

<논 문>

# 점탄성층을 삽입한 3층 적층보의 진동감쇠특성에 관한 연구

A Study on the Characteristics of Vibration Damping of a Beam with Inserted Viscoelastic Layer

박응순\* · 박세만\*\* · 박명균\*\* · 박상규\*\*\*

Eung-Soon Park, Sae-Man Bahk, Myung Kyun Park and Sang Kyu Park

(1997년 3월 6일 접수; 1997년 3월 28일 심사완료)

**Key Words:** Vibration Damping(진동감쇠), RKU Equation(RKU방정식), Impulse Technics(충격기법), Viscoelastic Layer(점탄성층), Sandwich Beam(샌드위치보), Flexural Vibration(굴곡진동)

## ABSTRACT

For a number of years it has been known that flexural vibration in a beam and plate can be damped by the application of layer of damping(viscoelastic) material that is in turn constrained by a backing layer or foil. In this study, a quantitative analysis of damping of the sandwich beam has been performed by using impact test. The damping is characterized by the loss factor  $\eta$  in which the damping is normalized by imaginary part of the complex bending stiffness of the beam. Results show that the relative thickness of the sandwich beam gives more effect on the natural frequencies and loss factor than the variation of width does. It is also shown that the Ross-Kerwin-Ungar equation and impact test can be effectively used to identify the damping characteristic of the sandwich beam and viscoelastic material.

## 1. 서 론

점탄성 물질은 사용상의 편의성과 경제성등의 장점 때문에 많은 산업분야에 있어 폭넓게 사용되고 있으며, 금속피로, 소음 및 진동을 줄이기 위하여 항공기와 자동차의 내외벽에 적용되고 있다. 또한, 제트비행기의 엔진 입구 안내날개의 수명을 늘리고, 헬리콥터에 내장된 장치의 정밀성을 향상시키기 위해서도 이러한 감쇠재료를 사용한다. 그밖에, 인공위성에서는 보조로켓의 추진력으로 인한 진동을 줄이고 민감한 회로를 보호하기 위하여 사용되고 있으며, CD플레이어, 비디오 카메라, 컴퓨터 하드웨어

및 기타 전기장치, 그리고 건축물의 지진이나 바람으로 인한 진동을 제어하는 목적으로도 사용되고 있다.

이러한 점탄성 재료에 관하여 그동안 많은 실험과 해석작업이 행해져 왔다. Oberst<sup>(1)</sup>는 보의 한쪽면에 만 점탄성 재료를 부착한 경우의 진동 감쇠 효과에 대해서 연구하였으며 Kerwin<sup>(2)</sup>은 보의 한쪽면에 점탄성 재료를 부착하고 그 위에 점탄성재료의 변형을 제한할 수 있는 구속층을 추가한 시스템의 감쇠에 관한 식을 유도하였다. Ungar<sup>(3)</sup>와 Ditaranto<sup>(4)</sup>는 탄성-점탄성-탄성적층보의 자유 진동에 관한 운동방정식을 에너지 방법을 사용하여 연구하였다. 또한 Mead와 Markus<sup>(5)</sup>는 적층된 시스템의 강제진동에 관하여 연구를 하였다. 그러나 아직까지 국내에서는 이러한 점탄성재료를 이용한 체계적인 연구 수행이 부족하여 점탄성층을 이용한 구조물의 설계가 실질적으로 이루어지지 않고 있는 실정이다. 이에 본 연

\*명지대학교 기계공학과 대학원

\*\*명지대학교 기계공학과

\*\*\*정회원, 연세대학교 산업환경과

구에서는 이러한 점탄성 재료에 관한 기초 연구로서 기본층과 점탄성층에 관한 상대 두께와 폭변화에 따른 감쇠의 효과 및 점탄성층의 영향을 충격실험기법을 이용하여 검토하였으며, 이를 Ross, Kerwin, 그리고 Ungar에 의해 전개된 식과 비교 분석하였다.

### 2. 3층 적층보의 이론적 해석<sup>(6)</sup>

점탄성 재료의 감쇠해석에는 감쇠의 원인이 감쇠층의 신장변형에 의한 것과 전단변형에 의한 경우의 두가지 형태가 있다. 신장감쇠는 점탄성층이 보에 부착되어 있을 때 발생되는데 반하여 전단감쇠는 샌드위치보와 같이 점탄성재료가 기초층(base layer)과 구속층 사이에 삽입되어 있을 때 발생된다. 전단과 신장감쇠 모두 발생할 수 있는 가장 간단한 구조는 3층 적층구조이다. Fig. 1은 3층 적층보의 구조를 나타내며 Fig. 2는 굽힘응력을 받아 변형 되었을 때 수학적 표현을 유도하기 위한 성분을 도시한다. 층1은 기초가 되는 보이며 층2는 점탄성재료, 층3은 구속층을 나타낸다. 여기서 각  $\phi$ 는 기초층의 변형각을 나타내며 구속층에는 신장변형이 일어나지만 중앙층

은 전단변형도 동시에 일어난다고 가정할 수 있다. 적층보의 중립면은 신장변형이 일어나지 않는 평면이다. Fig. 1과 2에서 3층 적층보 성분의 단위폭을 고려하면 전체적인 굽힘 모멘트  $M$ 은 다음과 같이 표현된다.

$$M = EI \frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} = \sum_1^3 M_{11} + \sum_1^3 F_1 H_{10}$$

여기서  $E$ 는 영률(Young's Modulus,  $FL^{-2}$ )을 의미하고  $M_{11}$ 는  $i$ 번째층에 걸리는 굽힘 모우멘트,  $F_1$ 는  $i$ 번째층이 받는 단위폭당 신장력( $FL^{-2}$ ),  $H_1$ 는  $i$ 번째층의 두께 ( $L$ ), 그리고  $I$ 는 면적관성모멘트를 나타낸다.  $M_{11}$ 를 곡률의 항으로 표현하면,

$$M_{11} = E_1 \frac{H_1^3}{12} \frac{\partial \phi}{\partial x} = K_1 \frac{H_1^2}{12} \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$M_{22} = K_2 \frac{H_2^2}{12} \left( \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

$$M_{33} = K_3 \frac{H_3^2}{12} \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

로 된다. 그리고, 각층의 신장력은 그층 전체의 응력을 적분함으로써 얻어지며, 다음과 같이 그층의 신장강성과 중립면에서의 신장변형률의 곱으로 주어진다.

$$F_1 = K_1 H_{10} \frac{\partial \phi}{\partial x}$$

$$F_2 = K_2 \left( H_{20} \frac{\partial \phi}{\partial x} - \frac{H_2}{2} \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

$$F_3 = K_3 \left( H_{30} \frac{\partial \phi}{\partial x} - H_2 \frac{\partial \phi}{\partial x} \right)$$

여기서  $K_i$ 는 각층의 단위폭당 단위길이의 신장강성( $FL^{-1}$ )을 나타내며 위의 관계식을 이용하면 3층 적층보의 굽힘강성에 대해 다음과 같은 일반식을 유도할 수 있다.

$$EI = E_1 \frac{H_1^3}{12} + E_2 \frac{H_2^3}{12} + E_3 \frac{H_3^3}{12} - E_2 \frac{H_2^2}{12} \left( \frac{H_{31} - D}{1 + g} \right) + E_1 H_1 D_1^2 + E_2 H_2 (H_{21} - D)^2 + E_3 H_3 (H_{31} - D)^2 - [E_2 \frac{H_2}{2} (H_{21} - D) + E_3 H_3 (H_{31} - D)] \left( \frac{H_{31} - D}{1 + g} \right)$$

여기서  $D$ ,  $H_{31}$ ,  $H_{21}$ ,  $g$ 는 다음과 같다.

$$D = \frac{E_2 H_2 (H_{21} - \frac{H_{31}}{2}) + (E_2 H_2 H_{21} + E_3 H_3 H_{31}) g}{E_1 H_1 + E_2 \frac{H_2}{2} + g(E_1 H_1 + E_2 H_2 + E_3 H_3)}$$

$$H_{31} = \frac{(H_1 + H_2)}{2} + H_2$$

$$H_{21} = \frac{(H_1 + H_2)}{2}$$

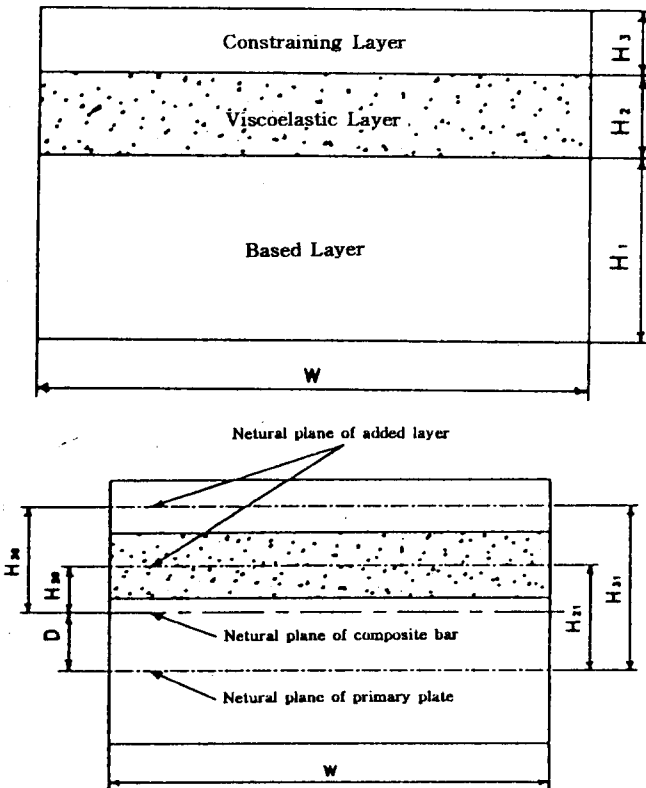


Fig. 1 Element of a three-layer beam

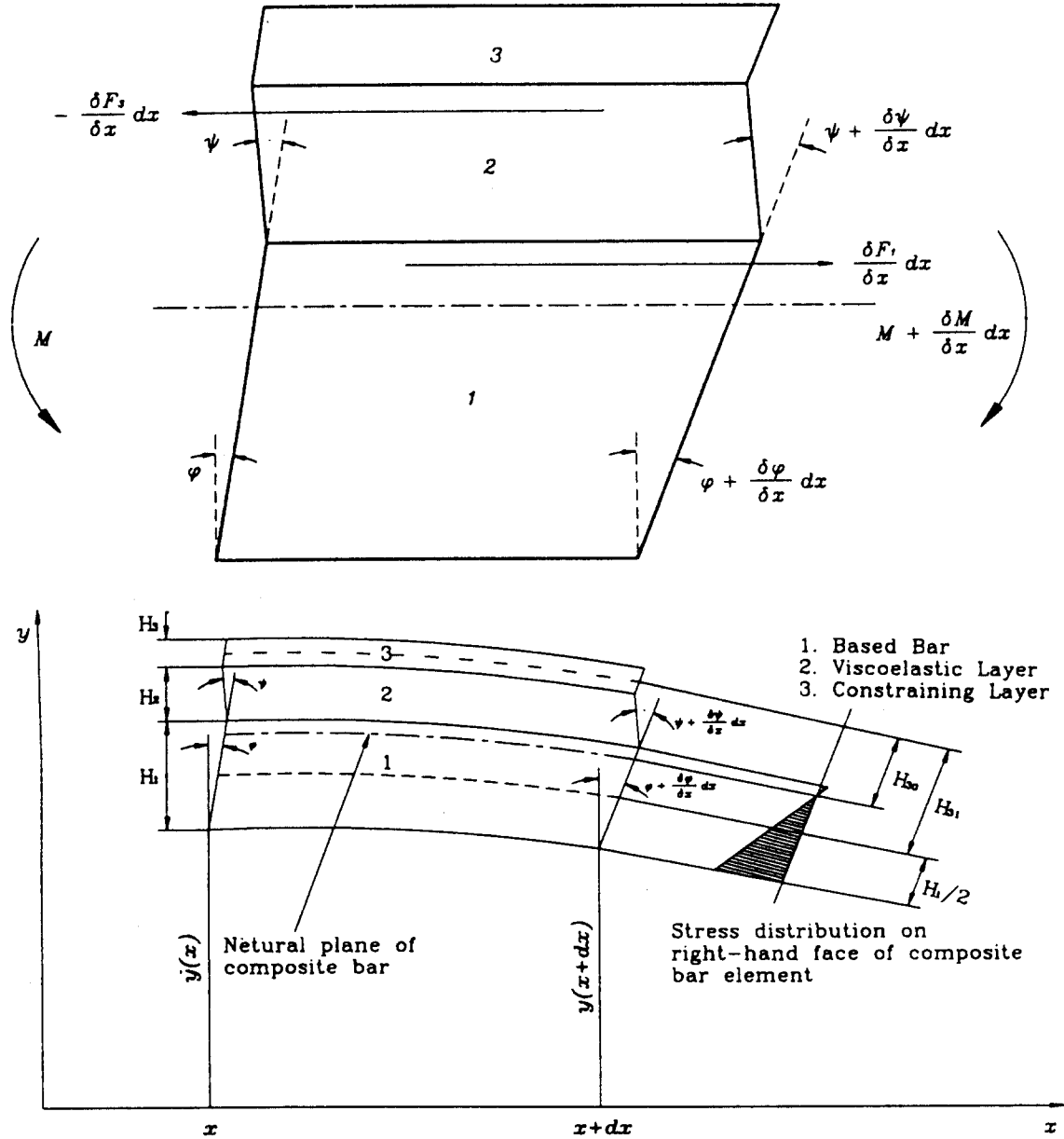


Fig. 2 Stress distribution of a three-layer beam element in a flexural vibration

$$g = \frac{G_2}{E_3 H_3 H_2 P^2}$$

여기서  $G$ 는 횡탄성계수이고,  $P^2$ 는 파수 (wave number)를 말한다. 또한 샌드위치 보 형태의 3층적층보의 기본특성을 고려하면 아래와 같이 가정 할 수 있다<sup>(7)</sup>.

$$E_1 = E_3, \quad H_1 = H_3, \quad E_2 \ll E_1$$

이를 이용하여 점탄성층의 손실계수  $\eta_2$ 에 관하여 정리하면 다음과 같다

$$\eta_2 = \frac{A\eta}{(A-B) - 2(A-B)^2 - 2A^2\eta^2}$$

여기서

$$\begin{aligned} A &= \frac{EI}{E_1 I_1} \frac{1}{12(1+h_2)^2} \\ &= \left(\frac{\omega_n}{\omega_{1n}}\right)^2 (2 + \rho_r h_2) \frac{1}{12(1+h_2)^2} \\ &= \left(\frac{\omega_n}{\omega_{1n}}\right)^2 (2 + \rho_r h_2) \frac{B}{2} \end{aligned}$$

$$B = \frac{1}{6(1+h_2)^2}$$

이고  $h_2$ 는 상대두께 ( $H_2/H_1$ )이며  $\omega_n$ 은 적층보의 고유진동수를,  $\omega_{1n}$ 은 기초보의 고유진동수를 의미한다.  $\rho_r$ 은 상대밀도 ( $\rho_2/\rho_1$ )이다. 기초보와 점탄성층의 물성치를 알면 샌드위치형태로된 적층보의 손실계수를 예측할수 있거나, 기초보의 물성치와 샌드위치보의 실험적인 결과로부터 점탄성층의 손실계수 등의 물성치를 구할 수 있다. 다시 말하면 감쇠가 필요한 구조물에 있어 영향을 받는 조건과 기하학적 형상을 알면 요구되는 감쇠량에 따르는 점탄성층의 선정이 이루어 질 수 있다.

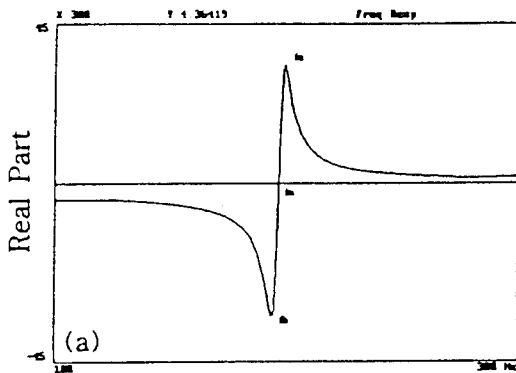
또한 진동이론에 의하면 구조물의 감쇠성질은 진폭계수 (amplification factor or quality factor) Q로서 기술되며 무차원량인 손실계수와 아래와 같은 관계가 있다.

$$Q = \frac{1}{\eta} = \frac{f_n}{\Delta f} = \frac{(f_a/f_b)^2 + 1}{(f_a/f_b)^2 - 1}$$

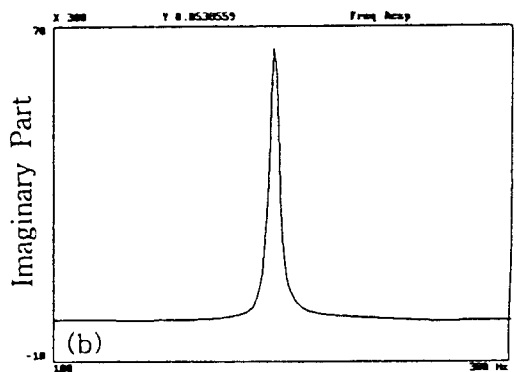
여기서

$f_n$ : n번째 모드의 고유 주파수

$\Delta f$ : 고유주파수  $f_n$ 의 모빌리티(mobility) 크기 3 dB 아래에 있는 점들 사이의 주파수 간격



(a) Real part



(b) Imaginary part

Fig. 3 Frequency response function

$f_a$ : 컴플라이언스(compliance)나 이너턴스(inertance)의 실수부분(또는 모빌리티의 허수부분)이 최고 또는 최저점에 달하는 곳에서 공진 이후의 주파수

$f_b$ : 컴플라이언스나 이너턴스의 실수부분(또는 모빌리티의 허수부분)이 최고 또는 최저점에 달하는 곳에서 공진이전의 주파수를 의미한다.

이 식은 큰 진폭계수를 나타내는 경우 널리 사용되는 식으로 컴플라이언스, 모빌리티 또는 이너턴스 함수 어디서든지 직접적으로 적용할 수 있다는 확실한 잇점이 있다. 또한, 이는 주파수 응답함수(frequency response function)에서 실수부와 허수부로 분리했을 때 손쉽게 구해낼수가 있다. Fig. 3은 주파수 응답함수의 실수부와 허수부로서 (a)는  $f_a$ 와  $f_b$ 를, (b)는 그에 대응하는 허수부를 나타낸다.

### 3. 실험방법

본 연구에서는 샌드위치 모양으로 된 3층 적층보의 손실계수  $\eta$ 와 적층보 가운데에 삽입되어 있는 점탄성층의 손실계수  $\eta_2$ 를 구하기 위하여 충격실험방법(impulse technique)을 사용하였다. Fig. 4는 충격실험에 사용한 주파수 분석기(HP35670A), 충격해머(HP35207A), 가속도계(HP35200)등을 나타내며, 충격해머로부터 가해진 힘과 가속도계에서 측정된 진동응답을 이용하여 주파수 응답함수를 구할수 있다. 모든 실험은 일정한 온도(25°C)에서 실시하였으며, 진동의 측정은 10회씩 평균하여 재료의 성질에 크게 영향을 주는 3차 모드까지 측정하였다. 3층 적층보의 두께가 길이에 비하여 얇으므로 효과적인 충격을 주기위해 고정단부를 가진하였다. 가속도계는 자유단 끝에 설치하였다. 실험에서 사용된 시편은 일반 SC41로서, 15, 20, 25mm의 폭을 갖고 각기 0.5, 0.8, 1.0의 두께 ( $H_1=H_3$ )를 갖는 샌드위치보로 하였으며, 삽입된 점탄성재료는 3M사 아크릴 계열의 감쇠테이프 SJ2015X Type 1205를 사용하였다. 그리고 제작은 ASTM의 E756-83에서 제시된 것을 기준으로 하였고, 고정부의 삽입재는 스테인레스강을 사용하였다. 고정부는 60 kg의 강판과 20 kg의 치구를 제작하여 감쇠측정에 영향을 최소화하도록 하였다. 시편고정시 비틀림을 최소화하기 위하여 끝 베어링을 이용하였고, 고정부의 영향을 최소화하고 일정화 하기 위하여 토크렌치를 이용하여 250 kgf-cm의 힘으로 고정하였다.

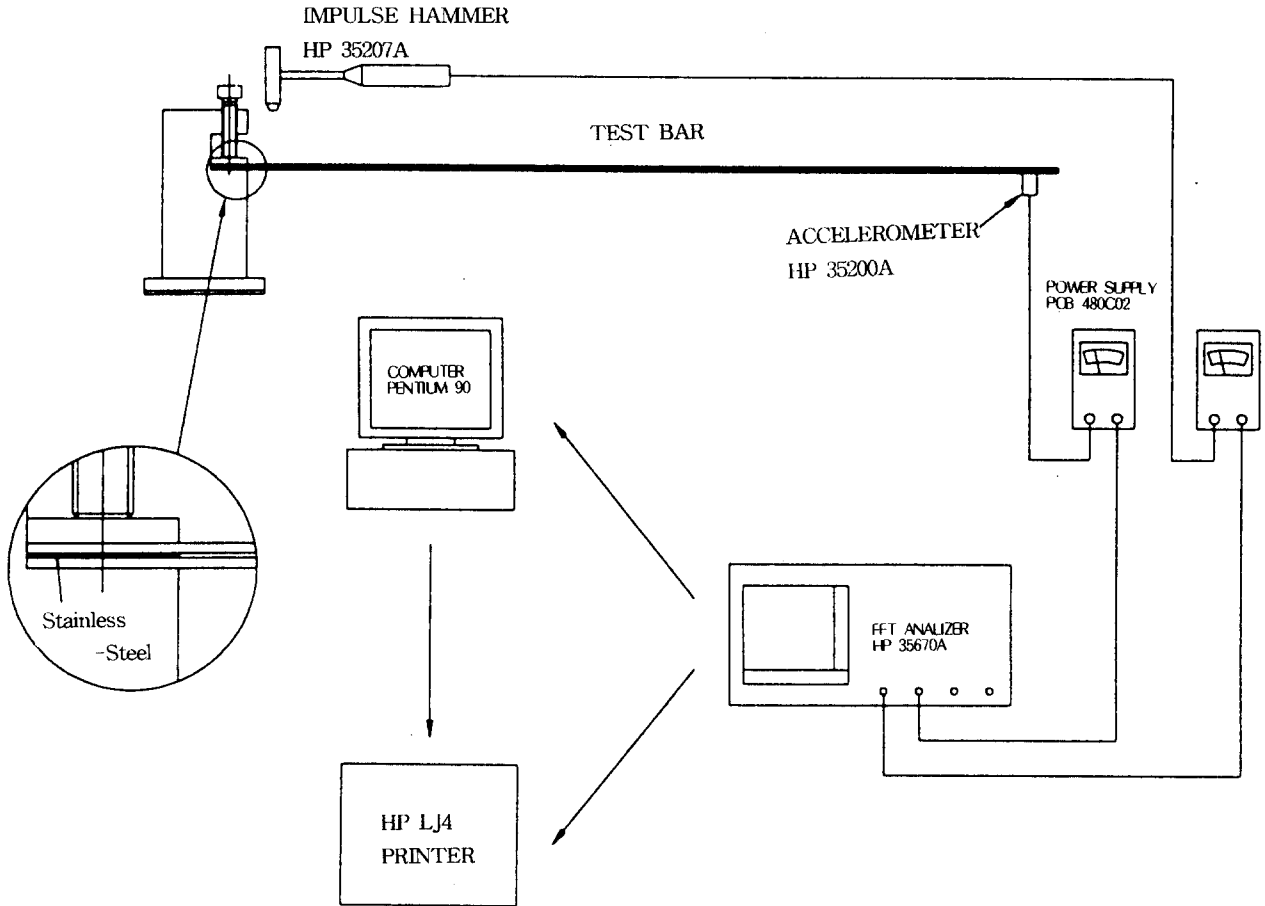


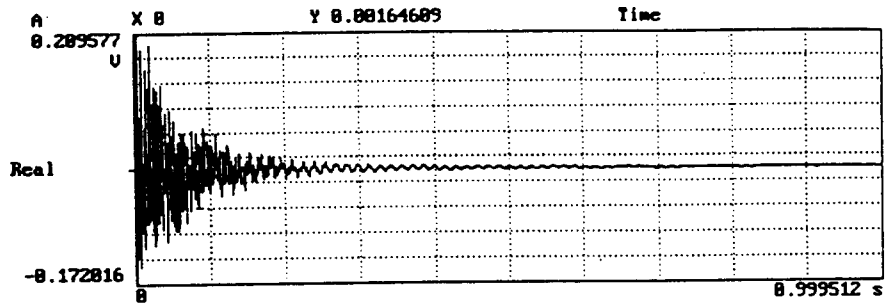
Fig. 4 Experimental apparatus for impact test

#### 4. 결과 및 고찰

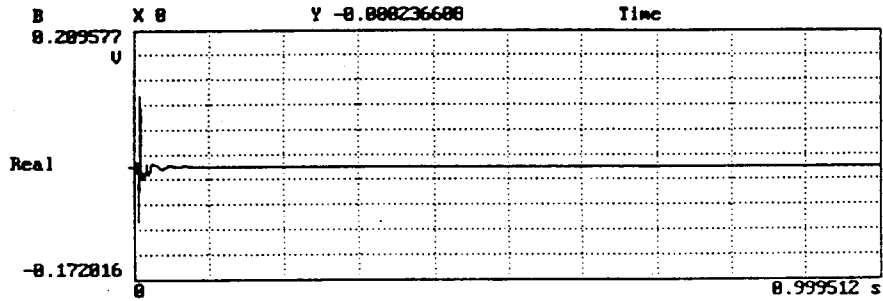
Fig. 5는 점탄성층에 의한 진동감쇠효과를 보여준다. 상부의 그림은 점탄성층이 없는 폭 25mm×두께 2 mm인 단순보를 충격가진시켰을 경우의 자유진동 결과를 시간영역에서 나타낸 것이며 하부의 그림은 폭이 25 mm이고 기초층의 두께  $H_1$ 이 1 mm인 두 개의 보사이에 테이프로 된 점탄성층을 삽입한 샌드위치 적층보의 측정결과이다. 적층보의 경우 시간에 따른 진폭이 단순보에 비해서 급격히 감소함을 알 수 있다. Fig. 6과 7은 전체 두께가 같은(1 mm) 단순보와 적층보의 폭을 15 mm, 20 mm, 25 mm로 변화시켰을 때 주파수 응답함수와 코히어런스(Coherence)값을 나타낸다. 공진주파수에 대응하는 코히어런스값은 0.9이상으로서 입력신호에 따른 출력신호가 신뢰성이 있는 것으로 나타나고 있다. 단순보의 경우 250 Hz 이하에서 2개의 고유 진동수가 나타나는데 비하여 적층된 샌드위치보의 경우는 응

답특성이 현저하게 변화하여 더 많은 고유 진동수를 보여주고 있음을 알 수 있다. 또한 각 모드에 따른 고유진동수와 진폭이 감소하고 있으며 응답곡선이 완만해짐을 알 수 있다. 이는 점탄성재료의 삽입에 따른 손실계수의 증가를 의미하며 진동감쇠 효과의 상승으로 나타난다. 또한 단순보의 경우 폭이 커짐에 따라 고유 진동수가 증가하는데 비해서 적층보에서는 약간 감소함을 나타내고 있다.

Fig. 8은 적층보의 폭과 두께 변화에 따르는 각 모드별 고유진동수를 보여준다. 적층보의 경우 고유진동수는 폭의 변화뿐 아니라 기초층 두께( $H_1$ ), 즉, 상대두께 ( $h_2=H_2/H_1$ )의 변화에도 영향을 받음을 알 수 있다. 기초층 ( $H_1$ )이 0.5 mm에서 0.8 mm로 변화하였을 때 각모드별 공진주파수가 25~40%의 증가하였으며 1.0 mm로 하였을 때는 40~80%의 증가를 보여주고 있다. 이는 기초층의 두께가 커짐에 따라 적층보의 전체 강성이 증가하기 때문이다. 폭변화에 따른 고유진동수의 변화는 각 모드별로 6% 이내로 작은 값을 취하고 있다. 그러나 폭변화에 따른



(a) Simple beam



(b) Sandwich beam

Fig. 5 Vibration responses in time domain

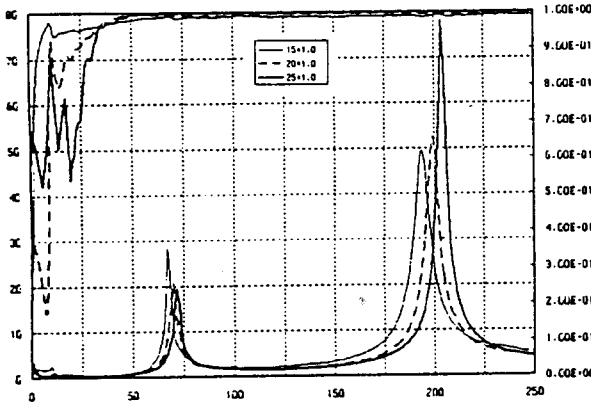


Fig. 6 Frequency response functions of simple beam for different width

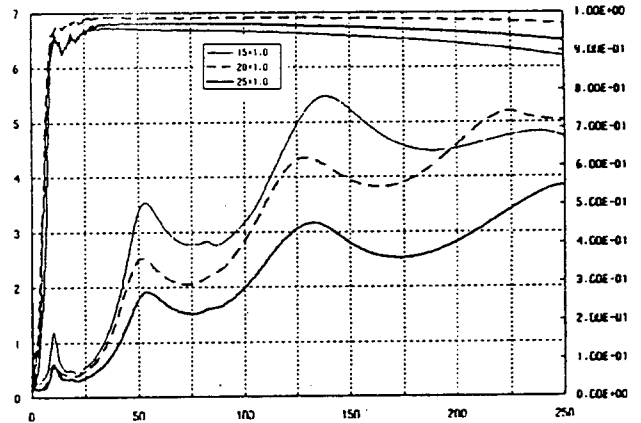


Fig. 7 Frequency response functions of sandwich beam for different width

공진주파수의 변화는 상대두께 변화에 따른 영향에 비하여 아주 작으므로 무시할 수가 있을 것이다. Fig. 9는 샌드위치보와 단순보의 폭 및 기초층 두께의 변화에 따른 손실계수를 종합적으로 비교 도시한 것이다. 단순보에 비하여 샌드위치보의 손실계수가 크게 증가함을 나타내며 고차모드로 갈수록 손실계수는 점차 작아지고 기초층 두께 변화에 따른 상대두께 ( $h_2=H_2/H_1$ )의 변화에 직접적인 영향을 받고 있음을 나타낸다. Fig. 10은 충격실험을 통해 구해진

샌드위치보의 손실계수 값과 3M사에서 제공한 점탄성재료의 손실계수 값을 Ross-Kerwin-Ungar 식에 대입하여 구한 샌드위치보의 손실계수 값을 비교한 것이다. 전반적으로 작은 오차 범위내에서 비슷한 경향을 나타내고 있다. 반대로 Fig. 11은 실험에 의해 구해진 샌드위치보의 손실계수를 Ross-Kerwin-Ungar 식에 대입하여 산출한 점탄성재료의 손실계수 값을 3M사에서 제시한 값과 비교한 것이다. 데이터의 오차율은 첫 번째 모드에 있어서는 약 2%이

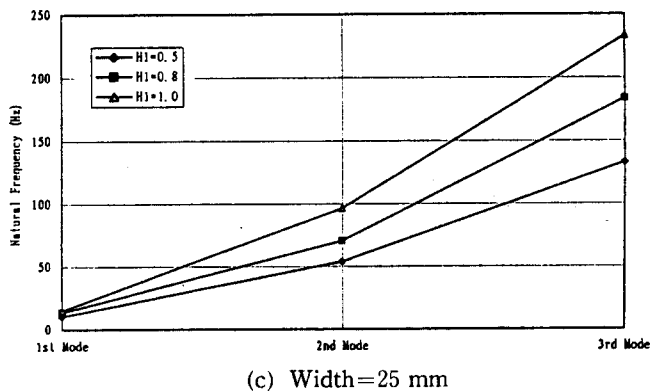
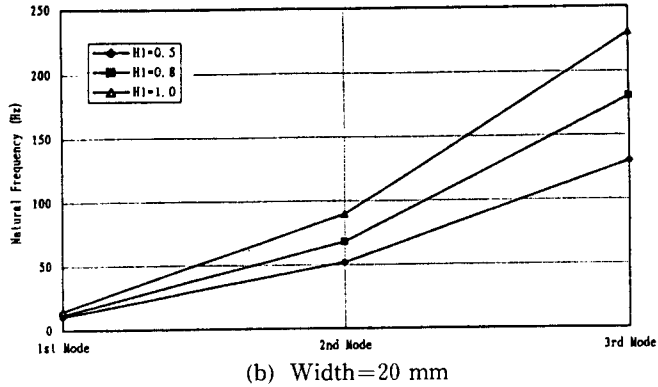
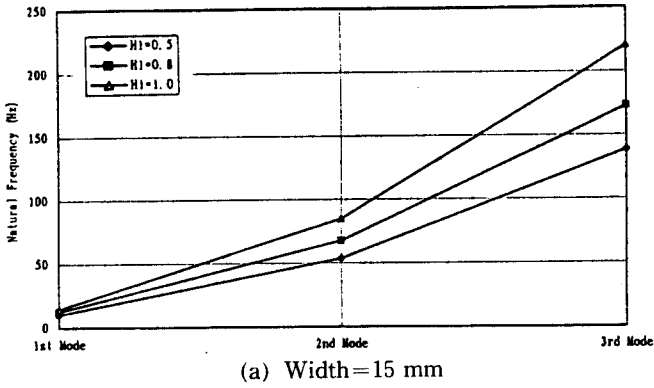


Fig. 8 Natural frequencies of sandwich beam for different basic layer thickness and width

내, 두 번째 모드에서는 7~9%, 세 번째 모드에서는 12~18% 정도의 오차를 보여주고 있다. 이는 고차모드로 갈수록 접합부의 영향이 점점 더 커지는 것으로 생각되며 이상적인 접합이 이루어 질 때 그 오차율은 줄어들 것으로 판단된다. 이러한 점을 보완한다면 충격기법을 이용하여 샌드위치 보의 손실 계수를 구하여 Ross-Kerwin-Ungar 식에 대입 정리 하면 미지의 점탄성재료에 있어서도 그 성질을 예측할 수 있음을 알 수 있다.

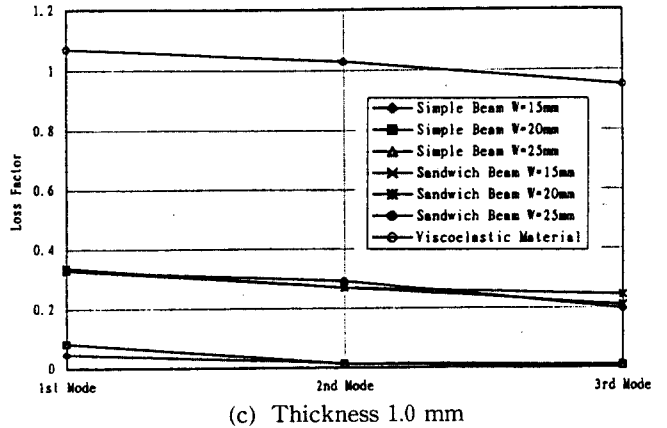
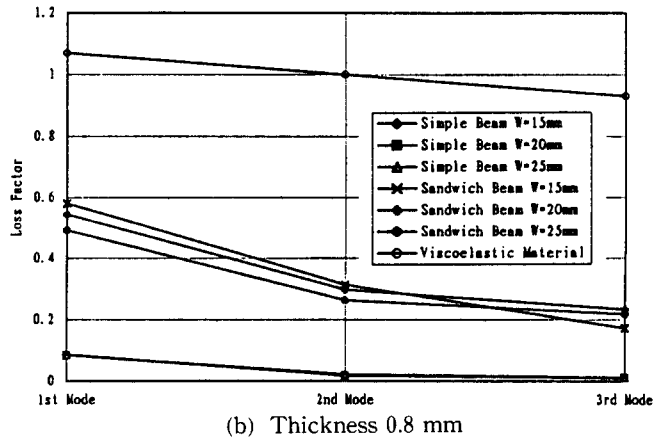
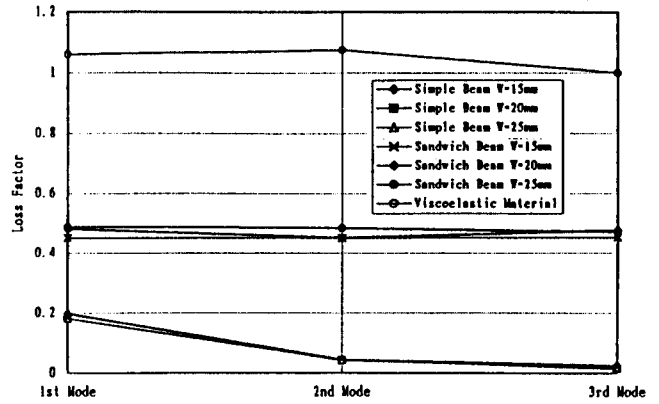
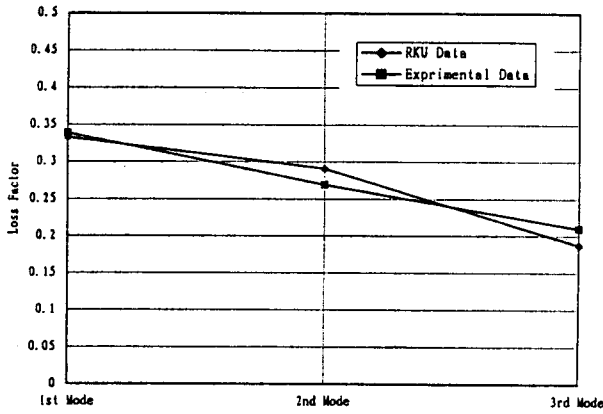


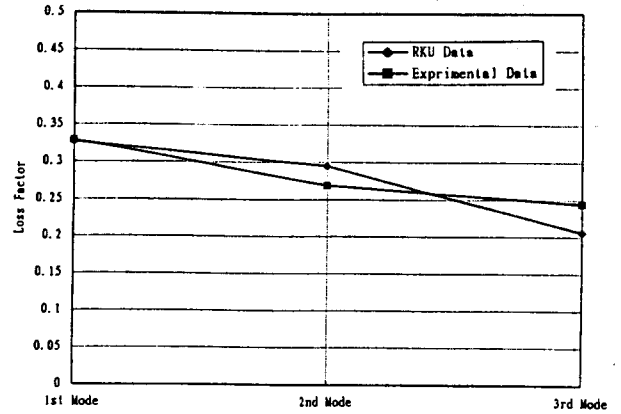
Fig. 9 Loss factor of simple beam and sandwich beam for different basic layer thickness

### 5. 결론

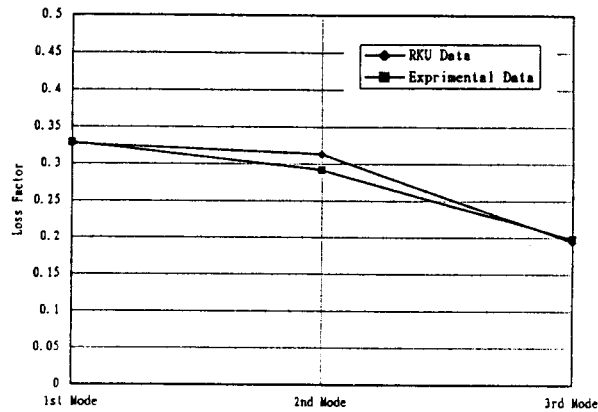
접탄성 물질을 내재한 샌드위치 보의 상대두께와 폭변화에 따른 감쇠의 효과 및 점탄성층의 영향을 실험한 결과 다음과 같은 결론을 얻었다.



(a) Width=15 mm



(b) Width=20 mm



(c) Width=25 mm

Fig. 10 Loss factor of sandwich beam with basic layer thickness 1.0 mm by RKU theory and impact test

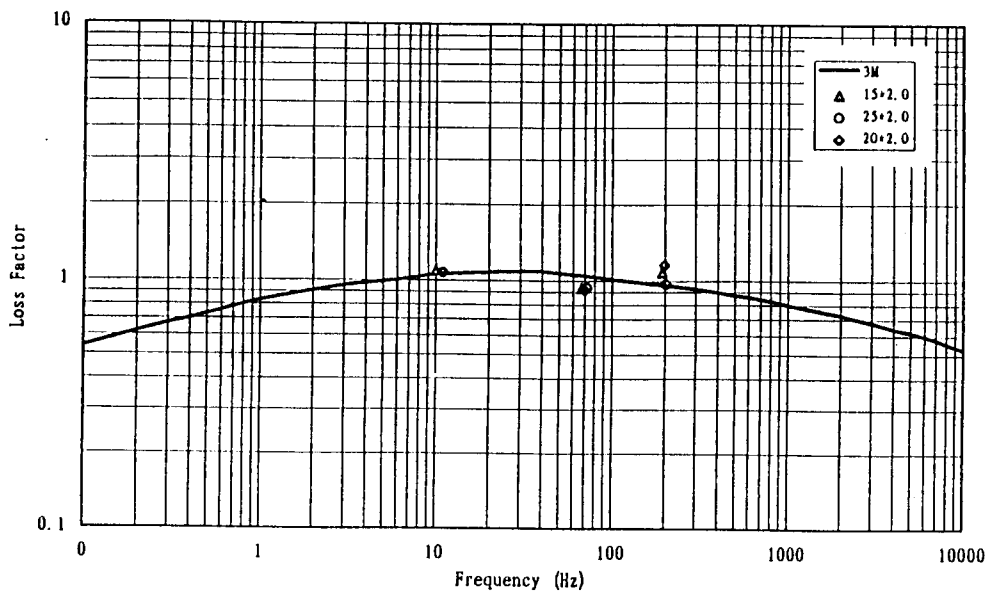


Fig. 11 Comparison of viscoelastic layer loss factor by 3M with experimental result



(1) 점탄성 재료를 이용한 샌드위치 보의 진동감소는 단순보보다 7배 이상 빨리 이루어지고, 공진 주파수의 진폭은 40% 이상 감소됨을 확인하였다.

(2) 단순보와 샌드위치보에 있어서 고유진동수에 대한 폭변화의 영향은 두께변화에 비해 작은 것으로 나타났으며 상대두께 변화가 고유진동수와 손실계수 변화에 큰 영향을 미치고 있음을 확인하였다.

(3) 충격기법과 Ross-Kerwin-Ungar에 의해 제시된 식을 이용하여 점탄성재료의 손실계수를 효과적으로 구할 수 있음을 확인하였다.

### 참고 문헌

- (1) H. Oberst, 1952, "Über die Damping der Biegeschwingungen dünner Bleche, durch fest haftende Bleelage", *Acustica*, Vol. 2, Akustische Beihefte No. 4, pp. 181~194. (H. L. Blackford, Inc., trans., Newark, N. J.)
- (2) Kerwin, Edward M., Jr., 1959, "Damping of Flexural Waves by a Constrained viscoelastic Layer," *Journal of the Acoustic Society of America*, Vol. 31, No. 7, pp. 952~962.
- (3) Ungar, Eric E., 1962, "Loss Factor of Viscoelastically Damped Beam Structures," *Journal of the Acoustical Society of America*, Vol. 34, No. 8, pp. 1082~1089.
- (4) DiTaranto, R. A., 1965, "Theory of Vibratory Bending for Elastic and Viscoelastic Layered Finite Length Beams", *Journal of Applied Mechanics*, Vol. 32, Trans. ASME, Series E, Vol. 88, No. 4, pp. 861~867.
- (5) Mead, D. J. and Markus, S., 1969, "The Forced Vibration of a Three-Layer, Damped Sandwich Beam with Arbitrary Boundary Conditions," *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 10, No. 2, pp. 163~175.
- (6) D. Ross, E. E. Ungar, and E. M. Kerwin, Jr., 1959, "Damping of Plate Flexural Vibration by Means of Viscoelastic Laminate," *Structural Damping*, ASME, New York, pp. 49~88.
- (7) Ahid D. Nashif, David I. G. Jones, John P. Henderson, 1985, "Vibration Damping", John Wiley & Sons, Inc.
- (8) G. F. Lang, 1976, "Understanding Vibration Measurements", *Sound and Vibration*, pp. 26.
- (9) Bai-Tang Lee, 1985, "Measurements of Damping for Nondestructively Assessing the Integrity of Fiber Reinforced Composites", University of Florida.
- (10) W. G. Hslvorsen and D. L. Brown, 1977, "Impulse Technique for structural Frequency Response Testing" *Sound and Vibration*, p. 8.