

식생을 고려한 개수로 흐름에서의 경계층이론

최성욱 (연세대학교 사회환경시스템공학부 토목공학과 조교수)

1. 서론

과거에는治水적인 측면에서 하상과 둔치에 자생하는 植生 (vegetation)이 홍수시 하천의 통수능력을 줄인다는 이유로 기피의 대상이 되어왔다. 그러나 근래에 들어 생활수준의 향상과 더불어 국민의 여가생활에 있어서 하천의 親環境的 역할이 증대되고 있다. 따라서 하천과 습지의 식생에 대한 관리태도에 인식의 변화가 생기기 시작하였다. 즉 하천에서의 식생은 토사의 침식을 억제하여 탁도를 줄이며, 수중야생동물들의 서식처를 제공하고, 제방의 식생은 제방의 안정에 기여한다. 뿐만아니라 식생에 의한 마찰의 증가는 침투홍수량을 줄이는데 기여하고 유출에 의한 오염물질을 여과한다. 그러나 무엇보다도 삭막하게 콘크리트로 뒤덮여진 하천보다 식생이 번성하고 있는 환경친화적인 하천은 도시인에게 자연을 느끼게 한다고 하겠다.

하천에 자생하는 식생을 수리학적으로 고려하기 위하여, 과거에는 Manning공식 등을 이용할 때 조도계수를 늘려 통수능력을 줄여줌으로써 樹木의 효과를 고려하였다 (Chow, 1959). 이때 식생의 밀도 등에 따라 조정되는 조도계수는 유체역학적인 판단에 근거해서가 아니고 주로 경험적으로 결정되었다. 근래에 들어 유체역학과 수리학에 근거한 방법들이 제시되기 시작하였으며 (Li and Shen, 1973 ; Kouwen, and Unny, 1973 ; Saowapon and Kouwen, 1989). 실험관측을 통해서도 식생주위의 난류구조에 관한 연구도 진행되었다 (Tsujimoto, 1992 ; Dunn, 1996). 우리나라에서도 최근에 들어 인공적으로 개량된 하

천의 형상을 자연형상으로 복원하려는 움직임이 일고 있으며, 이에 따른 학술적인 연구도 활발하게 진행중이다 (윤세의, 1996 ; 이진원과 우효섭, 1994 ; 이진원과 유대영, 1997 ; 조홍제와 이준용, 1997). 그러나 국내외적으로, 특별히 수리학적 측면에서, 식생이 하천의 흐름에 미치는 영향에 대한 연구는 미흡하다고 하겠다. 본 기사에서는 境界層理論 (boundary layer theory)을 이용하여 식생의 영향을 고려한 개수로 흐름의 지배방정식을 유도하고자 한다.

2. 식생을 고려한 배수곡선식

그림1과 같은 경계층 좌표계 (boundary layer coordinate)에서 식생이 번성한 하천의 이차원 흐름을 생각하자. 이 흐름은 난류로서 정상상태이고 x -와 y -방향으로의 유속성분이 각각 u 와 v 이며 다음과 같은 경계층근사 (boundary layer approximation)가 유효하다고 가정하자.

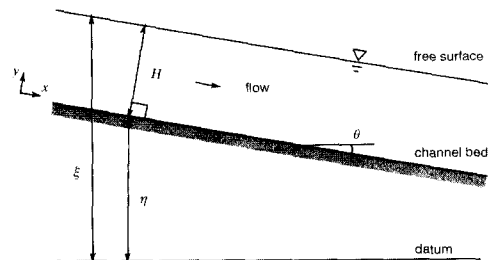


FIG 1. Boundary Layer Coordinate System

$$u \gg v, \quad \frac{\partial}{\partial y} \gg \frac{\partial}{\partial x}$$

이때 경계층 좌표계에서 중력가속도 벡터 \vec{g} 는 다음과 같이 정의된다.

$$\vec{g} = g (\sin \theta, -\cos \theta) \quad (1)$$

여기서 g 는 중력가속도이고 θ 는 하천의 경사각을 나타낸다. 특별히 위의 식에서 하천의 경사가 작을 경우 $\sin \theta \cong \tan \theta$ 이고 $\cos \theta \cong 1$ 이므로 중력가속도 벡터 \vec{g} 를 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$\vec{g} = g \left(\frac{\partial \eta}{\partial x}, -1 \right) \quad (2)$$

또한 그림1에서 자유수면에 대한 운동학적 경계조건 (kinematic boundary condition)은 다음과 같이 쓸 수 있다 (Dean과 Dalrymple, 1984).

$$\frac{\partial H}{\partial t} + u \Big|_H \frac{\partial H}{\partial x} = v \Big|_H \quad (3)$$

그림2는 원주형의 식생이 x -와 z -방향으로의 간격이 각각 l_x 와 l_z 로 고르게 배열된 하천의 평면도이다. 그림에서 식생의 밀도 a 를 단위체적당 흐름방향으로 식생의 투영면적 (projected area)이라고 정의하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$a = \frac{A}{V} = \frac{DH_p}{l_x l_z H} \quad (4)$$

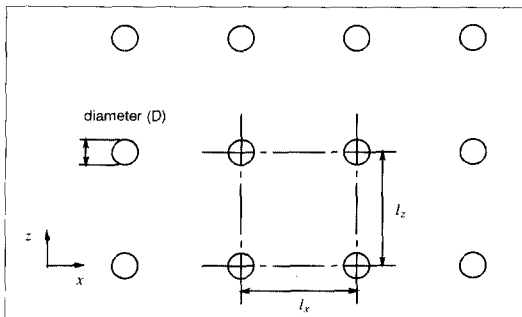


FIG 2. Density of Plants(Plan View)

여기서 D 는 식생의 지름, H_p 는 식생의 길이, 그리고 H 는 수심이다. 식생이 양방향 같은 간격(l)으로 고르게 분포되어 있고 그 길이가 수심과 비슷하다고 하면 식생의 밀도 a 는 D/l^2 가 된다. 식생의 밀도가 a 인 하천에서 단위체적당 식생에 의한 항력 (drag force)은 다음과 같다.

$$f_D = \frac{1}{2} \rho c_D a u^2 \quad (5)$$

여기서 ρ 는 유체의 밀도이고 c_D 는 국부항력계수 (local drag coefficient) 이다. 이때 국부항력계수 c_D 와 유속 u 는 x - z 평면상에서 평균된 값이다.

연속방정식과 식생에 의한 항력을 고려한 x -와 y -방향으로의 운동량방정식은 각각 다음과 같다.

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (6)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} + g S_o - \frac{1}{2} c_D a u^2 \quad (7)$$

$$0 = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial u}{\partial y} - g \quad (8)$$

여기서 p 는 압력이고 S_o 는 하천의 바닥경사를 나타낸다. 식(8)에서 전단응력 τ 는 유체의 점성에 의한 응력과 난류에 의한 Reynolds 응력의 합으로써 다음과 같이 나타낼 수 있는데

$$\tau = \mu \frac{\partial u}{\partial y} - \overline{\rho u' v'} \quad (9)$$

여기서 μ 는 유체의 점성계수이다. y -방향의 운동량방정식을 수로바닥에서 자유수면 ($y=H$)까지 적분하면 다음과 같은 정수압분포식을 얻을 수 있다.

$$p = \rho g (H - y) \quad (10)$$

위의 식을 다시 x 에 대해서 미분하면

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} = g \frac{\partial H}{\partial x} \quad (11)$$

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = -g \frac{\partial \xi}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \tau}{\partial y} - \frac{1}{2} c_D a u^2 \quad (12)$$

여기서

$$\xi = \eta + \frac{H}{\cos \theta} \cong \eta + H \quad (13)$$

이제 Leibnitz 법칙과 식(3)의 운동학적 경계조건을 이용하여 식(6)과 식(12)를 깊이방향 (y -방향)으로 적분하면

$$\frac{\partial H}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^H u dy = 0 \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int_0^H u dy + \frac{\partial}{\partial x} \int_0^H u^2 dy = \\ -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} - \tau_b - \frac{1}{2} \bar{c}_D a \int_0^H u^2 dy \end{aligned} \quad (15)$$

식(15)에서 \bar{c}_D 과 같이 정의된다.

$$c_D = \frac{\int_0^H c_D u^2 dy}{\int_0^H u^2 dy} \quad (16)$$

여기에서 주의해야 할 것은 c_D 가 수평면에 대하여 평균된 값임에 반해 위의 식의 \bar{c}_D 는 체적에 대해서 평균된 항력 계수의 값이라는 사실이다. Similarity Approximation을 사용하여 깊이방향으로의 유속분포가 흐름방향(x -방향)으로 유사하다고 가정하면 형상함수를 사용하여 깊이방향으로의 의존도(dependency)를 없앨 수 있다. 즉

$$u(x, y, t) \cong U(x, t) f(\eta^*) \quad (17)$$

여기서 형상함수 f 와 유사변수(similarity variable) η^* 는 각각 다음과 같이 정의된다.

$$f(\eta^*) = u/U; \eta^* = y/H \quad (18)$$

위의 식에서 U 는 깊이방향으로 평균된 유속이며 이로 인한 형상계수를 다음과 같이 정의할 수 있다.

$$\int_0^1 f(\eta^*)^2 d\eta = \beta \quad (19)$$

위의 식의 β 는 일반적으로 운동량보정계수 혹은 Boussinesq 계수라 불리며 실험을 통해서 얻은 유속 분포를 가지고 계산해낼 수 있다. 앞의 결과를 이용하여 운동량방정식을 다시 쓰면

$$\frac{\partial UH}{\partial t} + \beta \frac{\partial U^2 H}{\partial x} = -gH \frac{\partial \xi}{\partial x} - \frac{\tau_b}{\rho} - \frac{\tau_b}{2} - \frac{\beta}{2} \bar{c}_D a U^2 H \quad (20)$$

만약 $q(=UH)$ 가 시간에 대해서 일정하다고 하면 식(20)은 다음과 같다.

$$gH \frac{dH}{dx} - \beta U^2 \frac{dH}{dx} = gHS_o - \frac{\tau_b}{\rho} - \frac{\beta}{2} \bar{c}_D a U^2 H \quad (21)$$

위의 식을 다시 정리하면 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\frac{dH}{dx} = \frac{S_o - S_f - \frac{1}{2} \beta \bar{c}_D a Fr^2 H}{(1 - \beta Fr^2)} \quad (22)$$

식(22)는 하천에서 식생의 영향을 고려한 背水곡선(backwater curve)의 미분방정식이다. 일반적인 형태의 배수곡선식과 비교해 볼 때, 식생에 의한 영향은 식(21)에서 분자의 세번째 항과 운동량보정계수 β 를 통해서 나타나는 것을 알 수 있는데, 특별히 전자는 식생에 의한 마찰저항의 다른 형태를 의미하며 후자에 비해 영향이 클 것으로 보인다. 위의 식에서 F_r 과 S_f 는 각각 Froude수와 마찰경사로써 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$Fr = \frac{U}{\sqrt{gH}} \quad (23)$$

$$S_f = \frac{\tau_b}{\rho gH} \quad (24)$$

여기서 τ_b 는 개수로 단면의 윤변을 통해서 작용하는 마찰응력이며, Darcy-Weisbach 공식을 사용하여 S_f 를 다시 쓰면 다음과 같다.

$$S_f = \frac{f}{8} \frac{U^2}{gH} \quad (25)$$

여기서 f 는 Darcy-Weisbach 공식의 마찰계수이다.

식(22)의 항력계수 $\overline{c_D}$ 와 운동량보정계수 β 는 수리 실험을 통하여 구할 수 있으나, 일반적으로 실험실에서는 부등류 실험을 행하기가 용이하지 않기 때문에 등류실험에서 얻은 값들을 사용하여 부등류의 배수곡선식에 적용하기도 한다. 이때 등류의 지배방정식은 식(22)에서 다음과 같이 얻을 수 있다.

$$S_0 - S_f - \frac{1}{2} \beta \overline{c_D} a F r^2 H = 0 \quad (26)$$

Dunn(1996)의 실험에 의하면 개수로흐름의 Reynolds 수가 57,000에서 258,000사이에서 $\overline{c_D}$ 의 평균값은

flexible cylinder를 사용하였을 경우 약 0.26 이고 rigid cylinder를 사용하였을 경우 약 0.17이다. 또한 운동량보정계수 β 는 식생의 밀도가 낮은 경우 일반적인 개수로에서의 운동량보정계수 ($\beta = 1.02$)에 근접하였고, 밀도가 높을 때에는 β 가 1.15까지 증가함을 보였다 (Dunn, 1996).

3. 결 론

본 기사는 경계층이론을 이용하여 식생이 하천의 흐름에 미치는 영향을 수리학적으로 검토하였다. 새롭게 유도된 배수곡선식은 기존의 부등류방정식과 유사한 형태를 가지며, 식생에 의한 항력계수와 운동량보정계수를 포함하고 있다. 따라서 유도된 배수곡선식을 이용하여 식생의 밀도에 따른 개수로 흐름의 수리학적 영향을 고찰할 수 있는 이론적 배경을 제시하였다. ●

〈참 고 문 헌〉

- 윤세의 (1996). 하천 식수의 수리학, 한국수자원학회지, 제29권, 제2호, pp.27-38.
- 이진원, 유대영 (1997). 하천내 수목의 내력시험, 한국수자원학회논문집, 제30권, 제3호, pp.211-223.
- 이진원, 우효섭 (1994). 하천내 식수기준의 국내외 비교검토 및 개선방향, 대한토목학회 학술발표회 논문집 (II), pp.295-298.
- 조홍제, 이준용 (1997). 도시하천 고수부지내의 식생에 대한 홍수위변화 해석, 대한토목학회논문집, 제17권, 제II-4호, pp.309-318.
- Chow, V.T. (1959). Open-channel Hydraulics. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Dean, R.G., and Dalrymple, R.A. (1984). Water Wave Mechanics for Engineers and Scientists. Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.
- Dunn, C.J. (1996). "Experimental Determination of Drag Coefficients in an Open-channel with Simulated Vegetation." Master thesis, Department of Civil Engineering, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, IL.
- Kouwen, N. and Unny, T.E. (1973). "Flexible roughness in open channels." Journal of Hydraulics Division, ASCE, 99(5), 723-728.
- Li, R.M. and Shen, H.W. (1973). "Effect of tall vegetations on flow and sediment." Journal of Hydraulics Division, ASCE, 99(5), 793-813.
- Saowapon, C. and Kouwen, N. (1989). "A physically based model for determining flow resistance and velocity profiles in vegetated channels." Symposium on Manning's Equation, B.C. Yen, Ed., Virginia, 559-568.
- Tsujimoto, T., Shimizu, Y., Kitamura, T., and Okada, T. (1992). "Turbulent open-channel flow over bed covered by rigid vegetation." Journal of Hydroscience and Hydraulic Engineering, JSCE, 10(2), 13-26.