

< 논 문 >

유체로 채워진 보어홀 속의 파이프 종진동에 있어서 방사손실에 의한 감쇠

Damping due to Radiation Loss for Axial Vibration
of the Pipe in a Fluid-filled Borehole

이 현 엽* · 류 황 진**

Hyun Yup Lee and Hwang Jin Ryu

(1997년 3월 27일 접수 ; 1997년 6월 25일 심사완료)

Key Words : Radiation Damping(방사감쇠), Axial Vibration(종진동), Pipe in a Fluid-filled Borehole(유체로 채워진 Borehole 속의 파이프), Wave Propagation (음향전파), Infinite Formation with Cylindrical Cavity(유공무한암석층)

ABSTRACT

A method to estimate the radiation power to the surrounding formation due to axial vibration of the pipe in a fluid-filled borehole has been developed, by using the propagation modes of stress wave in an infinitely-long and uniform drilling borehole surrounded by a radially-infinite homogeneous formation. Also, the equivalent damping coefficient for the axial vibration of the pipe has been derived. As an example, results for a real drilling borehole has been presented. The analysis of the elastic motion of the infinite formation which has cylindrical cavity is simplified with the geometric axisymmetry and the low-frequency assumption so that the analytic solution is obtained.

1. 서 론

최근 석유시추의 새로운 방법으로 비트의 방향을 제어함으로써 구멍을 직선 뿐 아니라 곡선으로 파 들어가는 소위 Directional Boring 기술이 프랑스 석유회사(Elf Aquitaine)에 의해 개발되어, 포기했던 유전의 개발가능성을 보여주었다. 이 Directional Boring에서의 핵심기술은 비트근처에서 측정된 정보(비트의 위치, 방향 및 동적거동 등)를 실시간(real time)으로 지상의 작업자에게 전달하는 기술인데, 드릴파이프 속의 진흙물을 음향도파관으로 이용하는 기존의 방법은 정보의 전달속도가 수 bit/sec 정도 밖에 되지 않으므로, 고속정보전달을 위한 방법으로

서 드릴파이프를 음향도파관으로 사용하는 방법에 대한 관심이 높아지고 있다. 이 경우 횡파보다는 종파를 이용하는 것이 유리한데, 그 이유는 종파는 감쇠가 적고 또한 non-dispersive이기 때문이다. 따라서 드릴파이프의 종진동은 드릴작업시 유발되는 진동 관점에서의 관심 뿐 아니라 정보를 전달하는 도파관으로서의 관심을 갖게 되었다.

유체로 채워진 시추공 속에서 파이프가 종진동을 하게 되면, Poisson's ratio에 의해 파이프의 반경(radial)방향 변위를 유발하게 된다. 이로 인한 유체층의 단면적 변화는 압력변화를 유발하며, 따라서 주위의 암석(formation)으로 에너지가 방사된다. 본 연구에서는 파이프의 종진동에 대하여 이 방사에너지에 의한 감쇠를 산정하는 해석적 기법을 개발하고자 한다.

참고문헌 (1)에서는 Fig. 1과 같이 반경방향으로 무한하고 균일한 암석층(formation)에 둘러 싸인,

*정회원, 홍익대학교 조선해양공학과

**홍익대학교 대학원 조선해양공학과

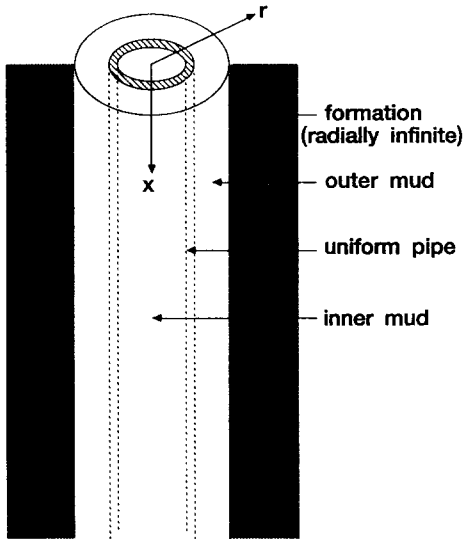


Fig. 1 Idealized uniform borehole

깊이 방향으로 균일하고 무한히 긴 원통형 다층 음향도파관에서의 탄성파의 전파모드를 구하였다. 가운데 첫번째 층은 파이프 속의 유체(inner mud)이고, 두번째 층은 파이프, 세번째 층은 파이프와 시추공 벽(formation) 사이의 유체(outer mud), 네 번째 층은 시추공을 둘러싸고 있는 암석층이다.

일반적으로 파이프에서의 종방향 음향전파속도는 암석층에서의 팽창파(dilational wave)나 전단파(shear wave)의 전파속도보다 빠르며, 이러한 경우 암석층으로 에너지가 방사된다. 그러나, 참고문헌 (1)에서는 암석층을 단순한 스프링으로 처리하였기 때문에 방사파우워(radiation power)를 암석층 벽면에서 구해보면 0이 된다. 따라서 본 연구에서는 탄성파의 전파모드⁽¹⁾를 이용하되, 암석층 내부의 탄성운동을 스칼라포텐셜과 벡터포텐셜로 해석하여 암석층의 무한원방에서 방사파우워를 구하고 또한 이로부터 파이프 종진동에 대한 감쇠계수를 산정하는 기법을 개발하였다.

2장에서는 참고문헌 (1)의 결과인 탄성파의 전파모드를 구하는 기법을 요약하여 기술하였고, 3장에서는 유공 무한 균일 암석층의 탄성운동을 스칼라포텐셜과 벡터포텐셜을 이용하여 그 해를 구하였다. 4장에서는 방사파우워와 감쇠계수의 산정기법을 설명하였고, 5장에는 참고문헌 (1)의 실제 시추공에 대한 계산예를 실었다.

본 연구는 드릴 파이프의 정확한 종진동 응답을 예측하는데 필수적이며, 드릴 작업시 지반을 통해 전파되는 진동을 예측할 수 있으므로 주변에 대한 환경영향 평가에도 도움이 된다. 또한 은밀한 드릴

작업이 필요한 경우, 이를 위한 대책 수립에 직접적인 도움을 줄 수 있을 것이다.

2. 탄성파의 전파모드

참고문헌 (1)에서는 Fig. 1과 같이 반경방향으로 무한하고 균일한 암석층(formation)에 둘러 싸인, 깊이 방향으로 균일하고 무한히 긴 원통형 다층 음향도파관에서의 탄성파의 전파모드를 구하였다. 가운데 첫번째 층은 파이프 속의 유체(inner mud)이고, 두번째 층은 파이프, 세번째 층은 파이프와 시추공 벽(formation) 사이의 유체(outer mud), 네 번째 층은 시추공을 둘러싸고 있는 암석층이다. 축대칭, 저주파수(파장이 시추공 지름에 비해 매우 크다), 유체의 비점성 등의 가정을 하여 운동방정식을 단순화하고 각 층의 축방향 변위에 대하여 wave-form의 해 ($e^{i(\omega t - k_x x)}$)를 가정하여, 다음과 같이 고유치문제로 귀결시켰다.

$$[-[M]c_x^2 + [K]] \begin{Bmatrix} u_p \\ u_i \\ u_o \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix} \quad (1)$$

c_x : 축 방향으로의 음향전파속도(고유치)
 u_p, u_i, u_o : 파이프, inner mud, outer mud 의 종방향 변위

$$[M] = \begin{bmatrix} \rho_p & \frac{2\nu a^2}{b^2 - a^2} \rho_m & \frac{-2\nu b^2}{b^2 - a^2} \rho_m \\ \frac{2\nu B}{E} \rho_p & \left(1 + \frac{B}{K'_a}\right) \rho_m & \frac{-B}{K'_{ab}} \rho_m \\ \frac{-b^2}{c^2 - b^2} \frac{2\nu B \rho_p}{E} & \frac{-B}{K'_{ba}} \rho_m & \left(1 + \frac{B}{K'_b} + \frac{B}{K'_c}\right) \rho_m \end{bmatrix} \quad (2)$$

$$[K] = \begin{bmatrix} E & 0 & 0 \\ 0 & B & 0 \\ 0 & 0 & B \end{bmatrix} \quad (3)$$

ρ_p, ν, E : 파이프의 밀도, Poisson's ratio, Young's Modulus
 ρ_m, B : Mud의 밀도, Bulk Modulus
 a, b, c : 파이프의 내반경, 파이프의 외반경, 구멍의 반경
 G : 암석(formation)의 shear modulus

$$K'_a = \frac{E}{2} \frac{b^2 - a^2}{(1 - \nu)a^2 + (1 + \nu)b^2}$$

$$K'_{ab} = \frac{E}{4} \frac{b^2 - a^2}{b^2}$$

$$K'_b = \frac{E}{2} \frac{c^2 - b^2}{b^2} \frac{b^2 - a^2}{(1+\nu)a^2 + (1-\nu)b^2}$$

$$K'_{ba} = \frac{E}{4} \frac{c^2 - b^2}{b^2} \frac{b^2 - a^2}{a^2}$$

$$K'_c = G \frac{c^2 - b^2}{c^2}$$

위의 식이 유의해를 갖기 위해서는, 다음과 같은 특성방정식을 만족하여야 한다.

$$- [M]c_x^2 + [K] = 0 \quad (4)$$

이 특성방정식은 세개의 고유치(축 방향으로의 음향 전파속도, c_{x1} , c_{x2} , c_{x3})를 가지며, 각각의 고유치에 대하여 각 층의 축방향 변위의 분포를 나타내는 모드가 얻어진다. 또한, 속도모드와 압력모드는 다음과 같이 축방향 변위모드로 부터 구할 수 있다.

$$\begin{Bmatrix} v_p \\ v_i \\ v_o \end{Bmatrix}_n = i\omega \begin{Bmatrix} u_p \\ u_i \\ u_o \end{Bmatrix}_n \quad (5)$$

$$\begin{Bmatrix} \sigma_p \\ p_i \\ p_o \end{Bmatrix}_n = C_{xn} \begin{bmatrix} -\rho_p & 0 & 0 \\ 0 & \rho_m & 0 \\ 0 & 0 & \rho_m \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v_p \\ v_i \\ v_o \end{Bmatrix}_n \quad (6)$$

- v_p, v_i, v_o : 파이프, inner mud, outer mud의 축방향 속도
- σ_p, p_i, p_o : 파이프의 축방향 응력, inner mud의 압력, outer mud의 압력
- n : 모드 number (=1, 2, 3)

3. 유공 무한 균일 암석층의 탄성운동

Fig. 1의 암석층(formation)과 같이 균일한 고체의 탄성운동에 대한 지배방정식은 축대칭인 경우 원통좌표계로 표현하면, 다음과 같이 스칼라 포텐셜(ϕ)과 하나의 벡터 포텐셜(ψ)로 표현된다⁽²⁾.

$$\frac{1}{c_\phi^2} \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \phi}{\partial r^2} + \frac{\partial \phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} \quad (7)$$

$$\frac{1}{c_\psi^2} \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} + \frac{\partial \psi}{r \partial r} - \frac{\psi}{r^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} \quad (8)$$

c_ϕ : propagation speed of dilational wave
($\sqrt{(\lambda+2G)/\rho}$)

c_ψ : propagation speed of shear wave ($\sqrt{G/\rho}$)

ρ : density

λ : Lamé constant

G : shear modulus

변위와 응력은 아래와 같이 이들 포텐셜로 표현된다⁽²⁾.

$$u_r = \frac{\partial \phi}{\partial r} - \frac{\partial \psi}{\partial x} \quad (9)$$

$$u_x = \frac{\partial \phi}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\psi}{r} \quad (10)$$

$$\sigma_r = \rho \frac{\partial^2 \phi}{\partial t^2} - 2G \left(\frac{\partial \phi}{r \partial r} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial r \partial x} \right) \quad (11)$$

$$\tau_{rx} = \rho \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - 2G \left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - \frac{\partial^2 \phi}{\partial r \partial x} \right) \quad (12)$$

무한 원방($r=\infty$)에서 포텐셜이 유한하다는 조건을 이용하면 식 (7)과 식 (8)의 해는 다음과 같다.

$$\phi = \text{Real}[AK_0(k_{\phi r}r) e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (13)$$

$$\psi = \text{Real}[BK_1(k_{\psi r}r) e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (14)$$

$$k_{\phi r}^2 = k_x^2 - \omega^2/c_\phi^2 \quad (15)$$

$$k_{\psi r}^2 = k_x^2 - \omega^2/c_\psi^2 \quad (16)$$

여기서 K_0 와 K_1 은 order 0와 order 1의 modified Bessel function of the second kind이다⁽³⁾. 이 해를 식 (9)~(12)에 대입하고 아래의 관계식⁽³⁾을 이용하면,

$$\frac{d}{dr} K_0(ar) = -\alpha K_1(ar) \quad (17)$$

$$\frac{d}{dr} K_1(ar) = -\alpha K_0(ar) - \frac{K_1(ar)}{r} \quad (18)$$

변위와 응력은 다음과 같이 표현된다.

$$u_r = \text{Real}[\{-Ak_{\phi r}K_1(k_{\phi r}r) + iBk_{xx}K_1(k_{\psi r}r)\} e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (19)$$

$$u_x = \text{Real}[\{-iAk_{xx}K_0(k_{\phi r}r) - Bk_{\psi r}K_0(k_{\psi r}r)\} e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (20)$$

$$\sigma_r = \text{Real}[G\{A(k_x^2 + k_{\phi r}^2)K_0(k_{\phi r}r) - i2Bk_{xx}k_{\psi r}K_0(k_{\psi r}r)\} e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t} + \frac{2G}{r}\{Ak_{\phi r}K_1(k_{\phi r}r) - iBk_{xx}K_1(k_{\psi r}r)\} e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (21)$$

$$\tau_{rx} = \text{Real}[G\{i2Ak_{xx}k_{\phi r}K_1(k_{\phi r}r) + B(k_x^2 + k_{\psi r}^2)K_1(k_{\psi r}r)\} e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (22)$$

시추공 속 유체(outer mud)의 점성을 무시하고 이 유체에 작용하는 압력(p_o)을 $\text{Real}[P_o e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}]$ 라 하면, 시추공 벽면에서의 경계조건은 다음과 같다.

$$\sigma_r(r=c) = -p_o = \text{Real}[-P_o e^{-ik_{xx}x} e^{i\omega t}] \quad (23)$$

$$\tau_{rx}(r=c) = 0 \quad (24)$$

여기서, c 는 시추공의 반지름이다. 이 경계조건을 식 (21)와 (22)에 대입하여, 상수 A , B 를 결정한다. 그 결과는 다음과 같다.

$$A = \frac{D_1 P_0}{D_1 D_4 - D_2 D_3} \quad (25)$$

$$B = \frac{-D_3 P_0}{D_1 D_4 - D_2 D_3} \quad (26)$$

$$D_1 = -G \left\{ (k_x^2 + k_{\phi r}^2) K_0(k_{\phi r} c) + \frac{2k_{\phi r}}{c} K_1(k_{\phi r} c) \right\} \quad (27)$$

$$D_2 = i2G \left\{ k_x k_{\phi r} K_0(k_{\phi r} c) + \frac{k_x}{c} K_1(k_{\phi r} c) \right\} \quad (28)$$

$$D_3 = i2G k_x k_{\phi r} K_1(k_{\phi r} c) \quad (29)$$

$$D_4 = G (k_x^2 + k_{\phi r}^2) K_1(k_{\phi r} c) \quad (30)$$

파장이 시추공 반지름에 비해 매우 큰 ($k_{\phi r} c \ll 1$, $k_{\phi r} c \ll 1$) 저주파인 경우에는, 아래와 같이 베셀함수를 근사적으로 표현할 수 있다⁽³⁾ (small value approximation).

$$K_0(k_{\phi r} c) \approx -\log(k_{\phi r} c) \quad (31)$$

$$K_1(k_{\phi r} c) \approx \frac{1}{k_{\phi r} c} \quad (32)$$

$$K_0(k_{\phi r} c) \approx -\log(k_{\phi r} c) \quad (33)$$

$$K_1(k_{\phi r} c) \approx \frac{1}{k_{\phi r} c} \quad (34)$$

이 근사식을 이용하면, 식 (25), (26)의 상수 A, B는 다음과 같이 표현된다.

$$A \approx \frac{k_x^2 + k_{\phi r}^2}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \frac{c^2 P_0}{2G} \quad (35)$$

$$B \approx \frac{2ik_x k_{\phi r}}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \frac{c^2 P_0}{2G} \quad (36)$$

4. 방사파우워

단위길이(축방향)당 반경방향으로의 방사파우워는 아래와 같이 일률로서 구한다.

$$\begin{aligned} \Pi_r &= - \int_{\theta=0}^{2\pi} \left(\sigma_r \frac{du_r}{dt} + \tau_{rx} \frac{du_x}{dt} \right) r d\theta \\ &= -2\pi r \left(\sigma_r \frac{du_r}{dt} + \tau_{rx} \frac{du_x}{dt} \right) \end{aligned} \quad (37)$$

단위길이당 평균 방사파우워는 방사파우워를 한 주기에 대해 적분을 하여 주기로 나누어 구하는데, 계산의 편의를 위하여 아래와 같이 무한원방에서 그 값을 산정한다.

$$\overline{\Pi_r} = \lim_{r \rightarrow \infty} \frac{-2\pi r}{T} \int_0^T \left(\sigma_r \frac{du_r}{dt} + \tau_{rx} \frac{du_x}{dt} \right) dt \quad (38)$$

$$T = \frac{2\pi}{\omega} \quad (39)$$

K_n (Modified Bessel Function of 2nd kind)은 큰 값에 대해 다음과 같이 근사적으로 표현할 수 있다⁽³⁾.

$$K_n(z) \approx \sqrt{\frac{\pi}{2z}} e^{-z}, \text{ for any integer of } n \quad (40)$$

이 근사식을 이용하면, 식 (19)~(22)의 변위와 응력은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{aligned} u_r &= \text{Real} \left[\frac{\sqrt{\pi} p_0 c^2}{2\sqrt{2} G} \left\{ -\frac{(k_x^2 + k_{\phi r}^2) k_{\phi r}}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2k_x^2 k_{\phi r}}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right\} e^{-ik_{xx} x} e^{i\omega t} \right] \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} u_x &= \text{Real} \left[\frac{\sqrt{\pi} p_0 c^2}{2\sqrt{2} G} \left\{ -\frac{i(k_x^2 + k_{\phi r}^2) k_x}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{2ik_{\phi r} k_x}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right\} e^{-ik_{xx} x} e^{i\omega t} \right] \end{aligned} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \text{Real} \left[\frac{\sqrt{\pi} p_0 c^2}{2\sqrt{2}} \left\{ -\frac{(k_x^2 + k_{\phi r}^2)^2}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{4k_x^2 k_{\phi r}^2}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right\} e^{-ik_{xx} x} e^{i\omega t} \right] \\ &\quad + \text{Real} \left[\frac{\sqrt{\pi} p_0 c^2}{\sqrt{2} r} \left\{ -\frac{(k_x^2 + k_{\phi r}^2) k_{\phi r}}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \frac{2k_x^2 k_{\phi r}}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right\} e^{-ik_{xx} x} e^{i\omega t} \right] \end{aligned} \quad (43)$$

$$\begin{aligned} \tau_{rx} &= \text{Real} \left[\frac{\sqrt{\pi} p_0 c^2}{\sqrt{2}} \frac{k_x^2 + k_{\phi r}^2}{k_x^2 - k_{\phi r}^2} \left\{ ik_x k_{\phi r} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - ik_x k_{\phi r} \sqrt{\frac{1}{k_{\phi r} r}} e^{-k_{\phi r} r} \right\} e^{-ik_{xx} x} e^{i\omega t} \right] \end{aligned} \quad (44)$$

$k_{\phi r}$ 과 $k_{\phi r}$ 이 모두 실수이면, 식 (38)의 적분은 0이 된다. 즉, 주위 암석의 전단파의 전파속도가 축방향의 음향전파속도 ($c_x = \omega/k_x$)보다 빠르면 ($c_{\phi} > c_{\psi} > c_x$), 전단파와 팽창파 모두 반경방향으로 evanescent mode를 갖게 되므로, 방사파우워는 0이 된다. 축방향의 음향전파속도가 주위 암석의 전단파의 전파속도보다 빠르고 팽창파의 전파속도보다 느리면 ($c_{\phi} > c_x > c_{\psi}$), $k_{\phi r}$ 은 실수가 되고 $k_{\psi r}$ 은 허수가 되어 전단파만 전파되어 나간다. 그러나, 주위 암석의 팽창파의 전파속도는 일반적으로 파이프의 축방향 전파속도보다 느리므로 ($c_{\phi} < c_{\psi} < c_x$), $k_{\phi r}$ 과 $k_{\psi r}$ 모두 허수가 되며 전단파와 팽창파 모두 반경방향으로 전파되어 나간다. 각 경우에 대해 식 (38)의 결과는 다음과 같다.

$$\overline{\Pi_r} = 0, \text{ when } c_{\psi} > c_x \quad (45)$$

$$\overline{\Pi_r} = \frac{\pi^2 \omega^3 c^4 P_0^2}{2G} \frac{c_x^2 - c_{\psi}^2}{c_x^4}, \text{ when } c_{\psi} < c_x < c_{\phi} \quad (46)$$

$$\overline{\Pi_r} = \frac{\pi^2 \omega^3 c^4 P_0^2}{8G} \frac{1}{c_{\psi}^2}, \text{ when } c_{\phi} < c_x \quad (47)$$

여기서, P_0 는 파이프의 종진동으로 인해 유발되는

outer mud 내에서의 압력변화의 진폭이다.

5. 파이프 종진동에 대한 등가 감쇠계수

Fig. 1과 같이 유체속에서 파이프가 진동을 할 경우에는, 유체에 의한 구속효과를 고려하여야 하는데, 참고문헌 (1)에서 시추공에 대한 해석결과 이 영향은 무시할 정도임을 밝혔다. 이 영향을 무시하면 파이프의 감쇠종진동에 대한 지배방정식은 다음과 같다⁽¹⁾.

$$\rho_p A_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial t^2} + \mu \frac{\partial u_p}{\partial t} = E_p A_p \frac{\partial^2 u_p}{\partial x^2} \quad (48)$$

ρ_p, E_p, A_p, u_p : 파이프의 밀도, Young's Modulus, 단면적, 종방향 변위

여기서 μ 는 파이프 단위길이당 감쇠계수인데, 이로 인해 소산되는 평균 파워(\bar{P}_d)는 조화운동을 가정하면 다음과 같이 구해진다.

$$\bar{P}_d = \frac{1}{T} \int_0^T \mu v_p^2 dt = \frac{\mu V_p^2}{2} \quad (49)$$

여기서, v_p 는 파이프의 축방향 속도이고 V_p 는 진폭이다. 4장에서의 방사파우위를 파이프 종진동에 대한 등가감쇠계수로 표현하기 위하여는, 아래와 같이 식 (47)의 평균방사파우위가 식 (49)의 평균소산 파워와 같도록 μ 를 결정한다.

$$\mu = \frac{2\bar{P}_r}{V_p^2} \quad (50)$$

$$= 0, \text{ when } c_\psi > c_x \quad (51)$$

$$= \left(\frac{p_o}{\sigma_p}\right)^2 \frac{c_x^2 - c_\psi^2}{c_x^2} \frac{\pi^2 \rho_p^2 C^4 \omega^3}{G}, \text{ when } c_\psi < c_x < c_\phi \quad (52)$$

$$= \left(\frac{p_o}{\sigma_p}\right)^2 \frac{c_x^2}{c_\phi^2} \frac{\pi^2 \rho_p^2 C^4 \omega^3}{4G}, \text{ when } c_\psi < c_x \quad (53)$$

여기서, p_o/σ_p 는 2장에서 얻어진 세 개의 모드 중 파이프 모드(파이프의 응력이 증가 되는 모드)의 파이프응력에 대한 outer mud압력의 비이고, c_x 는 그 모드의 전파속도이다. 일반적으로 파이프의 종진동에 해당하는 모드의 전파속도는 주위 암석의 팽창파의 전파속도보다 빠르며, 이런 경우 식 (53)이 적용된다.

6. 계산예

참고문헌 (1)에서는 주위 암석은 clay이고 지름이

32 cm 인 시추공에 지름이 12.7 cm 인 steel 파이프가 있는 경우에 대해 탄성파의 전파모드를 해석하였다. 본 연구에서는 그 결과를 이용하여 파이프의 종진동에 대한 감쇠계수를 계산하였다. 이 파이프 및 시추공에 대한 자료는 다음과 같다.

파이프 : 내경=0.1086 m, 외경=0.1270 m, $\rho_p = 7850 \text{ kg/m}^3, E = 2.07 \times 10^{11} \text{ N/m}^2, \nu = 0.25$

Mud : $\rho_m = 1048 \text{ kg/m}^3, B = 2.54 \times 10^9 \text{ N/m}^2$

시추공 : 지름=0.32 m

주위암석(Clay) : $G = 2.0 \times 10^8 \text{ N/m}^2, c_\psi = 304 \text{ m/sec}, c_\phi = 496 \text{ m/sec}$

참고문헌 (1)에서 구한 파이프 모드(파이프의 응력이 증가 되는 모드)는 다음과 같다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_p \\ p_i \\ p_o \end{bmatrix}_{\text{pipe mode}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0.0057 \\ -6.2 \times 10^5 \end{bmatrix} \quad (54)$$

$$c_x = 5162 \text{ m/sec} \quad (55)$$

이 경우에는 파이프 모드의 전파속도(5162 m/sec)가 주위 암석의 팽창파의 전파속도(496 m/sec)보다 빠르므로, 식 (53)을 이용하여 단위길이당 감쇠계수와 감쇠비(임계감쇠에 대한)를 구하면 다음과 같다.

$$\mu = 5.50 \times 10^{-10} \omega^3 \text{ [N sec/m}^2\text{]} \quad (55)$$

$$\zeta = \frac{\mu}{\rho_p A_p \omega} = 1.030 \times 10^{-11} \omega^2 \quad (56)$$

7. 결 론

본 연구에서는 반경 방향으로 무한하고 균일한 암석으로 둘러싸인 무한히 길고 균일한 시추공에서의 응력파의 전파모드를 이용하여, 유체로 채워진 시추공에서의 파이프의 종진동에 의해 주변의 암석에 방사되는 에너지 파워(Radiation Power)를 산정하고 이로 인한 등가감쇠계수(파이프 종진동에 대한)를 산정하는 기법을 제시하였다. 또한 예로써 실제의 시추공에 대한 계산을 수행하였다.

드릴작업시 유발되는 진동은 일반적으로 100Hz 미만의 진동인데, 6장의 실제 시추공에서 100Hz일 때 방사손실에 의한 감쇠비는 $4 \times 10^{-4}\%$ 정도이다. 따라서, 드릴작업시 유발되는 진동을 해석할 경우에는 방사손실에 의한 감쇠를 무시할 수 있다.

그러나 정보를 전달하는 도파관으로 이용할 경우에는, 잡음을 피하기 위하여 이 보다 훨씬 높은 고

주파영역을 사용하게 되는데, 식 (53)에서 보면 방사손실에 의한 등가감쇠계수는 주파수의 3승에 비례하므로, 고주파로 갈수록 방사감쇠는 급격히 커진다. 따라서, 가능한 저주파를 이용하는 것이 신호의 전달효율 면에서 바람직하다.

후 기

이 논문은 1996년도 홍익대학교 학술연구 조성비에 의하여 연구되었음.

참 고 문 헌

- (1) 이현엽, 1995, “석유시추공에서의 저주파음향의 전달에 관한 연구,” 대한조선학회 논문집 제32권 제2호.
- (2) White, J. E., 1983, ‘Underground Sound’, Elsevier, New York.
- (3) Hildebrand, F. B., 1976, ‘Advanced Calculus for Applications’, 2nd edition, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.