

최적화 기법의 종류

이재웅 (국토개발연구원 책임연구원)

Q 수자원과 관련된 여러 분야에서 '최적화 기법'이 쓰이고 있는데 최적화 기법이란 무엇이며, 무슨 종류의 기법이 있는지 알고 싶습니다.

A 최적화 기법이란 공학뿐만 아니라 경제학, 경영학 등에 많이 쓰이는 기법으로서 수학적 또는 수치적 해석을 통하여 가능한 모든 대안을 일일이 검토하지 않고도 최적의 대안을 얻을 수 있는 기법이라고 정의 할 수 있다. 공학의 기본 목적은 기준 시스템을 더욱 향상시키는 동시에 새롭고 좀더 효율적이며 저렴한 시스템을 개발하는 것이므로 최적화 기법은 공학의 모든 분야에 폭넓게 사용될 수 있다.

최적화 기법은 수자원 관리 및 운영 분야에서도 널리 사용되고 있는데 주로 저수지의 최적운영, 저수지의 홍수조절 능력 결정, 수력발전 최적화 등 여러문제에 적용되어 좋은 평가를 받고 있다. 최근에는 의사결정시스템(Decision Support System)이나 지리정보시스템(Geographic Information System)과 함께 사용되어 운영자의 의사결정에 도움을 주고 있다.

일반적으로 최적화 문제는 시스템의 제약조건을 모두 만족시키면서 목적함수를 최적화시키는 결정변수들을 구하는 문제인데 이를 수식으로 표현하면 다음과 같이 표현할 수 있다.

$$\max(\min) f(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ x_1, x_2, \dots, x_n$$

$$s.t. \quad g_j(x_1, x_2, \dots, x_n) \leq b_j$$

여기서 f 는 목적함수, x 는 결정변수, g_j 는 제약조건, b_j 는 제약조건값을 나타낸다. 목적함수와 제약조건의 형태에 따라서 최적화 문제는 다음과 같이 분류될 수 있다.

1. 선형과 비선형(linear and nonlinear)

선형문제는 최적화 문제의 목적함수와 제약조건이 모두 선형식으로 표현되는 문제이고, 비선형문제는 목적함수 또는 제약조건(혹은 제약조건중의 일부)이 비선형으로 표현되는 문제이다.

2. 확정론적과 추계학적(deterministic and stochastic)

확정론적문제는 각 변수나 상수가 고정값 또는 주어진 조건을 갖고있는 문제이고, 추계학적 문제는 입력과 출력관계를 나타내는 변수나 상수가 명확한 수식으로 표현되지 않는 문제이다.

상기 최적화 문제들을 해결하기 위하여 다음과 같이 여러 가지 최적화 기법들이 개발되어 문제의 형태와 성격에 따라 알맞게 적용되고 있다. 여기서는 지면관계상 최적화 기법들의 명칭만 소개하기로 한다.

1. 계산법(Calculus)

2. 선형계획법(Linear Programming)

3. 비선형 계획법(Nonlinear Programming)

① 직접 조사법(Direct Search)

② 라그랑제 승수법(Lagrange Multiplier)

③ 벌칙함수법(Penalty Function)

④ 경사법(Gradient Methods)

⑤ 이차계획법(Quadratic Programming)

⑥ 기하계획법(Geometric Programming)

⑦ 정수계획법(Integer Programming)

⑧ 기타

4. 동적 계획법(Dynamic Programming)

5. 모의기법(Simulation)

6. 분할법과 다단계법(Decomposition and Multilevel Approach)

7. 최적 제어이론(Optimal Control Theory)

8. 기타