

< 논 문 >

맥동종동력이 작용하는 사각 자유경계판의 동적 안정성에 관한 연구

On the Dynamic Stability of Rectangular Plates
with Four Free Edges Subjected to Pulsating Follower Forces

추 연 선* · 김 지 환**

Youn-Sun Choo and Ji-Hwan Kim

(1996년 10월 14일 접수 ; 1996년 12월 21일 심사완료)

ABSTRACT

The dynamic stability of classical plates and Mindlin plates subjected to pulsating follower forces is investigated in this paper. Using the finite element method, the induced equation is reduced to that of one with finite degrees of freedom. Then, the multiple-scales method is applied to analyze the dynamic instability region. The effects of aspect ratio, Poisson ratio, rotary inertia and shear deformation on the dynamic stability of plates are studied in this paper.

1. 서 론

구조물의 변형에 따라 하중의 작용 방향이 변하게 되는 일정한 크기의 종동력(constant follower force)을 받을 때 하중이 어떤 임계값에 이르게 되면 구조물의 두 고유치가 일치하게 되는 동적 불안정성이 나타날 수 있다.

그러나, 구조물이 축방향으로 시간에 따라 하중의 크기가 변하는 맥동력(pulsating force)을 받게 되는 경우에는 하중의 크기가 임계값에 이르지 않더라도 가진 진동수(forced frequency)와 구조물의 횡방향 진동수가 어떤 관계에 이르게 될 경우 구조물의 횡방향 진폭이 시간에 따라 무한히 커지는 동적 불안정성이 나타날 수 있다.

이와 같은 맥동 종동력이 작용하는 보에 대한 연구로서 Beal⁽¹⁾의 연구를 대표적으로 들 수 있는데 이는 양단 자유인 미사일이나 로케트를 모델링한 것으로 여겨지고 있다. 이와 아울러 모든 경계가 자유경계인 판은 우주 구조물의 예와 같은 구조물을 모델링한 경우로서 다루어지고 있다.

맥동력이 작용하는 판에 대한 해석 예로는 다음의 연구들을 들 수 있다.

Hutt 등⁽²⁾은 맥동 압축력과 맥동 전단력을 받는

얇은 판의 동적 안정성에 대해 살펴보고, Duffield 등⁽³⁾은 면내 방향으로 맥동력을 받는 단순지지된 보강 사각평판에 대해 보강 재료의 영향을 실험치와 비교하였다. 일정한 주기에 따라 크기가 변하는 하중은 비행기 날개 패널의 안정성에도 영향을 미칠 수 있는데 Young 등^(4,5)은 공기력과 조화 함수 형태의 면내 방향 하중을 동시에 받는 제침각이 있는 외팔 평판의 안정성에 대해 multiple scales법을 이용하여 조사하였다. 그리하여 시간에 따라 크기가 변하는 면내 하중이 공기력보다 작더라도 공기력이 임계값에 도달하기 전에 동적 불안정성이 나타날 수 있으며⁽⁴⁾, 공기력이 임계값을 초과하는 경우에는 조화하중의 크기와 가진 진동수의 어떤 조합 상태에서 안정한 영역이 존재할 수 있음을 보여주었다⁽⁵⁾.

이상으로 언급한 판에 관한 연구들은 하중이 작용하는 방향이 변하지 않는 판의 동적 안정성에 대한 해석을 수행하였다. Higuchi 등^(7,8)은 우주 구조물을 회전관성과 전단변형을 고려하지 않은 사각 자유경계판으로 모델링하여 일정한 크기의 비보존력이 작용할 때의 동적 안정성을 연구하였다.

본 연구에서는 자유경계의 얇은 판이론(classical plate theory)과 회전관성과 전단변형을 고려한 Mindlin 판이론에 입각한 판에 크기가 일정한 하중과 시간에 따라 크기가 변하는 하중이 가해질 때의 동적 불안정성에 대하여 유한요소법과 multiple scales 방법을 이용하여, 판의 가로세로비, 두께비, 프와송비의 변화가 동적불안정 영역에 미치는 영향

*서울대학교 항공우주공학과

**정회원, 서울대학교 항공우주공학과

을 고찰하였다.

2. 이 론

Fig. 1은 $P_0 + P_1 \cos \Omega t$ 로 가정한 맥동종동력을 받는 사단자유 평판을 보여주고 있다. 여기서 Ω 는 작용 하중의 진동수, t 는 시간, a 와 b 는 각각 판의 가로길이와 세로길이를 나타내며 h 는 판의 두께이다.

2.1 맥동종동력을 받는 얇은 판의 에너지식

두께가 일정한 판에서 변형전에 중립축에 수직인 직선이 변형후에도 수직인 상태를 유지하는 Kirchhoff-Love 가정을 따르는, 중립면에서의 변위를 무시한 얇은 판의 변위장은 다음과 같이 주어진다.

$$u = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial x}, \quad v = -z \frac{\partial w(x, y)}{\partial y},$$

$$w = w(x, y) \quad (1)$$

여기서 u , v 는 각각 x , y 방향으로의 면내 변위이며, w 는 판의 두께 방향으로의 처짐이다. 그리고 $u = u(x, y, z)$, $v = v(x, y, z)$ 이다.

위의 변위장을 따르는 얇은 판의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \rho h \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 dx dy \quad (2)$$

여기서 ρ 는 판재질의 밀도를 나타내며 $w(x, y)$ 는 w 로 표현하였다.

또한 얇은 판의 변형에너지는 다음과 같이 주어진다.

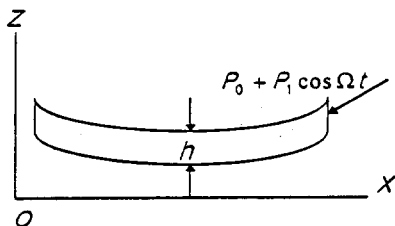
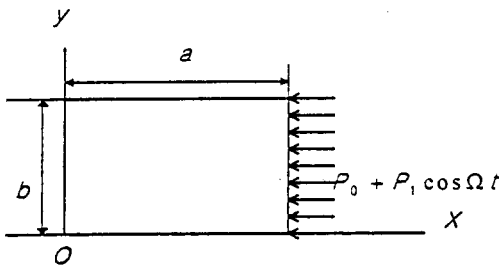


Fig. 1 Rectangular plate with four free edges subjected to pulsating follower forces

$$U = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[D \left\{ (\nabla^2 w)^2 + 2(1-\nu) \left\{ \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} \right)^2 - \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right\} \right\} \right] dx dy \quad (3)$$

여기서 D 는 판의 휨 강성계수, ν 는 프와송비를 나타낸다.

맥동 종동력의 축방향 성분은 자유경계판의 경우 x 축 방향으로 선형적으로 분포하게 되는데⁽⁸⁾, 이러한 축방향 성분에 의한 일은 다음과 같이 표현된다.

$$W_c = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a (P_0 + P_1 \cos \Omega t) \frac{x}{a} \left(\frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 dx dy \quad (4)$$

판의 끝단에 작용하는 맥동종동력에서 축에 수직인 성분에 의한 가상일은 다음과 같다.

$$\delta W_{nc} = - \int_0^b \int_0^a (P_0 + P_1 \cos \Omega t) \frac{\partial w}{\partial x} \bar{\delta} (x-a) \delta w dx dy \quad (5)$$

여기서 $\bar{\delta} (x-a)$ 는 Dirac-Delta 함수이다.

2.2 맥동종동력을 받는 Mindlin 판의 에너지식

전단변형을 허용하는 Mindlin의 가정을 따르는 판은 변형전에 중립축에 수직인 직선이 변형후에는 더 이상 중립축에 수직이 아니어도 되며, 이 가정을 따르는 판의 중립면에서의 면내 변위를 무시한 각 방향의 변위장은 다음과 같다.

$$u = -z \phi_x(x, y), \quad v = -z \phi_y(x, y), \quad w = w(x, y) \quad (7)$$

여기서 ϕ_x , ϕ_y 는 각각 변형전 중립면과 수직인 선 요소의 $x-z$ 평면과 $y-z$ 평면상에서의 회전을 나타낸다.

이러한 변위장에 따라 회전관성을 고려한 판의 운동에너지는 다음과 같다.

$$T = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left\{ \rho h \left(\frac{\partial w}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{12} \rho h^3 \left(\frac{\partial \phi_x}{\partial t} \right)^2 + \frac{1}{12} \rho h^3 \left(\frac{\partial \phi_y}{\partial t} \right)^2 \right\} dx dy \quad (8)$$

전단변형을 고려한 판의 변형에너지는 아래와 같다.

$$U = \frac{1}{2} \int_0^b \int_0^a \left[D \left\{ \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right)^2 + 2\nu \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial x} \right) \left(\frac{\partial \psi_y}{\partial y} \right) \right\} + \frac{Gh^3}{12} \left(\frac{\partial \psi_x}{\partial y} + \frac{\partial \psi_y}{\partial x} \right) + khG \left\{ \left(\frac{\partial w}{\partial x} - \psi_x \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \psi_y \right)^2 \right\} \right] dx dy \quad (9)$$

여기서 G 는 전단계수이고, kh 는 전단보정계수로 5/6의 값을 취하기로 한다.

맥동종동력을 받는 Mindlin 판의 보존일과 비보존 가상일은 얇은 판의 경우와 같이 식 (4) 및 (5)로 주어진다.

2.3 유한요소 정식화

2.1절과 2.2절에서 구한 에너지식에 대한 Hamilton 원리는 다음과 같다.

$$\delta \int_{t_1}^{t_2} (T - U + W_c) dt + \int_{t_1}^{t_2} \delta W_{nc} dt = 0 \quad (10)$$

동적 안정성 해석을 위해 얇은 판의 유한요소 정식화는 C^1 연속성을 갖는 Hermite 사각형 요소를 사용하였고, Mindlin 판의 경우에는 16절점 Lagrange 요소를 사용하였다.

2.4 해석방법

2.3절에서의 Hamilton 원리와 유한요소법 적용을 통해 다음과 같은 전체 판에 대한 유한요소 운동방정식을 얻을 수 있다.

$$\mathbf{M}\{\ddot{u}\} + [\mathbf{K}_e - \alpha P_{cr} \mathbf{K}_{gs}]\{u\} - \beta P_{cr} \cos \Omega t \mathbf{K}_g \{u\} = 0 \quad (11)$$

여기서 $\alpha = \frac{P_0}{P_{cr}}$, $\beta = \frac{P_1}{P_{cr}}$ 이고 P_{cr} 은 크기가 일정한 하중만 작용했을 경우의 임계하중이며 $\{u\}$ 는 $n \times 1$ 행렬로 전체 판의 자유도 벡터이고, \mathbf{M} 은 질량행렬, \mathbf{K}_e 는 변형에너지에 의한 강성행렬, \mathbf{K}_{gs} 와 \mathbf{K}_g 는 각각 크기가 일정한 하중과 시간에 따라 크기가 변하는 하중의 외부일에 의한 강성행렬이며 모두 $n \times n$ 행렬이다. 본 연구와 같이 크기가 일정한 하중과 크기가 시간에 따라 변하는 하중이 가해지는 방법이 같다면 $\mathbf{K}_{gs} = \mathbf{K}_{gt} = \mathbf{K}_g$ 가 된다. 따라서 $\mathbf{K} = \mathbf{K}_e - \alpha P_{cr} \mathbf{K}_g$ 라 놓으면 식 (11)은 다음과 같이 된다.

$$\mathbf{M}\{\ddot{u}\} + \mathbf{K}\{u\} - \beta P_{cr} \cos \Omega t \mathbf{K}_g \{u\} = 0 \quad (12)$$

여기서 \mathbf{K} 는 비보존력에 의한 비대칭행렬이다.

이제 \mathbf{M} 과 \mathbf{K} 를 대각 행렬로 만들기 위해 아래와 같은 모달 변환을 이용하기로 한다. 이때 강체 모드의 영향을 배제하여 강체 모드의 모달벡터를 제외한 탄성진동 모드에 해당하는 모달벡터들만으로 모달변환을 한다. 등방성 자유경계 판의 경우 1개의 강체병진 모드와 2개의 강체 회전 모드가 나타나게 되는데 이러한 강체 모드는 적절한 제어 장치에 의해서 제어될 수 있다고 가정한다⁽⁷⁾.

$n \times (n-3)$ 의 정규화된 우측 모달 행렬(normalized right modal matrix) Φ 를 도입하면 절점 변위 행렬 $\{u\}$ 에 대해 $\{u\} = \Phi\{\eta\}$ 의 변환이 이루어지게 되는데, 이 식을 식 (12)에 대입한 후 양변에 정규

화된 좌측 모달 행렬(normalized left modal matrix)의 전치(transpose)인 Ψ^T 를 곱하게 되면 다음의 운동 방정식을 구할 수 있다.

$$\mathbf{I}\{\ddot{\eta}\} + \mathbf{A}\{\eta\} - \beta \cos \Omega t \mathbf{R}\{\eta\} = 0 \quad (13)$$

여기서 $\Psi^T \mathbf{M} \Phi = \mathbf{I}$, $\Psi^T \mathbf{K} \Phi = \mathbf{A}$, $\Psi^T \mathbf{K}_g \Phi = \mathbf{R}$ 이며 \mathbf{I} 는 단위 행렬, \mathbf{A} 는 크기가 일정한 하중이 작용하는 판의 고유진동수의 제곱항($=\omega_j^2$)이 대각 성분을 이루는 대각 행렬이다. 이때 \mathbf{I} , \mathbf{A} , \mathbf{R} 은 각각 $(n-3) \times (n-3)$ 행렬이 된다.

식 (13)을 성분식으로 표현하면

$$\begin{aligned} \ddot{\eta}_j + \omega_j^2 \eta_j + 2\epsilon \cos \Omega t \sum_{m=1}^{n-3} \tilde{R}_{jm} \eta_m &= 0 \\ j &= 1, 2, \dots, n-3 \end{aligned} \quad (14)$$

여기서 $\epsilon = -\frac{\beta}{2}$, $\tilde{R}_{jm} = R_{jm} P_{cr}$ 이며 R_{jm} 은 \mathbf{R} 의 성분을 나타낸다.

Multiple scales 방법에 의하면 식 (14)의 해는 ϵ 에 대한 급수 형태로 가정할 수 있다⁽⁶⁾.

$$\begin{aligned} \eta_j(t, \epsilon) &= \eta_{j0}(T_0, T_1, T_2) + \epsilon \eta_{j1}(T_0, T_1, T_2) + \epsilon^2 \eta_{j2} \\ &\quad (T_0, T_1, T_2) + \dots, \end{aligned} \quad (15)$$

여기서 $T_n = \epsilon^n t$ 이다.

식 (15)를 식 (14)에 대입하면 ϵ 에 대한 같은 차수의 계수들에 대한 식이 만들어진다.

$$1: D_0^2 \eta_{j0} + \omega_j^2 \eta_{j0} = 0 \quad (16)$$

$$\epsilon^1: D_0^2 \eta_{j1} + \omega_j^2 \eta_{j1} = -2D_0 D_1 \eta_{j0} - \sum_r \tilde{R}_{jr} \eta_{r0} 2\cos(\Omega t_0) \quad (17)$$

$$\begin{aligned} \epsilon^2: D_0^2 \eta_{j2} + \omega_j^2 \eta_{j2} &= -2D_0 D_2 \eta_{j0} - D_1^2 \eta_{j2} - 2D_0 D_1 \eta_{j1} \\ &\quad - \sum_r \tilde{R}_{jr} \eta_{r1} 2\cos(\Omega T_0) \end{aligned} \quad (18)$$

여기서 $D_n = \frac{\partial}{\partial T_n}$ 이다.

식 (16)의 일반해는 다음과 같다.

$$\eta_{j0} = A_j(T_1, T_2) \exp(i\omega_j T_0) + cc \quad (19)$$

여기서 cc 는 앞에 있는 항의 켈레 복소수를 나타낸다.

이제 다시 식 (19)를 식 (17)에 대입하면

$$\begin{aligned} D_0^2 \eta_{j1} + \omega_j^2 \eta_{j1} &= -2i\omega_j D_1 \exp(i\omega_j t_0) - \sum_r \tilde{R}_{jr} A_r \{\exp \\ &\quad [i(\omega_r + \Omega) T_0] + \exp[i(\omega_r - \Omega) T_0]\} + cc \end{aligned} \quad (20)$$

여기서 A_j 는 η_{j1} 항의 영년항(secular term)과 small divisor 항을 없애주는 방법을 통해 결정되며 그 과정은 진동수들의 조합공진(combination reso-

nance) 형태에 의해서 결정된다. 식 (15)의 두 번째 항까지의 해를 구하는 1차 근사를 통해 안정 영역과 불안정 영역의 경계 곡선을 구할 수 있다.

$\varepsilon-\Omega$ 평면에서 안정 영역과 불안정 영역을 구분하는 경계곡선은 다음과 같이 정의된다.

(a) $\Omega \approx \omega_p + \omega_q$ - 합형태 (summed type)의 조합공진

$$; \Omega = \omega_p + \omega_q \pm \varepsilon [\tilde{R}_{pq} \tilde{R}_{qp} / \omega_p \omega_q]^{1/2} + O(\varepsilon^2) \quad (21)$$

(b) $\Omega \approx \omega_q - \omega_p$ - 차형태 (difference type)의 조합공진

$$; \Omega = -\omega_p + \omega_q \pm \varepsilon [\tilde{R}_{pq} \tilde{R}_{qp} / -\omega_p \omega_q]^{1/2} + O(\varepsilon^2) \quad (22)$$

식 (21)과 (22)를 살펴보면 R 의 같은 요소들에 의한 합형태와 차형태의 조합공진이 동시에 일어날 수 없으며 작용하는 하중이 보존력일 경우에는 R 의 대칭성에 의해 차형태의 조합공진은 존재하지 않는다. 그러나 본 연구의 경우와 같이 비보존력이 작용하는 경우에 있어서는 \tilde{R}_{pq} 와 \tilde{R}_{qp} 의 부호가 다르게 될 수 있어 차형태의 조합공진이 나타나게 된다.

3. 결과 및 검토

2절의 내용을 바탕으로 일정한 크기의 하중과 크기가 시간에 따라 변화하는 하중이 작용하는 등방성 판의 동적 불안정성에 대해 살펴보고자 한다. 이를 위해 다음과 같은 무차원화된 가진 진동수를 도입하였다.

$$\bar{\Omega} = (\Omega a^2) / (\rho h / D)^{1/2} \quad (23)$$

3.1 코드의 타당성 검토

본 연구에 사용한 코드의 타당성 검토를 위해 얇은 판과 얇은 판으로 가정할 수 있는 두께비가 1/100인 Mindlin 판에 일정한 크기의 종동력이 작용하는 경우의 동적 불안정성을 일으키는 임계값을 비교하였다. Table 1에 제시한 결과를 보면 얇은 판의 경우 5×5, Mindlin 판의 경우 4×4의 요소 분할로 충분한 수렴성을 얻을 수 있다고 판단된다.

Multiple scales 법을 포함한 섭동법은 변수의 계수가 작다는 가정에 기초하고 있다⁽⁶⁾. Fig. 2에서 ε 의 1차항까지 전개한 해의 타당성을 검토하기 위해 ε 의 2차항까지 전개한 해의 결과와 비교하였다. 2차항까지 전개한 해의 표현형태는 참고문헌 (6)에 자세히 나와 있는데 β 의 제한값을 알아보기 위해 그중 식 (21)과 식 (22)와 유사한 해를 비교하였다. 가로세로비가 2인 얇은 판의 경우에 β 가 0.1정도까지는

1차 근사를 통해 구한 동적 불안정성을 나타내는 영역과 2차 근사를 통해 구한 결과와는 큰 차이를 보이지 않고 있다. 또한 영역이 상대적으로 좁은 곳에서는 1차 근사와 2차 근사의 결과가 거의 일치하고 있다. 따라서 위의 결과를 통해 1차 근사를 통한 $0 \leq \beta \leq 0.1$ 까지의 동적 불안정성에 대한 고찰의 타당성을 알 수 있다.

3.2 가로세로비의 효과

Fig. 3~Fig. 5는 얇은 판의 경우에 가로세로비가 각각 0.5, 1, 2인 경우의 동적 불안정 영역을 보여주고 있다. 낮은 진동수들에 의해 나타나는 조합공진 영역을 살펴보면 가로세로비가 0.5인 경우에는 합형태의 조합공진만이 나타남을 알 수 있다. 이는

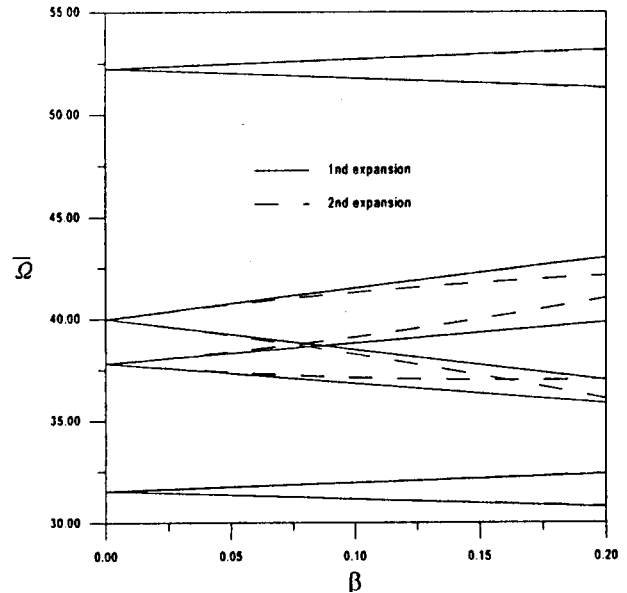


Fig. 2 The comparison of 1st expansion and 2nd expansion solutions for parametric instability. ($a=0.1$, $\nu=0.3$, $a/b=2$)

Table 1 Convergence study-critical load

No. of elements	Classical plate		Mindlin plate	
	$\nu=0$	$\nu=0.3$	$\nu=0$	$\nu=0.3$
3×3	112.8	107.7	112.6	107.2
4×4	111.0	106.2	110.8	105.8
5×5	110.6	105.8	—	—
6×6	110.3	105.4	—	—
Reference (8)	109.8	—	—	—

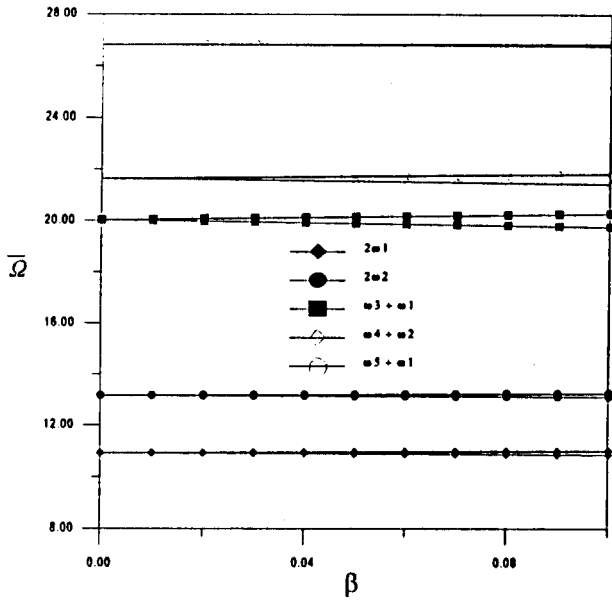


Fig. 3 The effect of aspect ratio on the parametric instability. ($\alpha=0.1, \nu=0.3, a/b=0.5$)

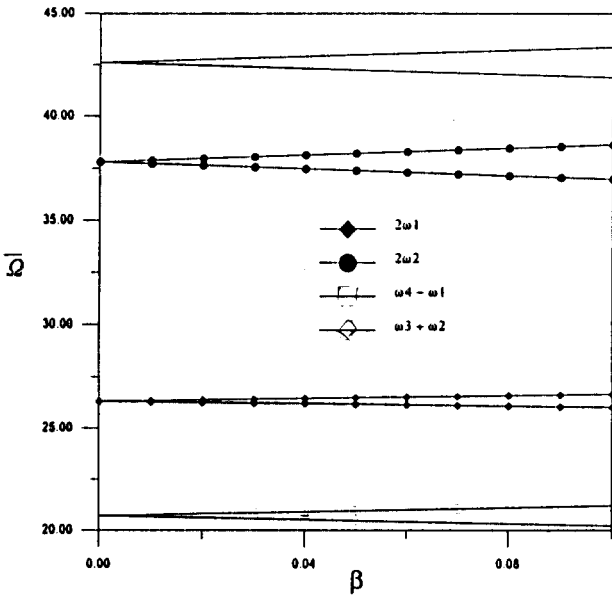


Fig. 4 The effect of aspect ratio on the parametric instability. ($\alpha=0.1, \nu=0.3, a/b=1$)

가진 행렬의 요소 R_{ij} 와 R_{ji} 의 부호가 같기 때문이다. 그러나, 가로세로비가 1인 경우에는 합형태와 차형태의 조합공진이 동시에 존재하며 가로세로비가 2인 경우에는 서로 다른 모드의 결합으로 나타나는 합형태의 조합공진이 존재하지 않음을 알 수 있다. 그리고 각각의 가로세로비에서 가장 큰 영역을 차지하는 조합공진 형태도 가로세로비가 0.5인 경우에는

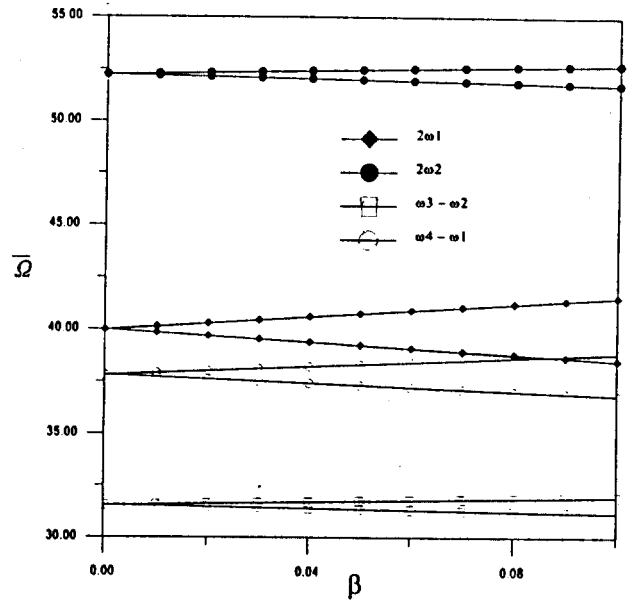


Fig. 5 The effect of aspect ratio on the parametric instability. ($\alpha=0.1, \nu=0.3, a/b=2$)

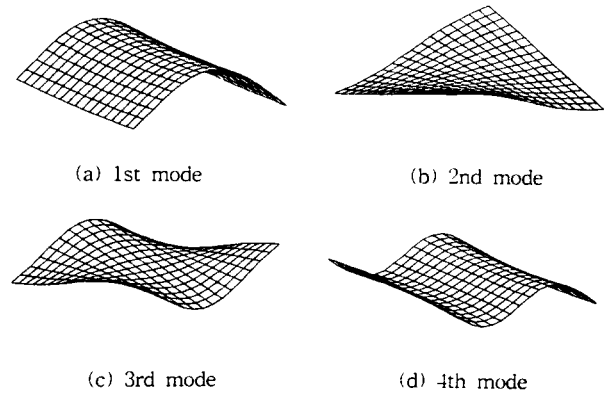


Fig. 6 Mode shape of classical plate under constant follower force. ($a/b=2, \alpha=0.1, \nu=0.3$)

$\omega_3 + \omega_1$, 1인 경우에는 $2\omega_2$, 2인 경우에는 $2\omega_1$ 의 근처로 각각 다르게 된다.

즉, 자유경계판의 경우에는 크기가 일정한 하중만이 가해질 때 두 고유치가 일치함으로써 발생하는 동적 불안정성의 임계값이 가로세로비에 민감한 것과 같이⁽⁷⁾, 시간에 따라 크기가 변화하는 하중이 작용하여 발생하는 동적 불안정성을 일으키는 모드와 영역도 가로세로비에 매우 민감함을 알 수 있다.

Fig. 6에서는 가로세로비가 2인 판의 굽힘 진동 모드 형상을 도시하였다. 모드형상과 조합공진의 형태를 비교해보면 조합공진 형태는 $y=b/2$ 축을 기준으로 대칭인 진동 모드들, 혹은 비대칭인 진동 모드들

의 조합으로 나타나고 있다는 것을 알 수 있다. 즉, Fig. 5의 결과와 Fig. 6의 결과를 비교해보면 $y=b/2$ 축을 기준으로 대칭 모드인 ω_1 과 ω_4 , 비대칭 모드인 ω_2 와 ω_3 의 조합에 의해 불안정 영역이 나타남을 알 수 있다. $2\omega_1$ 형태의 조합 공진은 그 자체로 대칭, 혹은 비대칭 모드의 결합으로 이해할 수 있다. 가로세로비가 0.5인 경우와 가로세로비가 각각 1, 2인 경우의 조합 공진을 일으키는 진동수가 다른 이유는 가로세로비가 변화하면서 모드의 대칭성 혹은 비대칭성이 변화하기 때문이다. 대칭인 모드와 비대칭 모드의 조합 형태로 동적 불안정 영역이 나타나지는 않는다.

3.4 프와송비의 효과

Fig. 5, Fig. 7과 Fig. 8은 가로세로비가 2인 얇은 판의 경우에 프와송비의 변화가 동적불안정성에 미치는 영향을 살펴본 것이다. 프와송비가 각각 0.3과 0.5인 경우에는 동적 불안정성을 일으키는 조합 공진의 형태가 같고, 0.5인 경우가 0.3인 경우보다 영역이 좁아지면서 아래쪽으로 이동함을 알 수 있다. 그러나, 프와송비가 0인 경우에는 조합공진의 형태가 달라지게 된다. 프와송비가 0.3과 0.5인 경우에는 $\omega_4 - \omega_1$ 과 $\omega_3 - \omega_2$ 의 근처에서 조합공진이 일어나게 되나, 프와송비가 0인 경우에는 $\omega_3 - \omega_1$ 과 $\omega_4 - \omega_2$ 의 근처에서 조합공진이 발생하게 된다. 이는 프와송비가 증가함에 따라 3번째와 4번째 굽힘진동 모드

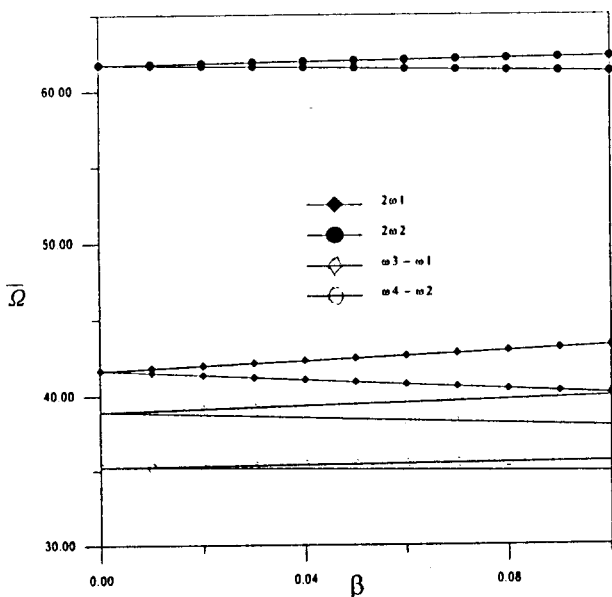


Fig. 7 The effect of the Poisson's ratio on the parametric instability. ($\alpha=0.1, a/b=2, \nu=0$)

가 바뀌기 때문이다⁽⁸⁾.

3.5 회전관성과 전단변형의 효과

Fig. 9에서는 회전관성과 전단변형이 동적 불안정성에 미치는 영향을 살펴보기 위하여 가로세로비가 1인 얇은 판과 두께비 (h/a)가 1/10인 판을 Mindlin 이론에 따라 해석한 결과를 비교해 보았다. 회전관성과 전단변형 효과는 동적 불안정성을 나타내는 무

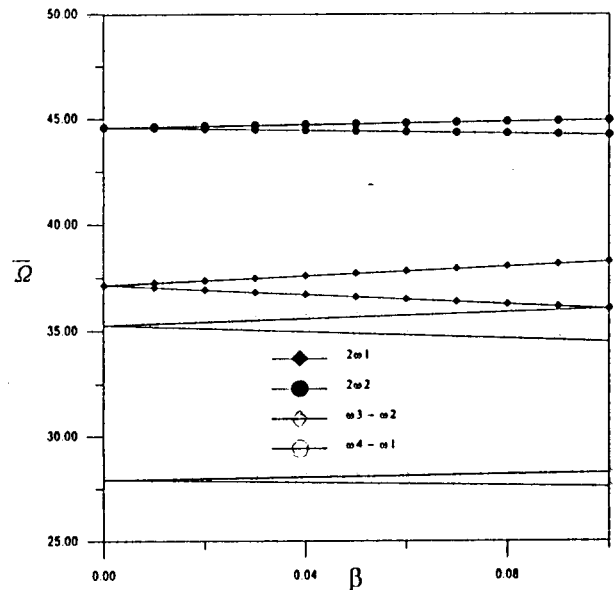


Fig. 8 The effect of the Poisson's ratio on the parametric instability. ($\alpha=0.1, a/b=2, \nu=0.5$)

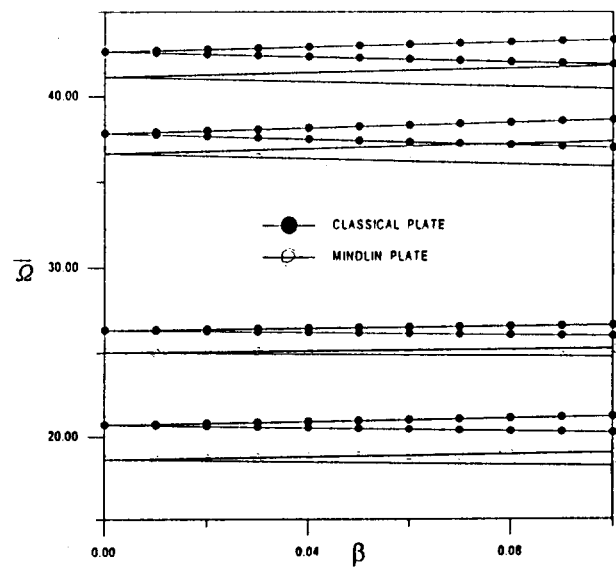


Fig. 9 The comparison of the result of the classical plate and Mindlin plate. ($\alpha=0.1, \nu=0.3, a/b=1$)

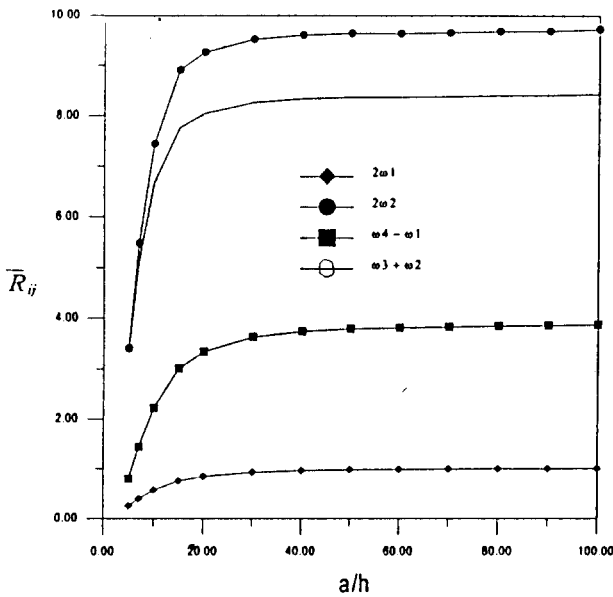


Fig. 10 The effects of the rotary inertia and shear deformation on the parametric instability. ($\alpha=0.1$, $\nu=0.3$, $a/b=1$)

차원화된 가진 주파수 영역을 낮은 쪽으로 이동시킴을 알 수 있다. 이러한 회전관성과 전단변형 효과가 불안정 영역에 대해 어떤 영향을 미치는 가를 좀더 살펴보기 위해 Mindlin 판의 두께비를 변화시켜 보았다. 1차 근사를 통해 나타내어지는 안정 경계 곡선은 직선을 이루므로 다음의 식과 같이 직선의 기울기 비교를 통해 영역의 크기를 살펴볼 수 있다.⁽⁹⁾

$$R_{ij} = \frac{\tilde{R}_{ij}}{R_s} \left[\frac{\bar{\Omega}_s^2}{\bar{\Omega}_i \bar{\Omega}_j} \right]^2 \quad (24)$$

여기서 기준이 되는 값인 \tilde{R}_s 와 $\bar{\Omega}_s$ 는 각각의 가로세로비에 대해 두께비가 1/100일 때의 $2\omega_1$ 의 근처에서 만들어지는 영역의 기울기를 나타내는 값들이다.

위의 식 (24)를 이용하여 두께비에 따르는 영역의 변화를 Fig. 10에 도시하였다. 회전관성과 전단변형의 효과는 두께비가 1/20이하일 경우에 두드러지게 나타나며 불안정 영역을 줄여주는 역할을 하고 있음을 알 수 있다.

4. 결 론

이상의 연구 내용들을 토대로 자유경계판에 맥동종동력이 작용하는 경우의 동적 안정성에 대하여 다음과 같은 결론들을 얻을 수 있다.

(1) 동적 불안정성을 일으키는 조합공진 형태와

영역의 변화는 가로세로비에 대하여 매우 민감하게 변화하며 조합공진의 형태는 $y=b/2$ 을 기준으로 진동모드 형상이 대칭인 모드들, 혹은 비대칭인 모드들 사이의 결합에 의하여 결정된다.

(2) 프와송비의 변화는 불안정 영역의 크기에 대하여 많은 변화를 일으키지는 않으며 프와송비가 0인 경우와 0.3, 0.5인 경우 조합공진의 형태가 달라 나타나는 이유는 모드의 순서가 바뀌었기 때문이다.

(3) 회전관성과 전단변형의 고려는 무차원화된 가진 진동수의 불안정 영역을 줄여주는 효과를 보여주고 있다.

후 기

본 연구는 한국 과학재단 지원 연구(961-1002-017-2)와 관련한 연구의 일부로서 수행되었음을 밝히며, 관계자 제위께 심심한 사의를 표합니다.

참고문헌

- (1) Beal, T. R., 1965, "Dynamic Stability of a Flexible Missile under Constant and Pulsating Thrusts," AIAA J., 3, pp. 486~494.
- (2) Hutty, J. M., Asce, A. M. and Salam, E., 1971, "Dynamic Stability of Plates by Finite Elements," ASCE J. of the Engineering Mechanics Division, June, pp. 879~899.
- (3) Duffield, R. C. and Willems, N., 1971, "Parametric Resonance of Stiffened Rectangular Plates," J. of Applied Mechanics, March, pp. 217~226.
- (4) Young, T. H. and Chen, F. Y., 1994, "Stability of Skew Plates Subjected to Aerodynamic and In-Plane Forces," J. of Sound and Vibration, 171(5), pp. 603~615.
- (5) Young, T. H. and Chen, F. Y., 1993, "Stability of Fluttered Panels Subjected to In-Plane Harmonic Forces," AIAA J., 31(9), pp. 1667~1673.
- (6) Nayfeh, A. H. and Mook, D. T., 1979, Non-linear Oscillations, Wiley-Interscience, New-York.
- (7) Higuchi, K. and Dowell, E. H., 1990, "Dynamic Stability of a Rectangular Plates with Four Free Edges Subjected to a Follower Force," AIAA J.,

28(7), pp. 1300~1305.

(8) Higuchi, K. and Dowell, E. H., 1989, "Effects of the Poisson Ratio and Negative Thrust of the Dynamic Stability of a Free Plates Subjected to a Follower Force," J. of Sound and Vibration,

129(2), pp. 255~269.

(9) Cederbaum, G., 1986, "Dynamic Instability of Shear Deformable Laminated Plates," AIAA J., 29(11), pp. 2000~2005.