

< 논 문 >

차량주행시 동력전달계의 강제진동 해석

Computer Simulation of Powertrain Forced Torsional Vibration

최 은 오* · 안 병 민** · 홍 동 표***

Eun-O Choi, Byoung-Min Ahn and Dong-Pyo Hong

(1997년 7월 4일 접수 ; 1997년 9월 2일 심사완료)

Key Words : Torsional Vibration(비틀림 진동), Forced Vibration(강제진동), Mode Shape(모드 형), Part-Time Four Wheel Drive(변환방식 4륜구동), Powertrain(동력전달계), Engine Excitation Torque(엔진 가진 토크)

ABSTRACT

For this study, the multi-degree of freedom analysis model of torsional vibration was developed. This model is combined with mass moment of inertia and torsional spring in two wheel drive and four wheel drive vehicle. We compared and analyzed torsional vibration characteristics by natural frequencies and mode shapes which are obtained by free vibration analysis of this model. And we studied torsional vibration contribution of driveline elements by performing the forced vibration analysis of engine excitation torque. The validity of this model is demonstrated by the field test. The reduction effect of the torsional vibration along the driveline design factor is presented by the analytical results.

1. 서 론

동력전달계에는 무한개의 고유진동수가 존재하며 엔진 폭발이 동력전달계 고유진동수중 하나로 가진 되면 대부분 심각한 진동이 발생한다.(1,2) 차량 주행시 진동·소음 문제는 동력전달계가 공진(resonance)으로 가진될 때 일어나기 쉽다.

이러한 동력전달계 비틀림 진동 문제를 해석하는데 컴퓨터 시뮬레이션은 효과적이다. Kataoka(3,4)는 기어의 공차(clearance)를 고려한 변속기의 강제 비틀림 진동을 해석하였으며, Arai⁽⁵⁾는 클러치 접속시 발생하는 외란과 계의 안정성을 고려하

여 시뮬레이션을 수행하였고, Petri⁽⁶⁾은 엔진의 가진원들과 이로 인해 발생하는 현상들과 그 특성에 대해 설명하였다. Thomas⁽⁷⁾와 Petkus⁽⁸⁾는 특정 차량의 동력전달계 비틀림 특성에 관한 데이터 베이스를 통해 비틀림 진동 컴퓨터 프로그램을 개발하였다.

본 연구에서는 변환방식 4륜구동(part-time four wheel drive) 차량에 대하여 2륜구동과 4륜구동시의 구동 방식에 따라 질량 관성 모멘트와 비틀림 스프링이 조합된 다자유도 비틀림 진동 해석 모델을 개발하였고, 이러한 모델의 자유진동 해석으로 고유진동수와 모드 형을 구하여 비틀림 진동 특성을 비교 분석하였으며, 엔진 가진 토크로 강제 진동 해석을 수행하여 동력전달계 요소들의 비틀림 진동 기여도를 조사하였다. 그리고 실차실험으로 모델의 타당성을 검증하였고 그 결과를 해석 결과와 비

* 정회원, 단국대학교 대학원 기계공학과
** 전북대학교 대학원 정밀기계공학과
*** 정회원, 전북대학교 공과대학 정밀기계공학과

교 분석한 후 동력전달계 설계인자의 변경에 따른 비틀림 진동 저감 효과를 살펴보고자 하였다.

2. 동력전달계 모델링

2.1 진동 모델

차량 동력전달 과정을 따라 엔진에서 타이어에 이르기까지 동력전달계 전체를 질량 관성 모멘트, 비틀림 강성의 변수들로 등가화하였다. 각 요소의 질량 관성 모멘트와 비틀림 스프링 강성들은 단면 형상으로부터 계산할 수 있으나 크랭크축의 크랭크 암은 형상이 복잡하여 무게 중심과 질량을 구하는 것이 어려우므로 관성 모멘트를 얻기 위하여 도면을 CAD화하여 I-DEAS Master Series 1.2b를 이용한 해석적 방법으로 구하였고, 기어 물림이나 조인트(joint)에서는 백래쉬(backlash)가 없는 선형으로 고려하였다.

연구 대상 차량은 4 실린더 4 사이클 엔진이며, 수동변속기가 탑재되어 있는 변환방식 4륜구동으로 2륜구동시에는 후륜이 구동되는 방식이다. 4륜구동시는 변속기로부터 전달받은 토크를 트랜스퍼 케이스(transfer case)에서 전후륜으로 분배하게 된다. 2륜·4륜구동시 시뮬레이션 모델링은 이러한 동력 분배 과정을 토대로 이루어졌으며 Fig. 1은 4×2 차량 동력전달계 진동 모델을 엔진을 포함한 18자유도로 나타냈으며, 그림에서 번호는 질량 관성모멘트를 가리키고 있다. 그리고 Fig. 2는 4×4 차량 동력전달계 진동 모델을 25자유도로 나타낸 것으로 2륜구동시와 달리 트랜스퍼 케이스의 출력축에서 전후 스프라켓 드라이브(front/rear sprocket drive)로 분기되어 전후 타이어에 동력이 전달되는 과정을 표시하였다.

2.2 운동 방정식

Fig. 1과 Fig. 2의 다자유도 모델에서 자유진동 해석을 위한 다음과 같은 운동방정식으로 계의 고유진동수와 모드형을 구할 수 있다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{0\} \quad (1)$$

$$-\omega_n^2[J]\{\theta\} + [K]\{\theta\} = \{0\} \quad (2)$$

윗 식에서 ω_n 은 고유진동수이고 $[J]$ 는 관성행렬이며 $[K]$ 는 강성행렬이다.

그리고 모델의 강제진동 해석을 위한 다자유도 모델의 운동방정식은 다음과 같다.

$$[J]\{\ddot{\theta}\} + [K]\{\theta\} = \{F\} \quad (3)$$

여기서 $\{F\}$ 는 가진 벡터이다.

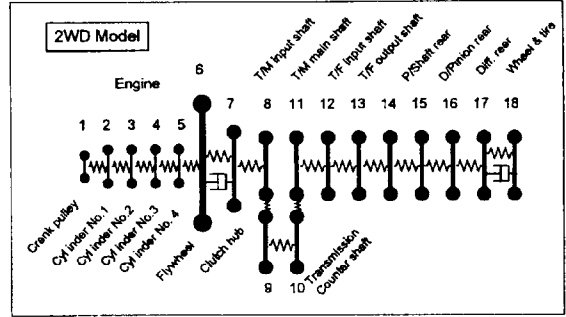


Fig. 1 Two wheel drive simulation model

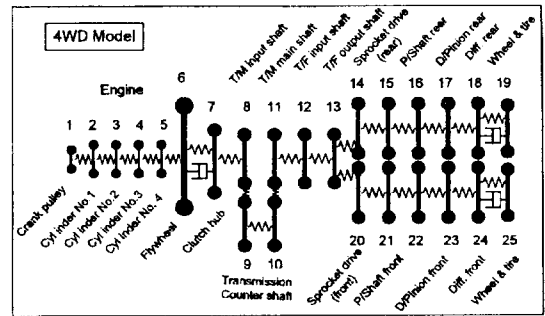


Fig. 2 Four wheel drive simulation model

3. 동력전달계 비틀림 진동 해석

3.1 자유진동 해석

컴퓨터 시뮬레이션은 비틀림진동 해석 전용 상용 프로그램인 ARLA-SIMUL 6.70B^(9,10)를 사용하였으며, Fig. 3, Fig. 4에 자유진동 해석에 의해 구해진 4×2와 4×4의 진동 모드를 나타냈다. 여기서 PHI, EKIN, EPOT은 ARLA-SIMUL 6.70B에서 제공되는 분석 형태중 하나로 PHI는 각 질량요소에서 회전각 변위를 나타내며, EKIN과 EPOT에서 막대의 높이는 각 모드에서 관성과 강성의 영향도를 보이고 있다. EKIN은 각 질량요소에 대한 운동에너지로써 질량 관성 모멘트의 영향도를 나타내고 있으며, EPOT은 이웃하는 두 질량요소 사이의 상대 변위에 대한 위치에너지로써 비틀림 강성의 영향을 나타내고 있다. Fig. 3(a)와 Fig. 4(a)에서 4×2, 4×4 모두 동일하게 이 모드에서는 타이어의 진폭이 매우 큰 타이어 모드로 볼 수 있다. 여기서 Fig. 4(a)는 4륜구동시 두 번째 모드이며, 첫 번째 모드는 앞 타이어에 의한 모드로 동일하여 생략하였다. Fig. 3(b), Fig. 4(b)는 클러치 강성의 영향이

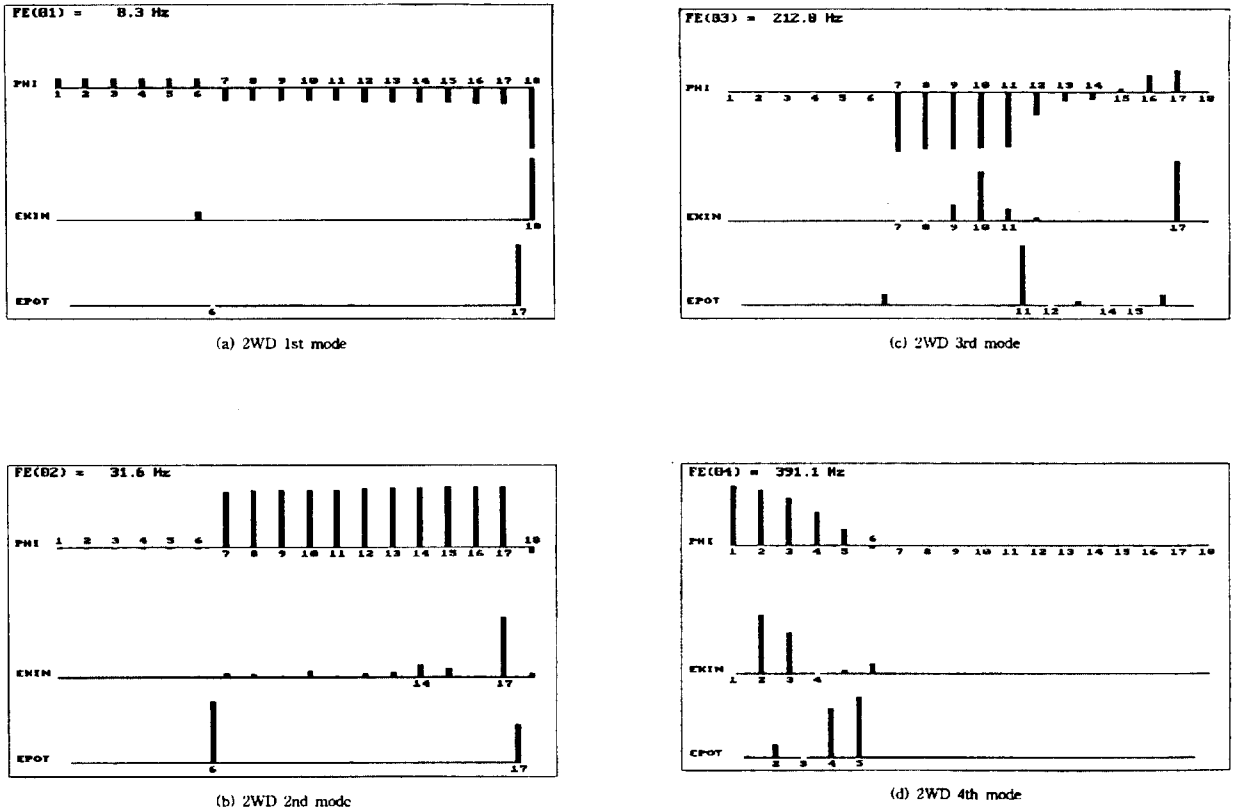


Fig. 3 Mode shape and influence of stiffness, inertia in the 2WD

큰 클러치 모드이다. 이러한 모드들에서 4×4는 4×2보다 고유진동수가 다소 낮으나 모드는 동일하다는 것을 알 수 있다.

Fig. 3(c)의 4×2 세 번째 모드(212 Hz)와 Fig. 4(d)의 4×4 다섯 번째 모드(209.6 Hz)를 비교하여 보면 고유진동수가 거의 일치하고 있으며, 4×2의 J1~J17까지와 4×4의 J1~J18까지의 후륜 구동계에서 거의 동일한 위상의 변화를 보인다. 또한 Fig. 4(c)의 EKIN 10번과 EPOT 11번이 두드러져 보이는데 EKIN 10은 카운터 기어의 관성의 영향을, 그리고 EPOT 11은 변속기 출력축 강성의 영향도를 나타낸 것이다. 따라서 이 모드에서 관성 모멘트와 비틀림 강성이 비틀림진동에 미치는 영향도를 살펴보면 4×2, 4×4가 동일하게 카운터 기어의 관성과 변속기 출력축의 강성이 가장 많은 영향을 주고 있음을 알 수 있다. 그러므로 이 모드는 변속기에 의한 모드라고 할 수 있다.

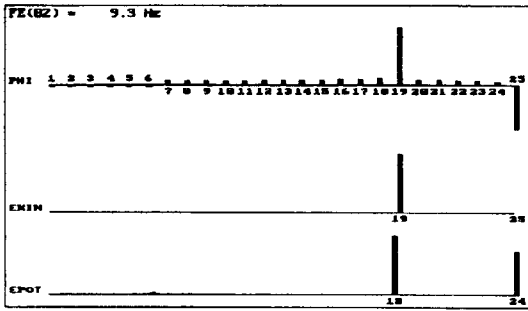
Fig. 4(c)의 4×4 네 번째 모드(148.9 Hz)를 보면 후륜 구동축인 J14~J18과 전륜 구동축인 J20~J24까지의 위상은 반대이나 그 크기는 거의 동일하다. 여기서 J18, J24 즉 EKIN의 18, 24는

각각 후륜 디퍼렌셜과 전륜 디퍼렌셜의 관성의 영향을 표시한 것이고, EPOT의 15는 후추진축 강성의 영향을 나타낸 것이다. 따라서 이 모드에서는 EKIN 18, 24 그리고 EPOT 15, 16, 17이 현저하게 나타나고 있으므로 이 모드는 후추진축계의 강성에 의한 영향이 큰 추진축에 의한 모드라고 할 수 있다. 그리고 Fig. 3(d)와 Fig. 4(f)는 엔진의 각 실린더 요소에 의한 영향이 큰 엔진 모드이다.

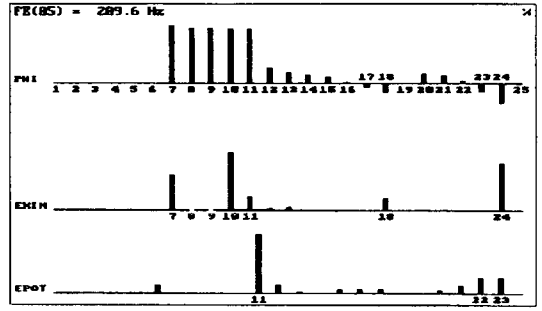
3. 2 강제진동 해석

자동차 엔진의 크랭크축계에 대한 동역학적 해석을 위해 크랭크축계를 단순화 하였다. 크랭크축이 일정한 속도 $\omega = 2\pi N/60$ (N =크랭크축 회전속도(rpm))으로 회전하고 있다고 가정하고 Fig. 5(a)에서와 같은 하나의 실린더의 상사점에서 가속도를 구함으로써 피스톤 왕복운동에 관한 관성력을 구할 수 있다.

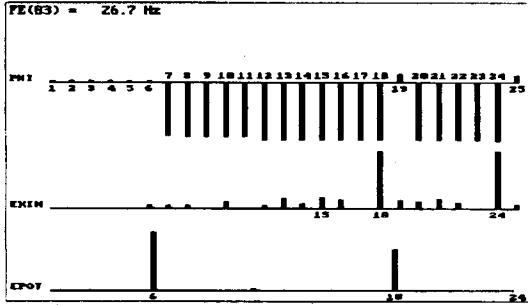
크랭크 각도를 θ ($\theta = \omega t$), 크랭크 반경을 R , 커넥팅 로드 길이를 L 이라 하고 상사점으로부터 측정한 피스톤의 변위를 y_p 라 하면



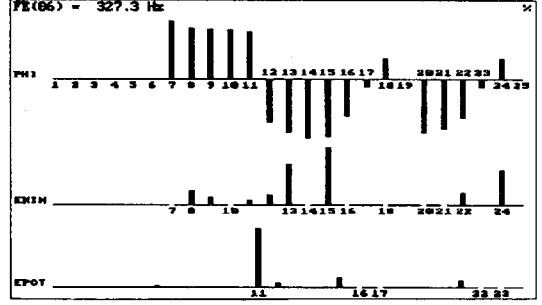
(a) 4WD 2nd mode



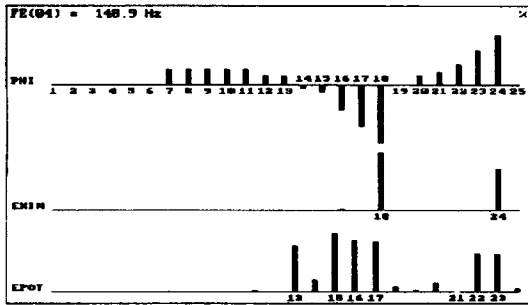
(d) 4WD 5th mode



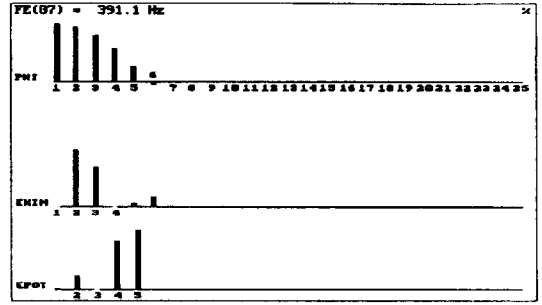
(b) 4WD 3rd mode



(e) 4WD 6th mode



(c) 4WD 4th mode



(f) 4WD 7th mode

Fig. 4 Mode shape and influence of stiffness, inertia in the 4WD

$$y_p = (R + L) - (R \cos \theta + L \cos \phi) \\ = R(1 - \cos \theta) + L(1 - \cos \phi) \quad (4)$$

여기서

$$R \sin \theta = L \sin \phi,$$

$$\sin^2 \phi = 1 - \cos^2 \phi = \frac{R^2}{L^2} \sin^2 \theta$$

$$\cos \phi \cong 1 - \frac{R^2}{4L^2} (1 - \cos 2\theta) \quad (5)$$

이므로 변위 y_p 와 그의 속도, 가속도를 다음과 같이 구할 수 있다.

$$y_p = R \left\{ 1 - \cos \theta + \frac{R}{4L} (1 - \cos 2\theta) \right\} \quad (6)$$

$$v = \dot{y}_p = \frac{dy_p}{dt} = R \omega \left(\sin \theta + \frac{R}{2L} \sin 2\theta \right)$$

$$a = \ddot{y}_p = \frac{d^2 y_p}{dt^2} = R \omega^2 \left(\cos \theta + \frac{R}{L} \cos 2\theta \right)$$

피스톤 상사점에서 가속도를 구하였으므로 왕복운동부의 질량을 m_{rec} 이라 하면 여기에 작용하는 관성력 P 는 다음 식 (7)과 같다. 크랭크축 중심을 향하는 관성력을 양(+)으로 한다.

$$P = -m_{rec} \times \ddot{y}_p \\ = -m_{rec} R \omega^2 \left(\cos \theta + \frac{R}{L} \cos 2\theta \right) \quad (7)$$

엔진 가진은 왕복운동부 즉 피스톤, 커넥팅 로드 그리고 크랭크의 주기적인 가속과 실린더 내 가스압력의 주기적 진동의 조합에 의해 발생하는데, 이것은 동력전달계를 강제 진동시키는 주요 원인이 된다. 따라서 비틀림 강제 진동 해석을 수행하기 위해

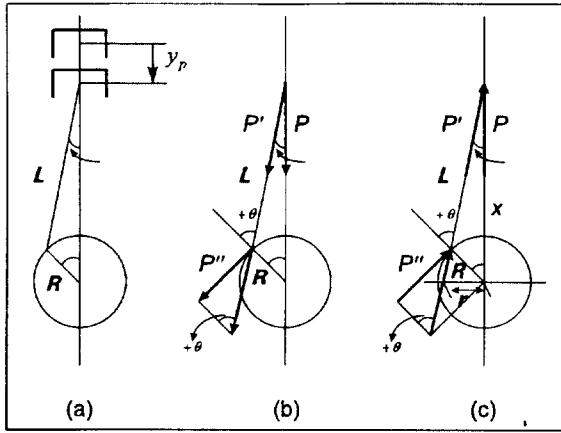


Fig. 5 Crank Mechanism and tangential pressure

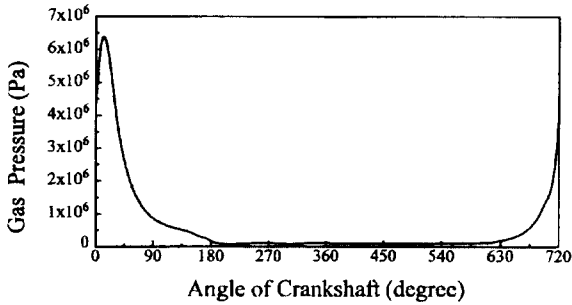


Fig. 6 Gas pressure diagram

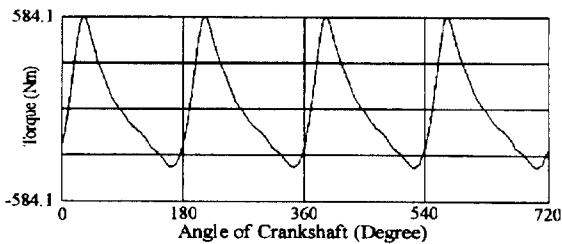


Fig. 7 Engine excitation torque

서는 크랭크축에 작용하는 실린더 내의 가스 압력과 왕복질량의 관성력에 의한 엔진 가진 토크의 정확한 분석이 필요하다. 따라서 본 연구에서는 가진 토크의 정확한 계산을 위해 실제 엔진의 크랭크 각도에 따른 가스압력 변화 선도를 구하여 적용하였다. Fig. 6은 해석 및 실험 대상 차량 엔진의 가진 토크 계산에 이용된 가스압력 선도($p(\theta)$ 선도)이다.

Fig. 5(b)를 고려하여 피스톤의 단면적을 A 라

하고, 크랭크 각에 따른 실린더 압력을 나타내는 $p(\theta)$ 선도로부터 가스 압력에 의한 이론적인 가진 토크를 구할 수 있다⁽¹¹⁾.

$$P = p(\theta) \cdot A, \quad P' = \frac{P}{\cos \phi},$$

$$P'' = P' \sin(\theta + \phi), \quad T_{gas} = P''R \quad (9)$$

그러므로 가스 압력에 의한 가진 토크는 다음 식 (10)과 같이 구할 수 있다.

$$T_{gas} = RAp(\theta) \left[\sin \theta \left(1 + \frac{R}{L} \cos \theta \right) \right] \quad (10)$$

또한, Fig. 5(c)로부터 P 가 왕복운동부 질량의 관성력이라면 식(9)로부터 그 토크는 다음 식(11)과 같다.

$$T_{rec} = rP = RP'' = RP(\tan \phi \cos \theta + \sin \theta) \quad (11)$$

여기서

$$r \cong \tan \phi \left[R \cos \theta + \left(L - \frac{R^2}{4L} \right) + \frac{R^2}{4L} \cos 2\theta \right] \quad (12)$$

$$\tan \phi = \frac{R}{L} \sin \theta \left(1 + \frac{R^2}{2L^2} \sin^2 \theta + \frac{3R^4}{8L^4} \sin^4 \theta + \dots \right) \quad (13)$$

이고, m_{rec} 를 왕복운동부의 질량이라 하면 식 (8)과 식 (11)로부터 왕복 질량의 관성력에 의한 가진 토크는 다음과 같다.

$$T_{rec} = m_{rec} R^2 \omega^2 \left[\frac{R}{4L} \sin \theta - \frac{1}{2} \sin 2\theta - \frac{3R}{4L} \sin 3\theta \right] \quad (14)$$

그러므로 엔진 가진 토크는 엔진 폭발력으로 인해 발생하는 토크 T_{gas} 와 피스톤, 크랭크 그리고 커넥팅 로드와 관성저항에 의해 발생하는 토크 T_{rec} 의 조합으로 발생하므로, 엔진 토크 T 는 왕복운동 질량의 관성력에 의한 토크 T_{rec} 와 가스 압력에 의한 토크 T_{gas} 의 합으로써 다음 식 (15)와 같이 나타낼 수 있다.

$$T = T_{rec} + T_{gas} \quad (15)$$

실린더 내 압력을 표시하는 가스압력 선도 $p(\theta)$ 로부터 식(10), (14), (15)에 따라 엔진 가진 토크 T 를 계산하여 Fig. 7에 나타냈으며, 또한 가진 토크를 차수별로 분석하여 Fig. 8에 표시하였다. 이에 따라 동력전달계의 비틀림 강제 진동 시뮬레이션을 수행하기 위해서 Fig. 7과 같은 엔진 가진 토크로 동력전달계를 가진하였다.

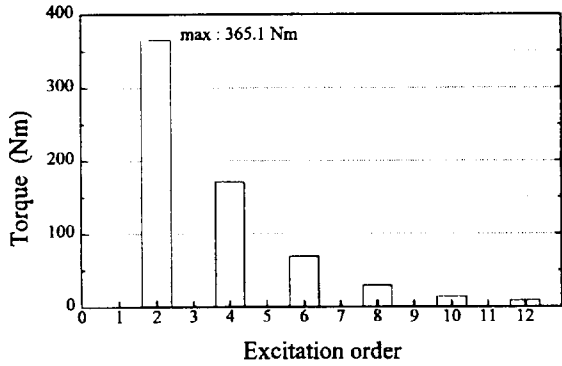


Fig. 8 Order analysis of engine excitation torque

4. 결과 및 고찰

4. 1 비틀림 진동 영향도 평가

자유진동 해석 결과 Fig. 4(c)의 4륜구동시 네 번째 모드에서 4륜구동 동력전달계의 비틀림 진동에 미치는 영향이 가장 큰 요소는 추진축의 강성임을 알 수 있었다. 추진축 강성에 의한 영향도를 평가하기 위하여 엔진 가진 토크에 의한 강제 진동 시뮬레이션을 통한 추진축에서의 토크 변동 성분을 Fig. 9, Fig. 10에 나타냈다. 여기서 4륜구동시 전후 추진축에서의 토크 성분을 차수별로 분석하면 4차 가진 차수가 가장 지배적이며 1500~4000rpm에서 4차 가진 차수의 공진점은 두 개가 나타나고 있음을 알 수 있다. 그리고 Fig. 9와 Fig. 10을 비교하여 보면 Fig. 9의 4륜구동시 전추진축의 토크 변동은 3140rpm에서 4차 가진 차수가 가장 현저하게 나타나고 있다. 또 Fig. 10의 4륜구동시 후추진축의 토크변동은 2220rpm에서 4차 차수가 지배적이다. 이는 전추진축의 길이가 후추진축에 비해 짧아 관성은 작고, 강성이 후추진축에 비해 거의 2배에 이르고 있어 충분한 강성으로 인하여 Fig. 4(c)에서도 알 수 있듯이 2220rpm 대역에서 전추진축 강성의 영향은 적은 것을 알 수 있다.

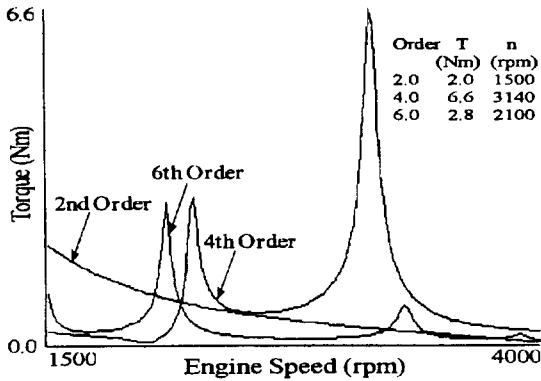


Fig. 9 Torque fluctuation of front propeller shaft for 4×4 vehicle-analytical results

4. 2 실차실험

주행시험장에서 엔진회전속도를 1500~4000rpm까지 2륜구동 및 4륜구동 주행시 실내소음 측정 결과를 4륜구동시와 2륜구동시로 비교하여 Fig. 11에 나타냈다. 3100rpm에서 4륜구동시의 피크치는 2륜구동시보다 낮아지지만 그외 영역은 다소 악화되는 결과를 보였으며 4륜구동시에만 2150rpm(4th order, 143.3Hz)에서 피크치를 보이고 있다. 즉 이러한 실차실험 결과는 동력전달계 비틀림 진동에 대한 2륜구동·4륜구동 모델에 대한 자유진동 해석을 수행하여 고유진동수와 모드 형을 조사한 결과 4륜구동시에만 존재하는 Fig. 4(c)의 148.9Hz(4th order, 2233.5rpm)와 4륜구동시 실차 소음 실험의 2150rpm에서의 피크치가 상당히 근접하고 있고, 또한 Fig. 9, Fig. 10의 엔진 토크 가진에 의한 전후 추진축의 토크 변동 해석 결과 (2220rpm, 148Hz)와 상당히 비슷하다. 이로써 자유진동 해석, 강제진동 해석 그리고 실차 소음 실험을 통한 결과들이 143.3~148.9Hz로 거의 일치하고 있어 실차 소음 실험에서 나타난 2150rpm 즉 엔진 가진의 4차 차수인 143.3 Hz부근에서 4륜구

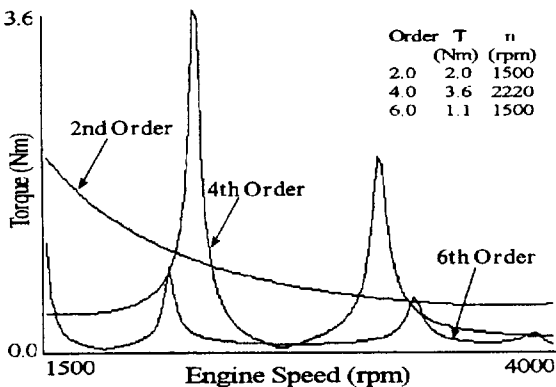


Fig. 10 Torque fluctuation of rear propeller shaft for 4×4 vehicle-analytical results

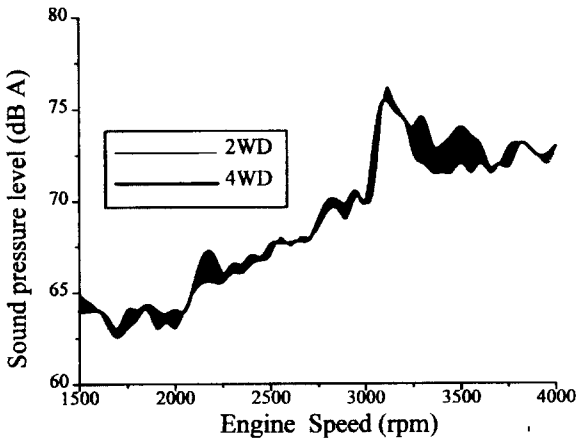


Fig. 11 Interior noise in the part-time four wheel drive vehicle-experimental results

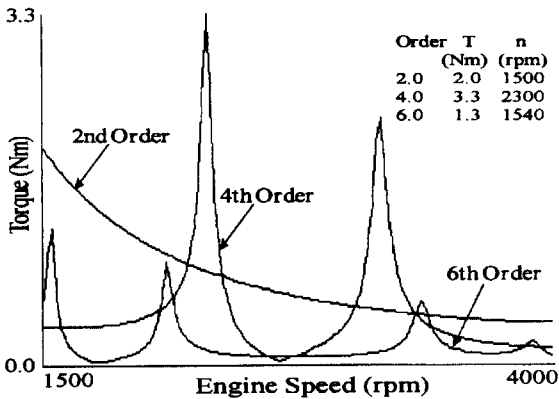


Fig. 12 Influence of increased stiffness on rear propeller shaft for 4x4 vehicle -analytical results

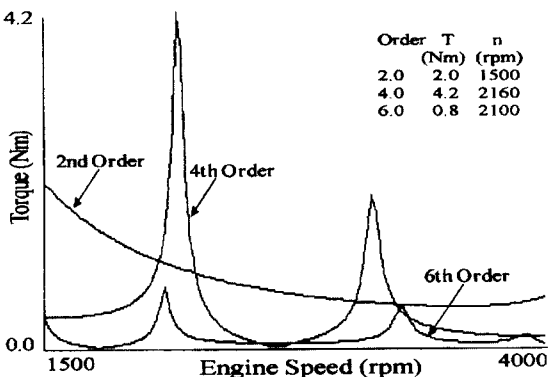


Fig. 13 Influence of decreased stiffness on rear propeller shaft for 4x4 vehicle - analytical results

동시 엔진 4차 가진에 의한 동력전달계 비틀림 공진으로 판단하였다.

4. 3 추진축 강성의 영향

추진축 강성의 변화에 대한 비틀림 진동 기여도를 조사하기 위하여 추진축 강성의 크기를 변화시켜 강제진동 해석을 수행하였고, 차수별로 분석한 결과를 비교하여 Fig. 12, Fig. 13에 나타냈다. Fig. 9, Fig. 10 그리고 Fig. 4(c)의 결과에서 후추진축 강성의 영향이 크게 나타났으므로 후추진축의 강성변화를 통해 구동계 비틀림 진동의 영향도를 평가하였다. 추진축 외경 변화는 추진축 강성의 $\pm 25\%$ 를 기준으로 하였다. Fig. 12와 같이 추진축의 외경을 증가시키면 강성이 높아지고 동력전달계 공진주파수는 Fig. 9, Fig. 10과 비교하여 고주파 대역으로 이동하며 토크 변동은 감소하는 반면, Fig. 13과 같이 강성을 작게 하면 저주파 대역으로 공진주파수가 이동하지만 토크 변동은 커지는 경향을 나타낸다. 이로써 추진축 강성을 증가시키면 공진점을 회피할 수 있으며 진폭도 작아지는 것을 알 수 있다. 따라서 추진축의 비틀림 강성 변경은 동력전달계 비틀림 진동 공진주파수 대역의 이동과 토크 변동의 변경이 가능하여 비틀림 진동 저감에 대한 효과적인 방안이 될 수 있다.

5. 결 론

변환방식 4륜구동 차량에 대해 4x2와 4x4에 대한 질량 관성 모멘트와 비틀림 스프링이 조합된 다자유도 해석 모델을 이용한 자유진동 해석과 엔진 토크 가진하에서 강제진동 해석을 수행하여 다음과 같은 결론을 얻었다.

(1) 2륜구동시와 4륜구동시 실차 소음 실험 결과 4륜구동시는 2150rpm, 엔진 가진 4차 차수인 143.5Hz에서 피크가 존재하고 있으나 2륜구동시는 피크가 존재하지 않으며, 이는 자유진동 해석시 고유진동수 계산과 엔진 가진 토크에 의한 강제진동 해석시의 결과와 잘 일치하고 있어 연구 대상 차량의 경우 4륜구동시 2150rpm에서 엔진 4차 가진 차수에 의한 동력전달계 비틀림 공진으로 판단할 수 있다.

(2) 자유진동 해석과 강제진동 해석에 의해 4륜구동시 2150rpm 대역에서 동력전달계 비틀림진동에 가장 많은 영향을 미치고 있는 요소는 후추진축의 강성임을 알 수 있었다. 따라서 후추진축 강성의 변경으로 계의 고유진동수는 쉽게 변화될 수 있으므로 후추진축 강성의 증가는 계의 고유진동수를 고주

과 대역으로 이동시켜 공진점을 회피함과 동시에 진폭을 낮추게 하여 동력전달계 비틀림진동 저감에 효과적이다.

(3) 이로써 개발된 4륜구동 모델을 통한 해석으로 동력전달계 비틀림진동 특성을 예측함으로써 동력전달계 비틀림진동 저감을 위한 설계 인자의 변경이나 동력전달계 소음 진동 조정에 유용할 것으로 생각된다.

참고 문헌

- (1) Christopher S. Keeny, Shan Shin, 1992, "Prediction and Control of Heavy Duty Powertrain Torsional Vibration," SAE Paper 922481, pp. 805~814.
- (2) Wolfgang Exner, 1995, "NVH Phenomena in Light Truck Drivelines," SAE Paper 952641, pp. 1~6.
- (3) Kataoka, M. Ohno, S., Sugimoto, T., 1986, "Forced Torsional Vibration of a Two Degrees of Freedom System with a Clearance(1st Report : Experiment and Simulation)," Bulletin of JSME, Vol. 29, No. 256, pp. 3491~3498.
- (4) Kataoka, M. Ohno, S., Sugimoto, T., 1986, "Forced Torsional Vibration of a Two Degrees of Freedom System with a Clearance(2nd Report : Analytical Solution)," Bulletin of JSME, Vol. 29, No. 256, pp. 3822~3829.
- (5) Arai, H., Otani, H., Umeyama, M., Matsuura, K., "Design Method for Optimal Torsional Clutch Plate Characteristics," トヨタ技術, Vol. 36, No. 1, pp. 71~77.
- (6) Petrl, H., Heldingsfeld, D., 1989, "The Hydraulic Torsion Damper - A New Concept for Vibration Damping in Powertrains," SAE Paper 892477, pp. 1~10.
- (7) Thomas, C. T. and Daniel, A. G., 1986, "Computer Simulation of Drivetrain Torsional Vibration in Heavy and Medium Duty Truck," SAE Paper 861960, pp. 1~8.
- (8) Petkus E. P. and Clark, S. F., 1987, "A Simple Algorithm for Torsional Vibration Analysis," SAE Paper 870996, pp. 379~387.
- (9) Andreas Laschet, "ARLA-SIMUL Quick User's Guide Version 6.70B," ARLA Maschinenteknik GmbH.
- (10) Andreas Laschet, 1992, "Computer Simulation of Vibration in Rotating Machinery - Machine Vibration," Springer-Verlag London Limited, Vol. 1, No. 1, pp. 42~51.
- (11) B.I.C.E.R.A., 1958, "A Handbook on Torsional Vibration," Cambridge University Press, pp. 247~290.