

반용융상태에서 재료의 변형거동에 관한 유한요소해석

윤종훈* · 김낙수** · 김현영*** · 김종재**** · 임용택*

(1997년 5월 8일 접수)

Finite Element Analysis for Deformation Behavior of Materials at Semi-Solid State

Jong-Hoon Yoon, Naksoo Kim, Hunyoung Kim, Joongjae Kim and Yong-Taek Im

Abstract

A flow stress involving strain, solid fraction, and breakage ratio, and solid fraction updating algorithm were proposed to depict the deformation behavior of materials at the semi-solid state. In case of isothermally simple upsetting of Sn-15%Pb alloy at the semi-solid state, by comparing the results of finite element analysis with the existing experimental results, the reliability of both the developed flow stress and updating algorithm were investigated. It was found that the verified program can effectively be used in the rigid-viscoplastic finite element analysis of the semi-solid forging processes.

Key Words : flow stress(유동응력), breakage ratio(붕괴율), solid fraction updating algorithm(고상율증분 알고리즘), semi-solid forming(반용융가공)

1. 서 론

반용융가공(semi-solid forming)에 대한 관심이 높아지면서 최근 들어 많은 연구가 이루어지고 있다. 반용융가공기술은 크게 구상조직제어기술, 온도제어, 유지, 이송기술 및 성형가공기술의 3가지 형태로 구분될 수 있으며, 반용융상태에서 합금이 갖는 금속학적 특징과 반용융가공공정의 종류와 특징들에 대한 개념정립은 어느정도 이루어져 있는 상태이다.^{1,2)} 특히, 반용융 성형가공기술은 성형된 부품의 기계적성질, 생산성 및 생산비용등과 직접적인 연관을 갖기 때문에 구상조직달성 및 유지기술과 더불어

매우 중요한 기술이라 할 수 있다. 따라서 반용융상태에서 재료(이하 반용융재료, semi-solid material)의 변형거동(deformation behavior)에 대한 정확한 이해로부터 성형공정의 해석 및 실험이 수행되어야만 건전한 반용융성형기술의 확립이 이루어질 수 있다. 모델링재료인 Sn-Pb합금을 이용한 반용융상태에서의 원주압축이나 필터링과 같은 실험적 연구를 통하여 반용융재료(semi-solid material)의 변형거동(deformation behavior)은 이미 규명되어 있다.³⁻⁷⁾ 하지만 반용융재료의 압축변형시 발생하는 고상과 액상의 거시적인 분리현상(macro-segregation)의 제어가 곤란한 관계로 성형공정에 관한 실험적 연구는

* 한국과학기술원 기계공학과
** 서강대학교 기계공학과
*** 강원대학교 기계공학과
**** 한라공업대학 자동차공학과

대부분이 반응용주조공정에 국한된 실정이다. 뿐만 아니라 수치상조직 붕괴에 의한 하중감소현상 등과 같은 미세조직학적 현상의 수치해석적인 모델링으로의 어려움 때문에 아직 반응용재료의 변형거동에 대한 정확한 수치모사는 수행을 할 수 없었으며, 유체역학적인 관점에서의 반응용주조와 관련된 금형충진해석 정도만이 수행되었을 뿐이다.⁴⁸⁾

반용용재료의 변형특성을 수치모사하기 위해, 고상입자들의 변형은 다공질체(porous material)에 관한 항복조건을 이용하고, 액상(liquid phase)의 유동은 다공질체 사이를 흐르는 유동으로 가정한 후 Darcy 법칙을 이용하여 반응용재료의 원주압축을 해석한 결과가 몇 가지 보고된 바 있으나 해석과 실험이 상이한 차이를 나타내고 있다.^{47,9,10)}

고상의 변형을 단지 다공질체의 변형으로 가정하여 수치모사를 하였을 때는 하중이 압축변위에 지수함수적으로 비례하여 증가하는 결과를 나타내지만 실험을 통하여 밝혀진 바로는 고상(solid phase)이 수치상조직(dendritic structure)을 이루고 있을 경우, 변위증가와 더불어 고상의 변형저항에 따른 하중의 증가, 수치상조직의 가지붕괴현상(breakage)에 의한 하중감소, 액상유동과 파괴된 수치상조직들의 재배열에 따른 일정하중구간 및 치밀화된 고상입자들의 변형저항능력 회복에 따른 하중증가와 같은 4가지 단계를 거치게 됨을 나타낸다. 이때 고상이 개개의 입자처럼 되어있는 구상조직(globular structure)일 경우는 가지붕괴현상에 기인하는 하중감소는 일어나지 않고 지속적인 액상유동과 고상입자들의 재배열에 의해 거의 일정한 하중을 나타낸 후 더 큰 압축변형에 대해서는 하중이 증가하는 3가지 단계를 거치게 된다.^{47, 7,9,10)} 따라서 고상의 변형과 액상의 유동을 각각 따로 취급한 분리유동에 근거한 현재까지의 연구결과는 반응용재료의 변형특성을 기술하는데 적합치 못하다고 할 수 있다.

본 연구에서는 반응용상태(즉, mushy state) 자체를 하나의 단일상으로 취급하여 변형해석을 하므로써 반응용성형 공정해석의 기초를 마련하고자 하였다. 이때, 변형률과 고상율, 붕괴율의 함수로 정의되는 유동응력식(flow stress)을 제안하여 반응용재료의 조직상태에 따른 하중감소현상을 묘사하였고, 고상율변화를 계산할 때만 고상과 액상의 상대속도차이를 고려한 분리유동을 적용하였다. 또한, Darcy 법칙을 이용한 액상의 체적유량 계산으로부터 고상율변화를 구할수 있는 새로운 고상율증분 알고리즘(solid fraction updating algorithm)을 제안하여

반용용재료의 변형거동을 수치모사하고자 하였다.

2. 변형해석의 유한요소 수식화

강점소성 유한요소법에 관한 이론적 서술은 Kobayashi 등¹¹⁾에 의해 자세히 서술되어 있으므로 여기서는 해석에 관련된 지배방정식과 경계조건만을 나타내기로 한다.

· 평형방정식

$$\sigma_{ij} = 0 \quad \text{in } V, \quad (1)$$

· 적합방정식

$$\dot{\epsilon}_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v_i}{\partial x_j} + \frac{\partial v_j}{\partial x_i} \right) \quad (2)$$

· 구성방정식

$$\sigma_{ij} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}_f}{\bar{\epsilon}} \dot{\epsilon}_{ij} \quad (3)$$

· 경계조건

$$t = \hat{t}_f \quad \text{on } S_f \quad (4.1)$$

$$v = \hat{v}_f \quad \text{on } S_v \quad (4.2)$$

여기서, i 와 j 는 각각 1~3까지의 값을 갖는다. σ_{ij} , σ_{ij}^f , $\bar{\sigma}_f$ 는 각각 응력성분, 편차응력성분 및 유동응력(flow stress)이며, $\dot{\epsilon}_{ij}$ 와 $\dot{\bar{\epsilon}}$ 는 변형률속도성분 및 유효변형률속도를 나타낸다. 또한 v_i 는 속도성분, \hat{t}_f 는 규정된 힘, \hat{v}_f 는 규정된 속도, V 는 해석대상영역, S_f 는 해석대상영역에서 힘이 규정된 경계면, S_v 는 속도가 규정된 경계면이다.

3. 유동응력식

3.1 기본방정식

기존의 항복조건이나 구성방정식(constitutive equation)을 수정하거나 새로이 제안한다기 보다는 유동응력식에 하중변화의 원인이 되는 인자들을 도입하므로써 쉽고 정확하게 반응용재료의 변형특성을 나타낼 수 있도록 하였다. 따라서 기존의 항복조건과 구성방정식은 수정없이 그대로 적용한다.

고상율이 낮은 경우에는 재료의 변형이 슬러리(slurry)와 같은 유동현상을 나타낼 것이므로 다음과 같은 유효응

력과 유효변형률속도에 멱법칙(power-law) 점도모델을 도입하여 이를 유동응력에 포함시킨다. 멱법칙 점도모델을 유효응력으로 나타내는 과정은 다음과 같다.

(1) 유효응력(effective stress), $\bar{\sigma}$
 유효응력은 다음과 같이 정의된다.

$$\bar{\sigma} = \sqrt{\frac{3}{2} \sigma'_{ij} \sigma'_{ij}} = \sqrt{\frac{3}{2} (\sigma_x'^2 + \sigma_y'^2 + \sigma_z'^2 + 2\tau_{xy}^2 + 2\tau_{yz}^2 + 2\tau_{zx}^2)} \quad (5)$$

소재의 고상율이 낮아서 전단응력 성분 (τ_{xy})만 작용하는 경우에는 식(5)에 $\sigma_x' = \sigma_y' = \sigma_z' = 0$, $\tau_{yz} = \tau_{zx} = 0$ 의 조건을 대입한다. 따라서 이 경우에는 유효응력은 전단응력만의 항으로 표시될수 있다.

$$\therefore \bar{\sigma} = \sqrt{3} \tau_{xy} \quad (6)$$

(2) 유효변형률속도(effective strain rate), $\dot{\bar{\epsilon}}$
 유효변형률속도는 다음과 같이 정의된다.

$$\dot{\bar{\epsilon}}_{xy} = \sqrt{\frac{3}{2} \dot{\epsilon}'_{ij} \dot{\epsilon}'_{ij}} = \sqrt{\frac{2}{3} (\dot{\epsilon}_x^2 + \dot{\epsilon}_y^2 + \dot{\epsilon}_z^2 + 2\dot{\epsilon}_{xy}^2 + 2\dot{\epsilon}_{yz}^2 + 2\dot{\epsilon}_{zx}^2)} \quad (7)$$

여기에 전단변형률속도 성분 ($\dot{\gamma}_{xy}$)만 작용하는 경우에는 $\dot{\epsilon}_x = \dot{\epsilon}_y = \dot{\epsilon}_z = 0$, $\dot{\epsilon}_{yz} = \dot{\epsilon}_{zx} = 0$ 의 조건을 사용하고, 식(7)은 다음과 같이 정리된다.

$$\therefore \dot{\bar{\epsilon}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \dot{\epsilon}_{xy} = \frac{1}{\sqrt{3}} \dot{\gamma}_{xy} \quad (8)$$

(3) 멱법칙(power-law) 점도모델과 유동응력
 전단응력이 다음 식(9.1)의 멱법칙 형태로 표시되는 경우 유동응력과 유효변형률 속도의 관계는 식(9.2)와 같이 된다.

$$\tau_{xy} = \eta_a \dot{\gamma}_{xy} = \eta \dot{\gamma}_{xy}^{n+1} \quad (9.1)$$

$$\bar{\sigma} = \eta \sqrt{3} (\sqrt{3} \dot{\bar{\epsilon}})^{n+1} \quad (9.2)$$

고상율(f_s)이 재료의 유동형태를 결정짓게 되는 임계고상율(critical solid fraction, f_{cr}) 이하일 경우 Kattamis와 Piconne의 점도식¹²⁾으로부터 겉보기점도(apparent viscosity, η_a)를 구한 다음 유동응력식의 계산에 이용하고 고상율이 임계고상율(f_{cr})보다 클 때는 Gunasekera의 제안식¹³⁾을 이용한다. 이때 고상율은 0과 1사이의 값을 갖는 무차원 변수이다.

3.2 고상율이 임계고상율보다 낮은 경우($f_s \leq f_{cr}$)

Kattamis와 Piconne은 Al-4.5%Cu-1.5%Mg 반응용 재료의 경우 구상입자에 관한 다음과 같은 겉보기 점도식을 구하였다.¹²⁾

$$\eta_a = \eta_0 \left(1 + \frac{Kf_s (S_r/S_{r,0}) (\bar{d}/\bar{d}_0)}{K - f_s} + 2.0333 \times 10^4 f_s \dot{\gamma}^{-0.727} \right) [Pa \cdot s] \quad (10)$$

$$\eta_0 = 3.99 \times 10^{-3} [Pa \cdot s]$$

여기서 S_r 와 \bar{d} 는 고상입자의 면적과 고상입자들의 지름을 각각 나타내며 하첨자 0은 초기값을 의미한다. $K=0.5016$ 으로서 식(10)이 실험치와 가장 잘 일치하도록 하는 값이다.

본 연구에서는 Sn-15%Pb재료의 경우에도 고상율이 낮은 상태에서는 유체유동이 지배적일 것으로 보고 식(10)의 형태를 그대로 사용하기로 한다. 등온상태에서 반응용 재료의 변형이 진행될 경우 확산에 의한 고상결정립들의 크기 변화는 없다고 볼 수 있으므로 $S_r/S_{r,0} = 1$, $\bar{d}/\bar{d}_0 = 1$ 로 가정할 수 있다. 즉,

$$\eta_a = \eta_0 \left(1 + \frac{Kf_s}{K - f_s} + 2.0333 \times 10^4 f_s \dot{\gamma}^{-0.727} \right) \quad (11)$$

식(6),(8),(11)을 식(9.1)에 대입하면 다음과 같다.

$$\frac{\bar{\sigma}}{\sqrt{3}} = \eta_0 \left(1 + \frac{Kf_s}{K - f_s} + 2.0333 \times 10^4 f_s (\sqrt{3} \dot{\bar{\epsilon}})^{-0.727} \right) \times (\sqrt{3} \dot{\bar{\epsilon}}) = \sqrt{3} \eta_0 \left[\left(1 + \frac{Kf_s}{K - f_s} \right) \dot{\bar{\epsilon}} + 2.0333 \times 10^4 f_s (\sqrt{3})^{-0.727} \right] \dot{\bar{\epsilon}}^{0.273} \quad (12)$$

이를 정리하면

$$\bar{\sigma} = 3\eta_0 \left[\left(1 + \frac{Kf_s}{K - f_s} \right) \dot{\epsilon} + 1.3639 \right] \times 10^4 f_s \dot{\epsilon}^{0.273} \text{ [Pa]} \quad (13)$$

식(13)은 고상율이 비교적 작을 때, 액상유동이 반응용재료의 변형거동을 지배적으로 나타내는 유동응력식이라 할 수 있다. 예를 들어, $f_s=0.5$ 이면 식(13)은 다음과 같다.

$$[\bar{\sigma}]_{f_s=0.5} = 3\eta_0 [157.75 \dot{\epsilon} + 0.6819 \times 10^4 \dot{\epsilon}^{0.273}] \text{ [Pa]} \quad (14)$$

3.3 고상율이 임계고상율보다 높은 경우 ($f_s \geq f_{cr}$)

Gunasekera의 수지상 조직에 대한 제안식(13)을 이용하여 유동응력식을 표현한다.

$$\bar{\sigma} = k \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) [1 - (\beta f_L)^3]^{\frac{2}{3}} \quad (15)$$

식(14)에서 β 는 고상입자에 대한 형상인자로서 원형실린더 형상의 고체에 구형액상이 존재하는 경우 $\beta=1.5^{(13)}$ 가 되고, 액상을 f_L 은

$$f_L = 1.0 - f_s$$

로 정의된다.

Sn-Pb 합금의 경우 변형률속도민감지수(strain rate sensitivity, m)는 대략 0.23⁽⁶⁾의 값을 가지게 된다.

(1) 붕괴율에 따른 유동응력식의 수정

수지상조직(dendritic structure)의 가지붕괴현상에 의한 하중감소를 나타내기 위해 변형률의 1차함수로 정의되는 붕괴율(breakage ratio) S를 도입한다.

$$S = S_0 + \frac{(1 - S_0)}{\bar{\epsilon}_{cr}} \bar{\epsilon} \quad (16)$$

여기서, 임계변형률(critical strain) $\bar{\epsilon}_{cr}$ 은 가지붕괴의 개시에 의하여 하중이 감소하기 시작하는 변형률이며 초기 붕괴율 S_0 는 수지상 조직일 경우 0, 구상조직일 경우 1의 값을 갖게된다. 즉, $S_0=0$ 은 가지붕괴현상이 전혀 일어나지 않았음을 나타내고, $S_0=1$ 은 모든 고상입자가 구상화되어 더 이상 붕괴될 조직이 없음을 의미한다.

따라서, 유동응력은 고상율과 더불어 붕괴율에 의해서도 영향을 받을 것이므로 식(15)를 수정하여 다음과 같이 붕괴율 S의 영향을 고려한다.

$$\bar{\sigma} = k \exp^{a(1-S)} \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) [1 - (\beta f_L)^3]^{\frac{2}{3}} \quad (17)$$

식(17)은 고상율이 비교적 클 때, 고상입자의 변형이 반응용재료의 변형거동을 지배적으로 나타내는 유동응력식이라 할 수 있다. 한편, $f_s=0.5$ 일 경우 (17)식은 다음과 같다.

$$[\bar{\sigma}]_{f_s=0.5} = 0.174518k \exp^{a(1-S)} \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) \quad (18)$$

수지상조직은 고상구조가 전체적으로 연결된 조직이며, 변형을 받음에 따라 수지상이 붕괴되면서 고상입자가 점차 구상화되고, 이에 따라 변형에 대한 저항이 감소한다.

3.4 유동응력식의 연속

반용용재료의 임계고상율(f_{cr})을 경계로 적용되는 유동응력식의 표현형태가 다르지만 유동응력값은 $f_s=f_{cr}$ 일 때 연속적이어야 한다. 실제로는 식(13)으로 표현되는 액상유동이 지배적인 변형거동과 식(17)로 요약된 고상입자의 변형이 지배적인 변형거동은 고상율의 어느 범위에서 중첩되어 적용될 것이다. 본 연구에서는 계산의 편의를 위해서 임계고상율(f_{cr})을 0.5로 선택하여 보았다. 본 연구에서 사용한 이외의 방법으로는 고상율에 대한 두 식의 선형보간 형태도 고려할 수 있을 것이다.

식(14), (18)으로 부터

$$[\bar{\sigma}]_{f_s=0.5} = 0.174518k \exp^{a(1-S)} \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right) = 3\eta_0 [157.75 \dot{\epsilon} + 0.6819 \times 10^4 \dot{\epsilon}^{0.273}] \quad (19)$$

따라서, η_0 는 최종적으로 식(20)과 같이 구해진다. 임계고상율의 값이 다르다 하더라도 식의 형태는 같으며, η_0 는 붕괴율, 유효변형률속도, 온도의 영향을 받음을 알 수 있다.

$$\eta_0 = \frac{[0.174518k \exp^{a(1-S)} \dot{\epsilon}^m \exp\left(\frac{Q}{RT}\right)]}{3[157.75 \dot{\epsilon} + 0.6819 \times 10^4 \dot{\epsilon}^{0.273}]} \quad (20)$$

Table 1 Summary of the proposed flow stress expressions considering the breakage of the dendritic structure and the solid fraction

flow stress, σ		coefficient	
$\epsilon < \epsilon_{cr}$	$\sigma = K \epsilon^n \exp(b) \dot{\epsilon}^m$	$f_s < f_{cr}$	$K = K_0 \exp[4.2(f_s - f_{cr})]$
$\epsilon \geq \epsilon_{cr}$	$\sigma = K \epsilon_{cr}^n \exp\left[b \frac{(\epsilon - \epsilon_{st})}{\epsilon_{cr} - \epsilon_{st}}\right] \dot{\epsilon}^m$	$f_s \geq f_{cr}$	$K = K_0 \frac{[1 - (\beta_L)^{\frac{2}{3}}]}{[1 - (\beta_L)^{\frac{2}{3}}]_{f_s=f_{cr}}}$

※ $b=2.85(1-S_0)$

이상의 결과를 요약하면 Table 1에 나타난 바와 같다.

Table 1에서 정상상태변형률(steady-state strain, ϵ_{st})은 수치상조각이 완전히 붕괴되어 거의 구상조각과 비슷한 상태에 도달하게 될 때의 변형률이다.

변형률이 $\bar{\epsilon} = 0.3$ 으로 일정한 경우에 대하여 본 연구에서 제안한 유동응력식을 이용하여 유효변형률속도와 붕괴율이 유동응력에 미치는 영향을 Fig. 1(a),(b)에 나타내었다. Fig. 1(a)의 경우 초기붕괴율이 각각 $S_0=0.0, 0.5, 1.0$ 인 경우 고상율에 따른 유효변형률속도와 유동응력의 관계를 나타내는 그림으로서 수치상조각에 가깝고 고상율이 높을수록 높은 유동응력값을 나타내었으며, 변형률속도가 낮을수록 유동응력의 기울기가 증가함을 알 수 있다. Fig. 1(b)의 경우는 변형률속도가 각각

$\dot{\epsilon} = 0.1s^{-1}, 1.0s^{-1}, 10.0s^{-1}$ 인 경우 고상율에 따른 붕괴율과 유동응력의 관계를 나타내는 그림으로서, 각 경우 모두 유효변형률속도와 고상율에 비례하여 유동응력은 증가하며, 초기붕괴율이 증가할수록 유동응력은 감소하게 된다. 즉, 반응용재료의 미세조각이 구상조각이거나 수치상조각이 파괴되어 각각의 독립적인 입자형태에 가까울수록 유동응력은 감소하게 된다는 것을 알 수 있다. 따라서, Table 1에 나타난 유동응력식이 본 연구에서 가장한 반응용재료의 변형거동을 잘 묘사할 수 있음을 예측할 수 있다.

4. 고상율증분 알고리즘

반응용재료와 같이 고상과 액상이 혼재하는 상태의 재료가 압축변형을 받게 될 경우 두 상은 서로 다른 속도로 변형 혹은 유동을 하게되는 고-액상의 거시적인 분리(macro-segregation)현상이 일어난다. 이로 인하여 변형하는 소재내의 임의의 국부적인 영역에서 매 변형단계마다 고상율이 변화하게 된다. 본 연구에서는 유한요소해석시 반응용재료의 변형에 따른 각 절점에서의 고상율 변화를 다음과 같은 방법으로 구하였다.

Step 1. 고상에 대한 액상의 상대속도 Δv_n 은 식(21)의 D'Arcy법칙을 따른다고 가정한다.

$$\Delta v_n = -\frac{\kappa}{\eta} \frac{\partial p}{\partial n} \quad (21)$$

실제 액상의 유동은 변형률속도와 압력구배의 지배를 받을 수 있으며, 식(21)에서 볼 때 변형률속도는 η 에서 고려될 수 있다. 하지만 반응용재료에 대한 κ/η 를 정확히 알 수 없기 때문에 전반적인 액상 유동은 κ/η 를 상수라 가정 한 후, 상수와 압력구배의 곱하기형태 정도면 충분히 액상

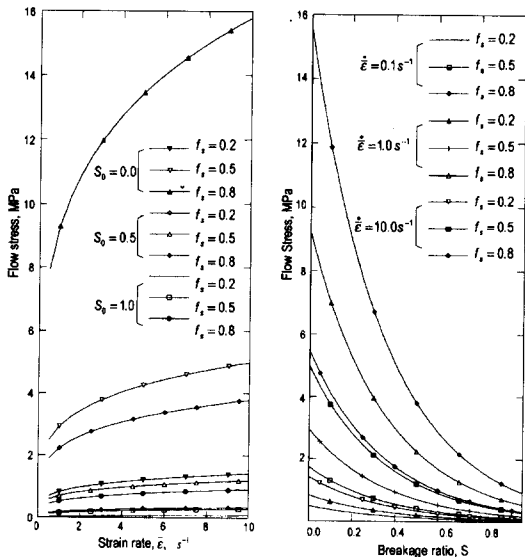


Fig. 1 Effect of initial breakage ratio and strain rate on flow stress for constant strain, $\bar{\epsilon} = 0.3$

의 분포를 고려할 수 있다고 보았다.

여기서, 액상유동은 고상의 유동과 같은 방향이며 상대속도 차이만 있다고 가정한다. 그러므로 고상속도, 액상속도 및 고상에 대한 액상의 상대속도간의 관계는 식(22)와 같이 표현할 수 있다.

$$v_{liq} = v_{sol} - \Delta v_n \quad (22)$$

여기서 Δv_n 은 Fig. 2에 나타난 요소내의 검사체적의 경계면에 해당되는 L_i 번째 선상에 수직한 고상에 대한 액상의 상대속도성분이며 투과율 (κ)과 점도 (η)의 비는 일정하다고 본다.

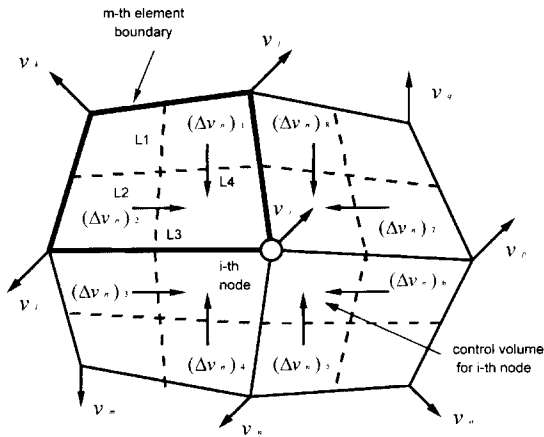


Fig. 2 Schematic representation to determine the volumetric flow of the liquid phase from surrounding nodes to i-th node due to the pressure gradients for 4-node isoparametric element.

Step 2. 변형계산이 끝난 후 각 절점으로 대표되는 검사체적으로의 액상유동량을 계산한다. 이때, 각 절점주위를 둘러싼 요소들의 중점을 연결하므로써 그 절점으로 대표되는 검사체적이 형성된다.

식(22)에서 액상의 상대속도성분 Δv_n 을 구하기 위해서는 각 선분들 상에서 압력구배를 구해야 되며, i 번째 절점에서의 압력은 변형해석을 통하여 구한 체적변형률속도로 부터 구해진다. 즉,

$$\begin{aligned} \hat{p}_i &= \frac{1}{3} \sigma_{ii} \\ &= k \dot{\epsilon}_{ii} \\ &= k(\dot{\epsilon}_{xx} + \dot{\epsilon}_{yy} + \dot{\epsilon}_{zz}) \end{aligned} \quad (23)$$

이 된다. 식(23)에서 구한 요소내의 각 절점들에 대한 압력으로부터 압력구배를 구하게 되면 식(21)에 의하여 검사면에 수직한 액상의 상대속도성분을 계산할 수 있게 된다. 여기서 비례상수 k 는 유한요소해석에 사용된 벌칙상수값(1.0×10^5)이다.

Step 3. 검사체적의 각 경계면을 따라서 $(\Delta v_n)_k$ 를 계산하고 이로부터 k 번째 검사면을 통과하여 i번째 절점으로의 액상의 체적이동량 $(\Delta V_i)_k$ 를 식(24)와 같이 계산한다. Fig. 2의 경우에는 $k=1 \sim 8$ 이 된다.

$$(\Delta V_i)_k = \int_{L_i} (\Delta v_n)_k f_i dl(\Delta t) \quad (24)$$

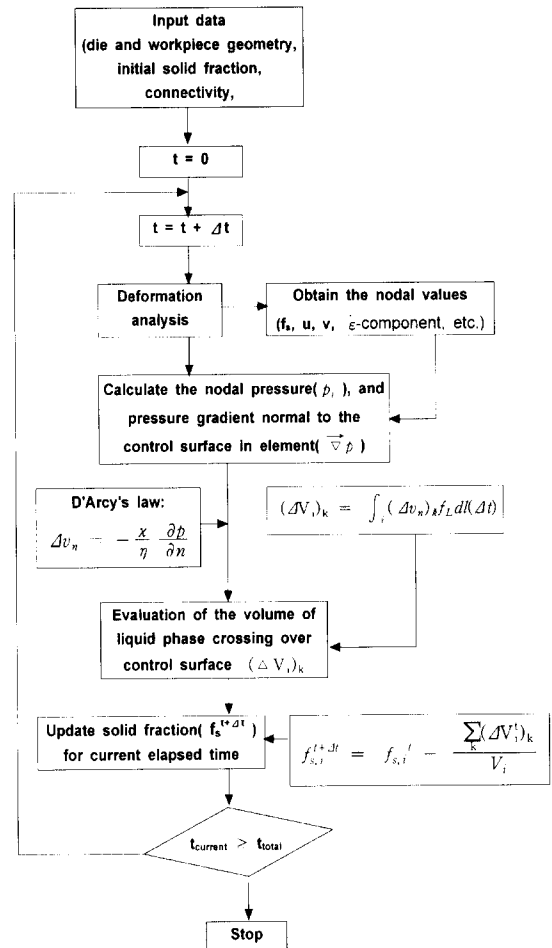


Fig. 3 Algorithm for solid fraction updating

여기서, Δt 는 시간증분이다.

Step 4. 계산된 액상의 체적이동량으로 부터 고상율의 변화를 구한다.

시간증분 Δt 후 i 번째 절점의 고상율은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$f_{s,i}^{t+\Delta t} = f_{s,i}^t - \frac{\sum_k (\Delta V_i^k)}{V_i} \quad (25)$$

여기서, V_i 는 Fig. 2에 보여지는 바와 같이 i 번째 절점에 관한 검사체적(control volume)의 체적이다. 이상에서 서술한 바를 순서도를 이용하여 나타내면 Fig. 3과 같다.

5. 유동응력식의 검증

본 연구에서 제안한 유동응력식과 고상율증분 알고리즘의 타당성을 검증하기 위하여 Sn-15%Pb 반응용재료의 등온원주압축에 대한 유한요소해석을 수행한 후 기존의 실험결과⁽⁵⁾와 비교하여 보았으며, 해석조건은 Table 2에 나타내었다. 반응용상태에서는 시편에 포함되어 있는 액상이 금형과 소재간의 윤활제 역할을 하기 때문에⁽¹⁴⁾ 마찰인자는 고상율에 따라 달라지지만 계산상의 편의를 도모하기 위해 상수로 가정하였고 문헌(7)의 연구결과로부터 문헌(5)의 경우 $m_f = 0.3$ 정도에 해당된다고 제시하고 있으므로 본 연구에서도 이 값을 그대로 사용하였다.

또한, 반응용재료의 변형거동특성을 묘사하기 위한 방

Table 2 Simulation conditions for the isothermal simple upsetting of Sn-15%Pb alloy at the semi-solid state

Specimen size	Diameter(ϕ) : 12.7mm Height(H) : 6.35mm
strain rate	$\dot{\epsilon} = 1.33 \times 10^{-2} \text{ S}^{-1}$
friction factor	$m_f = 0.3$
Initial solid fraction	$f_{s0} = 0.63$
Initial breakage ratio	S = 0 (Fully dendritic structure) S = 1 (Globular structure)
Permeability to viscosity ratio	$\chi/\eta = 1.0 \times 10^{-3}$

법론적인 측면을 중요시하였기 때문에 Sn-Pb 반응용합금에 대한 유동응력식 검증시 알루미늄합금에 대해 Kattamis등이 제안한 식(10)의 K값을 그대로 사용하였는데 이 값은 임계고상율과 비슷한 개념으로서 $f_s = 0.5016$ 근처에서는 겉보기 점도가 거의 무한대가 되므로 그 근처 또는 이상의 고상율에서는 식(10)형태의 점도식을 그대로 사용하기가 불가능함을 나타낸다. 이 때문에 임계고상율 이상의 값에서는 고체변형에 기초한 유동응력식을 사용하게 되는 것이다. 따라서 본 연구에서는 임계고상율을 $f_{cr} = 0.5$ 로 가정하였기 때문에 Kattamis등이 제안한 K값을 수정없이 Sn-Pb 반응용합금의 유동응력식 검증에 사용하였다.

Fig. 4는 하중-변위선도를 이용하여 해석과 실험결과를 비교한 것으로서 수직상 조직과 구상조직의 경우 Suery 등⁽⁵⁾의 실험과 부분적으로 일치하는 경향을 나타내었으며, 절대치의 차이는 다소 있는 편이나 변위증가에 따른 하중의 변화경향은 일치하였다. 이러한 값의 차이는 유동응력식에 사용된 계수들을 실험을 통하여 보다 정확히 구하게 된다면 실험과 해석결과의 값이 상당히 일치 할 것이다. 따라서, 본 연구에서 제안한 유동응력식과 고상율증분 알고리즘이 반응용재료의 변형거동을 적절히 묘사할 수 있음을 알 수 있다.

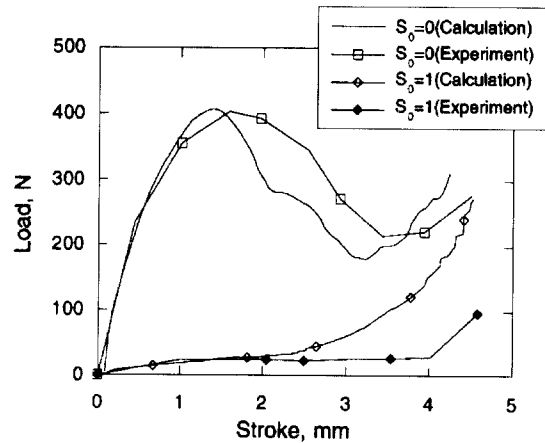


Fig. 4 Comparison of calculations with experiments(5) in load-stroke curves

Fig. 5(a)~(c)는 초기조직상태가 완전수직상조직(S0=0)일 때 각각의 높이감소율(reduction in height, $\gamma = 30\%, 50\%, 70\%$)에 따라 소재내의 고상율분포를 나타낸 그림이다. 압축이 진행됨에 따라서 시편의 자유표면

쪽으로의 즉, 반경방향으로의 액상유동이 증가하는 결과를 나타내었고 높이방향의 고상율분포는 반경방향에 비해 거의 균일한 분포를 나타내었음을 알 수 있다. 또한 다이와 접촉하는 부분에서는 마찰저항으로 인하여 고상유동이 방해받았기 때문에 비교적 유동이 용이한 내부쪽 보다는 높은 고상율분포를 나타내었다.

특히, $\gamma=70\%$ 의 경우 금형과 접촉하는 모서리 부분의 변형이 중심부 보다 증가하였는데, 금형과 접촉하는 부위에서는 마찰이 고상의 유동을 방해하기 때문에 중심부 쪽보다 더 큰 고-액상 분리현상을 보였고 이로 인하여 모서리 부분에 액상이 밀집하였다. 이로 인하여 고상보다는 액상의 유동성이 좋기 때문에 액상이 밀집된 부위인 모서리 부분의 변형이 증가한 것이며, 모서리쪽의 액상밀집현상은 Suery 등⁽⁵⁾의 연구결과 중 조직관찰사진으로부터 확인할 수 있었다.

Fig. 6(a)~(c)는 초기조직상태가 구상조직($S_0=1$)일 경우, 각각의 높이감소율(reduction in height, γ)에 따른 소재내의 고상율분포를 나타낸 그림이다. $\gamma=30\%$ 의

경우, 완전수지상조직의 경우인 Fig. 5(a)와 유사하게 높이방향보다는 반경방향으로의 고상율구배가 더 크게 나타나는 결과를 보였으나, Fig. 5(a)보다는 구배의 정도가 작음을 알 수 있다. $\gamma=50\%$ 의 경우에는 반경방향의 고상율분포가 수지상조직의 경우보다 더 균일해 졌으며 이는 구상형태의 고상입자들이 수지상조직에 비해서 쉽게 유동을 할 수 있었기 때문에 나타난 결과임을 알 수 있다. 압축변형이 더욱 진행되어 $\gamma=70\%$ 에 이르렀을 때는 이러한 현상이 더욱 두드러지게 나타났다.

기존의 실험적 연구결과들^(5,6)은 시편의 중심에서 가장 높은 고상율을 보이고 바깥쪽으로 갈수록 고상율이 점점 감소하는 결과들을 나타내었으나 본 연구에서는 중심에서 밖으로 갈수록 증가하다가 급격히 떨어지는 결과를 나타내었다. 이러한 경향성의 차이를 나타내는 원인으로서는 첫째, 계산상의 편차를 들 수 있으며 둘째, 기존의 실험결과들은 시편의 중심선을 따라서 매우 미소한 영역이 아닌 어느정도 크기를 갖는 영역에 대하여 평균화된 측정값으로 볼 수 있다. 따라서, 본 연구결과도 적절한 방법으로

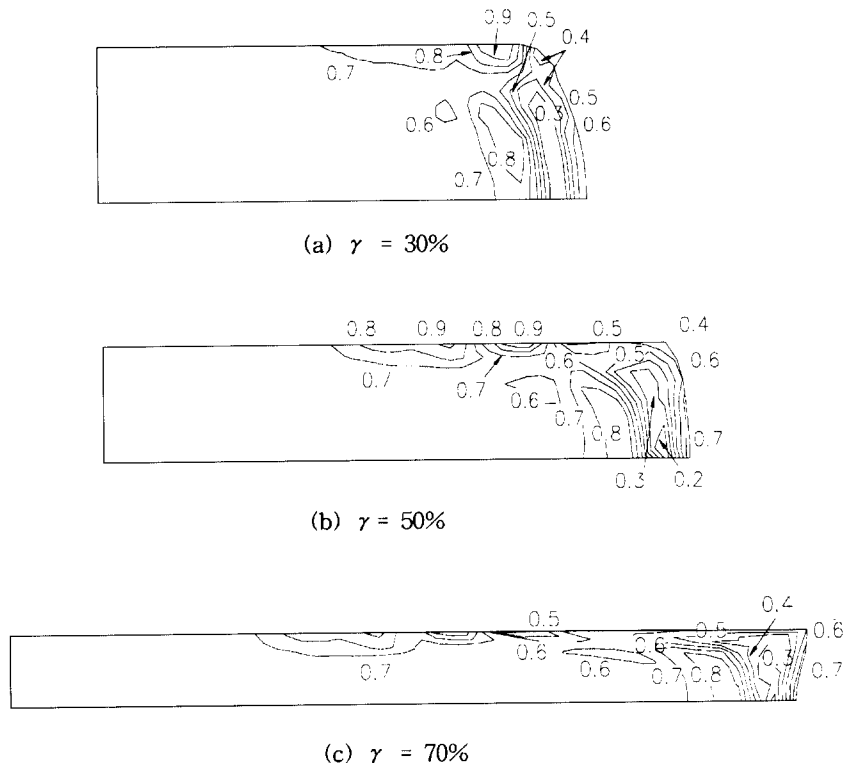


Fig. 5 Solid fraction distribution during compression of Sn-15%Pb with $S_0=0$

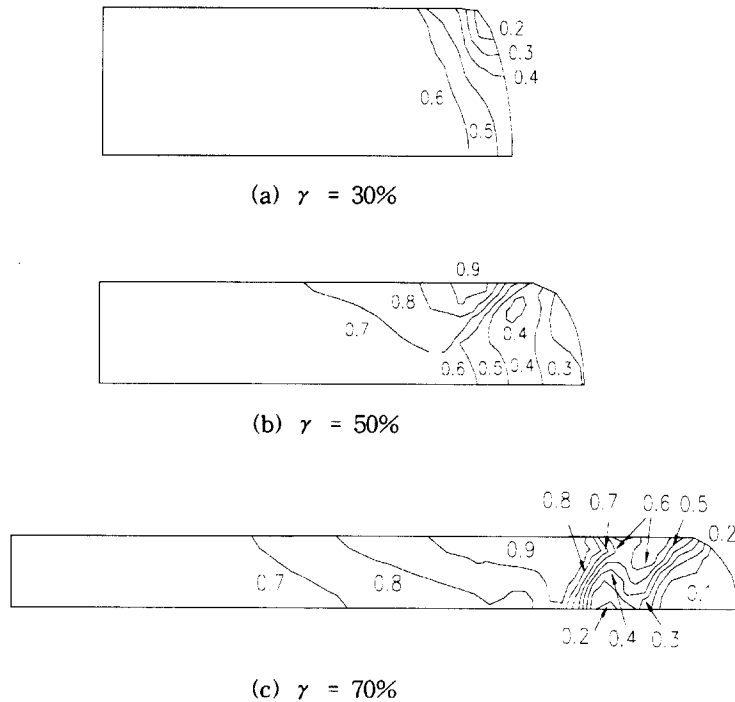


Fig. 6 Solid fraction distribution as deformation marched, in case of globular structure which has the value of $S_0=1$

평균화 시킨다면 실험결과와 비교적 일치하는 결과를 나타낼 것이다.

Fig. 5(a)~(c)와 Fig. 6(a)~(c)의 결과로부터 반응용 재료의 초기조직상태가 완전수지상조직일 경우 압축변형이 진행되어도 반경방향의 고상율구배가 계속 유지되는 현상을 나타낸 반면, 구상조직의 경우에는 변형이 진행됨에 따라 수지상조직에 비하여 높이 및 반경방향으로 비교적 균일한 고상율분포를 나타내게 됨을 알 수 있었으며, 이는 문헌(5)의 실험적 연구를 통하여 규명된 반응용재료의 변형거동경향과 잘 일치하였다.

6. 결 론

이상의 연구결과로부터 본 연구에서 제안한 유동응력식과 고상율증분 알고리즘은 기존의 실험결과와 잘 일치하였음을 확인할 수 있었으며, 등온반응용단조 공정의 수치모사에 유용하게 사용될 수 있다.

변형해석에 대해서는 고상과 액상을 하나의 단일상으로 취급하는 연속모델을 사용한 반면, 고상율의 변화를 계산

하는데 있어서는 불연속모델을 사용하므로써 계산상의 효율을 도모하였고, 문헌결과와 비교한 경우에도 유용한 결과를 나타내었다. 향후 잠열방출에 의한 응고현상을 고려한 열전달해석이 병행되어 진다면 비등온 공정에 대해서도 공정해석이 가능할 것이다.

후 기

본 연구는 G7 차세대자동차기술 개발사업의 지원으로 이루어 졌으며, 이에 관계자 여러분에게 감사드립니다.

참고문헌

- (1) 이정일, 이호인, 1996, "반응용·반응고 가공기술의 연구개발동향", 고액공존금속의 성형기술 심포지엄(I), pp.5~18.
- (2) 강충길, 1996, "Semi-Solid 알루미늄 합금의 부품 성형기술", 고액공존금속의 성형기술 심포지엄(I), pp.92~110.

- (3) 김낙수, 김현영, 김중재, 1996, "경량차체설계기술", 제4회 G7 차세대자동차기술 Workshop 논문집, pp.446~451.
- (4) V. Laxmanan and M. C. Flemings, 1980, "Deformation of Semi-Solid Sn-15 Pct Pb Alloy", Metallurgical Transactions A, vol. 11A, pp.1927~1937.
- (5) M. Suery and M. C. Flemings, 1982, "Effect of Strain Rate On Deformation Behavior of Semi-Solid Dendritic Alloys", Metallurgical Transactions A, Vol. 13A, pp.1809~1819.
- (6) D. A. Pinsky, P. O. Charreyron and M. C. Flemings, 1984, "Compression of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates", Metallurgical Transactions B, Vol. 15B, pp.173~181.
- (7) P. O. Charreyron and M. C. Flemings, 1985, "Rheology of Semi-Solid Dendritic Sn-Pb Alloys at Low Strain Rates : Application to Forming Process", Int. J. Mech. Sci., Vol. 27, No. 11-12, pp.781~791.
- (8) 강충길, 최진석, 강동우, 1996, "응고현상을 고려한 반용융 알루미늄재료의 단조공정에 관한 충전해석", 고액공존금속의 성형기술 심포지엄(I), pp.153~178.
- (9) 강충길, 윤종훈, 1996, "반용융재료의 압축거동 및 액상의 유동을 고려한 유한요소해석", 대한기계학회 논문집 A, 제20권 제12호, pp.3715~3727.
- (10) S. Toyoshima, 1994, "A FEM Simulation of Densification in Forming Processes for Semi-Solid Materials", The 3rd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.47~62.
- (11) Shiro Kobayashi, Soo-Ik Oh and Taylan Altan, 1989, Metal Forming and The Finite-Element Method, Oxford University Press.
- (12) T. Z. Kattamis and T. J. Piccone, 1991, "Rheology of Semisolid Al-4.5%Cu-1.5%Mg Alloy", Materials Science and Engineering, A131, pp.265~272.
- (13) Jay S. Gunasekera, 1992, "Development of A Constitutive Model for Mushy(Semi-Solid) Materials", The 2nd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.211~222.
- (14) M. Kiuchi and S. Sugiyama, 1994, "Mashy-State Extrusion, Rolling, and Forging", The 3rd Int'l Conf. on Semi-Solid Processing of Alloys and Composites, pp.245~257.