

<논 문>

## 횡등방성 원통 셀에 의한 수중 음파의 공명 산란

Resonant Scattering of Underwater Acoustic Wave  
by Transversely Isotropic Cylindrical Shells

김진연\*  
Jin-Yeon Kim

(1997년 2월 17일 접수; 1997년 4월 26일 심사완료)

**Key Words :** Transverse Isotropy(횡등방성), Dispersion(분산), Backscattering Form Function(후방산란 형태 함수), Resonant Scattering(공명 산란)

### ABSTRACT

A theoretical study is presented for the prediction of the scattering of obliquely incident plane acoustic wave by transversely isotropic cylindrical shells immersed in water. In order to illustrate the validity of the theory backscattering form functions are compared with the existing results for degenerated problems: the scatterings by isotropic shell and transversely isotropic solid cylinder. The unidirectional fiber reinforced boron-aluminum composites are selected as a model of transversely isotropic materials having potential applications in practice. From the resonant scattering analysis of the partial backscattering form functions, the dispersion curves for fluid-borne Stoneley wave, guided wave along the shell, and the lowest three Lamb type waves can be found. The Lamb type dispersions are compared with those of the flat plate. The variation of anisotropy significantly affects the properties of circumferential waves. From these results, it can be possible to identify parametrically the material properties of anisotropic cylindrical targets.

### 1. 서 론

수중 구조물(underwater structure)은 수중 음향학이나 비파괴검사 등에서 사용되는 주파수 대역에서 강한 공명을 일으킬 수 있으며 재방사(reemission)에 의하여 상대적으로 큰 산란 파동을 구조물의 주위에 유발시킨다. 이러한 공명 산란(resonant scattering)은 주변 매질의 동적인 유체 하중(dynamic fluid loading)이 산란체의 운동에 심각한 영향을 주는 경우에 발생하므로 공명 산란 신호에는 산란체의 중요한 음향학적인 성질들이 내포되어 있다. 공명 산란의 해석을 위해서는 먼저 구조물 내에

서 공명을 일으키는 여러 가지 탄성파들의 성질을 알 필요가 있다<sup>(1)</sup>. 산란체와 주변의 파동은 종파, 전단파, 누설 Rayleigh파, 누설 Lamb파, Stoneley파, Franz파 등으로 종류가 매우 다양하며 각 파동은 산란체 형상 및 물성, 산란체와 주변 매질의 상호작용, 주파수 의존성 등 다양한 물리적인 상황에 영향을 받게 된다. 이와 같은 탄성파의 이해와 더불어 산란 신호 스펙트럼으로부터 구조물 내의 탄성파 분산(dispersion)을 연관 지어 주는 체계적인 방법론인 공명 산란 이론(resonant scattering theory)에 관한 지식이 필요하다<sup>(2)</sup>.

지금까지의 산란 문제에서는 대부분 등방성 산란체에 대한 해석 및 실험으로 국한되어 왔다. 그러나 실제의 수중 구조물을 이루는 요소들이나 비파괴검사의 대상은 많은 경우 비등방성(anisotropy)을 가

\*정회원, 한국과학기술원 기계기술연구소

진다. 그래서 다양한 비등방성 구조물에 대한 산란 해석이 필요하게 된 형편이고 본 연구도 그러한 노력의 일환이다. 횡등방성은 가장 간단한 비등방성이지만 일방향 섬유강화 복합재료를 실린더 형태로 제작될 경우 축 방향으로 강한 강성을 가지므로 압력 용기나 축 방향으로 응력을 받는 기계 요소로서 매우 바람직한 강화 구조물이라 할 수 있다. 횡등방성 고체에서의 탄성과 전파의 해석은 지질탐사 시추공(borehole) 주위로의 파동 전파에 관한 연구에서 찾아볼 수 있다<sup>(3)</sup>. 또한 Tsai<sup>(4)</sup> 등은 횡등방성 축에서의 굽힘파동(flexural wave)의 전파에 관하여 연구하였다. Dayal<sup>(5)</sup>, Nagy<sup>(6)</sup>는 물속에 잠긴 횡등방성 탄성봉의 분산에 관한 논문을 발표한 적이 있다. Honavar 등<sup>(7)</sup>은 횡등방성 실린더에 의한 산란 문제를 해석하고 탄성 계수에 대한 공명 주파수의 민감도를 계산하였다. 최근 de Billy<sup>(8)</sup>은 짧은 펄스를 이용하는 실험적인 방법으로 비등방성 실린더에 의한 음파의 산란 현상을 관찰하였다.

본 연구에서는 아직 시도된 적이 없는 횡등방성 원통 셀에 의한 수중 음파의 공명 산란 문제를 해석하는 이론적인 과정을 개발하고 그 결과를 등방성 원통셀인 경우 및 횡등방성 중실(solid) 실린더의 경우에 대하여 이미 알려진 결과와 비교 검증하고자 한다. 또한 공명 산란 이론으로부터 각 파동의 분산 곡선을 구하고, 원통 셀이 일방향 섬유강화 복합재료로 만들어진 경우 강화 섬유의 체적분률(volume fraction) 변화에 따른 원주파(circumferential wave) 및 도파(guided wave)의 전파 특성 변화를 파악하여, 공명 신호를 이용한 복합재료 산란체의 성질 규명을 위한 해석적인 연구를 하고자 한다.

## 2. 이론

### 2.1 횡등방성 고체의 탄성과 전파

이론적 해석을 위하여 Fig. 1과 같이 길이가 무한한 원통 셀을 고려하기로 하고, 탄성 계수의 대칭축이 실린더의 중심 축과 일치하여 횡방향(transverse direction)이 실린더의 원주 방향이 되도록 놓여 있는 경우를 생각한다. 만일 이러한 형태의 셀이 일방향 섬유강화 복합재료로 제작되었다면 실린더와 강화섬유의 방향은 나란히 정렬되어 있게 된다. 이 재료의 탄성계수는 비등방성 고체의 10개의 가능한 대칭 특성 중 육변형계(hexagonal system)에 해당되므로 5개의 독립적인 상수,  $C_{11}$ ,  $C_{12}$ ,  $C_{13}$ ,  $C_{33}$ ,  $C_{44}$ 로 표현된다<sup>(9)</sup>. 셀 내부의 탄성파를 해석하기 위하여 먼

저 횡등방성 고체에 대한 Hooke의 법칙을 생각하면

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{rr} \\ \sigma_{\theta\theta} \\ \sigma_{zz} \\ \theta_{\theta z} \\ \sigma_{rz} \\ \sigma_{r\theta} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{12} & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ C_{13} & C_{13} & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2C_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{11} - C_{12} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \epsilon_{rr} \\ \epsilon_{\theta\theta} \\ \epsilon_{zz} \\ \epsilon_{\theta z} \\ \epsilon_{rz} \\ \epsilon_{r\theta} \end{Bmatrix}, \quad (1)$$

이다<sup>(9)</sup>. 식 (1)과 원통 좌표계에서의 운동방정식, 구성방정식<sup>(10)</sup>을 이용하여 변위에 관한 지배방정식을 구하면

$$\begin{aligned} \rho_c \ddot{u}_r = & C_{44} (\partial_{zz} u_r + \partial_{rz} u_z) + C_{11} \left( \partial_{rr} u_r + \frac{\partial_{\theta\theta} u_r}{r^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial_{r\theta} u_\theta}{2r} - \frac{3\partial_{\theta\theta} u_\theta}{2r^2} + \frac{\partial_r u_r}{r} - \frac{u_r}{r^2} \right) \\ & + \frac{C_{12}}{2r^2} (r \partial_{r\theta} u_\theta - \partial_{\theta\theta} u_r + \partial_{\theta} u_\theta) + C_{13} \partial_{rz} u_z, \quad (2) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \rho_c \ddot{u}_\theta = & C_{44} \left( \partial_{zz} u_\theta + \frac{\partial_{\theta z} u_z}{r} \right) + C_{12} \left( \frac{\partial_{r\theta} u_r}{2r} - \frac{\partial_{\theta} u_r}{2r^2} \right. \\ & \left. - \frac{\partial_{rr} u_\theta}{2} - \frac{\partial_r u_\theta}{2r} + \frac{u_\theta}{2r^2} \right) \\ & + C_{11} \left( \frac{\partial_{\theta\theta} u_\theta}{r^2} + \frac{\partial_r u_\theta}{2r} + \frac{\partial_{rr} u_\theta}{2} + \frac{3\partial_{\theta} u_r}{2r^2} \right. \\ & \left. + \frac{\partial_{r\theta} u_r}{2r} - \frac{u_\theta}{2r^2} \right) + C_{13} \frac{\partial_{rz} u_z}{r}, \quad (3) \end{aligned}$$

$$\rho_c \ddot{u}_z = C_{44} \left( \frac{\partial_{\theta\theta} u_z}{r^2} + \partial_{rr} u_z + \frac{\partial_{z\theta} u_\theta}{r} + \frac{\partial_r u_z}{r} \right)$$

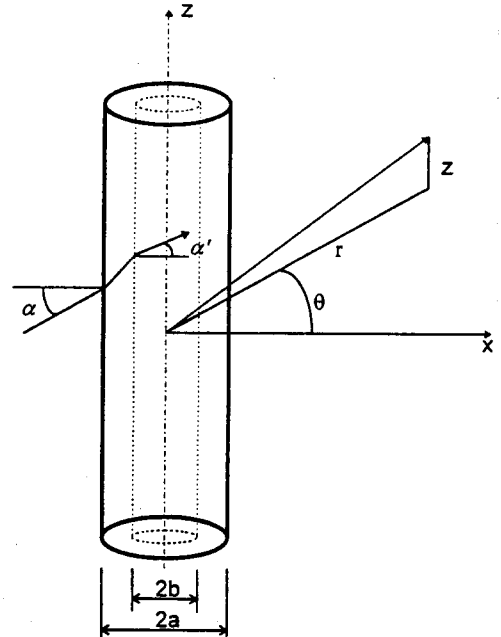


Fig. 1 A plane wave incident on a cylindrical shell. Geometry and coordinates.

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\partial_z u_r}{r} + \partial_{rz} u_r) + C_{33} \partial_{zz} u_z \\
 & + C_{13} \left( \frac{\partial_z u_r}{r} + \frac{\partial_{z\theta} u_\theta}{r} + \partial_{rz} u_r \right), \quad (4)
 \end{aligned}$$

이 된다. 여기서,  $\rho_c$ 는 원통 셀의 밀도를 나타내며  $\partial_i \equiv \partial/\partial x_i$ 이다. 이 지배방정식의 고유치를 구하면 횡등방성 고체에서 존재할 수 있는 탄성파의 파수(wavenumber)가 된다. 변위 벡터를 순평창부와 전단부로 분해하고 Debye포텐셜을 본 문제에 맞게 도입하면 다음과 같다. <sup>(11)</sup>

$$\mathbf{u} = \nabla \phi + \nabla \times (\chi \hat{e}_z) + \frac{1}{k_z} \nabla \times \nabla \times (\psi \hat{e}_z), \quad (5)$$

식 (5)에서  $\phi$ ,  $\chi$ ,  $\psi$ 는 각각 종파, SH(Horizontally polarized shear)파, 그리고 SV(Vertically polarized shear)파에 대한 포텐셜을 의미하고 있는,  $\hat{e}_z$ 는  $z$ -방향으로의 단위 벡터를 나타낸다. 식 (5)에서 두 전단파의 분극(polarization)의 방향은 서로 수직임을 알 수 있다. 지배방정식 (2)~(4)의 고유치를 구하기 위하여 해를 다음과 같이 가정한다.

$$\phi = B_n J_n(\chi r) \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (6)$$

$$\psi = D_n J_n(\chi r) \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (7)$$

$$\chi = F_n J_n(\chi r) \sin n\theta e^{ik_z z}, \quad (8)$$

이다. 여기서, 시간 의존항은  $e^{-i\omega t}$ 이고 표현의 간결성을 위하여 생략되었다. 축 방향 파수  $k_z$ 는 입사파의 그것과 일치하여야 하므로 파동의 종류와 상관없이 동일한 값을 가진다. 위의 가정해(assumed solution)를 지배방정식에 대입하고 정리하면 종파와 SV파에 대해서는

$$\begin{cases} \rho_c \omega^2 - C_{11} \chi^2 - (C_{13} + 2C_{44}) k_z^2, \\ ik_z^2 \{ \rho_c \omega^2 - C_{33} k_z^2 - (C_{13} + 2C_{44}) \chi^2 \}, \\ i \{ \rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2 - (C_{11} - C_{13} - C_{44}) \chi^2 \} \{ B_n \} \\ \chi^2 \{ \rho_c \omega^2 - C_{44} \chi^2 - (C_{33} - C_{13} - C_{44}) k_z^2 \} \{ D_n \} \end{cases} = 0 \quad (9)$$

와 같이 두 파동 간의 모드 변환(mode conversion)으로 인한 서로 연성을 가진 형태로 표현되고 그 특성방정식은

$$C_{11} C_{44} \chi^4 - \xi \chi^2 + \zeta = 0, \quad (10)$$

$$\begin{aligned}
 \xi &= (C_{13} + C_{44})^2 k_z^2 + C_{11} (\rho_c \omega^2 - C_{43} k_z^2) \\
 &+ C_{44} (\rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2), \quad (11)
 \end{aligned}$$

$$\zeta = (\rho_c \omega^2 - C_{33} k_z^2) (\rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2), \quad (12)$$

로 주어진다. 그러므로 고유치는

$$\chi_1^2 = \frac{\xi - \sqrt{\xi^2 - 4\zeta C_{11} C_{44}}}{2 C_{11} C_{44}}, \quad (13)$$

$$\chi_2^2 = \frac{\xi + \sqrt{\xi^2 - 4\zeta C_{11} C_{44}}}{2 C_{11} C_{44}} \quad (14)$$

로 얻어진다. 여기서  $\chi_2 > \chi_1$ 이므로  $\chi_1, \chi_2$ 는 각각 종파와 SV파의 파수를 의미한다. 그래서 가정하는

$$\phi = [B_n J_n(\chi_1 r) + s_2 D_n J_n(\chi_2 r)] \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (15)$$

$$\psi = [s_1 B_n J_n(\chi_1 r) + D_n J_n(\chi_2 r)] \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (16)$$

이 되어야 하며, 연성 계수들은

$$s_1 = \frac{i[\rho_c \omega^2 - C_{11} \chi_1^2 - (C_{13} + 2C_{44}) k_z^2]}{[\rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2 - (C_{11} - C_{13} - 2C_{44}) \chi_1^2]}, \quad (17)$$

$$s_2 = \frac{-i[\rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2 - (C_{11} - C_{13} - 2C_{44}) \chi_2^2]}{[\rho_c \omega^2 - C_{11} \chi_2^2 - (C_{13} + 2C_{44}) k_z^2]}, \quad (18)$$

임을 알 수 있다. 한편, SH파의 특성방정식과 가정해의 형태는

$$\chi_3^2 = \frac{2(\rho_c \omega^2 - C_{44} k_z^2)}{C_{11} - C_{12}}, \quad (19)$$

$$\chi = F_n J_n(\chi_3 r) \sin n\theta e^{ik_z z}, \quad (20)$$

가 된다.

## 2.2 산란 문제의 정의

산란체는 외반경이  $a$ , 내반경이  $b$ , 두께가  $d (= a - b)$ 인 원통 셀이고, 밀도와 체적 탄성계수가  $\rho_f$ ,  $\lambda_f$ 인 물속에 잠겨 있고, 그 내부는 밀도와 체적 탄성계수가  $\rho_a$ ,  $\lambda_a$ 인 공기로 채워져 있다고 가정한다 (Fig. 1).

이러한 원통 셀에 중심 축과  $\alpha$ 의 각도로 입사하는 평면 음파는 원통좌표계  $(r, \theta, z)$ 에서

$$p_i = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(k_r r) \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (21)$$

로 표현되고, 입사파와 중첩되어 전체 음장을 이루게 될 산란파는 다음과 같이 쓸 수 있다.

$$p_s = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n A_n H_n^{(1)}(k_r r) \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (22)$$

식 (21), (22)에서  $J_n(x)$ ,  $H_n^{(1)}(x)$ 은 각각 1종, 3종  $n$ -차 Bessel 함수이며  $\epsilon_n$ 은 Neumann 기호인데,  $\epsilon_0 = 1$ 이고  $n \geq 1$ 일 때는  $\epsilon_n = 2$ 가 된다. 또한 셀의 내부 음장은

$$p_c = P_0 \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n K_n J_n(k_r r) \cos n\theta e^{ik_z z}, \quad (23)$$

으로 된다. 파수  $k_r, k_z$ 은 Fig. 1에서와 같이 셀 내부의 굴절각을  $\alpha'$ 라 할 때 Snell의 법칙 즉 경계에서 변위의 연속을 만족시키기 위한 기본 전제로부터 다음과 같이 구한다.

$$k'_z = k_z, \quad k'_r = k'_z \cot \alpha',$$

$$\alpha' = \sin^{-1} \left( \frac{c_a}{c_f} \sin \alpha \right). \quad (24)$$

여기서,  $c_a$ ,  $c_f$ 는 각각 셀 내부 및 외부 유체의 음속을 의미한다. 원통 셀에서의 탄성 파동을 기술하는 Debye 포텐셜은 식 (15), (16) 및 식 (20)에 의하여

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} [B_n J_n(x_1 r) + C_n Y_n(x_1 r) + s_2 D_n J_n(x_2 r) + s_2 E_n Y_n(x_2 r)] \cos n \theta e^{i k_z z}, \quad (25)$$

$$\psi = \sum_{n=0}^{\infty} [s_1 B_n J_n(x_1 r) + s_1 C_n Y_n(x_1 r) + D_n J_n(x_2 r) + E_n Y_n(x_2 r)] \sin n \theta e^{i k_z z}, \quad (26)$$

$$\chi = \sum_{n=1}^{\infty} [F_n J_n(x_3 r) + G_n Y_n(x_3 r)] \sin n \theta e^{i k_z z}, \quad (27)$$

로 표현할 수 있다. 원통 셀과 주위 유체간의 경계면에서는 수직 변위가 연속이어야 하며, 수직 응력이 평형을 이루어야 하며, 음파의 비점성 가정에 의하여 전단응력이 없어야 한다는 조건 등을 만족하여야 한다. 그러므로 경계조건은  $r=a$ 에서

$$u_r = \frac{1}{\rho_f \omega^2} \frac{\partial r}{\partial r} (\dot{p}_i + \dot{p}_s), \quad (28)$$

$$\sigma_{rr} = -(\dot{p}_i + \dot{p}_s), \quad (29)$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = 0, \quad (30)$$

이고,  $r=b$ 에서는

$$u_r = \frac{1}{\rho_a \omega^2} \frac{\partial r}{\partial r} \dot{p}_c, \quad (31)$$

$$\sigma_{rr} = -\dot{p}_c, \quad (32)$$

$$\sigma_{r\theta} = \sigma_{rz} = 0, \quad (33)$$

으로 된다. 식 (21)~(27)과 경계조건 식 (28)~(33)으로부터 식 (22), (23), (25)~(27)의  $n$ -차 계수들에 관한 8-차 선형 연립방정식을 얻을 수 있다. 산란파는 원거리에서 다음과 같은 근사될 수 있다<sup>(2)</sup>. 즉,

$$p_s \approx P_0 e^{i k_f r} \sqrt{\frac{2}{i \pi k_f r}} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n A_n \cos n \theta$$

$$= P_0 e^{i k_f r} \sqrt{\frac{2a}{r}} f_{\infty}(\theta), \quad (34)$$

과 같이 산란체로부터의 거리에 대한 의존항과 산란각에 따른 의존항인 산란형태함수(scattering form functions),  $f_{\infty}(\theta)$ 로 구분된 형태가 된다. 그리고 산란형태함수는 다음과 같이 각 부분파(partial wave)의 산란형태함수,  $f_n(\theta)$ 의 합으로 표현할 수 있다.

$$f_{\infty}(\theta) = \frac{2}{\sqrt{\pi k_f a}} \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n A_n \cos n \theta$$

$$= \sum_{n=0}^{\infty} f_n(\theta), \quad (35)$$

그러므로, 후방산란 형태함수의 크기는  $\theta = \pi$ 일 때 이므로

$$|f_{\infty}(\pi)| = \frac{2}{\sqrt{\pi k_f a}} \left| \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n A_n (-1)^n \right| \quad (36)$$

으로 된다.

### 2.3 탄성 파동의 분산

원통 셀에서는 각기 다른 위상 속도(phase velocity)를 가진 여러 종류의 탄성 파동이 존재하며 각 탄성파들의 원주 방향 공명 및 공명 주파수 ( $k_f a$ )는 부분파의 후방 산란형태함수 크기 ( $|f_n(\pi)|$ )의 스펙트럼에서 찾을 수 있다. 이 공명 주파수와 공명의 차수로부터 파동의 위상 속도와 연관 지을 수 있는데 예를 들면  $m$ -차 부분파에 나타난 공명은 셀의 원주 길이  $2\pi a$ 가 파장의  $m$ 배가 되는 모우드이므로 위상 속도는

$$c_p(\omega) = \lambda_p f = c_f k_f a / m \quad (37)$$

와 같이 된다. 이와 같이 여러 가지 파동들에 대한 위상 속도를 주파수의 함수로 얻을 수 있고 이는 곧 각 파동들의 분산 곡선이 된다.

### 3. 결과 및 고찰

수치계산의 대상으로 한 황등방성 재료는 보론-알루미늄(Boron-Aluminium) 일방향 섬유강화 복합재료이며 구성하는 물질의 기계적 성질을 Table 1에 나타내었다. 주어진 보강섬유의 체적분율에 대한 유효 탄성계수는 Hashin과 Hill에 의하여 구하여진 하계값(lower bound)들을 사용하였다. 자세한 수식은 참고문헌 (12)의 118, 119쪽에 나와있다. Table 2에서는 보론-알루미늄 복합재료의 체적분율 변화에 따른 황등방성 탄성계수들의 변화를 보여 주고 있다.

Table 1 Material Properties (Unit : GPa/m<sup>2</sup>, kg/m<sup>3</sup>)

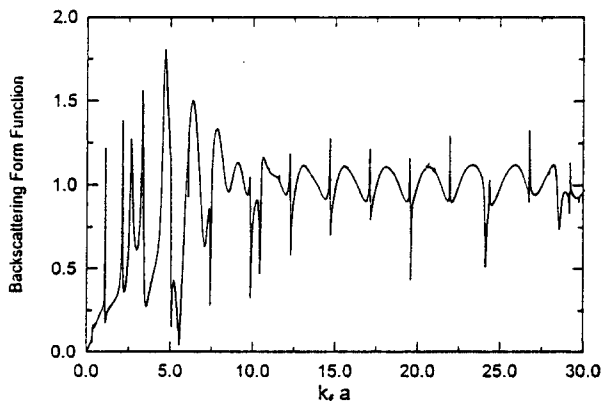
Materials	$\lambda$	$\mu$	density
Aluminium	59.9	26.8	2530
Boron	166.7	250	2790
Water	2.16	-	1000
Air	0.00013	-	1.2

**Table 2** Increase of Elastic Constants for Varying Fiber Volume Fraction (Unit : GPa/m<sup>2</sup>)

체적분률	$C_{11}$	$C_{12}$	$C_{13}$	$C_{33}$	$C_{44}$
0%	113.5	59.9	59.9	113.5	26.8
10%	126.6 (11.5%)	65.1 (8.7%)	62.9 (5.0%)	166.3 (46.5%)	31.5 (17.5%)
20%	142.1 (25.2%)	71.0 (18.5%)	66.3 (10.7%)	214.3 (93.2%)	37.1 (38.4%)

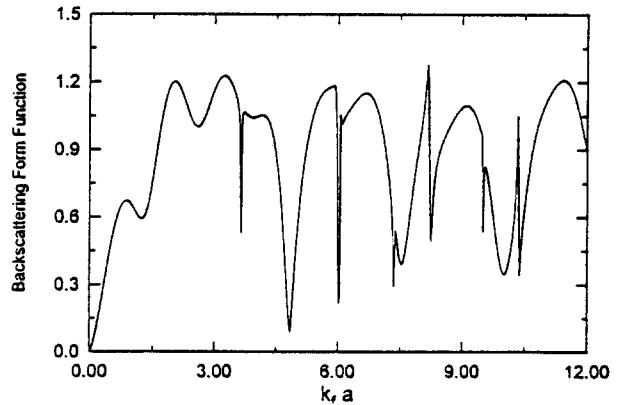
이 결과에서는 당연히 축방향의 응력-변형률과 관계가 깊은 탄성계수들의 변화율이 현저함이 나타나 있다. 또한 축방향과 횡방향 모두 관계를 가지는  $C_{13}$ 는 그 변화율이 가장 작아서 Honavar등<sup>(3)</sup>이 중요시한  $C_{13}$ 의 영향이 본 연구에서는 그리 중요하지 않음을 알 수 있다. 앞 절에서의 이론적 전개 과정을 검증하기 위하여  $b/a=0.84$ 인 등방성 알루미늄 셀에 의한 9° 경입사 평면파의 후방산란 형태함수를 Fig. 2에서 보여 주고 있다. 이 결과는 Leon 등에 의한 결과(Ref. 13의 Fig. 4a)와 일치한다. 또한 등방성 재료에서  $C_{13}$ 만 2.5배 증가한 횡등방성 중실축에 의한 3°의 경입사 평면파의 후방산란 형태함수를 Fig. 3에 나타내었다. 이 결과 또한 Honavar 등에 의한 결과(Ref. 7의 Fig. 7)와 일치한다. 이러한 사실들은 본 연구에서 제시한 이론 전개 과정이 타당함을 예시하는 결과들이다.

본 연구에서는 반경의 비율이  $b/a=0.84$ 인 보론-알루미늄 복합재료에 수직 입사하는 경우와 9° 경입사 되는 평면파의 산란을 다루었다. Fig. 4에서는 부분파의 후방산란 형태함수의 크기로부터 구한 두 가지 공명산란 준의 분산(탄성과 속도의 수중 음속

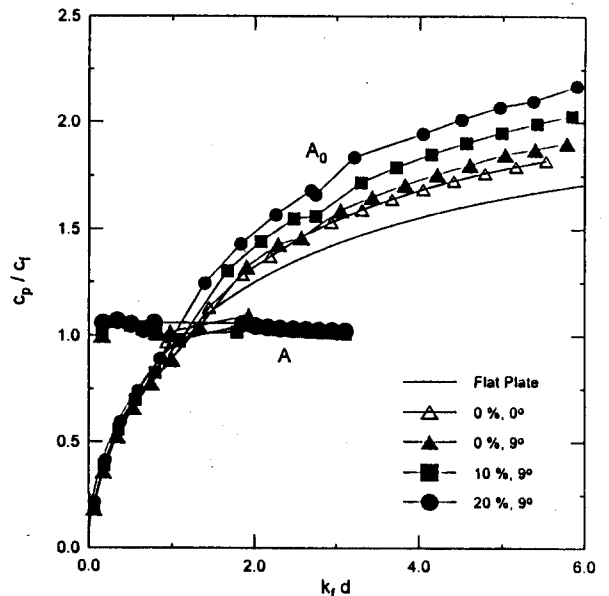


**Fig. 2** Normalized form function of aluminium shell with  $b/a=0.84$  at an incident angle of 9°

에 대한 비율)을 셀의 두께 ( $d=0.16a$ )로 정규화된 주파수 ( $k_r d$ )에 대하여 보여주고 있다. 그림에서 실선은 같은 두께를 가진 등방성 평판의  $A_0$ (영차 비대칭 모드) Lamb파 분산곡선이다. 이 사실로부터 실선 주위의 곡선들은  $A_0$  Lamb 파 형태의 파동인 굽힘파(flexural wave)임을 알 수 있다. 등방성 평판과 수직입사 셀의 경우 서로 차이가 나는 이유는 셀의 곡률 효과 때문이며, 경입사인 경우는 수직입사의 경우보다 파속이 빨라지게 된다. 일반적으로 Lamb파는 주파수가 증가하면 표면파인 Rayleigh파



**Fig. 3** Normalized form function of aluminium cylinder with  $C_{13}$  increased by a factor of 2.5 at an incident angle of 3°



**Fig. 4** Dispersion curves of low order surface waves on B-Al composite shell ( $b/a=0.84$ ) for varying fiber volume fraction.

와 유사하게 되는데<sup>(1)</sup> 체적분율의 증가에 따라 파속의 점근값인 Rayleigh파의 속도는 각각 달라지고 Rayleigh 파속의 단일 변수가 되는 횡방향 포와송비  $\nu_{12}$ 의 변화를 추정할 수 있는 근거가 된다. 체적분율이 증가함에 따라 강성이 증가하므로 점근값이 대략 비례적으로 증가한다. 이 그림에서  $c_p/c_f \approx 1$ 의 근처에서 거의 분산을 일으키지 않는 공명군을 발견할 수가 있다. 또한 이 파동은 셀의 물성에도 영향을 받지 않으며 입사각에도 무관함을 알 수 있다. 이러한 사실은 셀의 주변 유체에서 발생하는 일종의 표면파인 Stoneley파의 성질과 일치한다. 좀 더 자세히 관찰하면  $c_p/c_f > 1$ 인 것을 알 수 있는데 이는 Osborne과 Hart<sup>(1)</sup>의 A파, 즉 평판의 양 면 중 한 면에만 유체가 존재하는 경우의 Stoneley파에 해당하는 결과이다<sup>(15,16)</sup>.  $A_0$  Lamb파의 분산과 Stoneley파의 분산은  $k_f d = 1.2$  부근에서 서로 교차하여 부분파의 스펙트럼에서 공명을 명확히 구분하기 어려웠다. Fig. 5에서는 또 다른 두 가지 공명산란 군의 분산곡선을 보여주고 있다. 실선은 Fig. 4에서와 같이 등방성 평판의  $S_0$ (영차 대칭 모드) Lamb파 분산곡선이다. 그러므로 저주파수에서부터 분산을 일으키는 파동은  $S_0$  Lamb파 형태의 파동임을 알 수 있다. 등방성 셀에 수직입사를 하는 경우는 평판의 분산과 매우 유사하나 저주파에서는 곡률 효과에 의하여 서

로 차이를 보이는 것은 당연하다. 셀의 경우 저주파에서 속도가 무한히 커지는 경향을 보이는 것은 셀의 크기가 파장에 비하여 유한하기 때문이다. 이 파동의 경우 파속이 체적분율의 증가에 대해 비례적으로 증가하지 않는 이유는 대칭모드는 주로 반경방향의 변형률과 관계되며 식 (1)에서 알 수 있듯이 이 변형률은 체적분율에 따라 변화가 심한 축방향 탄성계수와 관계 있는 반면 비대칭모드는 축방향 탄성계수와는 무관한 횡방향 전단변형에만 의존하기 때문이다. 또 다른 공명산란 군은 평판의  $A_1$  Lamb파와 유사한 파동의 분산을 나타낸다. 이 파동은 셀의 반경방향으로 모드를 갖는 파동이므로 진행 방향 파수가 영이 되어 전파하지 않는 주파수, 즉 차단 주파수가 존재한다. 체적분율의 변화에 대한 차단 주파수를 Fig. 5에 표시하였다. 이러한 차단주파수 또한 복합재료의 물리적인 성질을 규명하는 파라미터가 될 수 있다. Fig. 6에서는 셀의 축방향으로 진행하는 도파(guided wave)들의 공명 주파수의 Regge 궤적을 정규화된 주파수의 함수로 표시하였다. 이 파동은 경입사의 경우 발생하므로 모드 변환이 없는 두 SH파가 서로 반대 방향으로 셀의 면을 나선형(helical trajectory)을 그리며 진행하다가 위상이 보강되어 발생하는 공명이라고 할 수 있다<sup>(14)</sup>. 그러므로 기하학적인 고려에 의하여 나선형 진행거리가 파장의 정수배가 되는 경우에 공명이 발생할 수 있으므로 Fig. 6과 같이 주파수에 대하여 공명 주파수의 궤적은 직선을 그리는 사실을 확실히 옳다고 할 수 있다. Fig. 6에서 알 수 있듯이 파속이 서로 다른 셀에서 같은 차수의 공명이 발생하려면 파속이 빠른 셀의 경우가 파속이 느린 셀에서 보다 더 높은 주파

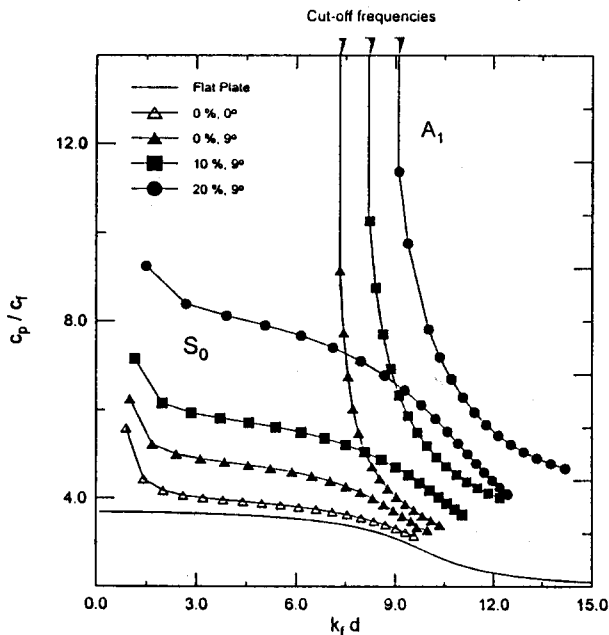


Fig. 5 Dispersion curves of low order surface waves on B-Al composite shell ( $b/a=0.84$ ) for varying fiber volume fraction.

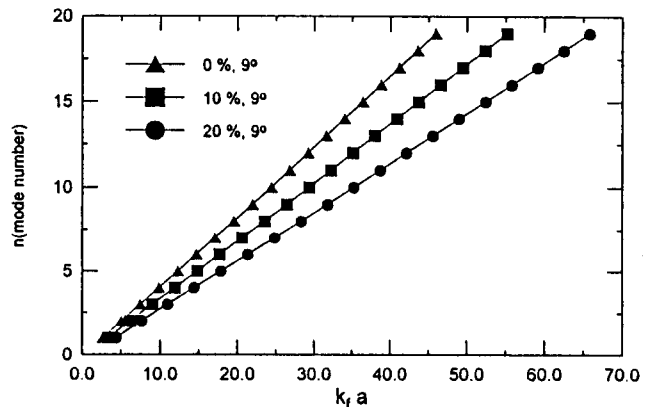


Fig. 6 Regge trajectories of guided waves on B-Al composite shell ( $b/a=0.84$ ) for varying fiber volume fraction.

수에서 공명이 일어난다. 이와 같은 도파의 공명 주파수의 체적분율에 대한 변화는 복합재료의 물성 규명(material characterization)에 필요한 데이터가 될 수 있다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 횡등방성 셀에 의한 수중음파의 공명산란을 해석하였고, 등방성 셀 및 횡등방성 중실 실린더에 대하여 기존의 결과와 비교하였다. 보론-알루미늄 복합재료로 이루어진 얇지 않은 셀을 대상으로 수치계산을 수행하였다. 도파를 유발시키기 위하여 경입사 되는 경우를 생각하였고, 수직입사인 경우와 비교를 하였다. 공명산란해석으로부터 Lamb 파, Stoneley 파, 도파등의 분산곡선을 얻었고, 등방성 평판에서의 Lamb파의 분산곡선과 비교하여 공명산란군의 파동 형태를 파악하였다. 이 분산곡선들은 체적분율의 변화에 따라 변화하였다. 그러나 Stoneley파는 셀의 재질에 무관하며 거의 분산이 없는 파동이었다. 본 연구에서 얻은 체적분율에 대한 분산곡선들은 복합재료 원통 셀의 물성 규명에 활용될 수 있다. 그러므로 규명하고자 하는 물리적 성질과 분산곡선에서 추출할 수 있는 인자들을 연관지어 주는 작업이 필요하다.

#### 참 고 문 헌

- (1) Überall, H., 1973, Surface Waves in Acoustics, In "Physical Acoustics" (W.P. Mason and R.N. Thurston, eds.), Vol. 10, p. 1. Academic Press, New York.
- (2) Flax, L., Gaunaurd, G., and Uberall, H., 1983, The Theory of Resonant Scattering, In "Physical Acoustics" (W.P. Mason and R.N. Thurston, eds.), Vol. 15, Chap. 3, pp. 191~284. Academic Press, New York.
- (3) Zhang, B., Dong, H., and Wang, K., 1994, "Multiple Sources in a Fluid-Filled Borehole Surrounded by a Transversely Isotropic Elastic Solid," J. Acoust. Soc. Am., 96(4), pp. 2546~2555.
- (4) Tsai, Y. M., Liu, S.N., and Light, G.M., 1990, "Cylindrically Guided Waves in a Transversely Isotropic Shaft," in Review of Progress in Quantative Non-destructive Testing, edited by D. O. Thompson and D.E. Chimenti (Plenum, New York), Vol. 9, pp. 251~255.
- (5) Dayal, V., 1993, "Longitudinal Waves in Homogeneous Anisotropic Cylindrical Bars Immersed in Fluid," J. Acoust. Soc. Am., 93(3), pp. 1249~1255.
- (6) Nagy, P.B., 1995, "Longitudinal Guided Wave Propagation in a Transversely Isotropic Rod Immersed in Fluid," J. Acoust. Soc. Am., 98(1), pp. 454~457.
- (7) Honavar, F., and Sinclair, A.N., 1996, "Acoustic Wave Scattering from Transversely Isotropic cylinders," J. Acoust. Soc. Am., 98(1), pp. 454~457.
- (8) de Billy, M., 1986, "Determination of the Resonance Spectrum of Elastic Bodies via the Use of Short Pulse and Fourier Transform Theory," J. Acoust. Soc. Am., Vol. 79(6), pp. 219~221.
- (9) Auld, B.A., 1973, Acoustic Fields and Waves in Solids, John Wiley & Sons (New York), Chap. 7.
- (10) Achenbach, J.D. 1975, Wave Propagation in Elastic Solids, Elsevier Publication (New York), pp. 73~75.
- (11) Morse, P.M. and Feshbach, H., 1953, Methods of Theoretical Physics, McGraw-Hill (New York), Chap. 13, Chap. 11.
- (12) Christensen, R.M., 1979, Mechanics of Composite Materials, A Wiley-Interscience Publication (New York), pp. 118~119.
- (13) Leon, F., Lecroq, F., Decultot, D., and Maze, G., 1992, "Scattering of an Obliquely Incident Acoustic Wave by an Infinite Hollow Cylindrical Shell," J. Acoust. Soc. Am. 91(3), pp. 1388~1397.
- (14) Conoir, J. M., Rembert, P., Lenoir, O., and Izbicki, J. L., 1993, "Relation between Surface Helical Waves and Elastic Cylinder Resonances" J. Acoust. Soc. Am. 93(3), pp. 1300~1307.
- (15) Talman, M., Quentin, G., Rousselot, J. L., Subramanyam, J.V., and Uberall, H., 1988, "Acoustic Resonances of Thin Cylindrical Shells and the Resonance Scattering Theory," J. Acoust. Soc. Am. 84(2), pp. 681~688.
- (16) Chio, M.S. Kim, H.C., and Yang, M.S., 1992, "Propagation Characteristics of Elastic Circumferential Waves in Nuclear Fuel Cladding Tubes," Ultrasonics, 30(4), pp. 213~219.