

## 일반적인 금형면에서의 접촉탐색과 3차원 디프드로잉 성형에의 응용

서의권\* · 심현보\*\*

(1997년 6월 7일 접수)

## A General Tool Surface Contact Search and its Application to 3-D Deep drawing Process

E.K. Suh and H.B. Shim

### Abstract

In the present study, a contact search and check algorithm for general tool surface described by triangular FE patch is proposed. To improve numerical stability, SEAM element using the linear Coons interpolation has been used. To check the proposed algorithm, both clover cup and L-shape cup deep drawing processes are calculated. The computed results shows that the proposed contact algorithm can be successfully applied for sheet metal forming processes with general shaped tools..

**Key Words :** Triangular FE patch(삼각형 유한요소패치), Global search(전체 탐색), Local search(국부탐색), Contact check(접촉 판별), Linear Coons interpolation(선형 쿤스 보간)

### 1. 서 론

박판성형 제품의 설계에서 있어 CAD 시스템은 제품의 형상이 날로 복잡해짐에 따라 그 효용성이 증가되고 있다. 이러한 추세에 따라 CAD 시스템의 제품 데이터를 직접 박판성형해석에 이용함으로써 동시공학적 설계를 이루어가고 있다. 이를 위해서는 임의 형상의 금형면을 적절히 표현하여야 하는 데 이러한 금형면의 표현에 있어서는 비매개변수 패치(non-parametric patch) 방법,<sup>(1)</sup> 매개변수 패치(parametric patch) 방법,<sup>(2)</sup> 유한 요소 격자(finite element) 방법<sup>(3)</sup> 등이 있다.

비매개변수 패치 방법<sup>(1)</sup>은 금형의 면을 x, y축의 등간격

혹은 비등간격으로 나누고 이 x, y에 해당하는 z축의 데이터를 정하여 주는 방법이다. 이러한 방법은 금형의 접촉탐색에 유리한 장점을 가지고 있으나, 금형의 형상이 복잡해지면 이를 표현하기 위한 격자의 간격을 줄여주어 격자수를 증가시켜야 하며, 또한 수직벽면을 표현할 수 없는 단점이 있다. 매개변수 패치 방법<sup>(2)</sup>은 제품의 형상을 임의의 곡면으로 묘사할 수 있는 방법으로 상용 CAD 시스템에서 만들어 지는 Ferguson, NURBS(Non Uniform Rational B-Spline) 곡면 등을 쉽게 해석 데이터로 이용이 가능하나, 접촉탐색이 복잡하고 패치의 수가 증가함에 따라 계산시간이 증가되는 단점이 있다. 유한 요소 격자 방법<sup>(3)</sup>은 금형면을 유한요소 격자로 나누어 표현하

\* 영남대학교 대학원  
\*\* 영남대학교 기계공학부

는 방법으로 일반적 임의 형상을 표현하는데에 많이 사용되고 있다. 상용 CAD 시스템에서는 곡면을 유한개의 격자로 나누어주는 기능을 포함하여 쉽게 이를 이용할 수 있다. 금형의 형상이 복잡하면 이를 충분히 묘사하기 위한 격자의 수가 증가되어 역시 계산시간이 증가된다.

본 연구에서는 일반적인 금형면의 묘사에 있어서 삼각형 요소를 사용하였다. 금형면을 삼각형 요소로 표현할 때 사각형 요소에 비해서 삼각형 요소의 세 절점이 하나의 평면만을 형성하므로 접촉점은 정확히 결정할 수 있는 장점이 있다. 따라서 이러한 삼각형 요소의 장점을 이용하는 접촉탐색의 한 방법을 제시하였다. 제시된 접촉탐색에 의한 성형해석프로그램의 유용성을 알아보기위해 클로버 컵과 L형 컵의 예제에 적용해 보았다. 성형해석에 사용된 프로그램은 수치적 안정성을 위해서 전단에너지를 부가한 박막(Shear Energy Augmented Membrane) 요소<sup>(1)</sup>를 이용하였다. 기존의 SEAM요소의 수식화에 있어서 절점 평면변위로 부터 요소내부의 전단변위를 구하는 방법이 복잡한 수식화와 가정을 요구하므로 이를 피하고자 4절점 사변형 요소의 경계에서의 전단변위로 부터 선형 쿤스 보간(linear Coons interpolation)을 이용하여 요소내부의 전단변위를 구하도록 하였다.

## 2. 이 론

### 2.1 일반적 금형면에서의 삼각형 유한요소격자 방법과 접촉탐색

일반적으로 접촉 탐색과정은 크게 전체 탐색(global search)과 국부 탐색(local search), 그리고 접촉 판별(contact check)로 나눌 수 있다. 전체 탐색은 해석하고자 하는 절점에 접촉가능성이 있는 몇 개의 유한요소 격자를 찾는 방법을 말하며, 국부 탐색은 전체 탐색에서 찾은 접촉 가능성이 있는 요소 중에서 해석 절점이 투사될 목표(target) 요소를 찾는 방법이다. 다음으로 찾아진 목표요소와 해석 절점사이에서 접촉이 이루어졌는 가를 판별하게 된다.

본 연구에서 셀 전략법(cell strategy)<sup>(5)</sup>과 유한요소 경계정보<sup>(2)</sup>를 혼용한 전체탐색을 응용하여, 다음과 같은 새로운 접촉 탐색과 접촉판별을 제시하였다.

먼저 계산에 들어가기 앞서 전체 탐색에 필요한 두 가지 정보를 계산한다. 첫 번째는 금형면을 표현하는 삼각형 유한요소 격자의 최외각 경계정보와 두 번째로 셀 격자에 포함된 금형면 삼각형 유한 요소격자의 정보를 계산한다. Fig. 1에서 보듯이 삼각형 유한 요소의 최외각 경계정보

는 x, y, z에 대한 최대, 최소값의 6개 데이터를 저장하게 된다. 셀 격자에 포함된 유한 요소격자의 정보는 2차원 x-y 평면 세로에 3차원 삼각형 유한요소격자를 투영하였을 때 Fig. 2의 2가지의 경우로 계산된다. 첫 번째의 경우로 셀 격자의 4 개의 외각점 중의 적어도 하나가 Fig. 2(a)에서와 같이 투영된 삼각형 요소격자의 내부에 있는가를 판별한다. 두 번째로 Fig. 2(b)에서와 같이 셀의 경계(boundary)가 투영된 삼각형 요소격자의 어느 한 경계(edge)를 지나는 경우이다. 이러한 두 가지의 정보를 이용하여 해석하고자 하는 절점의 전체 탐색은 Fig. 3에서와 같이 해석 절점의 x, y 데이터를 이용하여 절점이 포함된 셀의 위치를 찾고, 그 셀에 포함된 유한요소격자의 정보를 저장하는 것으로 탐색이 이루어진다.

다음으로 국부 탐색은 앞서의 전체 탐색에서 찾은 셀에 포함된 유한 요소격자들 중에서 절점이 투사될 목표 요소를 찾게 된다. 목표 요소가 되기위해서는 투사되었을 경우

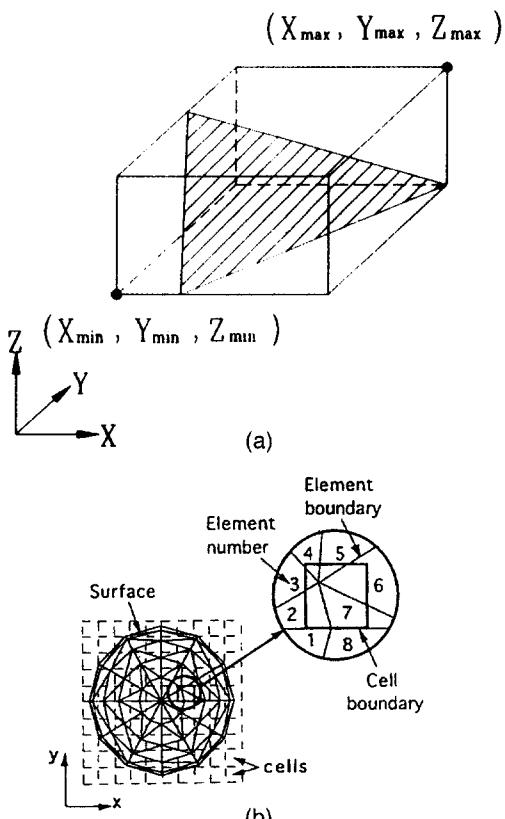


Fig. 1 (a)Boundary information of tool mesh patch  
(b)Tool mesh patch data by 2-D cell strategy

투사된 점이 목표 요소의 내부에 있어야 한다. 기존연구<sup>(10)</sup>에서의 목표요소를 찾는 방법은 금형면의 삼각형 유한요소 평면과 투사할 방향으로의 벡터를 포함하는 평면과의 삼각형 경계에서의 두 교차점을 구하고, 두 교차점과 투사할 방향의 임의의 한 점과의 벡터판별식으로 결정하고 있다. 이 방법은 평면과 평면사이의 교선을 구하고 구하여진 교선상의 삼각형 경계의 교차점을 구하여야 한다는 점과 찾아진 목표요소의 교점을 다시 구하여야 하는 추가의 작업이 필요하게 되나 본 연구에서는 목표 요소가 되기위해 투사된 점이 목표 요소의 내부에 있어야 하는 점을 직접 이용하여 투사점을 먼저 구한 후 목표요소가 되기 위한 조

건을 만족시키는지를 판별하였다. Fig. 4에서 벡터  $S_N$ 은 절점의 sheet normal로 투사될 방향을 나타낸다. 그리고 벡터  $P_N$ 은 삼각형 유한요소격자의 세 점으로 이루어진 평면의 normal 방향이다. 먼저 절점을 sheet normal 방향으로 투사하였을 경우 투사점  $P$ 를 찾는다. 투사점  $P$ 는 삼각형 유한요소의 세 격자점으로 이루어진 평면과 sheet normal의 직선의 교차점으로 귀결된다. 만약 교차점  $P$ 에서 각 격자점으로 향하는 벡터를  $P_i$ 라 할 때 요소격자에 투사된 점  $P$ 가 요소격자의 내부에 있으면 벡터판별식 (1)의 세 식을 동시에 만족하게 되며, 어느 한 식이라도 만족치 못하면 교차점  $P$ 는 요소격자의 밖에 위치하게 된다.

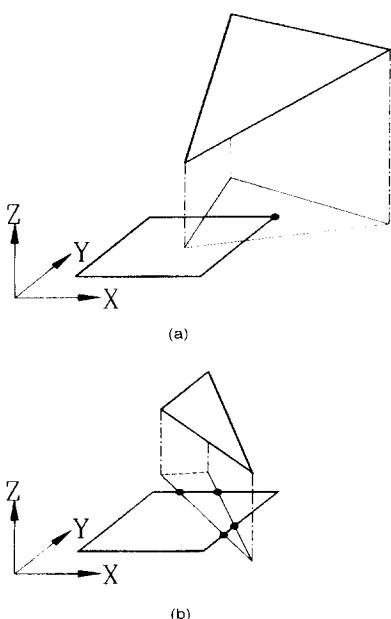


Fig. 2 Search of tool mesh patch in 2-D cell

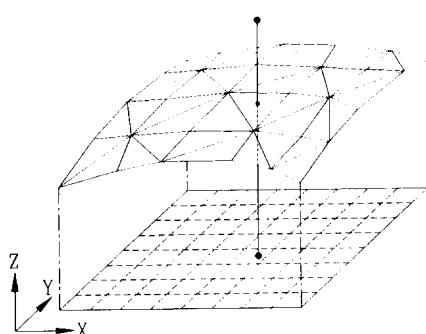


Fig. 3 Global search

$$\begin{aligned} (P_1 \times P_2) \cdot P_N &\geq 0 \\ (P_2 \times P_3) \cdot P_N &\geq 0 \\ (P_3 \times P_1) \cdot P_N &\geq 0 \end{aligned} \quad (1)$$

마지막으로 접촉 판별은 앞서의 국부탐색에서 찾은 목표 요소에 대해서 Fig. 5에서와 같이 절점에서 요소격자

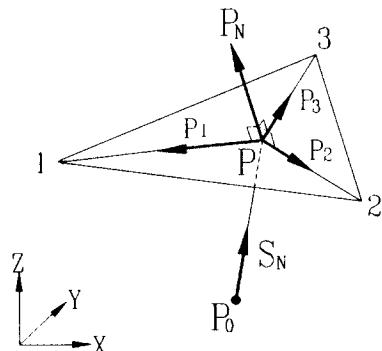


Fig. 4 Local search

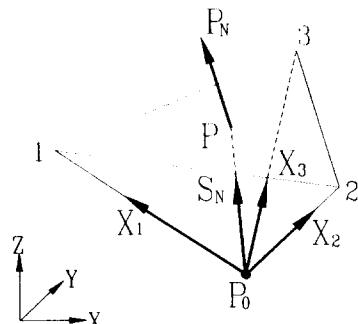


Fig. 5 Contact check

점으로의 벡터를  $\mathbf{X}_i$ 라고 할 때 식 (2)의 세 식을 동시에 만족하면 접촉된 상태로 판별한다.

$$\mathbf{X}_i \cdot \mathbf{S}_n \geq 0 \quad (i = 1, 2, 3) \quad (2)$$

## 2.2 Linear Coons Interpolation을 통한 SEAM 요소의 수식화

디프드로잉 공정은 압축응력을 수반하는 공정으로 소재로 사용하는 박판은 폭이나 너비에 비해 두께가 상대적으로 크게 작으므로 주름이 발생할 가능성이 높은 공정이다. 이러한 현상은 수치해석에 있어서도 그대로 나타나 압축응력이 수반되는 공정에 박막요소를 사용할 경우 수치적 좌굴을 발생시켜 해의 수렴을 어렵게 할 뿐만 아니라 해의 정확성을 저해하기도 한다. 본 연구에서는 이러한 수치적

불안정을 억제하기 위하여, 기존의 박막요소가 두께방향의 전단변형을 무시하고 평면방향의 응력 및 변형률 성분만을 고려하기 때문에 수반되는 문제점을 보완하기 위하여 전단에너지를 부가한 박막(Shear Energy Augmented Membrane) 요소<sup>[4]</sup>를 사용하여 이를 해결코자 한다. SEAM 요소에서는 주름현상을 두께방향으로의 전단변형에 기인하는 것으로 가정한다. Fig. 6과 같이 경계를 이루는 두 요소의 상대회전각으로부터 요소경계에서의 전단각도를 구하고 이를 적절한 방법으로 보간하여 요소내부의 전단각도의 분포를 구하고 이로부터 전단변형에 대한 저항력을 생성시킴으로써 수치적 좌굴현상을 줄이고자 하는 방법이다. 본 연구에서는 앞서의 SEAM요소의 수식화가 절점 평면변위로 부터 요소내부의 전단변위를 구하는 방법을 사용함으로써 수식이 복잡하기 때문에 이를 간단

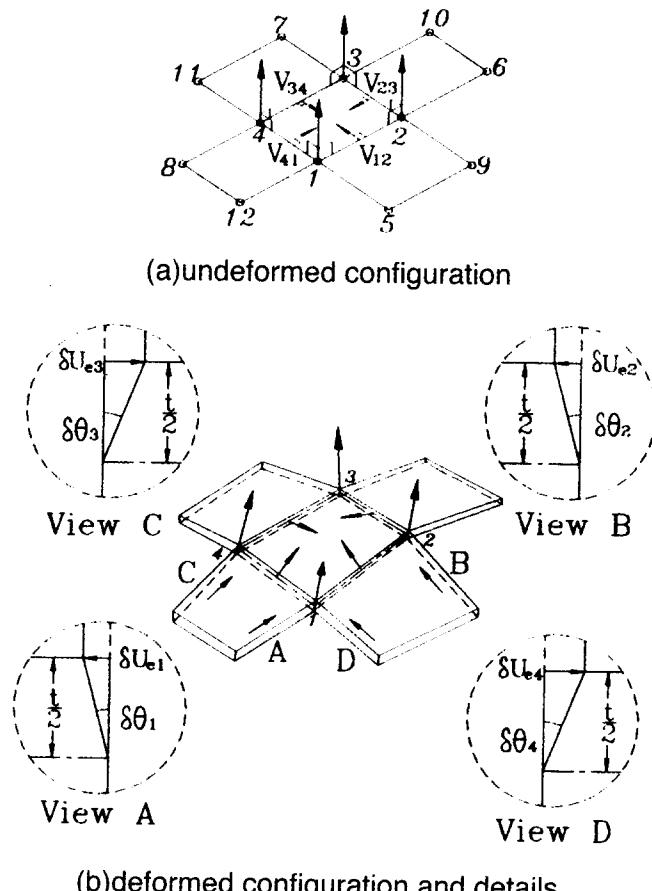


Fig. 6 SEAM element configuration

화하기 위하여 선형코스보간법을 이용하였다. 즉 선형 쿤스 보간은 사각형 패치의 4개의 경계곡선을 알고 있을 때 이로부터 사각형패치의 곡면을 보간하는 방법으로 여기서는 4 개의 요소경계에서의 전단각도를 경계곡선값으로 이용하였다.

Fig. 6은 변형전과 변형후의 기준 요소(base element)의 형상을 나타내고 있다. 편의상 기준 요소와 인접 네 요소의 절점 번호를 1에서 12로 부여하자. 각 변에 수직된 요소 평면방향의 단위 벡터를 각각  $V_{12}, V_{23}, V_{34}, V_{41}$ 이라고 하자. 단위 요소 내에서의 전단변위의 분포를 구하기 위해 먼저 변형 후의 각 요소 경계의 평면 방향변위를 구한다. Fig. 6에서와 같이 한 경계에서 발생한 상대회전 각이 경계 전체에 걸쳐 일정하다고 가정하면 회전에 의해 발생되는 평면방향의 변위는 식 (3)과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\delta U \epsilon_1 &= \frac{t}{2} \left( V_{12} \frac{\partial \theta_1}{2} \right) \\ \delta U \epsilon_2 &= \frac{t}{2} \left( V_{23} \frac{\partial \theta_2}{2} \right) \\ \delta U \epsilon_3 &= \frac{t}{2} \left( V_{34} \frac{\partial \theta_3}{2} \right) \\ \delta U \epsilon_4 &= \frac{t}{2} \left( V_{41} \frac{\partial \theta_4}{2} \right)\end{aligned}\quad (3)$$

여기서  $\delta\theta_1, \delta\theta_2, \delta\theta_3$  와  $\delta\theta_4$ 는 각각 기준 요소와 인접한 네 요소의 상대회전각도이며  $t$ 는 박판의 두께이다.

본 연구에서는 각각의 경계에서 서로 다른 요소와의 전단이 이루어지므로 식 (3)으로부터 얻어진 각각의 경계에서의 평면방향의 변위를 식 (4)에서의 선형 쿤스 보간을 이용하여 요소내부의 평면방향의 변위 분포, 즉 전단변위  $\delta U$ 를 구할 수 있다. (Fig. 7)

$$\delta U(r,s) = [ \mathbf{Br} ] [ \delta \mathbf{U} ] [ \mathbf{Bs} ]^T \quad (4)$$

여기서

$$\begin{aligned}[\mathbf{Br}] &= [ (1-r) \ r \ 1 ] \\ [\delta \mathbf{U}] &= \begin{bmatrix} -\delta U(0,0) & -\delta U(0,1) & \delta U(0,s) \\ -\delta U(1,0) & -\delta U(1,1) & \delta U(1,s) \\ \delta U(r,0) & \delta U(r,1) & 0 \end{bmatrix} \\ [\mathbf{Bs}]^T &= [ (1-s) \ s \ 1 ]\end{aligned}$$

$[\mathbf{Br}], [\mathbf{Bs}]^T$ 는 요소내부의 전단변위를 구하기 위한

blending function이며,  $\delta U(r,0), \delta U(r,1), \delta U(0,s), \delta U(1,s)$ 은 Fig. 7과 같이 식 (3)에서 주어지는 회전에 의한 평면방향 변위이다. 또한  $\delta U(0,0), \delta U(0,1), \delta U(1,0), \delta U(1,1)$ 은 각 절점에서의 평면방향 변위로 다음 식과 같이 양 경계에서의 값의 평균을 사용하였다.

$$\begin{aligned}\delta U(0,0) &= \frac{1}{2} (\delta U(r,0)|_{r=0} + \delta U(0,s)|_{s=0}) \\ \delta U(0,1) &= \frac{1}{2} (\delta U(r,1)|_{r=0} + \delta U(0,s)|_{s=1}) \\ \delta U(1,0) &= \frac{1}{2} (\delta U(r,0)|_{r=1} + \delta U(1,s)|_{s=0}) \\ \delta U(1,1) &= \frac{1}{2} (\delta U(r,1)|_{r=1} + \delta U(1,s)|_{s=1})\end{aligned}\quad (5)$$

따라서 회전에 의한 요소내부의 평면방향 변위의 분포를 구할 수 있고 이로부터 전단변형률의 분포도 쉽게 구할 수 있다. 이상의 과정을 종합하면 기준요소와 4개의 인접요소의 변위로부터 전단변형률의 분포는 다음의 식으로 주어진다.

$$\delta \theta = [N]_{1 \times 36} [U]_{36 \times 1}^T \quad (6)$$

여기서  $[U]^T$ 는

$$[U]^T = \{u_{1x}, u_{1y}, u_{1z}, u_{2x}, u_{2y}, u_{2z}, \dots, u_{12x}, u_{12y}, u_{12z}\} \quad (7)$$

전단변형에 의해 추가되는 전단 에너지는 다음의 식으로 표현된다.

$$\delta U_s = \int \frac{1}{2} K_s \delta \theta^2 dV \quad (8)$$

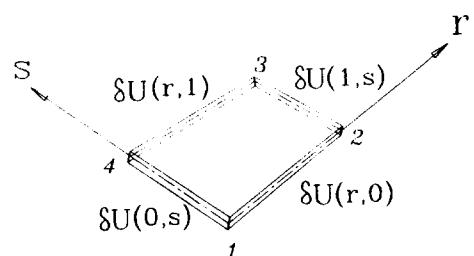


Fig. 7 Linear Coons interpolation of shear displacement field

여기서  $K_s$ 는 전단 강성계수로 전단항복 응력값으로 두었다. von Mises 항복조건으로부터 전단 강성계수는 다음과 같이 결정된다.

$$K_s = \frac{1}{\sqrt{3}} \bar{\sigma} \quad (9)$$

식 (8)에서 한 스텝동안  $K_s$ 와  $[N]$ 이 각도의 작은 변화에 대해 독립적이라고 생각하면, 식 (6)를 식 (8)에 대입하고,  $[U]$ 에 대해서 두번 미분을 하면 최종적인 요소의 전단 강성행렬이 다음과 같은 형태로 나타내어 진다.

$$[K]^{b,e}_{36 \times 36} = \int K_s [N]^T [N] dV \quad (10)$$

따라서 식 (10)의 강성 행렬을 기존의 박막 요소의 강성 행렬<sup>(6)</sup>에 추가하여 줌으로써 선형 쿠스 보간을 이용한 전단 에너지를 부가한 박막 요소의 강성행렬이 만들어진다.

### 3. 해석 결과

#### 3.1 클로버 컵의 디프 드로잉

클로버 컵의 디프드로잉은 인장응력과 압축응력이 함께 작용하는 복잡한 응력상태의 공정으로 박판 성형해석의 예제로 많이 이용된다. 본 연구에서는 선형 쿠스 보간을 통한 SEAM 요소를 사용하여 탄소성 유한요소해석법으로 해석하였다. 해석결과는 기존의 실험 및 에너지법에 의한 해석결과<sup>(7)</sup>와 비교하였다. 비교에 이용된 에너지법<sup>(7)</sup>은 해석적 함수 표현에 의한 기하학적 형상을 사용하고, 변형 영역을 몇개의 영역으로 나누어 각 영역의 속도장을 가정하고 전체영역에서 동적가용속도장의 조건을 만족하도록 각각의 속도장을 조합하는 방법으로 기존 에너지방법에 의해 효율적으로 일반적인 3차원 박판성형공정에 적용된 바가 있다. 해석에 사용된 공정변수는 다음과 같다.

Material : Cold rolled steel

Stress - strain curve :  $\bar{\sigma} = 60.7(0.001 + \bar{\epsilon})^{0.216} kgf/mm^2$

R - value :  $r = 1.66$

Initial sheet thickness :  $t = 0.742mm$

Punch & Die shoulder radii :  $R = 5mm$

Clearance :  $C = 1.25mm$

Coulomb friction coefficient : punch / sheet = 0.24,  
die / sheet = 0.12

Blank Holding Force(BHF) : 800kgf

Fig. 8은 해석에 사용된 금형면 삼각형 유한요소격자의 모양을 나타낸다. 금형면 격자는 상용 CAD 프로그램을 이용하였으며, 편치측 1059 격자, 다이측 1168격자로 구성하였다. 초기 블랭크의 형상은  $\Phi 100$ 의 원형으로 357 절점, 320요소로 구성하였으며, 해석은 대칭성을 고려하여 단축을 기준으로 1/4만을 해석하였다. Fig. 9는 성형 높이 20 mm일때의 변형형상을 나타낸다. Fig. 10은 하중 대 변위의 결과로 에너지방법<sup>(7)</sup>에 비해 실험결과와 잘 일치함을 알수 있다. Fig. 11은 외각플랜지의 형상으로 실험결과와 유사함을 보여준다. Fig. 12의 (a),(b)는 성형높이 23.2 mm에서의 클로버 컵의 장단축에서의 두께

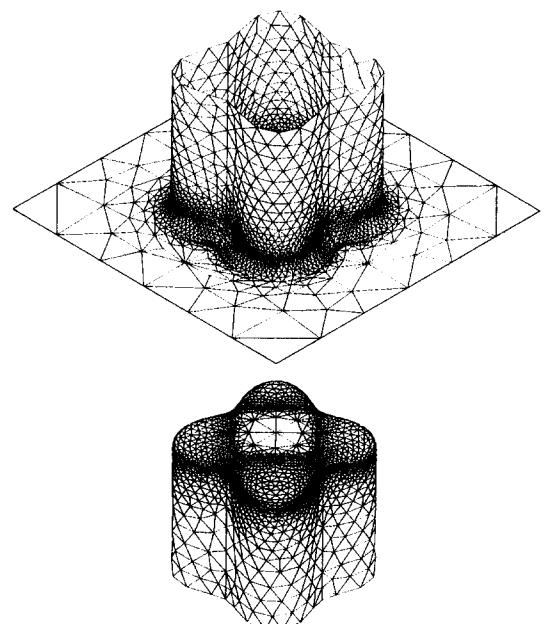


Fig. 8 Triangular tool mesh patch of clover cup analysis

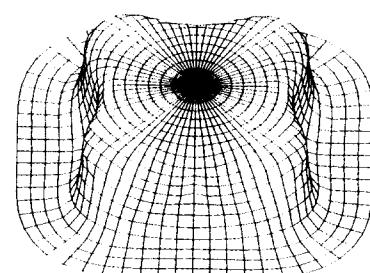


Fig. 9 Computed deformed configuration of clover cup(stroke = 20 mm)

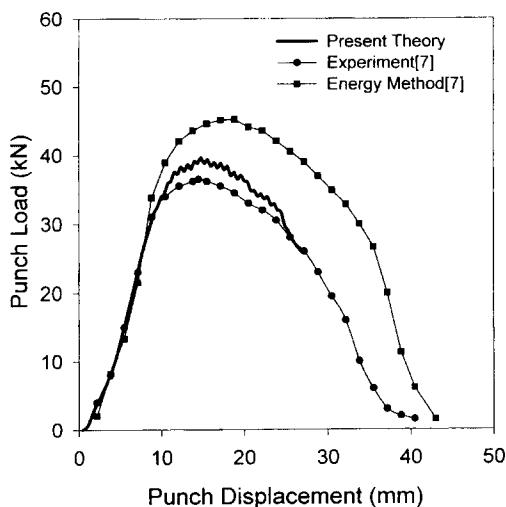


Fig. 10 Drawing load of clover cup analysis

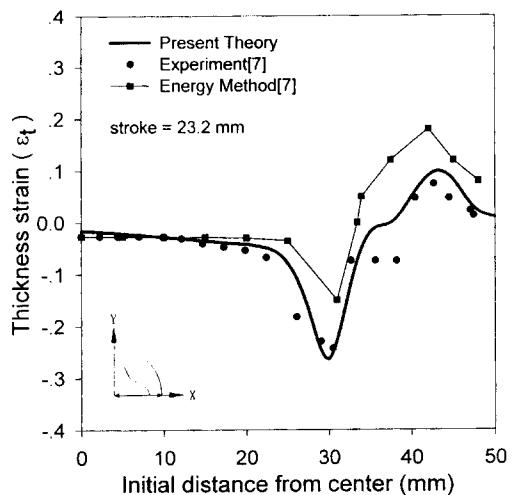


Fig. 12 (a)Thickness strain distribution in major axis of clover up

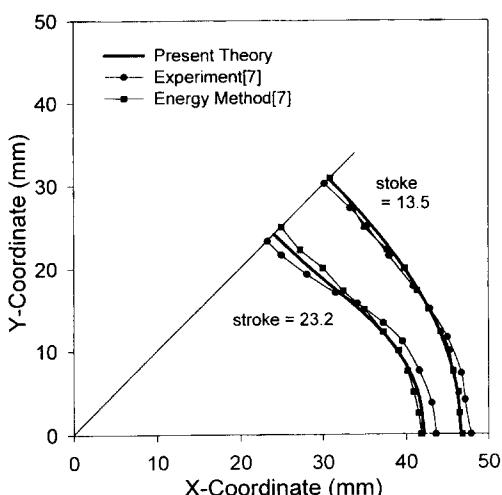


Fig. 11 Edge contour of coover cup analysis

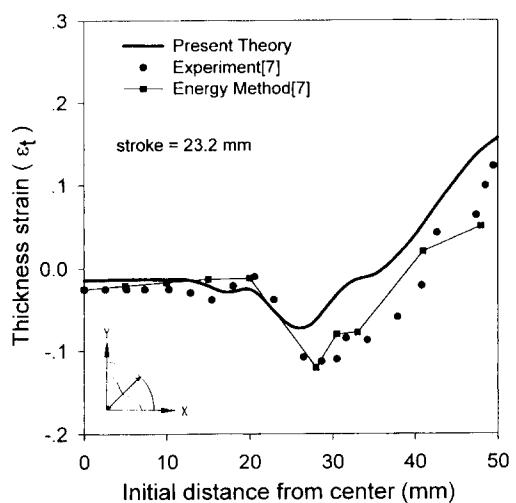


Fig. 12 (b)Thickness strain distribution in minor axis of clover cup

변형률 분포를 보여준다. 전체적으로 실험결과와 유사하나 장축에 비해 단축에 있어서 실험치와의 약간의 차이를 보이고 있다. 이는 클로버 컵의 변형모드에 있어서 장축이 반경방향으로 인장응력이 지배적이나, 단축은 신장플랜지 성형과 같이 원주방향으로도 추가의 인장응력이 작용하여 압축응력을 반영하는 SEAM요소의 영향이 감소하여 나타난 결과로 사료된다. 계산시간은 스텝증분을 0.4 mm 으로 IBM RS/595에서 1시간 가량 소요되었다.

### 3.2 L형 컵의 디프 드로잉

L형 컵<sup>(8)</sup>은 클로버 컵과 마찬가지로 오목한 단면을 가지고 있어 복합 응력상태에서 성형이 이루어진다. L형은 V의 좌우 대칭형으로 간주할 수 있어 1/2만을 해석하였다. 편치의 중심을 L형의 두 장축의 중심으로 잡았으며, 초기 블랭크의 형상은 861 절점, 800 요소로 구성하였으며, 재료의 유입을 고려하여  $\varnothing 160$ 의 원형 블랭크의 중심을 편치 중심과 일치시켜 계산하였다. 해석에 사용된 공정 변수는 다음과 같다.

*Material* : 아연 도금 유기피막 강판

*Stress - strain curve* :  $\bar{\sigma} = 47.756(0.001 + \bar{\varepsilon})^{0.25} \text{kgf/mm}^2$

*R - value* :  $r = 1.66$

*Initial sheet thickness* :  $t = 0.7\text{mm}$

*Punch & Die profile radii* :  $R = 5\text{mm}$

*Clearance* :  $C = 1.25\text{mm}$

*Coulomb friction coefficient* : 0.12

*Blank Holding Force(BHF)* : 500kgf

Fig. 13은 해석에 사용된 금형면의 삼각형 유한요소격자를 나타낸다. 편치측 2260 격자, 다이측 2461 격자로 구성하였다. Fig. 14는 성형높이 26 mm에서의 변형형상을 나타낸다. Fig. 15은 하중 대 변위의 그래프를 나타내었다. 그림에서 성형높이 20 mm부근에서 최대하중을 나타내었다. Fig. 16은 성형높이 26 mm일 때 편치 중심에서 Fig. 14의 각 세 방향 단면에서의 두께 변형률 분포를 나타내었다. 오목한 단면 A의 다이 반경부분에서 최대 두께감소를 보였으며, 단면 B와 단면 C의 편치 반경부분에

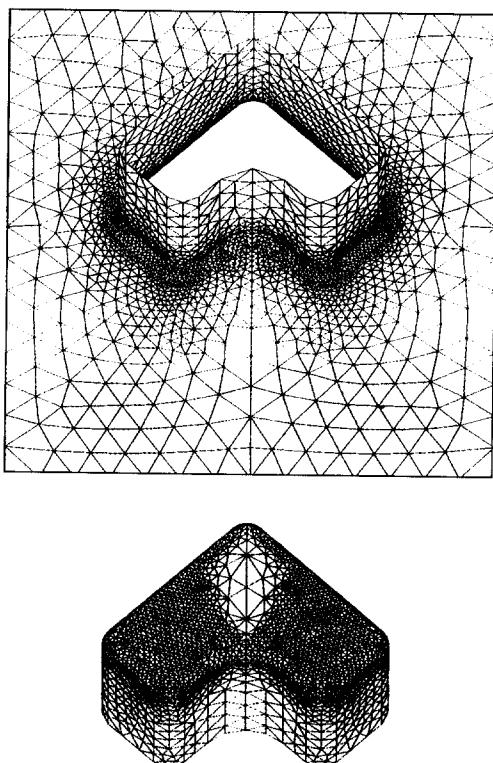


Fig. 13 Triangular tool mesh patch of L-shape cup analysis

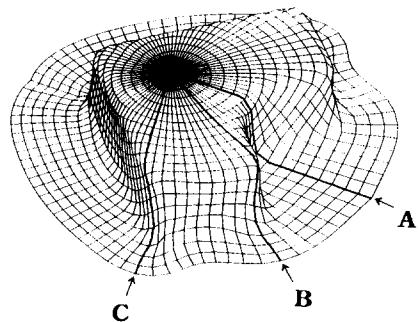


Fig. 14 Computed deformed configuration of L-shape cup  
(stroke = 26 mm)

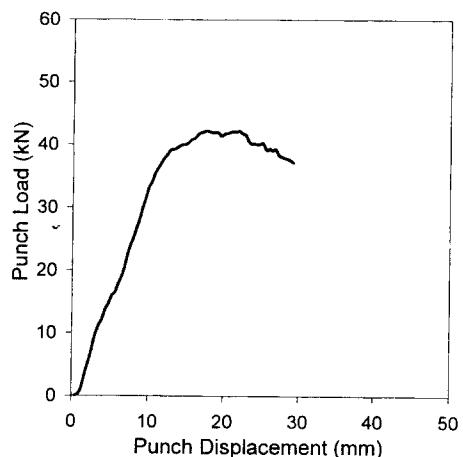


Fig. 15 Computed drawing load of L-shape cup

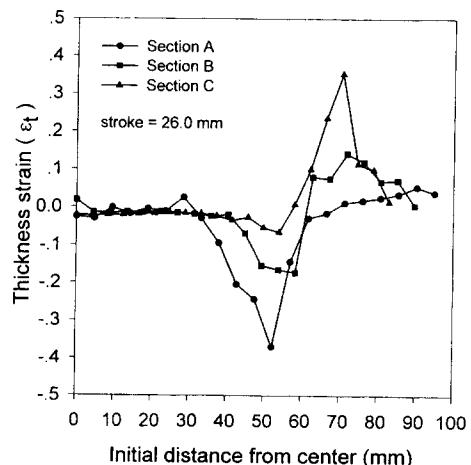


Fig. 16 Computed sectional thickness strain distribution  
of L-shape cup

서 인장, 다이 반경부분에서 압축의 경향을 보였다. 계산시간은 스텝증분을 0.4 mm으로 IBM RS/595에서 4시간 가량 소요되었다.

#### 4. 결 론

본 연구에서는 금형면의 삼각형 유한요소격자를 중심으로 전체탐색과 국부탐색, 그리고 접촉판별의 한 방법을 제시하였다. 제시된 방법의 유용성을 알아보기 위해 3차원 박판성형의 예제로서 클로버 컵과 L형 컵의 디프드로잉 공정을 택하였다. 성형해석 프로그램으로는 SEAM 요소를 이용하였으며, 수식화에 있어서 요소내부의 전단변위를 선형 쿤스 보간을 통해 구함으로써 수식을 간편화시켰다. 해석결과로 성형하중, 외각 형상, 두께변형률 등을 계산해 기존의 실험치와 비교하였으며, 제시된 접촉탐색이 성공적으로 적용됨을 알 수 있었다.

#### 참고문헌

- (1) Yang, D.Y., Yoo, D.J., Song, I.S., and Lee, J.H. 1994, Investigation into tool surface description for finite element analysis of three-dimensioncal sheet metal forming processes, *J. Mater. Process. Technol.* 45 , pp.267~273.
- (2) Yoo, D.J., Song, I.S., Yang, D.Y., and Lee, J.H. 1994, Rigid-plastic finite element analysis of sheet metal forming processes using continuous contact treatment and membrane elements incorporating bending effect, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 36, No. 6, pp.513~546.
- (3) Schweizerhof, K. and Hallquist, J.O., 1991, Explicit interation schemes and contact formulations for thin sheet forming, In Proc. VDI(edited by Altan, T. et.al), Zurich, Swizerland, pp.405~439.
- (4) 서의권, 심현보, 1996, 정사각형컵 디프드로잉의 탄소성 유한요소해석, 한국소성가공학회지, 제5권 1호, pp.8~17.
- (5) A. Santos, J. Duarte, and A. Rocha, 1994, Different tool descriptions used in the simulation of 3D sheet forming, Proc of the IDDRG'94(edited by M.J.M. Barata Marques), pp.351~362.
- (6) 심현보, 양동열, 1994, 굽힘을 고려한 원형 및 정사각형 디프드로잉 공정의 탄소성 유한요소해석, 대한기계학회논문집, 제18권, 제7호, pp.1738~1750.
- (7) Yang, D.Y., and Lee, H.S., 1993, Analysis of three-dimensional deep drawing by the energy method, *Int. J. Mech. Sci.*, Vol. 35, No. 6, pp.491~516.
- (8) 김상진, 양대호, 서대교, 1996, L형 단면 디프드로잉 가공에 대한 실험적 연구, 한국소성가공학회지, 제5권 4호, pp.281~287.
- (9) Rogers D.F. and Adams J.A., 1990, Mathematical elements for computer graphics, 2nd Ed., McGraw-Hill, p.422.