

<논 문>

박막과 음장의 연성에 의한 저주파 소음 저감

Low Frequency Noise Reduction by Acoustic Coupling with Membrane

박수경* · 김양한**

Sukyung Park and Y. -H. Kim

(1996년 11월 8일 접수 ; 1997년 2월 26일 심사완료)

Key Words : Coupling, Membrane, Spatial Decay, Noise Reduction, Sound Pressure Level.

ABSTRACT

When a membrane couples with compressive fluid, waves on the membrane follow a typical dispersion relations. One of characteristics of this relations is that evanescent waves occur below cutoff frequency. We have attempt to use this spatially decaying characteristics as a low frequency sound absorber. Theoretical development has required to solve membrane-fluid coupled linear differential. The solution has been successfully obtained by using eigenfunctions. To assure the obtained solution, experiment was also performed. The comparison was quite satisfactory. We conclude, based on these theoretical as well as experimental evidences, that it is very likely possible to use a membrane as a low frequency sound control element.

1. 서 론

실제로 사용 가능한 음향 재료(acoustic material)의 흡음 특성을 살펴보면⁽¹⁾, 이를 이용한 소음 제어 효과는 고주파 영역에서는 효과적이거나 약 500 Hz이하의 저주파 영역에서는 적합하지 않음을 쉽게 알 수 있다. 저주파 영역의 소음 저감을 위한 방법에는 능동소음제어 방법을 비롯하여 확장관등을 이용한 방법등 여러가지 방법이 있을 수 있으나, 각각 설치비 및 설치공간에의 상당한 투자가 따라야 한다는 제한이 있다. 보다 광범위하게 적용될 수 있는 저주파 소음 감소 방법으로서 가능한 것은 소위 음파 에너지의 변환을 이용한 방법, 즉 저주파 음파를 다른 형태의 파동, 즉 박막등의 파동으로 변환하는 방법을 생각할 수 있다. 이러한 맥락의 연구로서 대표적

인 것을 살펴보면 R. H. Lyon⁽²⁾ 및 W. Frommhold, H. V. Fuchs과 S. Sheng⁽³⁾ 등에 의해 한쪽 면이 유연한 벽(flexible wall), 또는 박막(membrane)으로 이루어진 구조물의 투과손실(transmission loss)을 이용한 저주파 영역의 소음 저감에 대한 고찰등을 들 수 있다. 이러한 방법은 음파 진행 방향에 수직으로 위치한 유연한 벽의 강성에 의해 발생하는 벽간 압력차 또는 박막과 내부 유체의 헬름홀쯔 공명등을 이용하여 투과 손실을 발생시킨다. 유연한 벽 또는 박막에 수직으로 입사되는 음파는 흡음하고 음파 진행을 방해하지 않도록 평행하게 위치하는 경우에는 흡음 기능을 할 수 없다. 본 연구에서는 음파 진행 방향과 평행하게 위치한 박막과 둘러싸여진 내부 유체와의 연성에 의해 발생하는 공간상의 감쇠현상을 이용하여 진행파의 저주파 소음 저감에 적용하는 방법을 채택하였다.

강체 벽과는 달리 유체의 거동의 일부를 수용하는 박막의 경우는 접하고 있는 유체와 박막의 거동을 서로 독립적으로 생각 할 수 없게 되므로 박막-유체

*한국과학기술원 기계공학과 소음진동제어연구센터

**정회원, 한국과학기술원 기계공학과

로 이루어진 새로운 연성계를 고려해 주어야 한다. 이때의 파동의 전파 현상은 이전의 독립적인 박막 및 유체 내에서의 그것과는 다른 특성을 가진다. 박막의 관성 효과와 내부 유체의 강성 효과로 인한 새로운 공진 모드가 발생하게 된다. 강체 벽 내에서는 고차 모드가 발생하는 고주파 영역에서만 감쇠파가 존재하는 것에 비해 저주파 영역에서도 감쇠파가 존재하게 되어 이를 저주파 소음 저감에 적용할 수 있게 된다. 공간상의 감쇠파가 존재하는 주파수 구간이나 감쇠율은 박막 관련 인자인 박막 밀도나 장력으로 조절할 수 있다. 본 논문에서는 박막-유체 연성계의 파동 전파 현상에 관한 이론적인 고찰을 음파 진행 방향과 평행한 한쪽 면이 박막으로 이루어진 강체 덕트 내 저주파 소음 저감에의 적용해 봄으로써 제시된 방법의 효용성에 대해 살펴보았다. 연성계의 해석에 사용되어온^(4,5) 모드 해석을 통하여 모사 실험을 수행하고 이를 실험값과 비교하여 보았다.

2. 박막과 음장의 연성에 관한 이론적 고찰

2.1 박막-음장 연성계의 수학적 표현 및 운동 방정식

음파의 진행방향에 평행하게 놓인 박막과 음장의 연성관계를 알아보기 위해 강체벽과 수평하게 놓인 무한 경계조건을 갖는 박막을 생각하면[Fig. 1], 박막과 접해있는 유체는 박막과 강체 벽으로 둘러싸인 내부 유체와 박막과 무한 공간과 접하고 있는 외부 유체로 구분할 수 있다. 일반적인 구조-음향 연성계(vibro-acoustic system)의 경우, 반 무한 공간에 분포하고 있는 외부 유체는 구조-음장 연성계의 거동에 거의 영향을 미치지 않으므로 내부 유체와의 연성만 고려해도 충분히 연성계의 거동을 반영할 수 있다. 하지만, 본 연구에서 다루고 있는 박막-음장 연성계와 같이 유체의 임피던스를 구조물의 그것에 비하여 무시할 수 없는 경우에는 외부 유체의 영향을 고려해 주어야 하며 외부 유체는 주파수 영역에 따라 부가 질량(added mass) 혹은 방사 댐퍼(radiation damper)로써 작용하게 된다. 따라서 Fig. 1에 도시한 좌표계를 이용하고 외부 및 내부에 동일한 유체가 분포되어 있다고 가정하면 지배 방정식(governing equations) 및 경계 조건(boundary conditions)은 아래와 같이 표현할 수 있다. $p^+(x, y, z, t)$, $p^-(x, y, z, t)$ 는 각각 외부, 내부 유체의 음압을, w 는 박막의 변위를 의미한다.

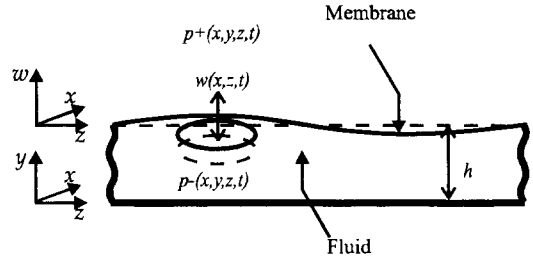


Fig. 1 Modeling of coupled system with membrane and both internal and external fluid.

$$G. E. \begin{cases} \nabla^2 p^+(x, y, z, t) = \frac{1}{c_o^2} \cdot \frac{\partial^2 p^+(x, y, z, t)}{\partial t^2} \\ \nabla^2 w(x, z, t) = \frac{1}{c_m^2} \cdot \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} - \frac{1}{T} \\ \left(p^-(x, y, z, t) \Big|_{y=0} - p^+(x, y, z, t) \Big|_{y=0} \right) \\ \nabla^2 p^-(x, y, z, t) = \frac{1}{c_o^2} \cdot \frac{\partial^2 p^-(x, y, z, t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (1)$$

$$B. C. \begin{cases} \left. \frac{\partial p^+(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = -\rho_o \cdot \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} \\ \lim_{y \rightarrow \infty} p^+(x, y, z) = 0 \quad (\text{radiation condition}) \\ \left. \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = 0 \\ \left. \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial y} \right|_{y=0} = -\rho_o \cdot \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} \end{cases} \quad (2)$$

여기서 c_o , c_m 는 각각 유체 중에서의 음파속도와 박막에서의 파동속도로서 유체와 박막의 밀도를 각각 ρ_o , ρ_m , 박막에 작용하는 장력과 박막과 강체 벽 사이의 간격을 각각 T , h 라 하면 다음과 같이 구해진다.

$$c_o^2 = \frac{\partial p^+}{\partial \rho} \Big|_o = \frac{\partial p^-}{\partial \rho} \Big|_o, \quad c_m = \sqrt{\frac{T}{\rho_m}} \quad (3)$$

주어진 운동 방정식의 해를 파동 해의 형태라고 가정하면 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p^+(x, y, z, t) = P^+ e^{j\omega t} (a_1 e^{-jk_{x0}x} + a_2 e^{jk_{x0}x}) (a_3 e^{-jk_{z0}z} + a_4 e^{jk_{z0}z}) (a_5 e^{-jk_{y0}y} + a_6 e^{jk_{y0}y}) \quad (4-a)$$

$$p^-(x, y, z, t) = P^- e^{j\omega t} (b_1 e^{-jk_{x0}x} + b_2 e^{jk_{x0}x}) (b_3 e^{-jk_{z0}z} + b_4 e^{jk_{z0}z}) b_5 e^{-jk_{y0}y} \quad (4-b)$$

$$w(x, z, t) = W e^{j\omega t} (c_1 e^{-jk_{mx}x} + c_2 e^{jk_{mx}x}) (c_3 e^{-jk_{mz}z} + c_4 e^{jk_{mz}z}) \quad (4-c)$$

또한 경계면에서의 연속 조건에 의해 $k_{x0} = k_{mx} = k_x$, $k_{y0} = k_y$, $k_{z0} = k_{mz} = k_z$ 이고 식 (4)를 주어진 지배 방정식과 경계 조건에 대입하면 다음과 같은 주파수와 파수(wave number)의 관계를 나타내는 분산 관계식

(dispersion relation)을 얻는다.

$$\begin{cases} k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \left(\frac{\omega}{C_o}\right)^2 \\ k_x^2 + k_z^2 = \left(\frac{\omega}{C_m}\right)^2 \times \left\{ 1 - \frac{r_o}{k_y} \times (\cot(hk_y) + j) \right\} \end{cases} \quad (5)$$

2.2 연성계 내에서의 파동 전파 특성 고찰

주어진 분산식의 해를 통해 연성계의 파동 전파 특성을 알 수 있는데 물리적 이해를 돕기 위해 우선 외부 유체에 의한 연성이 없는 경우를 생각하자. 그러면 주어진 분산식은 아래와 같이 표현된다.

$$\begin{cases} k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = k^2 = \left(\frac{\omega}{C_o}\right)^2 \\ k_x^2 + k_z^2 = \left(\frac{\omega}{C_m}\right)^2 \times \left\{ 1 - \frac{r_o}{k_y} \cot(hk_y) \right\} \end{cases} \quad (6)$$

평면좌표계 x, z 에 대해 무한 박막을 고려하므로 각 좌표계로의 방향성 없이 다음과 같은 평면 파수 k_{xz} 를 정의 하면 식 (6)의 해는 Fig. 2와 같이 주어진다.

$$k_{xz} = \sqrt{k_x^2 + k_z^2} \quad (7)$$

분산해의 형태는 크게 두 가지로 구분할 수 있는데 하나는 순 허수 k_y 와 실수 k_{xz} 를 갖는 해이고 [Fig. 2(b), (c)], 다른 하나는 실수 k_y 와 복소수 k_{xz} 를 갖는 해이다 [Fig. 2(a), (c), (d)]. 음압 분포가 식 (4)와 같이 표현됨을 상기하면 물리적으로 전자의 경우 y 방향으로는 공간상으로 감소 또는 증가하는 음장 분포임을, 평면상으로는 연성이 되기 전의 박막에서의 파동과 유사한 전파 특성을 가지고 전파하는 음장 분포임을 알 수 있다. 후자의 경우 y 방향으로는 정제파(standing wave)가 형성됨을, 평면 방향으로 저주파 대역에서는 공간상으로의 감쇠파가 형성되고 고주파 영역에서는 진행파가 형성됨을 알 수 있다. k_y 의 조화해 중 3번째 이상의 고차 모드는 박막과 유체가 접하는 면에서 유체의 y 방향의 미분값이 0이 되는 경우로써, 접면에서 내부 유체의 수직 방향의 속도가 0이 되어 유체의 섭동(perturbation)이 박막을 가진하지 않게 되므로 연성이 일어나지 않는다고 할 수 있다. 따라서 연성에 의한 파동 특성을 나타내는 두 번째 해에 관해서 살펴보면, k_y 값은 주파수가 증가함에 따라 일정한 값에 수렴하게 되는데 근사적으로 수렴 값을 살펴보면 다음과 같이 표현할 수 있다⁽⁶⁾.

$$k_y \approx \sqrt{\frac{\rho_o}{\rho_m h}} \quad (8)$$

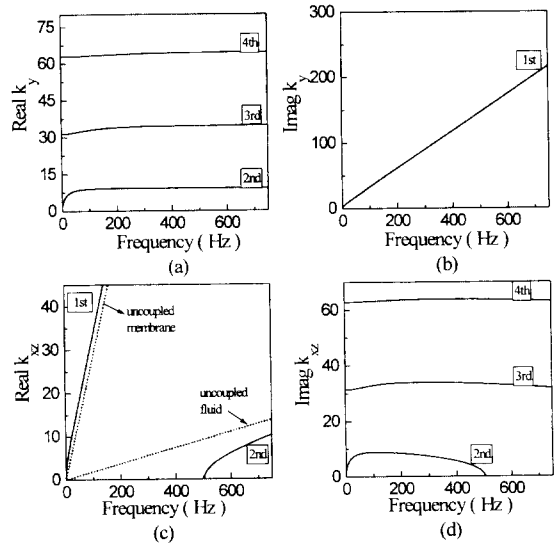


Fig. 2 Dispersion curve for membrane-fluid coupled system without external fluid effects. Solid line : dispersion curve of coupled system, crossed line : dispersion curve of uncoupled fluid and membrane with $=0.1 \text{ kg/m}^2$, $c_o=343 \text{ m/s}$, $T=50 \text{ N/m}$, $h=0.1 \text{ m}$. (a) Real part of k_y , (b) Imaginary part of k_y , (c) Real part of k_{xz} , (d) Imaginary part of k_{xz} .

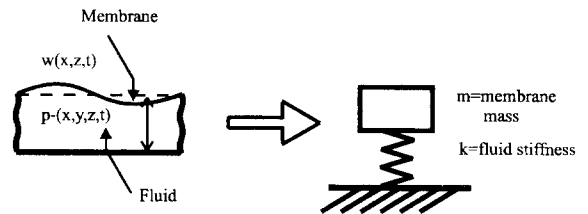


Fig. 3 Equivalent mass-spring system of y -directional resonant mode of membrane-fluid coupled system

이때의 주파수를 살펴보면 아래와 같다⁽⁷⁾.

$$\begin{aligned} \omega = ck_y &\approx c \sqrt{\frac{\rho_o}{\rho_m h}} = \sqrt{\frac{\rho_o c^2 \cdot A/h}{\rho_m h \cdot A/h}} \\ &= \sqrt{\frac{\text{stiffness effect of enclosed fluid}}{\text{membrane mass}}} \end{aligned} \quad (9)$$

이는 물리적으로 박막의 관성효과(inertia effect)와 내부 유체의 강성효과(stiffness effect)로 이루어진 질량-스프링계의 공진 주파수를 의미하므로 [Fig. 3], 가진된 유체의 위치에너지와 박막의 운동에너지 간의 에너지 변환이 이루어지는 공진 모드가 형성되며 이러한 공진 조건을 만족시켜주기 위해서 평면상으로는 감쇠 파가 존재하게 됨을 알 수 있다. 이때

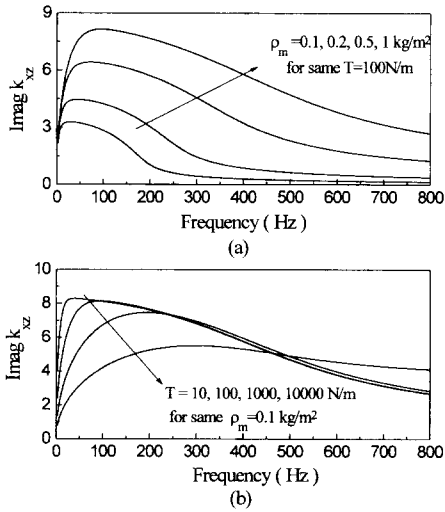


Fig. 4 Dispersion curve of coupled system for various membrane density and tension. (a) Dispersion curve for various membrane density from 0.1 to 5 with constant $T=100$ N/m, (b) Dispersion curve for various membrane tension from 10 to 10000 with constant $\rho_m=0.1$ kg/m².

공간상에서의 감쇠파가 존재하는 주파수 구간과 진행파가 존재하는 주파수 구간의 경계점을 차단 주파수(cut-off frequency)라 정의하면 근사적으로 다음과 같이 표현된다.

$$f_{cutoff} \approx \frac{c_o}{2\pi} \sqrt{\frac{\rho_o}{\rho_m h}} \text{ for } c_o^2 \gg c_m^2 \quad (10)$$

윗 식에서 알 수 있듯이 박막의 밀도가 작을 수록 넓은 주파수 대역의 소음 저감을 할 수 있다. 한편 외부 유체와의 연성을 고려하는 경우 분산식 (5)의 해들 중 공간상의 감쇠와 관련있는 해는 Fig. 4와 같으며 박막과 내부 유체만의 연성이 있는 경우와는 달리 k_y, k_{xz} 값이 복소수로 존재하게 되어 공간상으로 감쇠하면서 전파하는 파동이 존재한다. 따라서 외부 유체와의 연성을 고려하지 않은 경우에 대해 저주파 영역에서는 공간상에서의 전파없이 감쇠만 일어나는 주파수 구간의 경계인 차단주파수가 존재하지 않으며, 고주파 영역에서는 저주파에서와 비교하면 작은 량이지만 음파가 전파하면서 공간상으로 감쇠가 일어난다. 공간상의 감쇠율은 식 (4)에서 알 수 있듯이 k_{xz} 의 허수부에 관계되며 이를 결정짓는 요소는 Fig. 4에 나타난 바와 같이 장력과 박막 밀도로서 장력과 박막의 밀도가 작을수록 감쇠율은 증가함을 알 수 있다. 따라서 연성계의 연성 특성에 의한 공간상 감쇠 효과 및 박막 관련 인자를 이용한

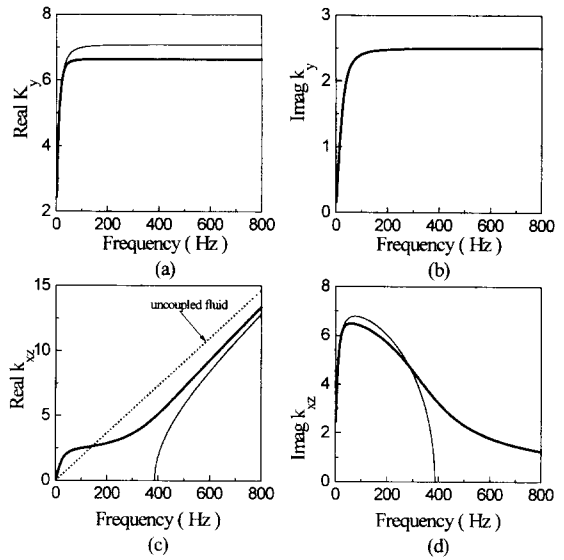


Fig. 5 Dispersion curve of air and membrane coupled system without external coupling and that of coupled system with external coupling. $\rho_m=0.1$ kg/m², $c_o=343$ m/s, $T=50$ N/m. Thick line : fluid exterior, thin line : vacuum exterior, crossed line : uncoupled fluid.

감쇠구간과 감쇠율의 조율성들을 이용하여 저주파 소음 저감에 적용할 수 있음을 알 수 있다.

2.3 소음 저감에 적용시의 이론적 제한 점

앞서 언급했듯이 저주파 영역에서는 연성계의 공간상 감쇠 성분에 의한 소음 저감이 가능하나 박막의 관성효과와 내부 유체의 강성효과에 의한 공진계의 공진 주파수 이상의 고주파로 갈수록 공간상의 감쇠효과는 현저히 감소하고[Fig. 5(d)], 강체 덕트 내에서의 음파 전파 거동과 유사한 전파 특성을 보인다[Fig. 5(c)]. 이때의 분산곡선은 연성이 되기전의 유체내에서의 그것에 비해 고주파쪽으로 이동을 보이는데 유한 덕트의 경우 공진 주파수가 고주파 쪽으로 이동하게 되며 이로 인해 공진주파수가 이동한 주파수에서는 연성에 의해 오히려 음압이 증가하는 경우가 발생할 수 있다. 또한 고주파 영역에서는 외부 유체가 방사덤퍼의 역할을 하므로 외부로 방사되는 음압에 의한 외부 음장의 소음 증가가 발생하게 된다. 따라서 앞서 제시된 연성계의 공간 감쇠 현상을 이용한 소음 저감은 저주파 대역의 가진이 지배적인 경우에 대해 보다 실질적인 저감 효과를 얻을 수 있음을 알 수 있다.

3. 한면이 박막으로 이루어진 덕트 내의 저주파 소음 저감에의 적용

이제까지 이론적으로 설명된 평면상에서의 무한 경계 조건을 갖는 박막과 유체와는 달리 실제 적용 가능한 연성체는 평면상으로 유한 경계 조건을 가지고 있으므로 이에 대한 파동 전파 현상에 관한 고찰이 필요하다. 그러나 이러한 유한 경계 조건의 경우에도 기본적인 파동의 거동은 무한 경계 조건 하에서의 파동의 중첩으로 표현할 수 있으므로⁽⁸⁾ 기본적인 파동의 거동은 무한 경계 조건을 갖는 연성체의 경우와 크게 다르지 않을 것임을 예상할 수 있다. 본 장에서는 유한 경계를 가지는 덕트의 한쪽 면이 박막인 경우에 진행되는 음파의 소음 저감이 어떻게 이루어 지는가에 대해 수치적으로 그리고 실험적으로 알아 보았다.

3.1 모사 실험

(1) 모사 실험의 모델링 및 해법

모사 실험에 사용된 유한 덕트는 Fig. 6과 같다. 기하학적 조건은 덕트의 길이 $l=0.6$ m, 너비 $b=0.13$ m, 높이 $h=0.1$ m로서 길이 방향으로 전파하는 음파의 거동에 관심을 두기 위해 상대적으로 너비와 높이를 작게 함으로써 이 방향으로의 고차 모드의 발생을 방지 하였다. 이때 주어지는 지배 방정식과 경계 조건은 다음과 같다.

$$G. E. \left\{ \begin{aligned} \nabla^2 p^+(x, y, z, t) &= \frac{1}{c_o^2} \cdot \frac{\partial^2 p^+(x, y, z, t)}{\partial t^2} \\ \nabla^2 w(x, z, t) &= \frac{1}{c_m^2} \cdot \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} \\ &\quad - \frac{p^-(x, y, z, t)}{T} \Big|_{y=0} + \frac{p^+(x, y, z, t)}{T} \Big|_{y=b} \\ \nabla^2 p^-(x, y, z, t) &= \frac{1}{c_o^2} \cdot \frac{\partial^2 p^-(x, y, z, t)}{\partial t^2} \\ &\quad + 2\rho_o \cdot \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} \cdot \delta(y) \\ &\quad + 2\rho_o \cdot \frac{\partial V_{sp}}{\partial t} \cdot \delta(z) \end{aligned} \right. \quad (11)$$

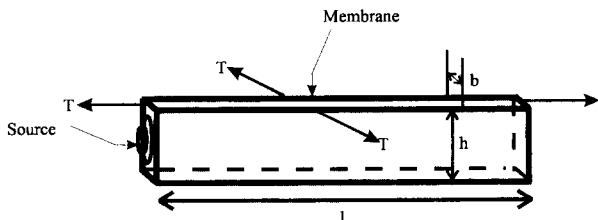


Fig. 6 Simulation system with.
 $b=0.13$ m, $h=0.1$ m, $l=0.6$ m

$$B. C. \left\{ \begin{aligned} \frac{\partial p^+(x, y, z, t)}{\partial y} \Big|_{y=0} &= -\rho_o \frac{\partial^2 w(x, z, t)}{\partial t^2} \\ \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial x} \Big|_{x=0} &= \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial x} \Big|_{x=b} = 0 \\ \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial y} \Big|_{y=0} &= \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial y} \Big|_{y=h} = 0 \\ \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=0} &= \frac{\partial p^-(x, y, z, t)}{\partial z} \Big|_{z=l} = 0 \\ w(0, z, t) &= w(b, z, t) = 0 \\ w(x, 0, t) &= w(x, l, t) = 0 \end{aligned} \right. \quad (12)$$

유한 경계 조건을 갖는 내부 음장과 박막의 변위는 연성이 있기 전의 독립계의 고유 함수(eigenfunction)의 합으로 확장할 수 있고⁽⁹⁾, 수학적 편의성을 위해 앞서 제시된 지배 방정식 (1)을 동차(homogeneous) 경계 조건 및 비동차(in-homogeneous) 운동 방정식으로 표현하였다⁽¹⁰⁾. 위와 같은 동차 경계 조건을 만족하는 고유 함수로 확장된 음압과 박막 변위는 다음과 같이 나타내어진다.

$$\left\{ \begin{aligned} w(x, z, t) &= \left\{ \sum_{m,n} \eta_{mn} \Phi_{mn}(x, z) \right\} \cdot e^{j\omega t} \\ p^-(x, y, z, t) &= \left\{ \sum_{i,j,k} \zeta_{ijk} \Psi_{ijk}(x, y, z) \right\} \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \right. \quad (13-a)$$

where,

$$\left\{ \begin{aligned} \Psi_{ijk}(x, y, z) &= \cos \frac{i\pi x}{b} \cos \frac{j\pi y}{h} \cos \frac{k\pi z}{l} \\ \Phi_{mn}(x, z) &= \sin \frac{m\pi x}{b} \sin \frac{n\pi z}{l} \end{aligned} \right. \quad (13-b)$$

따라서 외부 음장 $p^+(x, y, z, t)$ 은 식 (11)과 (13)으로부터 동차 파동 방정식 해의 적분 형태로서 다음과 같이 표현된다.

$$\left\{ \begin{aligned} p^+(x, y, z, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{P}^+(x, y, z, t) \\ &\quad \times e^{-j(k_x x + k_y y + k_z z)} dk_x dk_z \cdot e^{j\omega t} \\ &= \frac{\rho_o \omega^2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \left[\sum_{m,n} \frac{\eta_{mn}}{-jk_y} \left\{ \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \Phi_{mn} \right. \right. \\ &\quad \times (x, z) e^{j(k_x x + k_z z)} dx dz \left. \left. \right\} \right. \\ &\quad \times e^{-j(k_x' x + k_y' y + k_z' z)} \left. \right] dk_x dk_z \cdot e^{j\omega t} \end{aligned} \right. \quad (14)$$

또한, 다음과 같은 직교성(orthogonality)을 이용하면

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{1}{A} \int_D \Psi_{ijk} \cdot \Psi_{pqr} dA &= \delta_{ip} \delta_{jq} \delta_{kr} \\ \frac{1}{A} \int_D \Phi_{mn} \cdot \Phi_{ab} dA &= \delta_{ma} \delta_{nb} \end{aligned} \right. \quad (15)$$

주어진 지배 방정식은 다음과 같이 나타내어 진다.

$$\left\{ \begin{aligned} (\omega^2 - \omega_{ijk}^2) \zeta_{ijk} &= -\frac{8\rho_0 c_0^2 \omega^2}{h\pi^2} \cdot \sum_{\substack{m,n \\ \neq i,k}} \eta_{mn} C_{ikmn} \\ &+ \begin{cases} \frac{8\rho_0 c_0^2}{l\pi^2} \times (\omega \bar{V}_{sp}), & i=j=0 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases} \\ (\omega^2(1 + a_{mn}) - \omega_{mn}^2) \eta_{mn} &= -\frac{4}{\rho_m \pi^2} \cdot \sum_{\substack{i,j,k \\ \neq m,n}} \zeta_{ijk} C_{ikmn} \end{aligned} \right. \quad (16)$$

여기서 C_{ijk} , a_{mn} 은 아래와 같다.

$$C_{ikmn} = \frac{mn((-1)^{m+i}-1)((-1)^{n+k}-1)}{(m^2-i^2)(n^2-k^2)} \quad (17)$$

$$\begin{aligned} a_{mn} &= \frac{\rho_0 \pi^2}{\rho_m (bl)^3} \sum_{p,q} \eta_{p,q} mnpq \\ &\times \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{(-1)^{m+p} + 1 - (-1)^m \{ e^{-jkxb} + (-1)^{p-m} e^{-jkxb} \}}{jk_y [k_x^2 - (m\pi/b)^2] [k_x^2 - (p\pi/b)^2]} \\ &\times \frac{(-1)^{n+q} + 1 - (-1)^n \{ e^{-jkzl} + (-1)^{q-n} e^{-jkzl} \}}{[k_z^2 - (n\pi/l)^2] [k_z^2 - (q\pi/l)^2]} dk_x dk_z \end{aligned} \quad (18)$$

따라서 주어진 방정식은 다음과 같은 행렬식으로 표현된다.

$$\begin{cases} [A]\{\zeta_{ijk}\} = [B]\{\eta_{mn}\} + \{V_{sp}\} \\ [C]\{\eta_{mn}\} = [D]\{\zeta_{ijk}\} \end{cases} \quad (19-a)$$

여기서 가진원인 $\{V_{sp}\}$ 로 $\{\zeta_{ijk}\}$, $\{\eta_{mn}\}$, $\{V_{sp}\}$ 를 정규화하여 이를 각각 $\{\tilde{\zeta}_{ijk}\}$, $\{\tilde{\eta}_{mn}\}$, $\{Const\}$ 라하면 앞의 행렬식은 다음과 같이 다시 쓸 수 있다.

$$\begin{cases} [A]\{\tilde{\zeta}_{ijk}\} = [B]\{\tilde{\eta}_{mn}\} + \{Const\} \\ [C]\{\tilde{\eta}_{mn}\} = [D]\{\tilde{\zeta}_{ijk}\} \end{cases} \quad (19-b)$$

따라서 $\{\tilde{\zeta}_{ijk}\}$, $\{\tilde{\eta}_{mn}\}$ 을 구할 수 있다.

(2) 모사 실험 결과

앞서 구해진 $\{\tilde{\zeta}_{ijk}\}$, $\{\tilde{\eta}_{mn}\}$ 로서 스피커의 가진력에 대한 외부, 내부 유체의 음압 $p^+(x, y, z, t)$, $p^-(x, y, z, t)$ 의 비를 알 수 있고 이로부터 가진력에 대한 주파수 응답 함수(frequency response function)를 로그(log)스케일로 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{FRF of SPL w.r.t. velocity} &= 10 \cdot \log \left| \frac{P^-}{V_{sp}} \right|^2 \\ &= 10 \cdot \log |P^-|^2 = 20 \cdot \log \left| \sum_{i,j,k} \tilde{\zeta}_{ijk} \Psi_{ijk}(x, y, z) \right| \end{aligned} \quad (20)$$

음파 진행 방향과 평행한 덕트의 윗면이 강체 벽인 경우와 박막인 경우에 대한 각각의 FRF of SPL

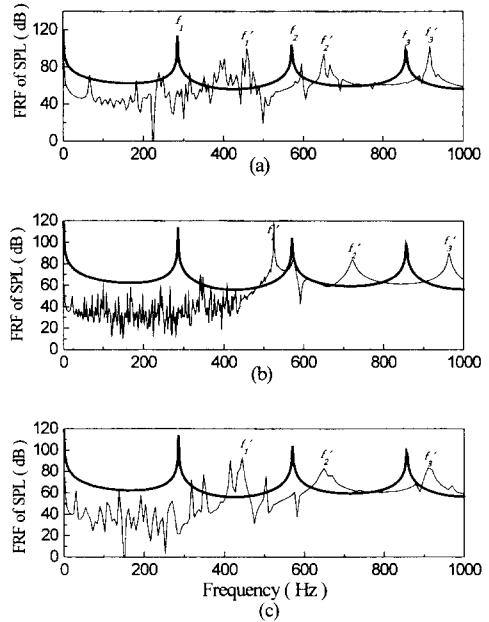


Fig. 7 FRF of SPL in rigid duct and various membrane-walled ducts. Thick line : FRF in rigid duct, thin line : FRF in membrane-walled duct. $f_1 \sim f_3$ are the peak frequencies in rigid duct and $f'_1 \sim f'_3$ are peak frequencies of membrane-walled duct.

- (a) $\rho_m = 1.325 \text{ kg/m}^2$,
 $T = 50 \text{ N/m}$, fcutoff 165 Hz,
 $\Delta SPL = 21.2 \text{ dB}$,
- (b) $\rho_m = 0.6 \text{ kg/m}^2$,
 $T = 50 \text{ N/m}$, fcutoff 245 Hz,
 $\Delta SPL = 33.0 \text{ dB}$,
- (c) $\rho_m = 1.325 \text{ kg/m}^2$,
 $T = 10 \text{ N/m}$, fcutoff 165 Hz,
 $\Delta SPL = 29.9 \text{ dB}$.

값을 Fig. 7에 도시하였으며 그림에서 두꺼운 실선은 강체 덕트 내에서의 음압을, 가는 실선은 안쪽면이 박막인 경우의 음압을 나타낸다. Fig. 7.(a)는 박막 밀도 0.1 kg/m^2 , 장력 50 N/m 인 경우의 모사 실험 결과로서 예상했던 대로 무한 경계 조건에서의 경우와 같이 유한 경계 조건을 갖는 덕트의 모사 실험 결과에서도 저주파 대역에 공간상의 감소 영역이 생기고 이로 인해 저주파의 소음 저감이 이루어진다. 박막의 밀도에 따른 소음저감 구간 및 감소 레벨은 Fig. 7(b)에 나타 내었다. 외부 유체와의 연성이 없다고 가정한 경우 정의할 수 있는 차단 주파수에 대해 감소된 소음 레벨, ΔSPL 을 다음과 같이 정의 하고 살펴보면,

$$\Delta SPL = \text{Average of } SPL(f) \text{ of rigid duct} - SPL(f) \text{ of membrane walled duct} \Big|_0^{f_{cutoff}} \quad (21)$$

일정한 박막 장력 $T=50 \text{ N/m}$ 에 대해 $\rho_m=1.325 \text{ kg/m}^2$ 인 경우 ΔSPL 은 21.2 dB이고 $\rho_m=0.6 \text{ kg/m}^2$ 인 경우 ΔSPL 은 33.0 dB이다[Fig. 7(b)]. 소음 저감 구간은 식 (10)을 이용하면 전자의 경우 $f_{cutoff} \approx 164.97 \text{ Hz}$ 이고, 후자의 경우 $f_{cutoff} \approx 245.15 \text{ Hz}$ 로서 박막 밀도가 작을수록 넓은 주파수 대역의 저주파 소음 저감이 가능하며 소음 감쇠 레벨도 증가한다. Fig. 7(c)는 장력의 변화에 따른 내부 음압을 나타내며 동일한 박막 밀도 $\rho_m=1.325 \text{ kg/m}^2$ 에 대해 $T=50 \text{ N/m}$ 에서 $T=10 \text{ N/m}$ 으로 장력을 감소시키면 소음 저감이 이루어지는 주파수 영역에는 큰 차이가 없으나 소음 감쇠 레벨은 21.2 dB에서 29.9 dB로 증가하며 장력이 작을 수록 소음 감쇠 레벨이 큼을 알 수 있다[Fig. 7(c)]. 한편 고주파 영역으로 갈수록 음압 레벨이 강체 덕트 내에서의 음압레벨에 수렴하며 덕트의 공진 모드에 의한 공진 주파수 f_1, f_2, f_3 가 고주파쪽으로 이동한 것(f'_1, f'_2, f'_3)을 볼 수 있다. 각각의 이동된 주파수에서의 공진 모드 형태로 부터 Fig. 7의 공진 주파수는 각각 f_1 이 f'_1 으로, f_2 이 f'_2 으로, 그리고 f_3 이 f'_3 으로 이동했음을 알 수 있다. 이는 연성 후 내부 유체의 강성효과와 박막의 질량 효과에 의한 y방향으로의 공진 모드에 의해 이동하는 것으로 공진 주파수가 클수록 이동 폭이 증가한다.

3.2 실험 결과

(1) 실험 장치

모사 실험과 같은 기하학적 형상을 갖는 계에 대해 실험을 수행하였다. 실험 장치는 Fig. 8(a)에 도시하였으며 박막은 사각틀에 고정시킨 후 추를 매달아 장력을 가하였다[Fig. 8(b)]. 강체 덕트로써는 두께 2 cm의 아크릴을, 박막으로는 면적밀도 0.1 kg/m^2 , 0.2 kg/m^2 인 비닐을 사용하였다. 혼 드라이버(horn driver)를 이용한 가진에 대해 덕트 내부의 음압을 재기 위해 1/4인치 B & K마이크로폰을 사용하였으며 절점을 피하기 위해 경계면에서 가까운 $z=0.97l$ 인 지점과 정 중앙에서 벗어난 $z=0.58l$ 인 지점에서 내부 음압을 측정하였다. 가진에 대한 주파수 응답 함수(FRF)는 입력 전압에 대한 내부 음압의 응답 함수로써 구하였다. 의미 있는 FRF값이 되기 위해

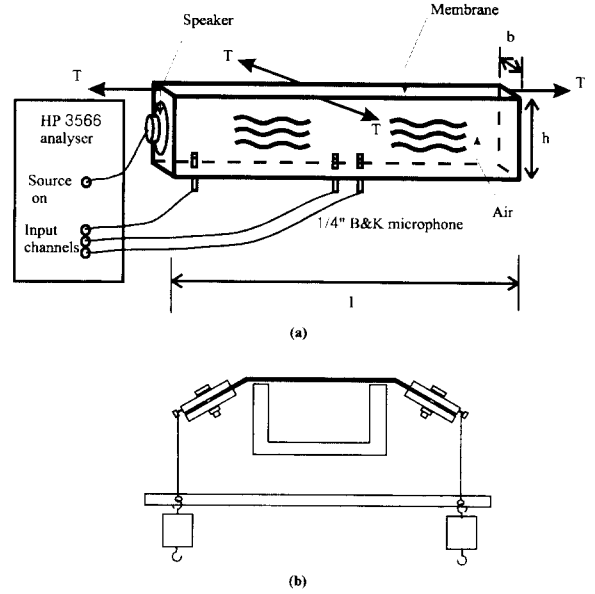


Fig. 8 Experimental setup. (a) Rigid duct with one membrane wall : $b=0.13 \text{ m}$, $h=0.1 \text{ m}$, $l=0.6 \text{ m}$, (b) Equipment for membrane tension.

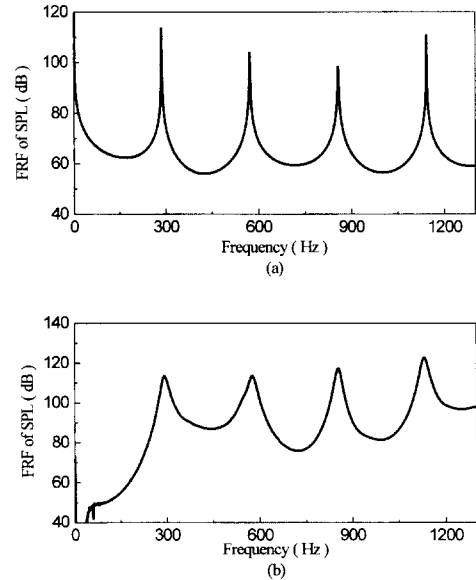


Fig. 9 FRF of SPL in rigid duct. (a) Simulation result, (b) Experimental result.

서는 입력 전압이 아닌 스피커의 출력전압이 되어야 할 것이지만은 스피커의 출력전압을 정확히 측정하는데 어려움이 있으므로 스피커의 입력 전압에 대한 출력 전압의 응답함수를 상수라고 가정하고 입력 전압에 대한 비로 정의하였다. 이러한 근사 조건의 타

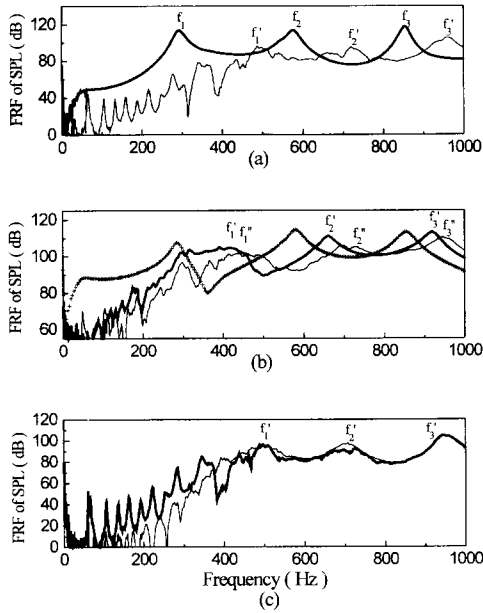


Fig. 10 FRF of SPL in rigid duct and various membrane-walled ducts. $f_1 \sim f_3$ are the peak frequencies in rigid duct and $f'_1 \sim f'_3$ are peak frequencies of membrane-walled duct.

- (a) Thick line : FRF in rigid duct, thin line : FRF in membrane-walled duct with $=0.1 \text{ kg/m}^2$, $T=50 \text{ N/m}$, $f_{cutoff} 600.5 \text{ Hz}$, $=26.1 \text{ dB}$.
- (b) Crossed line : FRF in rigid duct, thick line : FRF in membrane-walled duct with $=0.2 \text{ kg/m}^2$, $f_{cutoff} 424.6 \text{ Hz}$, thin line : FRF in membrane-walled duct with $=0.1 \text{ kg/m}^2$ for same $T=25 \text{ N/m}$.
- (c) Thick line : FRF in membrane-walled duct with $T=50 \text{ N/m}$, $=26.1 \text{ dB}$, thin line : FRF in membrane-walled duct with $T=25 \text{ N/m}$, $=35.0 \text{ dB}$ for same $=0.1 \text{ kg/m}^2$.

당성을 확인 하기 위해 강체 덕트 내에서의 음압의 이론 값과 실험값을 살펴보면[Fig. 9] 입력 전압에 대한 출력전압의 비가 1이라고 가정한 경우의 이론 값과[Fig. 9(a)] 실험값은 60~80 Hz이하의 저주파 영역에서를 제외하고는 비교적 잘 일치함을 보여준다. 따라서 60~80 Hz이상의 주파수 영역에서는 스피커의 입력 전압이 출력전압과 선형적인 관계를 가진다고 가정할 수 있고 주파수 응답함수를 스피커의 출력전압에 대한 음압의 비로써 구할 수 있다.

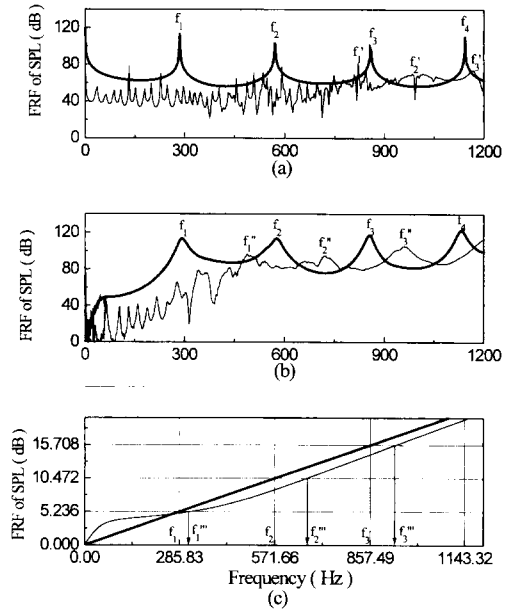


Fig. 11 Comparison between experimental and simulation results. Thick line : FRF of SPL in rigid duct, thin line : FRF of SPL in membrane-walled duct with $=0.1 \text{ kg/m}^2$, $T=50 \text{ N/m}$. $f_1 \sim f_3$ are the resonant frequencies in rigid duct and $f'_1 \sim f'_3$, $f''_1 \sim f''_3$, $f'''_1 \sim f'''_3$ are resonant frequencies of membrane-walled duct.

- (a) Simulation results of finite coupled system,
- (b) Experimental results,
- (c) Simulation results of infinite coupled system.

(2) 실험 결과

가진력에 대한 내부 음압의 실험값의 FRF값을 Fig. 10에 나타내었다. Fig. 10(a)은 강체 덕트 내에서의 음압에 대해 한 면이 밀도 0.1 kg/m^2 , 장력 50 N/m 인 박막인 경우의 음압을 나타낸다. 이때 저주파 소음 저감 레벨은 약 26.1 dB 이다. Fig. 10(b)는 서로 다른 박막 밀도에 따른 소음 감쇠 주파수 구간과 소음 저감량의 변화를 보여준다. 같은 장력에 대해 박막의 밀도를 0.2 kg/m^2 로 하였을 경우에 대해 소음 저감 주파수 구간은 줄어들며 박막의 밀도가 작은 경우에 비해 소음 저감량이 약 0.9 dB 감소한다. 또한 장력을 변화시키는 경우에 대해 소음 저감 구간에는 변화가 없으나 소음 저감량에는 변화를 보이는데[Fig. 10(c)] 일정한 박막 밀도 0.1 kg/m^2 에 대해, 장력을 50 N/m 에서 5 N/m 로 변화시키는 경우 ΔSPL 은 26.1 dB 에서 35.0 dB 로 변화함을 알 수 있다. 따라서 낮은 장력 및 낮은 면적밀도를 갖는 박막이 소음 저감에 더 효율적임을 알 수 있다. 이

는 제시된 저주파 소음 저감 방법이 연성계의 공진 모드에 의해 발생하는 공간상의 감쇠 현상을 이용하는 것이므로 연성이 잘 일어나는 조건하에서 더 효과적으로 적용될 수 있음을 상기한다면 물리적으로 타당한 결과라고 할 수 있다.

(3) 모사 실험 결과와 실험 결과의 비교

유한 덕트 내의 음압에 대한 모사 실험 결과와 실험 결과를 비교해보면 $\rho_m=0.1 \text{ kg/m}^2$, $T=50 \text{ N/m}$ 에 대해 Fig. 11과 같다. 저주파 영역에서 박막의 공진 모드에 의한 피크가 발생하고 고주파에서 유체의 공진 주파수가 고주파 쪽으로 이동하며 중간 영역의 주파수에서 박막과 유체간의 강한 연성이 일어나서 복잡한 형태의 음압분포를 나타내는 경향은 서로 유사하지만 공진 주파수에는 상당한 불일치가 있음을 알 수 있다. Fig. 11(a)에서 보여지는 바와 같이 모사 실험의 경우 강체덕트 내에서의 공진 모드 f_1, f_2, f_3 가 고주파쪽으로 상당히 많이 이동한 것 (f'_1, f'_2, f'_3)을 볼 수 있다. 그러나 실험 결과의 경우 f_1, f_2, f_3 이 이동한 f''_1, f''_2, f''_3 값은 모사 실험에서의 이동값보다 훨씬 작은 쪽으로 이동했음을 알 수 있다 [Fig. 13(b)]. 공진 주파수의 이동은 박막의 밀도, 장력과 관련이 있으므로 이러한 불일치는 박막 밀도 및 장력의 정확한 측정이 이루어 지지 않았기 때문에 발생했을 수도 있을 것이나 연성계의 해석에 있어서 사용되는 모드 해석 방법이 어느 정도의 적합성을 가지고 있는가에 대한 고찰도 필요할 것이다. 무한경계 조건에 대한 분산 곡선으로부터 유한 덕트 내의 공진 주파수 이동값에 대한 추정치는 약 f'''_1, f'''_2, f'''_3 로서 [Fig. 13(c)] 모사 실험값 보다는 실험값과 잘 일치함을 보여준다. 따라서 모드 해석 방법이 본 연구에서 다루고 있는 경우와 같이 모드 밀도가 상당히 높은 계에도 적합하게 적용될 수 있는가에 대한 검증이 필요하다. 또한 박막으로 사용된 비닐의 경우 자체 내의 댐핑값이 무척 크다고 예상되므로 고차 모드에 의한 기여도가 무척 작을 수 있으며 이에 대해 고차 모드까지의 선형함으로 음압을 표현하는 것에 대한 오차가 발생할 수 있다. V. B. Bokil and V. S. Shirahatti⁽⁴⁾ 등에 의하면 더해지는 모드의 개수에 따라 공진 모드의 모양이 변하게 되므로 연성계 해석 방법에 있어서 적합한 모드의 개수에 대한 고찰이 필요하다고 생각된다.

4. 결 론

박막과 유체와의 연성에 의해 발생하는 공간상의 감쇠 모드를 이용하여 이를 저주파 소음 저감에 적용하였다. 기존의 다양한 음향 재료등에 의한 소음 저감 방법으로 저감하기 어려운 500Hz이하의 저주파 대역의 소음에 대해 약 20dB정도의 감쇠 효과를 얻을 수 있으며 음파 진행 방향과 평행하게 위치한 박막과 음장의 연성 효과를 이용하므로 음파 진행에도 영향을 미치지 않게되어 기존의 유연한 벽을 이용하여 투과 손실을 발생시키는 흡음 방법에 비해 음파 진행에 영향을 주지 않는다는 장점을 지닌다. 소음 저감이 이루어지는 저주파 대역의 범위와 감쇠율은 박막의 밀도 및 장력에 의해 조절이 가능하다. 한편 고주파로 갈수록 음압의 감쇠 레벨이 줄어들며 공진 모드의 이동이 발생하게 되므로 기존의 강체 덕트에서의 음압보다 증가하는 주파수 구간이 발생하게 되며 외부 유체로의 방사에 의한 외부 음장의 소음 레벨이 증가한다는 단점을 지닌다. 따라서 넓은 대역의 가진보다는 저주파 대역의 구간 가진이 있는 경우에 본 연구에서 제시된 방법이 더 유용하게 적용될 수 있으며 고주파 소음을 흡음 할 수 있는 기존의 수동 소음 제어 방법과 병행하여 적용하면 광대역의 소음 저감에의 적용이 가능할 것이라고 판단된다.

참 고 문 헌

- (1) L. L. Beranek, 1988, Noise and Vibration Control, Institute of Noise Control Engineering, pp. 219~224.
- (2) R. H. Lyon, 1963, Noise Reduction of Rectangular Enclosure with One Flexible Wall, J. Acoustic Society of America, Vol. 35, No. 11, Nov. pp. 1791~1797.
- (3) W. Fromhold, H. V. Funchs, S. Sheng, 1994, Acoustic Performance of Membrane Absorbers, J. Sound and Vibration, 170(5), pp. 621~636.
- (4) V. B. Bokil, U. S. Shirahatti, 1994, A Technique for the Modal Analysis of Sound-structure Interaction Problems, J. Sound and Vibration, 173(1), pp. 23~41.
- (5) J. Pan, D. A. Bies, 1990, The Effect of Fluid-Structural Coupling on Sound Waves in an Enclo-

- sure-Theoretical Part, J. Acoustic Society of America, Vol. 87, No. 2, Feb. pp. 691~707.
- (6) 박수경, 1997, 박막과 음장의 연성에 의한 저주파소음 저감, 석사 학위논문, pp. 64~65.
- (7) L. E. Kinsler, 1982, Fundamentals of Acoustics, John Wiley & Sons, pp. 225~227.
- (8) K. F. Graff, 1973, Wave Motion in an Elastic Solids, Dover, pp. 94~95.
- (9) Fahy, 1985, Sound and Structural Vibration, Academic press, pp. 24~27, 197-210, 259-268.
- (10) L. Meirovitch, 1967, Analytical Methods In Vibrations, Macmillan, pp. 90~91, 141-43, 300-308.