

<논 문>

마운트계의 실험적 설계변경을 위한 전달함수분리법의 개발

Development of Transfer Function Separation Method for Experimental Dynamic Modification of Mounted System

정 의 봉* · 조 영 희**

Weui-Bong Jeong and Young-Hee Cho

(1997년 6월 27일 접수 ; 1997년 8월 22일 심사완료)

Key Words : Transfer Function Separation Method(전달함수 분리법), Building Block Approach (블록합성법), Experimental Dynamic Modification (실험적 설계변경)

ABSTRACT

Many investigations about the dynamic analysis of the structural system based on the BBA(Building Block Approach) method which predict dynamic characteristics of synthesized structures from each structure. But it is actually sometimes difficult to remove mounts from structures. In this paper, TFSM(The Transfer Function Separation Method) is developed which can predict dynamic characteristics of separated structures from the data of vibrational experiment of the synthesized structures. By combining TFSM with BBA, this paper also proposes the method which can predict dynamic characteristics of mount-modified structure without removing mounts from structures. And the proposed method is verified by the experimental data of plates.

1. 서 론

구조물의 동적 하중에 대한 응답을 정확히 해석하고 합리적인 설계방안의 제시를 위한 동적 설계 해석은 높은 신뢰성의 추구하고 더불어 필요불가결한 기술이 되고 있다. 동적 구조물에는 차량의 차체와 같이 많은 장착물이 마운트에 의한 탄성결합으로 부착된 경우가 많다. 이와 같은 구조물의 진동 저감을 위한 마운트의 설계는 매우 중요하다. 동적 해석 방법으로는 현재 유한요소법이 널리 사용되고 있지만 형상이 복잡한 구조물의 경우에는 적용에 한계가 있으므로 진동시험을 기초로 한 구조물의 동적 응답

해석 및 설계방안의 개발이 중요하다.

진동시험에 기초한 마운트지지 구조계의 동적 해석에 관한 연구^[1~3]가 있으나, 주로 분리된 구조물의 진동시험으로부터 마운트로 연결된 결합구조물의 진동특성을 예측하는 BBA(Building Block Approach)법에 기초를 두고 있다. 그러나 실제로 제작된 구조물에서 마운트계를 제거하여 실험하는 것은 현실적으로 어려움이 많다.

본 연구에서는 마운트로 결합된 결합구조물에 대한 진동시험으로부터 분리된 구조물의 진동특성을 예측하는 부분구조분리법을 개발한다. 그리고 기존의 BBA법과 통합하여 마운트로 탄성연결된 결합구조물에 대한 진동시험데이터로부터 마운트특성을 변경한 결합구조물의 진동특성을 마운트계를 분리하지 않고 예측할 수 있는 기법을 제안한다.

개발된 기법을 평판-마운트-보 구조물에 적용하여

* 정희원, 부산대학교 기계공학부

** 한국타이어 중앙연구소

그 타당성을 검증한다. 먼저 평판-변경전마운트-보 모델의 진동시험 주파수응답함수로부터 각각의 평판, 보만의 주파수응답함수를 예측하여 실제 평판, 보만의 진동시험 데이터와 비교하고, 다시 평판-새로운마운트-보 모델을 분리된 주파수응답함수로부터 예측하고 진동시험 주파수응답함수와 비교하여 그 타당성을 검증한다.

2. 전달함수분리법의 제안

Fig. 1과 같이 2개의 부분구조물이 n 개의 마운트로 결합되어 있다고 가정한다. 마운트로 결합된 부분구조 A쪽 점을 u_i ($i = 1 \sim n$), 부분구조 B쪽 점을 m_i ($i = 1 \sim n$), 부분구조 A쪽 응답점을 g , 부분구조 B쪽 응답점을 r , 부분구조 B의 가진점을 f 라 한다. 결합 후의 j 점 가진에 대한 i 점의 FRF $X_{i,j}$ 로 부터 결합전의 j 점 가진에 대한 i 점의 FRF $G_{i,j}$ 를 구하는 부분구조 분리법의 이론은 다음과 같다.

결합구조물에서 m_i ($i = 1 \sim n$) 위치 단위힘 가진시 j 번째 마운트에 발생하는 전달력을 R_{j,m_i} 라 하면, m_i 위치 단위힘 가진시 u_j ($j = 1 \sim n$) 위치에서의 FRF는

$$\begin{bmatrix} X_{u_1, m_i} \\ X_{u_2, m_i} \\ \vdots \\ X_{u_n, m_i} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} G_{u_1, u_1} & G_{u_1, u_2} & \dots & G_{u_1, u_n} \\ G_{u_2, u_1} & G_{u_2, u_2} & \dots & G_{u_2, u_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{u_n, u_1} & G_{u_n, u_2} & \dots & G_{u_n, u_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} \quad (1)$$

간단히

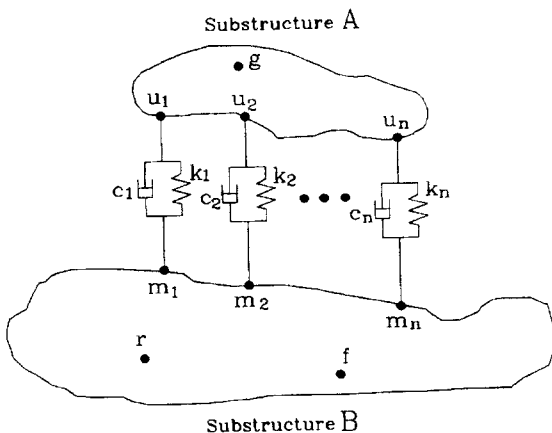


Fig. 1 Models of substructure

$$\{X_{u, m_i}\} = - [G_{u, u}]\{R_{m_i}\}$$

이고, m_j 위치 단위힘 가진시 m_j ($j = 1 \sim n$) 위치에서의 FRF는

$$\begin{bmatrix} X_{m_1, m_i} \\ X_{m_2, m_i} \\ \vdots \\ X_{m_n, m_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} G_{m_1, m_1} & G_{m_1, m_2} & \dots & G_{m_1, m_n} \\ G_{m_2, m_1} & G_{m_2, m_2} & \dots & G_{m_2, m_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ G_{m_n, m_1} & G_{m_n, m_2} & \dots & G_{m_n, m_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} G_{m_1, m_i} \\ G_{m_2, m_i} \\ \vdots \\ G_{m_n, m_i} \end{bmatrix} \quad (2)$$

간단히

$$\{X_{m, m_i}\} = [G_{m, m}]\{R_{m_i}\} + \{G_{m, m_i}\}$$

이다. 여기서 $[G_{u, u}]$ 와 $[G_{m, m}]$ 은 $n \times n$ 행렬이다. 한편, m_j 위치 단위힘 가진시 부분구조 B의 임의점 r 의 FRF는

$$\begin{aligned} X_{r, m_i} &= [G_{r, m_1} \ G_{r, m_2} \ \dots \ G_{r, m_n}] \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} + G_{r, m_i} \\ &= [G_{r, m}]\{R_{m_i}\} + G_{r, m_i} \end{aligned} \quad (3)$$

이고 m_i 위치 단위힘 가진시 부분구조A의 임의점 g 의 FRF는

$$\begin{aligned} X_{g, m_i} &= - [G_{g, u_1} \ G_{g, u_2} \ \dots \ G_{g, u_n}] \begin{bmatrix} R_{1, m_i} \\ R_{2, m_i} \\ \vdots \\ R_{n, m_i} \end{bmatrix} \\ &= [G_{g, u}]\{R_{m_i}\} \end{aligned} \quad (4)$$

이다. 여기서 $[G_{r, m}]$ 와 $[G_{g, u}]$ 는 $1 \times n$ 행렬이다. 한편, FRF를 Accelerance로 취하고 마운트의 강성을 k , 점성감쇠계수를 c 라 하면 m_i 위치 단위힘 가진시 j 번째 마운트의 전달력은

$$R_{j, m_i} = \frac{(k_j + j\omega c_j)}{-\omega^2} (X_{u_j, m_i} - X_{m_j, m_i}) \quad (5)$$

이다. 식(1)의 미지수 행렬인 $[G_{u, u}]$ 를 벡터형태로 재구성하면 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \{X_{u, m_1}\} \\ \{X_{u, m_2}\} \\ \vdots \\ \{X_{u, m_n}\} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} [RE_{u, m_1}] \\ [RE_{u, m_2}] \\ \vdots \\ [RE_{u, m_n}] \end{bmatrix} \{G_{u, u}\} \quad (6)$$

여기서

$$\{X_{u,m_i}\} = [X_{u_1,m_i} \ X_{u_2,m_i} \ \dots \ X_{u_n,m_i}]^T \quad i=1 \sim n$$

$$\{G_{u,u}\} = [G_{u_1,u_1} \ G_{u_1,u_2} \ \dots \ G_{u_1,u_n} \ G_{u_2,u_1} \ \dots \ G_{u_n,u_n}]^T$$

$$[RE_{u,m_i}] = \begin{bmatrix} [Z_{u,m_i}] & 0 & \dots & 0 \\ 0 & [Z_{u,m_i}] & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & [Z_{u,m_i}] \end{bmatrix} \quad i=1 \sim n$$

$$[Z_{u,m_i}] = [R_{1,m_i} \ R_{2,m_i} \ \dots \ R_{n,m_i}]$$

식 (6)을 풀면 부분구조B가 분리된 부분구조 A만의 마운트점끼리의 FRF $\{G_{u,u}\}$ 을 구할 수 있다.

마찬가지방법으로 식 (2)로부터 부분구조 A가 분리된 부분구조 B만의 마운트점끼리의 FRF $\{G_{m,m}\}$ 을 구할 수 있다. 분리된 부분구조의 마운트점끼리의 FRF를 구할 때 상반정리를 이용하면 미지수의 수 $[n(n+1)/2$ 개]보다 관계식의 수 $(n^2$ 개)가 많으므로 최소자승법을 이용하여 구할 수 있다.

그리고, 식 (3)에서 미지수 행렬 $[G_{r,m_i}]$ 을 벡터형태로 재구성하면,

$$\begin{bmatrix} X_{r,m_1} \\ X_{r,m_2} \\ \vdots \\ X_{r,m_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,m_1}+1 & R_{2,m_1} & \dots & R_{n,m_1} \\ R_{1,m_2} & R_{2,m_2}+1 & \dots & R_{n,m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,m_n} & R_{2,m_n} & \dots & R_{n,m_n}+1 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} G_{r,m_1} \\ G_{r,m_2} \\ \vdots \\ G_{r,m_n} \end{bmatrix} \quad (7)$$

이고, 식 (4)에서 미지수 행렬 $[G_{g,u_i}]$ 를 벡터형태로 재구성하면,

$$\begin{bmatrix} X_{g,m_1} \\ X_{g,m_2} \\ \vdots \\ X_{g,m_n} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_{1,m_1} & R_{2,m_1} & \dots & R_{n,m_1} \\ R_{1,m_2} & R_{2,m_2} & \dots & R_{n,m_2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ R_{1,m_n} & R_{2,m_n} & \dots & R_{n,m_n} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} G_{g,u_1} \\ G_{g,u_2} \\ \vdots \\ G_{g,u_n} \end{bmatrix} \quad (8)$$

이므로 식 (7)과 식 (8)을 풀면, 우변의 미지수 벡터를 구할 수 있다. 즉 분리된 부분구조 A만의 마운트가진에 대한 응답점 r 의 FRF와 부분구조 B만의 마운트가진에 대한 응답점 g 의 FRF를 구할 수 있다.

또한, 부분구조 A가 분리된 부분구조 B만의 f 점 가진에 대한 r 점 FRF $\{G_{r,f}\}$ 는 다음 식으로부터 구할 수 있다.

$$\{X_{r,f}\} = [G_{r,m_1} \ G_{r,m_2} \ \dots \ G_{r,m_n}] \begin{bmatrix} R_{1,f} \\ R_{2,f} \\ \vdots \\ R_{n,f} \end{bmatrix} + \{G_{r,f}\} \quad (9)$$

단,

$$R_{i,f} = \frac{(k_i + j\omega c_i)}{-\omega^2} (X_{u_i,f} - X_{m_i,f})$$

3. 전달함수 분리법과 BBA법의 통합

Fig. 1의 마운트구조물에서 분리된 각각의 부분구조의 j 점 가진에 대한 i 점의 FRF $G_{i,j}$ 로부터 n 개의 마운트로 결합된 결합후의 j 점 가진에 대한 j 점의 FRF $X_{i,j}$ 를 추정하는 BBA 이론^(1,4)은 널리 알려져 있다.

앞절에서 제안한 전달함수분리법을 이용하면 마운트로 결합된 결합구조물에 대한 주파수응답함수로부터 분리된 각각의 주파수응답함수를 예측할 수 있다. 그리고 BBA법을 이용하면 분리된 각각의 부분구조물에 대한 주파수응답함수로부터 마운트결합된 결합구조물에 대한 주파수응답함수를 예측할 수 있다. 그러므로 본 논문에서 제안하는 전달함수분리법과 전달함수합성법을 통합하면 마운트결합된 결합구조물에 대한 주파수응답함수로부터 마운트의 특성을 변경한 후의 주파수응답함수를 분리 및 결합을 하지 않고도 직접 예측할 수 있다.

4. 평판모델에 대한 실험

Fig. 2와 같은 알루미늄 재질의 사각평판 네곳을 실리콘으로 지지하고, 평판 위에 용수철로 보를 결

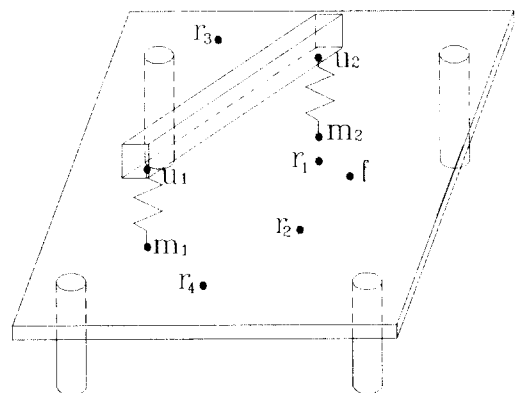


Fig. 2 Plate model for experiments

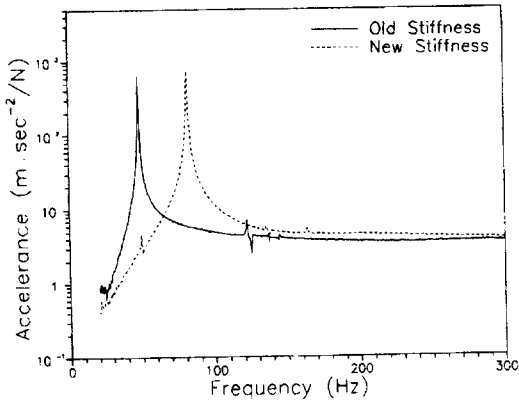


Fig. 3 Plate model for experiments

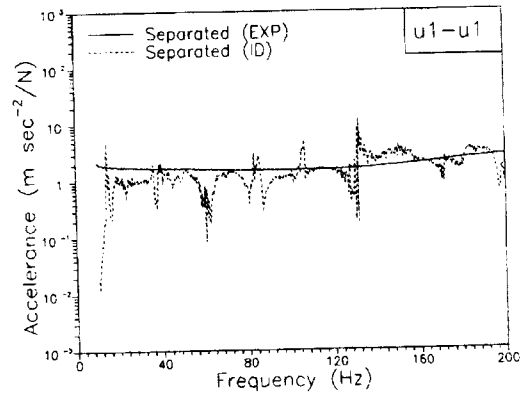
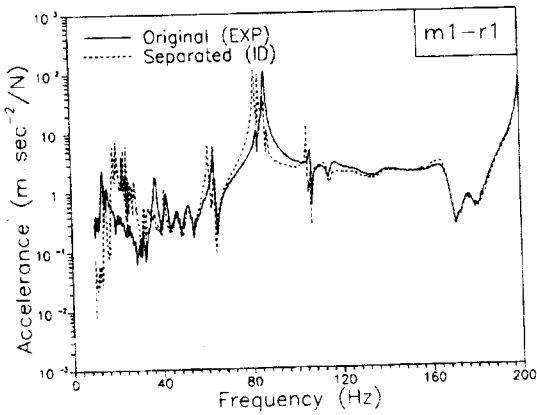
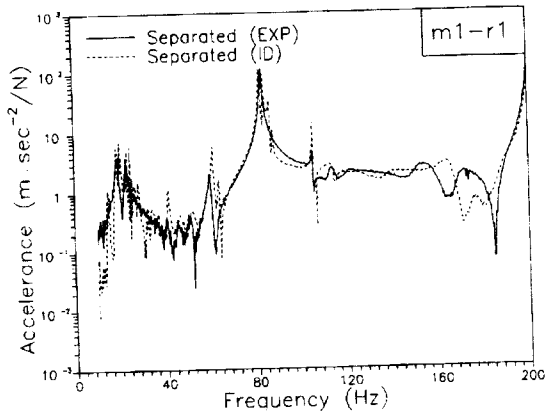


Fig. 5 Identified results of F.R.F. of separated beam (excitation pt. u_1 , response pt. u_1)



(4a)



(4b)

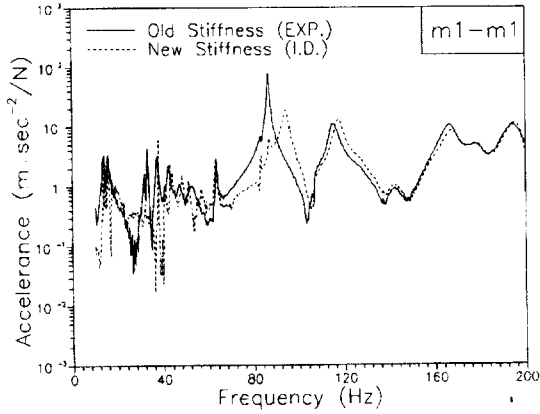
Fig. 4 Identified results of F.R.F. of separated plate (excitation pt. m_1 , response pt. r_1)

합시킨 모델에 대한 진동시험 데이터로부터 용수철이 제거된 후의 평판과 보 각각에 대한 주파수 응답을 예측한다. 그리고 평판-마운트-보 구조물에서 새로운 강성을 갖는 용수철로 다시 결합시켰다.

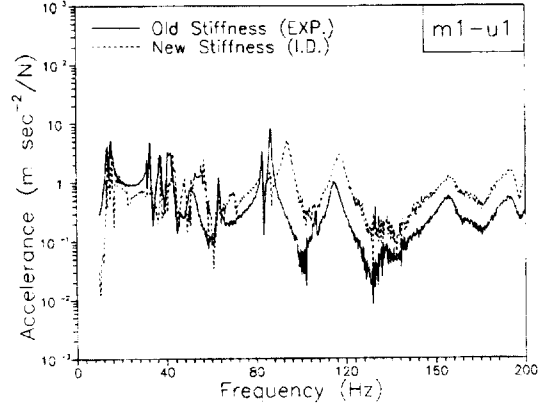
이때 사용된 새로운 용수철은 1자유도 집중질량을 부가시켜 1자유도 진동에 대한 FRF를 충격시험으로 Fig. 3과 같이 구하였다. 그리고 특성행렬 규명법^(4,5)을 이용하여 구한 강성은 기존의 용수철이 $k=27,000\text{N/m}$ 이고 새로운 용수철이 $k=71,000\text{N/m}$ 이다. 부착한 질량을 저울로 측정한 값이 0.220kg 인데 규명된 질량이 0.250kg 인 것은 추정된 강성의 타당성을 보인다. 개발된 프로그램으로 응답특성을 예측하고, 진동시험에 의한 응답과 비교한다. Fig. 2에서 f 는 가진점이고, r_1, \dots, r_4 는 응답점이며, m_1, m_2 는 평판에서의 마운트결합점이며 u_1, u_2 는 보에서의 마운트결합점이다.

4.1 부분구조 분리 결과

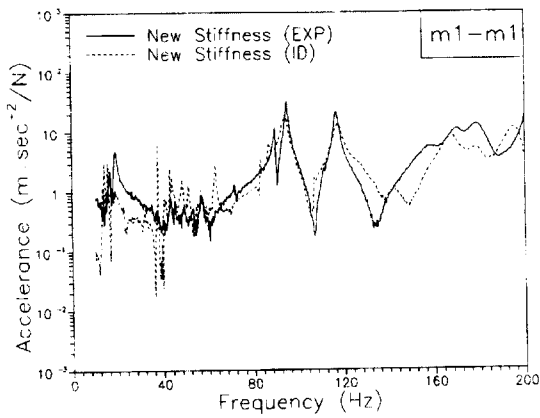
첫 번째 방법인 평판쪽 마운트 연결점 가진에 대한 부분구조분리 결과는 Fig. 4~Fig. 5에 나타낸다. 평판쪽 부분구조분리 결과가 Fig. 4인데 그림(a)에서 실선은 분리하기전의 실험 FRF이고 점선은 보를 제거한 후의 평판만의 FRF예측치이며 그림(b)에서 실선은 분리된 구조물의 실험FRF이고 점선은 FRF예측치이다. 보 제거에 따른 고유진동수의 이동을 잘 추정하고 있음을 알 수 있다. Fig. 5의 실선은 제거된 보만의 실험 FRF이고 점선은 FRF예측치이다. 두 곡선을 비교해보면 실험 FRF로부터 사용된 보의 강체특성을 나타내는 것을 알 수 있다. 예측된 FRF도 실험FRF와 비슷한 성향을 가지지만 기존의 평판-마운트-보 구조물이 갖는 고



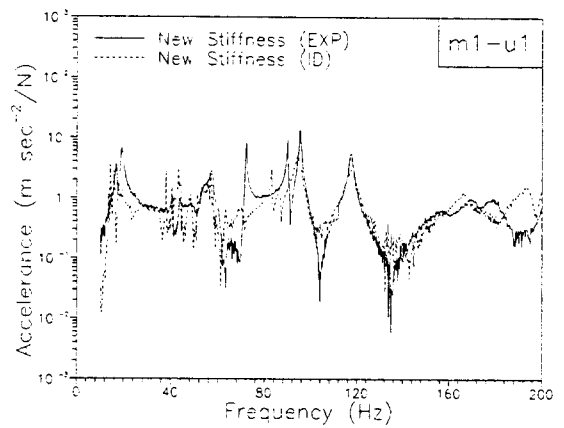
(6a)



(7a)



(6b)



(7b)

Fig. 6 Identified results of F.R.F. of plate in mount-modified system (excitation pt. m_1 , response pt. m_1)

Fig. 7 Identified results of F.R.F. of beam in mount-modified system. (excitation pt. m_1 , response pt. u_1)

유진동수와 반공진동수 부근에서는 오차가 많이 생기는 것을 알 수 있다.

4.2 마운트 설계변경 결과

설계변경된 마운트 결합계에 대한 응답특성을 예측하기 위해서는 먼저 앞절과 같이 부분구조분리된 평판과 보의 응답특성을 예측하고, 예측된 응답특성으로부터 다시 새로 결합된 평판-마운트-보구조계의 응답특성을 한번 더 예측해야 한다. 설계변경된 마운트결합계에 대한 예측결과를 Fig. 6~Fig. 7에 나타낸다. Fig. 6은 평판쪽 마운트점 m_1 가진에 대한 평판쪽 마운트점 FRF를 나타내며, Fig. 7은 평판의 m_1 점 가진에 대한 보의 마운트점 FRF를 나타낸다. 그림(a)에서 실선은 기존의 마운트 결합계에 대한 FRF실험치이고 점선은 새로운 마운트 결

합계에 대한 FRF예측치이다. 그림(b)에서 실선은 새로운 마운트 결합계에 대한 FRF실험치이고 점선은 FRF예측치이다. 개발된 실험적 설계변경법은 공진주파수의 변화를 잘 추정하지만 없어져야 할 peak의 잔재가 일부 남아있는 문제점이 있다. 이것은 실험시의 노이즈에 의한 위상의 오차 때문인 것으로 판단된다.

5. 결 론

(1) 마운트결합계에 대한 주파수응답함수로부터 분리된 각각의 부분구조의 주파수응답함수를 예측할 수 있는 방안을 개발하였다.

(2) 기존에 알려져 있는 전달함수합성법과 제안

한 전달함수분리법을 통합하여 마운트결합계에 대한 진동시험 데이터만으로 마운트계의 실험적 설계변경을 할 수 있는 방안을 개발하였다.

(3) 제안된 방법의 타당성을 평판모델에 적용하여 실험적으로 타당성을 검증한 결과 공진주파수의 변화를 잘 추정하였다. 그러나 없어져야 할 peak의 잔재가 일부 남아있는 문제점이 있으며 추후 연구과제이다.

후 기

이 논문은 1996년도 교육부 학술연구조성비에 의한 대학부설 중점연구소 과제의 일부로 연구되었습니다. 관계자 여러분께 감사드립니다.

참 고 문 헌

- (1) N. G. Park, S. B. Lee and W. B. Jeong, "Design of Engine Mount System for Heavy Vehicles", 1st Int. Conf. on Motion and Control, pp. 297-303, 1992.
- (2) 長松昭男, 모드解析, 培風館, 1986.
- (3) 長松昭男, 大熊政明, 部分構造合成法 培風館, 1991.
- (4) 정의봉, 류석주, 정충길, 고동민, "특성행렬직접 규명법에 의한 강체특성의 실험적 추정", 한국정밀공학회논문집, Vol. 12, No. 9, pp.22~30, 1995.
- (5) W. B. Jeong, M. Okuma and A. Nagamatsu, "Experimental Identification of Mechanical Structure with Characteristic Matrices", JSME Int. Journal, Series 3, Vol. 32, No.1, pp. 30~35, 1989.