\} \tag{13}$$

$$k_n = \frac{\frac{2ml^2}{I_r} \left[ \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi \right]^2}{\int_0^1 \psi_n^2 d\xi - \frac{2ml^2}{I_r} \left[ \int_0^1 \left( \xi + \frac{a}{l} \right) \psi_n d\xi \right]^2} \tag{14}$$

식 (13)의 전달함수를 블록선도로 나타내면 그림 2(b)와 같은데 역시 첫번째와 두번째 모드까지만 나타내었다.

### 2.3 유한요소모델 분석

본 연구에 사용된 유한요소 모델은 NASTRAN 분석결과로 얻어진 것을 제어루프에 사용하기 적당한 형태로 변환한 것인데, 이때 상태공간표현법이 사용되었다. 상태공간표현법을 사용하기 위해서는 인공위성 몸체와 그에 대한 토크입력 및 출력이 정의되어야한다. 본 연구에서는 4개의 반작용휠의 제어토크를 입력으로, 자이로의 각운동 추정값을 출력으로 하였는데 상태공간 모델에서는 반작용휠과 자이로의 위치에 대한 Modal Factor가 입력과 출력으로서 표현된다(식 (15)).

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -w_n^2 & -2\zeta w_n \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ \Phi_{wheel} \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} \Phi_{gyro} 0 \end{bmatrix}, D = [0] \tag{15}$$

여기서  $w_n$ 은 고유주파수(대각행렬),  $\zeta$ 는 감쇠비,  $\Phi$ 는 반작용휠과 자이로의 모달행렬,  $I$ 는 단위행렬이다. 본 연구에서 행렬의 차수는 유한요소법 해석결과에 따라 결정되며 이 모델을 기존의 제어루프에 포함시키기 위해서 MATLAB의 State-Space Block을 사용하였다. 표 2에 유한요소법 해석결과로 나온 유연모드와 고유주파수를 보였다.

표 3. 전역모드해석 변수.

변수	값	변수	값
a	0.435m	$I_r$	265kgm <sup>2</sup>
l	3.00m	$w_1$	3.0787rad/sec
EI	97.60Nm <sup>2</sup>	$w_2$	4.5867rad/sec
m	10.00 kg		

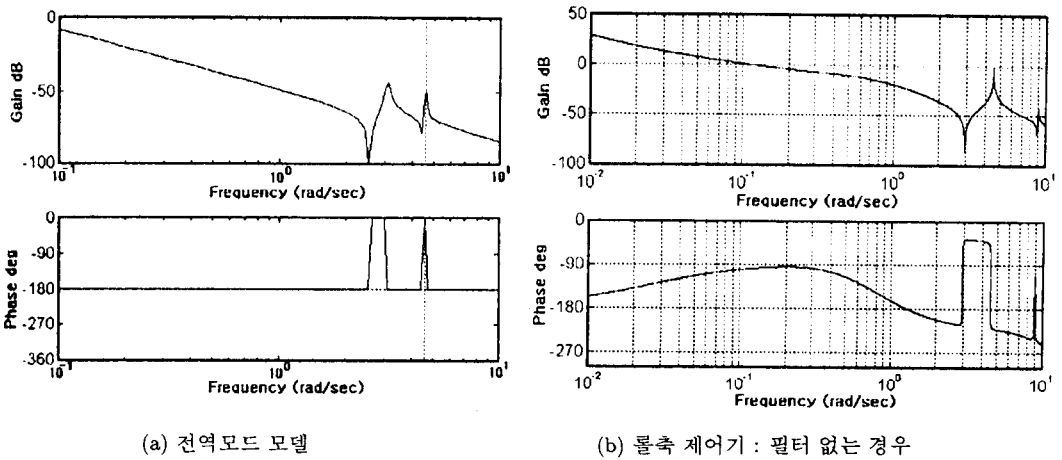


그림 3. 유연체(a) 및 축 제어기(b)의 Bode선도.

### 3. 모델링 결과

위의 세가지 모델링 방법 중 전역모드 방법과 유한요소 방법의 모델링 결과를 나타내면 아래와 같다. 우선 전역모드 모델링 결과를 보인다. 본 연구에서는 가장 큰 두 개의 유연모드(표 2의 7, 8번 모드)만 모델링 되었으며, 표 3에 전역모드 모델링에 사용된 변수들을 나타내었다. 표 3의 값들을 식 (14)에 대입하면  $k_1, k_2$  값을 구할 수 있으며, 이를 이용해 전달함수를 구성할 수 있다. 그림 3(a)에 두개의 유연모드만을 포함한 전달함수의 Bode선도를 보인다. 유연모드의 주파수 근방에서 이득값이 튀는 것이 잘 나타나 있다. 유한요소 모델링의 경우에도 유한요소 모델만의 Bode선도는 그림 3(a)와 유사하다. 그림 3(b)에 유한요소 모델을 포함한 롤축 제어기의 Bode선도를 보이고, 그림 4에 그림 3(b)를 얻은 1축 제어루프를 보인다(우병삼 등 1997). 그림 3(b)에서는 1차와 2차모드에서 이득이 급격히 낮아지다가 튀는 현상을 볼 수 있다. 전역모드방법은 태양전지판을 한쪽이 고정된 외팔보로 가정하고 2차까지의 유연모드만 포함하였으며 이외의 여러 변수를 가정했기 때문에 그림 3(a)와 그림 3(b)에 나타난 특성이 정확하게 일치하지는 않는다. 그러나 제어기 설계의 측면에서 전역모드모델은 유한요

표 4. 유연모형을 포함한 축제어기의 성능특징.

축	1차필터가 없는 경우	1차필터가 장착된 경우
롤	이득여유: 3.547dB, 위상여유: 58.23°	이득여유: 16.12dB, 위상여유: 76.07°
피치	이득여유: 21.04dB, 위상여유: 82.17°	이득여유: 14.21dB, 위상여유: 76.79°
요	이득여유: 20.27dB, 위상여유: 81.64°	이득여유: 16.38dB, 위상여유: 77.48°

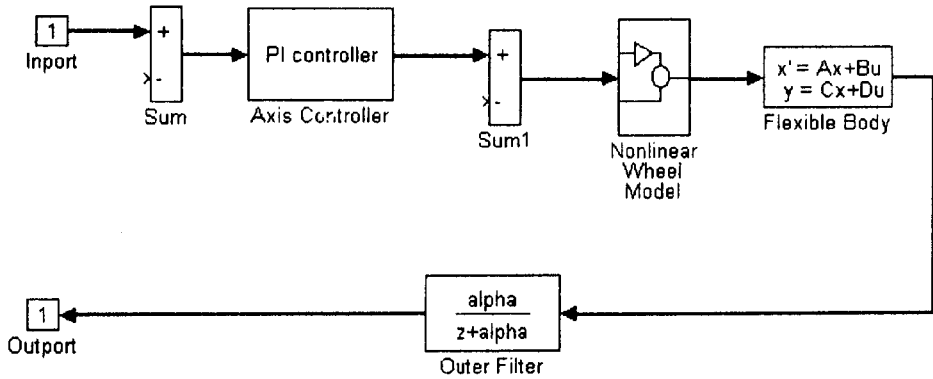


그림 4. 롤축 제어기의 개루프 블록선도(우병삼 등 1997).

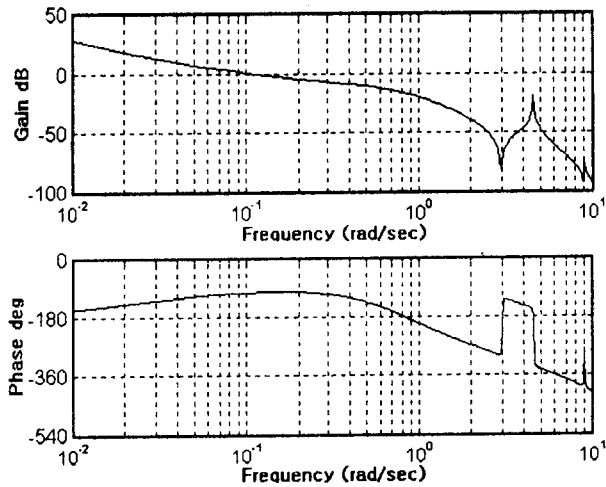


그림 5. 1차필터를 포함한 롤축 제어기의 Bode선도.

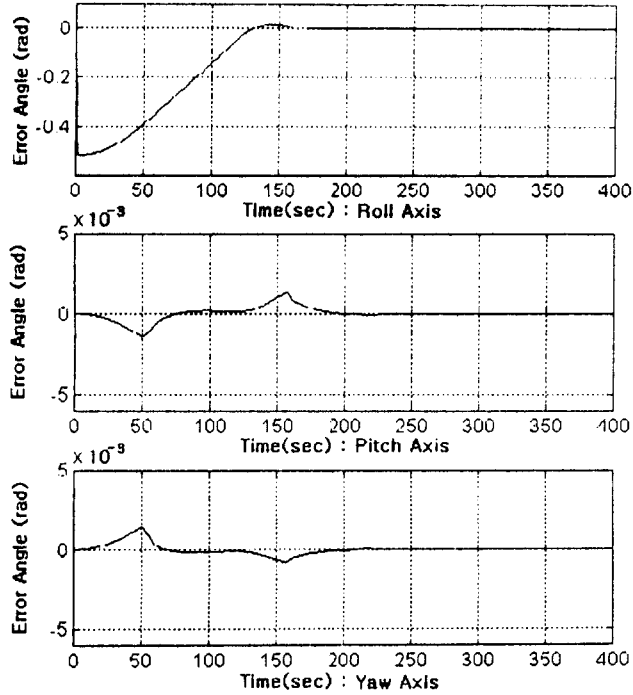


그림 6. 롤축의 30 degree 계단입력에 대한 응답특성.

소모델과 충분히 유사한 특징을 보이므로 전역모드모델이 제어기 설계에 유용하게 사용될 수 있는 것을 알 수 있다.

#### 4. 필터 설계

반작용휠 제어기는 크게 모터를 제어하는 루프와 모터를 이용해 위성체의 자세를 제어하는 루프(축 제어기)로 되어있다. 가장 상위의 제어기 요구조건은 다음과 같다.

- 축제어기의 대역폭은 0.02 Hz, 모터제어기의 대역폭은 0.2 Hz
- 이득여유 10 dB이상, 위상여유 30 degree 이상

강체에 대해 위의 요구조건들을 만족시키는 반작용휠 제어기도 유연모델을 포함했을 경우 그림 3(b) 및 표 4에 보인 것같이 위의 요구조건들을 만족시키지 못하게 된다. 따라서 두 개의 1차필터를 설계하여 제어기의 성능을 향상시켰고 그 결과는 표 4에 보였다.

추력기와 달리 반작용 휠의 경우 제어토크가 유연모드를 쉽게 자극하지 않으며(Iwens 1981), 실제로 피치나 요축의 경우 요구조건을 만족시키고 있는 것을 알 수 있다. 그러나 롤축의 경우 이득여유가 요구조건을 만족시키지 못하므로 1차필터를 설계하여 모터와 축 제어기에 장착하였다. 그림 4의



outer filter블록이 축 제어기용 필터이고 Nonlinear Wheel Model블록의 내부에 모터 제어기용 필터를 삽입하였다. 표 4를 보면 필터에 의해 롤축 이득여유가 3.547 dB에서 16.12 dB로 증가되어 상태안정도가 개선된 것을 알 수 있다. 피치와 요축의 경우도 요구조건을 만족시키지 못하면 각 축에 맞는 필터를 설계해야 할 것이다. 필터를 대입한 후 롤축 제어기의 Bode선도를 그림 5에 나타내었다.

필터를 포함하는 시간영역해석시 3축 시뮬레이션 루프를 이용하여 각 축이 유연모드에 의해 서로 중첩되는 것을 검사하고 필터가 이를 효과적으로 상쇄함을 보이기 위한 시뮬레이션을 수행하였다. 그림 6은 롤축에 30 degree의 계단입력이 들어왔을 경우를 시뮬레이션 한 것인데, 피치축과 요축을 보면 롤축의 움직임에 의한 영향이 나타나 있다. 이는 유연모드가 축간에 중첩되어 있는 것을 보이고 있는데 강체 모델에서는 축간 중첩이 없었다. 그림 6에 나타나있는 피치축과 요축의 중첩에 의한 영향은 0.05 degree정도이다.

## 5. 결론

자세 제어를 설계하는 과정에서 위성체의 유연모드를 포함시키기 위해 상세한 유한 요소모델이 완성되기 전에 사용될 수 있는 전역모드 모델을 구성하였고 이 모델이 제어기필터를 설계하는 목적에 대해 실제의 유연모드를 효과적으로 재현할 수 있는 것을 보였다. 제어기에 유연모드를 포함한 후 제어기의 성능이 나빠진 경우에는 이것을 보상하는 필터를 설계하여 제어기의 성능을 유지하였다.

## 참 고 문 헌

- 우병삼, 정보환, 채장수 1997, 한국항공우주학회지, 25, 148  
 Iwens, R. P. 1981, Basic spacecraft attitude control tools(대우중공업: 대전)  
 Junkins, J. L. & Kim, Y. 1993, Introduction to Dynamics and Control of Flexible Structures (AIAA: Washington), pp.140-217  
 Xiao, Y. 1995, Elements of Flexible Spacecraft Dynamics Lecture note(대우중공업: 대전), pp.32-40