

## 유한요소 역 해석을 이용한 축대칭 다단계 박판성형에서의 공정변수 설계에 관한 연구

조천수\* · 이충호\*\* · 허 훈\*\*

(1997년 3월 11일 접수)

### Design of Process Parameters in Axisymmetric Multi-step Deep Drawing by a Finite Element Inverse Method

Cheon-Soo Cho, Choong-Ho Lee and Hoon Huh

#### Abstract

A finite element inverse method is introduced for direct prediction of blank shapes, strain distributions, and reliable intermediate shapes from desired final shapes in axisymmetric multi-step deep drawing processes. This method enables the determination of process parameters within a small range of error in very good computing time prior to the process design. The approach deals with the Hencky's deformation theory, Hill's second order yield criterion, simplified boundary conditions, and minimization of plastic work with constraints. The algorithm developed is applied to motor case forming, and cylindrical cup drawing with the large limit drawing ratio so that it confirms its validity by demonstrating reasonably accurate numerical results of each problem. Numerical examples reveal the reason of difficulties in motor case forming with corresponding forming limit diagrams.

**Key Words** : Blank Design(블랭크 설계), Forming Limit Diagram(성형 한계도), Deformation Theory(변형이론), Limit Drawing Ratio(한계 드로잉비), Sheet Metal Forming Process(박판금속성형공정), Process-Parameters (공정변수)

#### 1. 서 론

박판금속 성형은 금속 판재를 이용하여 비교적 복잡한 형상의 제품을 만드는 것으로 제품의 질은 공정 변수에 크게 좌우되나 최적의 공정 변수를 결정하는 것은 매우 어려운 일이다. 박판성형 공정설계에 관한 해석적 방법은 주로 축대칭 문제에 제한되어 왔으며, 비 축대칭 문제에 대한 공정설계는 유한요소법에 의하여 수행되기도 하나 현재까

지도 숙련자에 의한 시행착오법에 크게 의존하고 있는 실정이다. 공정과정에서 가장 문제가 되는 것은 큰 변형에 의한 파손과 국부변형집중 등이다. 1963년 Keeler와 Backofen<sup>[1]</sup>이 성형한계도를 실험적으로 측정하여 사용하기 시작하면서 이러한 문제를 해결하기 위한 시행 착오의 횟수를 크게 줄일 수 있게 되었다.

박판금속 성형에 관한 설계적인 관점의 연구는 블랭크의 초기 모양을 결정하는 연구를 중심으로 이루어졌다.

\* LG 전자  
\*\* 한국과학기술원 기계공학과

Jimma<sup>(3)</sup>는 미끄럼 선장법을 이용하였고, Vogel과 Lee등<sup>(3)</sup>은 평면응력 특성을 이용하여 블랭크의 모양을 결정하였다. Zhaotao와 Bingwen<sup>(4)</sup>은 전기적인 유사성을 이용하였고 Xueshan과 Bingwen<sup>(5)</sup>은 유체와의 유사성을 이용하였다. 변형이론을 도입한 연구로써 Majlessi와 Lee,<sup>(6)</sup> Batoz,<sup>(7)</sup> Lee와 Huh<sup>(8)</sup>는 변형이론을 도입하여 계산하였는데 변형경로는 고려하지 않았다. 특히 Majlessi와 Lee<sup>(6)</sup>는 Levy<sup>(9)</sup>의 이론을 확장하여 축대칭 성형 및 축대칭 다단계 디프드로잉 등에 적용하여 좋은 결과를 얻어냈으며, 박기철 등<sup>(10)</sup>은 축대칭 제품의 변형률 예측과 변형여유 해석에 적용하였다. 축대칭 다단계 성형공정시 중간형상 설계에 관한 연구로는 최재찬 등<sup>(11)</sup>이 최종제품의 형상에서 원소재에 이르는 역공정에 대한 추론기술을 인공지능 언어인 PROLOG로서 수행하였는데, 관재의 두께 변화를 무시하여 중심선에 대한 표면적 일정조건으로 치수를 결정하였으며 마찰과 블랭크 홀딩력을 무시하였다.

본 논문에서는 축대칭 성형 공정인 경우 유한요소 역해석을 이용하여 공정 변수를 신속히 계산하고 시간과 경비의 소모를 최소화 하고자 하였다. 공정변수 결정의 경우 상호간의 비선형성 때문에 모든 공정변수를 함께 고려하는 것은 거의 불가능하기 때문에 다이의 공정설계에 중점을 두었다. 공정변수 연구를 통한 다이공정 설계시 1단계 해석이 불가능한 경우 다단계로 확장하였으며, 다단계 성형 공정시에 공정설계 변경에 따른 영향과 함께 공정을 단순화 하였다. 해석방법은 다단계 드로잉 공정의 중간형상 설계에 있어서 다이 지름의 변화에 대한 드로잉으로 성형되는 높이와 함께 편치와 다이의 곡률반경 변화를 성형한계도(Forming Limit Diagram)상에 나타내었다. 성형성 평가를 위하여 사용한 성형한계도는 실험적인 방법과 이론적인 방법으로 구한 것을 사용 하였다.<sup>(12-15)</sup> 성형해석 및 공정설계는 모터 케이스 성형의 경우를 고려하여 적용하였다. 성형해석 및 변형률을 성형한계도에 표시하여 모터 케이스 성형시의 파손현상을 규명하여 최적조건을 제시하였으며, 공정을 변경하여 안정된 성형을 할 수 있음을 보였다. 또한, 한계 드로잉비(Limit Drawing Ratio)가 큰 원형컵 성형의 경우에 다단계로 적용하여 신뢰성 있는 중간형상을 선정하였다.

## 2. 임의 곡선에 대한 유한요소 역해석

### 2.1 소성변형 에너지

#### 2.1.1 2절점 선요소의 변형률식

본 해석에 사용하는 요소는 2절점의 선요소를 사용하였다. Fig.1에서와 같이 최종형상과 중간형상을 고려할 때 변형률은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\epsilon_s = \ln \left( \frac{\Delta s}{\Delta S} \right) = \ln \left( \frac{s_2 - s_1}{S_2 - S_1} \right) \quad (1a)$$

$$\epsilon_\theta = \ln \left( \frac{r}{R} \right) \quad (1b)$$

$$\epsilon_i = -\epsilon_s - \epsilon_\theta \quad (1c)$$

이때에,

$$\Delta s = s_2 - s_1 \cong \sqrt{(r_2 - r_1)^2 + (z_2 - z_1)^2} \quad (2a)$$

$$\Delta S = S_2 - S_1 \cong \sqrt{(R_2 - R_1)^2 + (Z_2 - Z_1)^2} \quad (2b)$$

$$r = r_1 N_1 + r_2 N_2 \quad (2c)$$

$$R = R_1 N_1 + R_2 N_2 \quad (2d)$$

$$S = S_1 N_1 + S_2 N_2 \quad (2e)$$

여기서  $S$ 는 중간형상에 있어서의 중심축을 기준으로 경선을 따라 정의되는 국부좌표이며,  $s$ 는 최종형상에 대한 국부좌표이다.  $R$ 은 중간형상에 있어서의 반경이고,  $r$ 은 최종형상에 대한 반경이다.  $N_1, N_2$ 는 형상함수(Shape function)이다. 위 식을 S좌표에 관하여 미분하면 다음과 같다.

$$\frac{\partial \epsilon_s}{\partial S_i} = \frac{1}{S_2 - S_1} \{-1 \ 1\} \quad (3a)$$

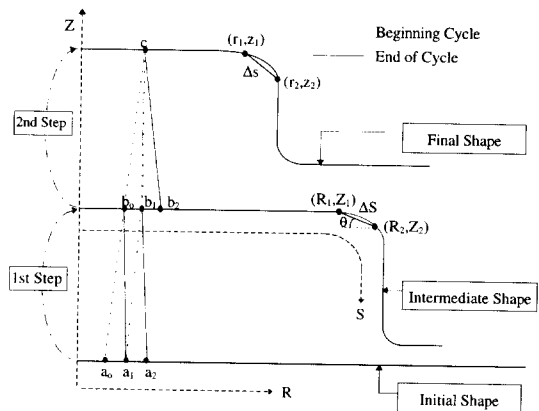


Fig. 1 Geometrical description of the nodal points before convergence in each cycle

$$\frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial S_i} = \frac{\partial \epsilon_m}{\partial S_i} \frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial R_m} \equiv -\frac{\cos \theta}{R} \{N_1 \ N_2\} \quad (3b)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_s}{\partial S_j \partial S_i} = \frac{1}{(S_2 - S_1)^2} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} \quad (3c)$$

$$\frac{\partial^2 \epsilon_{\theta}}{\partial S_j \partial S_i} = \frac{\partial R_m}{\partial S_j} \frac{\partial}{\partial R_m} \left( \frac{\partial \epsilon_{\theta}}{\partial S_i} \right) \equiv \frac{\cos^2 \theta}{R^2} \begin{bmatrix} N_1^2 & N_1 N_2 \\ N_1 N_2 & N_2^2 \end{bmatrix} \quad (3d)$$

### 2.1.2 구성 방정식

변형률속도-응력 관계식은 유동이론과 Hill의 이방성 항복식으로부터 유도된다. 이때, 변형률속도 성분의 비가 변형중에 일정하다고 가정하면, 식(4)와 같은 응력-변형률 관계식을 얻을 수 있다. 식(4)의 변형률성분과 응력성분은 초기상태에서 최종상태로 변형할 때의 값으로 Hencky의 변형이론과 같은 개념이다.

$$\begin{bmatrix} \sigma_s \\ \sigma_{\theta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} \begin{bmatrix} a & b \\ b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_s \\ \epsilon_{\theta} \end{bmatrix} = \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} D_{\alpha\beta} \epsilon_{\beta} \quad \alpha, \beta = 1, 2 \quad (4)$$

이때에,

$$a = \frac{(2+r)(1+r)}{1+2r}, \quad b = \frac{r(2+r)}{1+2r} \quad (5)$$

식(5)의  $r$ 은 이방성 계수이고, 식(4)에 상응하는 유효 변형률은 식(6)으로 표현된다.

$$\bar{\epsilon} = \sqrt{\frac{2}{3} \left[ \frac{(2+r)(1+r)}{(1+2r)} \left\{ \epsilon_s^2 + \epsilon_{\theta}^2 + \frac{2r}{1+r} \epsilon_s \epsilon_{\theta} \right\} \right]} \quad (6)$$

### 2.1.3 소성변형 에너지

해석하고자 하는 형상의 최종상태와 초기상태가 유한요소로 분할되어 있을 때, 각 요소에 대한 소성변형 에너지의 총합은 식(7)과 같이 나타내어 진다.

$$\begin{aligned} W_p(S) &= \sum_{i=1}^E \int_{\Omega_i} \left( \int_0^{\epsilon_i} \sigma : d\epsilon \right) d\Omega \\ &= \sum_{i=1}^E \int_{\Omega_i} \left( \int_0^{\epsilon_i} \frac{2}{3} \frac{\bar{\sigma}}{\bar{\epsilon}} D_{\alpha\beta} \epsilon_{\alpha} \ d\epsilon_{\beta} \right) t \ dA \quad (7) \end{aligned}$$

여기서 변형률과 응력성분은 식(1), 식(4)로 정의되며,  $t$ 는 요소의 두께를 의미한다. 식(7)의 소성변형 에너지는  $W_p(S)$  초기상태의 절점좌표  $S$ 의 함수이다.

## 2.2 경계조건

### 2.2.1 마찰경계조건

접촉면에서 발생하는 마찰력은 체적에 대한 표면적의 비가 상대적으로 큰 판재 가공에서 가공 소재의 변형양상과 응력과 변형률의 분포에 큰 영향을 미친다. 본 해석은 변형경로를 고려하지 않고 마찰에 의한 영향을 근사적으로 다음과 같이 수식화 하였다.

$$\begin{aligned} W_f(S) &= \sum_{i=1}^E \int_{\Gamma_i} \left( \int_0^{u_i} t_f \cdot du \right) d\Gamma \\ &= - \sum_{i=1}^E \left[ \mu F_n \tanh \left( \alpha \frac{|U_i|}{U_o} \right) \frac{U_i}{|U_i|} \right] \cdot U_i \quad (8) \end{aligned}$$

여기서  $t_f$ ,  $\mu$ ,  $\alpha$ ,  $F_n$ ,  $U_i$ 은 각각 접선력, 마찰계수, 1보다 충분히 큰 상수, 수직력, 미끄럼 변위벡터이다. 변위 벡터는

$$U_i = (x - X(S)) - [(x - X(S)) \cdot n_i] n_i \quad (9)$$

와 같이 나타낼 수 있으며, 이 때  $x$ 는 최종상태의 좌표이며  $X$ 는 초기상태의 좌표이고  $n_i$ 은 초기상태의 수직벡터이다. 접선력은 미끄럼 변위벡터  $U_i$ 의 반대방향으로 작용하며, 수치적인 안정성을 유지하기 위해  $\tanh$ 를 유연화 함수로 사용하였다. 수직력  $F_n$ 은 최종변형 상태에서 재료의 반력으로 식(10)과 같이 각절점에 대하여 나타낼 수 있다.

$$F_n = (F_a + F_b) \cdot n_f \quad (10)$$

$$\text{where, } F_a \text{ or } F_b = \int_{V_i} t \ d\Gamma = \int_{\Omega_i} \sigma : \frac{\partial \epsilon}{\partial u} d\Omega \quad (11)$$

여기서  $n_f$ 는 최종상태에서의 한 절점의 수직벡터이고,  $F_a$ 와  $F_b$ 는 한 절점을 포함하는 두 요소의 한 절점에서의 반력이다. 재료의 반력으로부터 계산한 식(10)의 수직력  $F_n$ 은 굽힘이 있는 곳에서 존재하는 값이다. 따라서, 식(8)에 의한 마찰일은 편치나 다이에 의해 굽힘이 존재하는 부분에 만 적용된다.

### 2.2.2 블랭크 홀딩력 고려

드로잉성형 공정시, 블랭크 홀딩력은 소재에 마찰 저항력을 발생시켜 소재의 드로잉 되는 양을 조절하고 소재에 수직 방향으로 힘을 가하여 다이에서 주름이 생기지 않도록 한다. 소재의 드로잉 되는 양이 적으면 성형 도중에 파단이 일어날 수 있으며 양이 많으면 주름이 발생할 수 있다. 따라서 적절한 블랭크 홀딩력은 성형성을 증가시키는데 중요한 역할을 한다.

블랭크 홀딩력은 다이에 접촉된 재료에 균일하게 가해지지 않고 두께가 두꺼운 부분에 집중적으로 가해진다. 수치적으로 해석할 때 블랭크 홀딩력은 두께가 두꺼운 외각 절점에 고려되는 경우가 있으며 본 연구에서도 이와 같이 하였다. 블랭크 홀딩력에 의한 마찰 손실일은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$W_{bf}(S) = \int_{\Gamma_c} \left( \int_0^{u'} t_b \cdot du \right) d\Gamma$$

$$= - \left[ \mu F_b \tanh \left( \alpha \frac{|U_t|}{U_n} \right) \frac{U_t}{|U_t|} \right] \cdot U_t \quad (12)$$

여기서  $F_b$ 는 외각절점에 작용하는 블랭크 홀딩력이다.

### 2.3 포텐셜 에너지의 최소화

포텐셜 에너지는 내부의 소성변형 에너지와 외부 일의 차로 정의되며, 최소화를 위하여 식(13)과 같이 나타낼 수 있다. 식(13)의 최소화 과정을 거쳐 중간형상이나 블랭크형상이 계산된다.

$$\min. \psi(S) \equiv W_p(S) - W_f(S) - W_{bf}(S) \quad (13)$$

여기서  $W_p(S)$ 는 내부의 소성변형 에너지,  $W_f(S)$ 는 마찰 일,  $W_{bf}(S)$ 는 블랭크 홀딩력에 의한 일이다. 이때, 최종상태의 포텐셜 에너지는 변형경로에 관계없이 초기상태의 함수로 표현된다. 그리고, 포텐셜 에너지의 최소인 값은 식(14)를 만족할 때 얻어진다.

$$\min. \psi(S) \Leftrightarrow R(S) \equiv \frac{\partial \psi(S)}{\partial S} = 0 \quad (14)$$

where

$$R(S) = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \sigma : \frac{\partial \epsilon}{\partial S} d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} t_f \cdot \frac{\partial u}{\partial S} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} t_b \cdot \frac{\partial u}{\partial S} d\Gamma \quad (15)$$

식(14)는 식(15)와 같은 Newton-Raphson 법으로 해석할 수 있다.

$$\left[ \frac{\partial R(S)}{\partial S} \right]_{(n)} \{dS\} = -\{R(S)\}_{(n)} \quad (16)$$

$$S_{(n+1)} = S_{(n)} + \beta \cdot dS \quad (17)$$

where

$$\frac{\partial R(S)}{\partial S} = \sum_{e=1}^E \int_{\Omega_e} \left( \frac{\partial \sigma}{\partial S} : \frac{\partial \epsilon}{\partial S} + \sigma : \frac{\partial^2 \epsilon}{\partial S^2} \right) d\Omega - \sum_{e=1}^E \int_{\Gamma_e} \frac{\partial t_f}{\partial S} \cdot \frac{\partial u}{\partial S} d\Gamma - \int_{\Gamma_c} \frac{\partial t_b}{\partial S} \cdot \frac{\partial u}{\partial S} d\Gamma \quad (18)$$

여기서  $\beta$ 는 감속계수로 0에서 1사이의 값을 가진다. 식(17)의  $S_{(n+1)}$ 은  $n$ 번째 축차에서  $\beta \cdot dS$ 만큼 축차가 이루어진다. 식(15)과 식(18)에서 변형을 성분분에 관한 미분은 식(3)과 같이 유도된다.

### 2.4 다단계 역해석의 반복과정

다단계 성형공정의 예로서 Fig.1은 2단계 성형시의 개략도이다. 각 단계별 해석은 앞 절에서 유도한 식(13)의 포텐셜에너지의 최소화 과정이 동일하게 적용된다. 포텐셜에너지의 최소화 과정을 거치전에 중간형상(Intermediate Shape)과 초기 블랭크 형상(Blank Shape)에 대한 초기추정이 필요하다. 먼저 중간형상에 대한 초기 추정 은 식(19)와 같다.

$$S_i''' = s_i \cdot \delta, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (19)$$

위 식에서  $S_i'''$ 는 중간형상에서의 경선을 따르는 절점좌표이고,  $s_i$ 는 최종형상(Final Shape)에서의 절점좌표를 나타낸다.  $\delta$ 는 1보다 작고 1에 가까운 값이며,  $n$ 은 전체 절점의 수를 나타낸다. 식(19)를 이용하여 중간형상의 절점좌표를 계산하고 난 후 초기 블랭크형상에서의 절점 위치  $S_i$ 를 다음과 같이 가정하였다.

$$S_i = S_i''' \cdot \delta \quad (20)$$

예를 들면, Fig.1의 c에 있는 최종형상의 절점은 초기 추정에 의해  $a_0$ 와  $b_0$ 에 놓이게 된다.

위와 같은 초기 추정을 수행한 후, Newton-Raphson 반복계산 절차를 각 단계별로 수행한다. 먼저, 첫 번째 단

계 해석은 초기 블랭크형상과 중간형상에 대하여 이루어지며, 초기 블랭크형상이 변수가 되어 계산된다. 첫 번째 단계 해석이 끝나면, 초기 블랭크의 절점이 개선된 위치로 이동된다. 예를 들면,  $a_0$ 에 있는 절점이 새로운 위치  $a_1$ 으로 이동된다. 그리고 중간형상에 대한 변형률 분포와 두께 분포도 첫 번째 단계 해석으로 구해진다. 두 번째 단계 해석은 중간형상과 최종형상에 대하여 이루어지며, 중간형상이 변수가 되어 계산된다. 두 번째 단계 해석이 끝나면, 중간형상의 절점이 개선된 위치로 이동된다. 즉,  $b_0$ 에 있는 절점이 새로운 위치  $b_1$ 으로 이동된다. 역시 최종형상에 대한 변형률 분포와 두께 분포는 두 번째 단계 해석으로 구해진다. 이와 같이 첫 번째와 두 번째 단계 해석으로  $a_0, b_0$ 의 위치가  $a_1, b_1$ 으로 개선되면 비로소 첫 번째 사이클이 끝나게 된다. 두 번째 사이클에서도 역시 첫 번째와 두 번째 단계 해석으로  $a_1, b_1$ 의 위치가  $a_2, b_2$ 로 개선된다. 사이클의 횟수가 증가할수록 절점위치 와는 더욱 개선된 위치로 이동하게 된다. 최종적으로 와 의 위치는 수렴상태가 되어 더 이상 움직이지 않게 되며 이때 계산이

종료된다. 이와 같은 해석은 Fig.2과 같이 다단계 해석으로 확장할 수 있다.

### 3. 수치해석 결과

수치해석을 위하여 2장에서 유도된 수식화로부터 2절점 선요소를 사용한 유한요소 프로그램을 개발하였다. 개발된 프로그램으로 2.4절에서 설명한 바와 같이 중간형상과 블랭크를 초기 추정하고 이를 바탕으로 해석을 수행하였다. 사용된 재료는 자동차용 냉연강판이며 재료의 성질과 성형조건은 다음과 같다.

- 응력-변형률 관계 :  $\bar{\sigma} = 534.1(0.0004 + \bar{\epsilon})^{0.263} \text{ kgf/mm}^2$
- 수직 이방성계수 :  $r = 1.87$
- 초기 박판두께 :  $t_0 = 0.8\text{mm}$
- 마찰계수 :  $\mu_p = 0.14, \mu_f = 0.14$
- 블랭크 홀딩력 :  $10,000\text{kgf}$

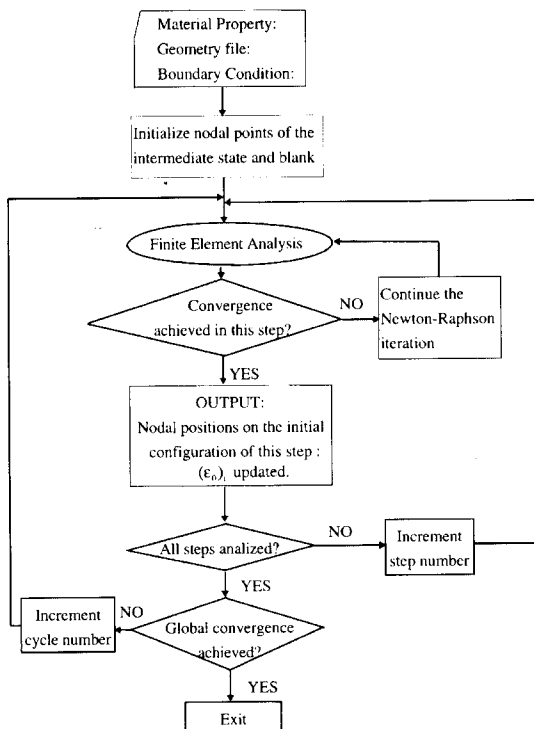


Fig. 2 Flow chart of the multi-step inverse method in sheet metal forming

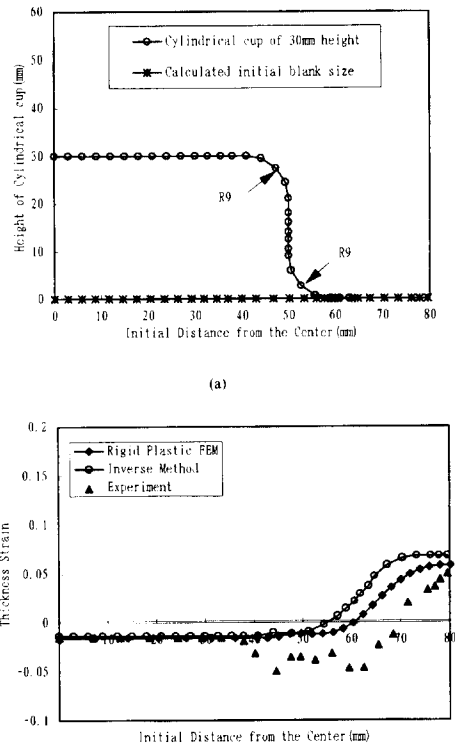


Fig. 3 Calculation of initial size thickness strain of a cylindrical cup with an inverse method: (a) Nodal point in a final shape and a predicted initial blank; (b) comparison of the thickness strain distribution.

개발된 유한요소 역해석 프로그램의 신뢰성을 평가하기 위하여 원형컵의 경우에 대하여 실험 및 강소성 유한요소 증분해석에 의한 결과와 비교하여 보았다. Fig.3(a)는 컵 높이가 30mm, 편치부와 다이부의 곡률반경이 9mm인 원형컵의 형상과 이에 대하여 유한요소 역해석으로 계산된 블랭크 크기를 나타내고 있다. Fig.3(b)는 역해석과 강소성 증분해석 그리고 실험에 대한 두께 변형을 분포를 나타내고 있다. 컵의 윗면은 잘 일치하고 있으나 컵의 밑부분과 플랜지에서는 역해석에 의한 결과가 실험과 강소성 증분해석에 의한 결과보다 다소 높게 나타남을 알 수 있다.

모터 케이스와 원형컵의 성형성을 평가하기 위하여 Fig.4와 같이 냉연강관의 성형한계도를 실험에 의한 곡선과 이론에 의한 곡선으로 도시하였다.

### 3.1 모터 케이스의 다단계 해석

모터 케이스의 형상과 주요치수는 Fig.5에 나타내었으며, Fig.6(a)는 Fig.5를 유한요소로 나타낸 형상과 역해석으로 계산한 블랭크의 절점위치와 블랭크 크기를 보여주고 있다. Fig.6(b)는 성형한계도 상의 변형을 분포를 나타낸다. 최종형상의 절점에 설정한 B-C-D에 따르는 성형한계도 상의 분포가 높게 나타남을 알 수 있는데, 따라서 이 부분에서 파단이 발생할 수 있음을 예측할 수 있다. 이와 같은 파단을 제거하기 위하여 다단계 성형이 필요하며, 그 예로 2단계 성형공정에 대한 해석을 Fig.7에 나타

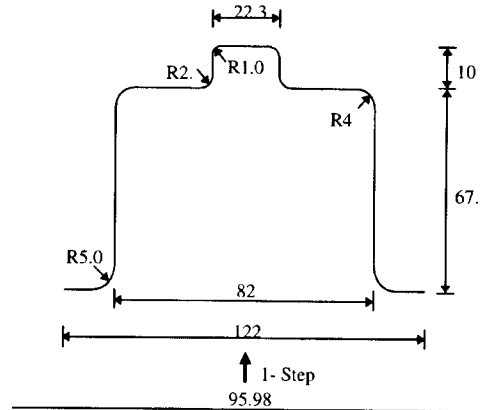


Fig. 5 Geometry of a motor case as a final shape

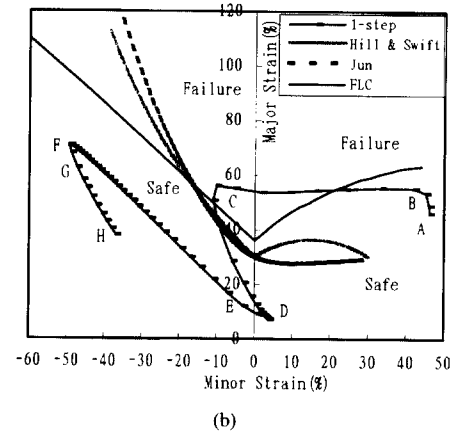
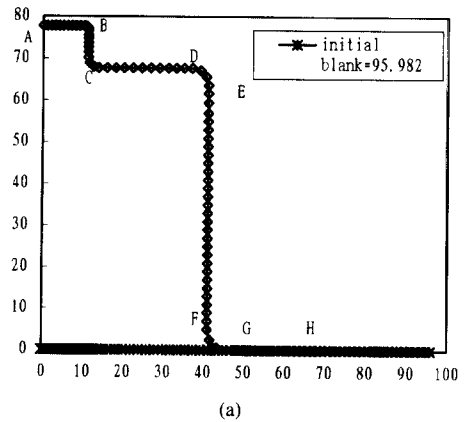


Fig. 6 (a) Nodal points in a final shape and a predicted initial blank for a motor case with a one-step inverse method; (b) Corresponding forming limit diagram:  $\mu_p = 0.14$ ,  $\mu_j = 0.14$ , BHF = 10ton.

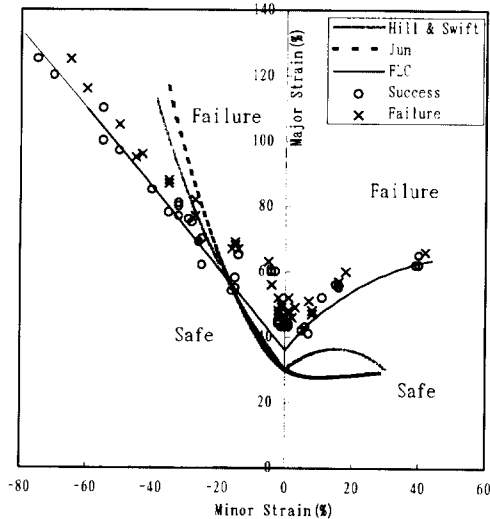
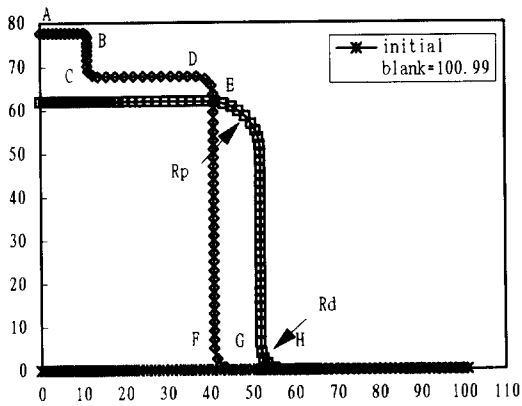


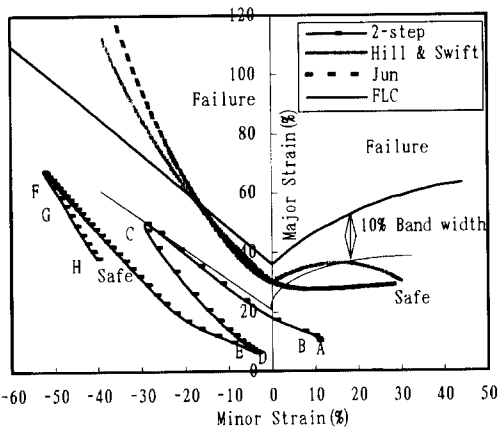
Fig. 4 Forming Limit Diagram a cold-rolled sheet metal for an autobody with experimental and analytical result

내었다. Fig.7(a)는 유한요소로 분할된 최종형상과 중간 형상을 볼 수 있고, 이에 대하여 유한요소 역 해석으로 계산한 블랭크의 절점위치를 볼 수 있다. 여기서 중간형상에 표시한  $R_p$ 는 펀치부 곡률반경이며  $R_d$ 는 다이부 곡률반경이다. Fig.7(b)는 최종상태에 대한 성형한계도 상의 변형을 분포를 나타낸다. Fig.7(b)의 결과에서 보듯이 B-C를 따르는 부분의 변형을 분포가 성형한계도상의 10% 여유 영역(marginal zone)에 겹쳐 있으므로 이 부분에서 파단의 위험성을 내포하고 있다.

Fig.8는 최적의 중간형상을 선정하기 위하여 중간형상에 대한 펀치의 반경  $D_p$ , 중간형상에 있어서의 드로잉되는 높이  $h$ , 펀치부 곡률반경  $R_p$ , 다이부 곡률반경  $R_d$  등을 다

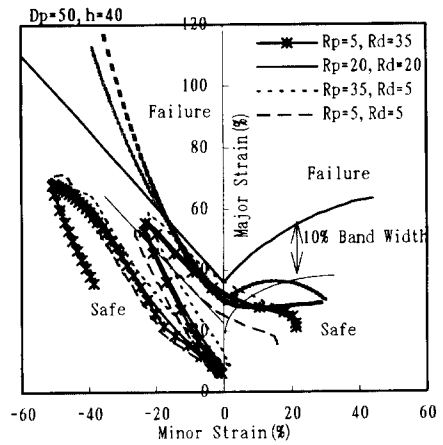


(a)

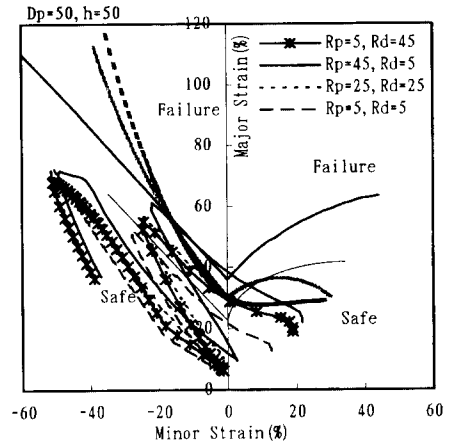


(b)

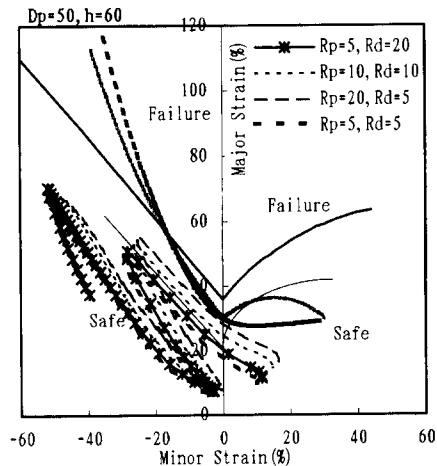
Fig. 7 (a)Nodal points in a final shape and a predicted initial blank for a motor case with a two-step inverse method; (b)Corresponding forming limit diagram:  $\mu_p = 0.14$ , BHF=10 ton,  $\mu_d = 12$  mm,  $R_p = 5$  mm



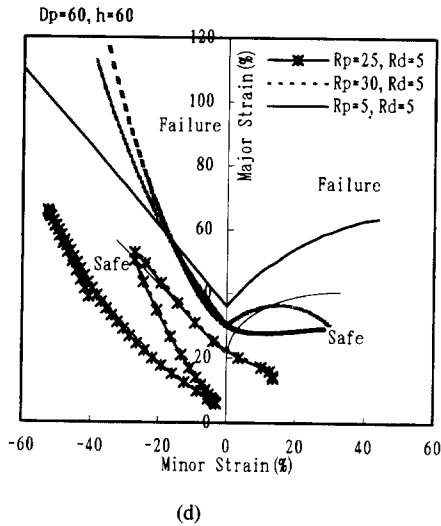
(a)



(b)



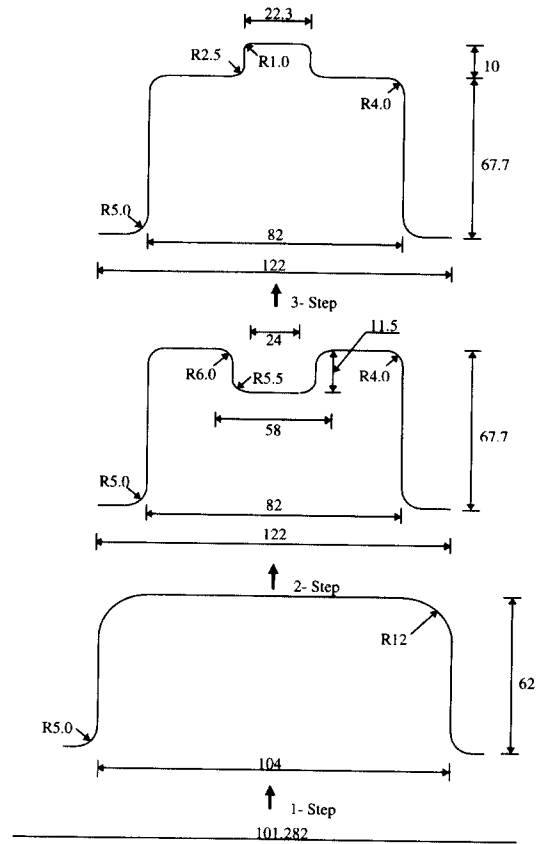
(c)



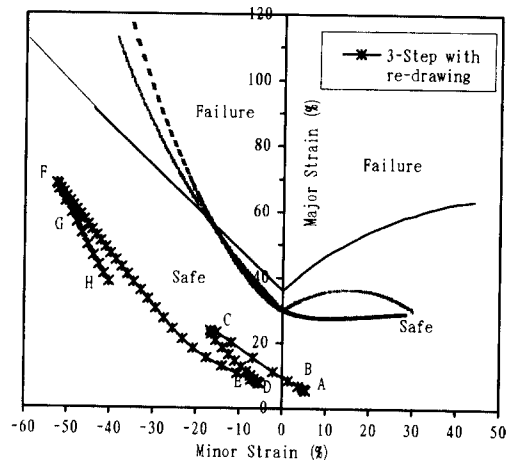
**Fig. 8 Forming limit diagram for various forming processes of a motor case with a two-step inverse method:**  
 (a)  $D_p=50$  mm,  $h=40$  mm; (b)  $D_p=50$  mm,  $h=50$  mm;  
 (c)  $D_p=50$  mm,  $h=60$  mm; (d)  $D_p=60$  mm,  $h=60$  mm;

양하게 변화시키면서 해석한 결과이다. 먼저,  $D_p=50$  mm인 경우 중간형상의 드로잉 높이( $h$ )가 높을 수록 안정된 결과를 나타냄을 알 수 있는데 특히 Fig.8(c)의  $h=60$  mm이고  $R_p=R_d=5$  mm인 경우에 어느 정도 안정된 변형을 분포를 나타내고 있다.  $D_p=60$ mm이고  $h=40$  mm 또는  $h=50$  mm 경우는 Fig.8(a),(b)와 유사한 결과를 나타내며 만족할 만한 결과를 얻지 못하였다.  $D_p=60$  mm이고  $h=60$  mm 경우는 Fig.8(d)에 도시하였으며, 비교적 안정된 결과를 갖게 된다.  $D_p=70$  mm인 경우에 있어서는  $h=30$  mm까지 드로잉이 가능하지만,  $h=30$  mm인 경우에도 성형성이 좋지 않았다. 이상의 결과를 종합해 볼 때 모터 케이스의 최종형상에서도 알 수 있듯이 B-C-D를 따르는 부분의 변형량을 줄이기 위한 방법은 중간형상에 있어서 E-F-G-H에 걸리는 변형량을 어느 정도 키우는 방법이 선행 되어야 하는데 이는 결과와 잘 일치함을 알 수 있다.

실제 공정의 경우에는 B-C-D를 따르는 부분의 변형량을 줄이기 위한 방법으로 재드로잉(re-drawing)하는 공정을 첨가하여 수행하고 있는데, 이를 위한 중간형상을 Fig.9에 도시하였다. 첫 번째 단계에서는 원형컵으로 드로잉하여 성형을 진행하고, 두 번째 단계에서는 원형컵의 직경을 줄이는 동시에 바닥에 역원형컵을 성형하였다. 최종형상은 두 번째 단계의 역원형컵을 재드로잉하여 최종



**Fig. 9 Geometry of a motor case and intermediate shapes for a re-drawing process: three-step**



**Fig. 10 Forming limit diagram for various forming processes of a motor case with a three-step inverse method**



으로 성형된 결과이다. 성형해석을 수행하여 두께변형률을 성형한계도상에 도시한 그림이 Fig.10이다. Fig.8에 비하여 두께변형률이 훨씬 적게 나타나 안정된 분포를 보이고 있다. 따라서, 모터 케이스와 같이 이중 원형컵의 성형시에는 재드로잉 공정이 효과적임을 알 수 있다.

### 3.2 원형컵의 다단계 해석

Fig.11는 한계 드로잉비(LDR)가 4.7인 컵의 형상과 주요치수를 나타내었는데 도시한 그림은 최재찬등<sup>11)</sup>의 논문에서 발췌한 전문가 시스템의 결과이다. 이 결과는 인공지능 언어인 PROLOG를 사용하여 최종제품의 형상에서 원소재에 이르는 역공정에 대하여 트리밍 여유와 한계드로잉률을 데이터 베이스화 하여 연강판(SAE 1006)에 적용하였는데 중심선에 대한 표면적 일정조건으로 치수를 결정하였고 마찰과 블랭크 홀딩력등은 고려하지 않았다. 이를 이용하여 자동차용 냉연강판에 적용한 결과가 Fig.12이다. Fig.12(a)는 가공된 형상에 설정한 절점과 가공제품의 각절점에 대응하는 중간형상의 절점위치와 블랭크상의 절점위치, 블랭크 크기를 나타내며 Fig.12(b)는

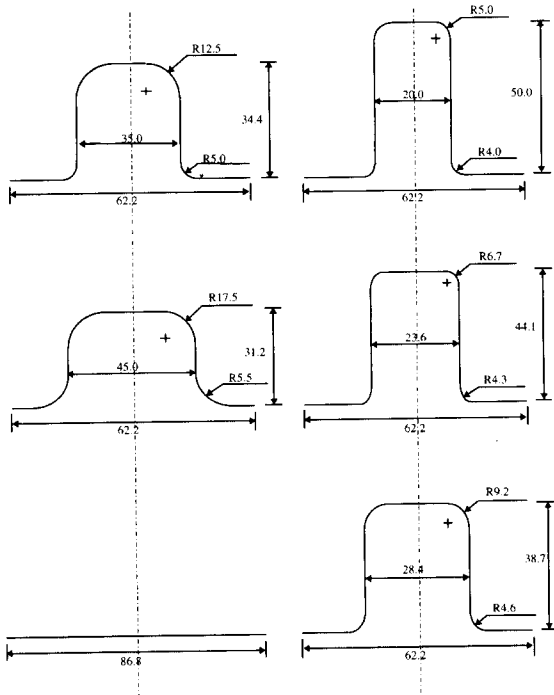


Fig. 11 Geometry of cylindrical cups and intermediate shapes for the multi-step inverse method: 5-step, cup height=50 mm

성형한계도 상의 최종상태의 변형률 분포를 나타낸다. 변형률 분포를 보면 최종형상에 설정한 좌표인 D점 윗부분에서 주변형률이 높게 나타남을 알 수 있는데 과단의 가능성이 있음을 알 수 있다.

이와 같이 한계 드로잉비가 큰 경우에 대하여 최적의 중간형상을 찾기 위하여 다양한 해석을 수행하였다. 먼저, 2 단계 성형공정을 가정하여 해석을 수행하였는데,  $D_p=20$  mm일 때  $h=25$  mm보다 작은 경우는 중간형상에서 최종형상으로의 극심한 변형률 증가로 인하여 해석이 수행되지 않았으며,  $D_p=30$  mm 이상인 경우에는 드로잉량의 제한으로 해석이 되지 않았다.  $D_p=20$  mm,  $h=40$  mm,  $R_p=R_u=5$  mm일 때 컵의 윗부분에서는 어느 정도 안정

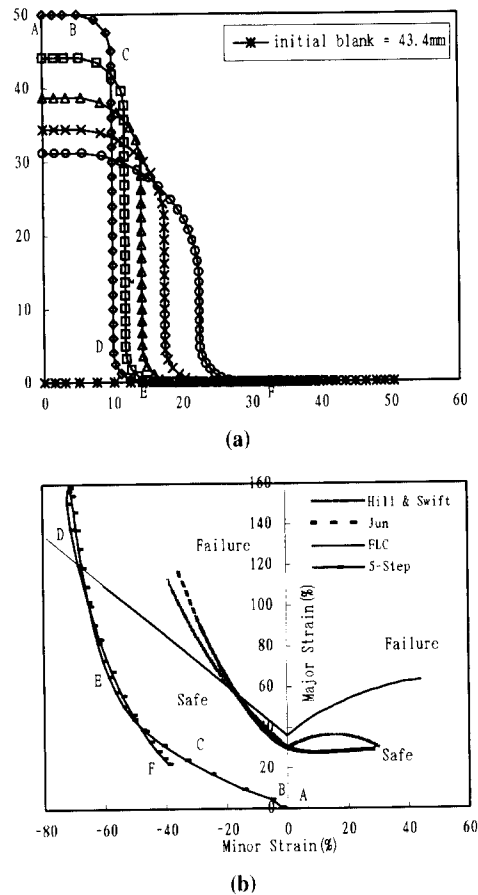
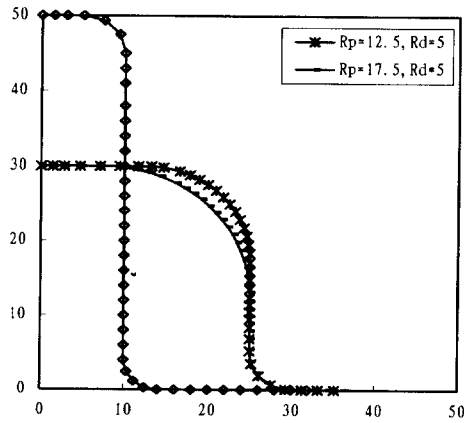


Fig. 12 (a) Nodal points in a final shape and intermediate shapes with a multi-step inverse method: cup height=50 mm; 5-step analysis; (b) Corresponding forming limit diagram;  $\mu_p=0.14$ ;  $\mu_u=0.14$ ; BHF=10 ton

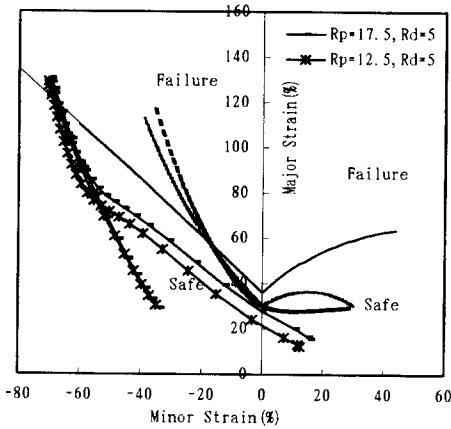
된 결과를 나타내지만 여전히 플랜지 부분에 파단의 위험을 내포하고 있었다. 2단계 성형공정에서 플랜지 부위의 변형량을 최대한 억제시키는 중간형상은  $D_p=25$  mm,  $h=30$  mm로 Fig.13과 같다. 그렇지만, Fig.13의 경우에도 플랜지 부분에서 파단의 위험성이 어느 정도 존재하기 때문에 3단계 성형공정으로 확장이 필수적이다. Fig.13(b)에서 전체적인 변형량을 감안할 때 컵의 윗부분의 변형량이 큰  $D_p=25$  mm,  $h=30$  mm,  $R_p=17.5$  mm,  $R_d=5$  mm인 경우를 첫 번째 단계 형상으로 설정하고,  $D_p=20$  mm,  $h=40$  mm을 두 번째 단계 형상으로 가정하여 해석한 결과가 Fig.14이다. Fig.14(a)에서 두 번째 단계 형상에 대해서  $R_p=R_d=5$ mm인 경우가 가장

안정된 결과를 보임을 알 수 있다. 이는 플랜지 부위의 변형량을 어느 정도 줄인 것으로 물리적으로 생각해도 타당한 결과를 나타냄을 알 수 있다. 처리속도는 3단계 해석의 경우 펜티엄90에서 실시간으로 5분 정도였다.

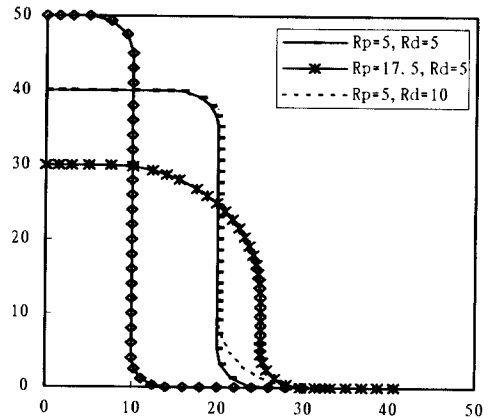
지금까지 3단계로 확장된 드로잉 공정에 대하여 알아보았으며, 위 예제의 경우에는 4단계 드로잉 공정으로 해석하여도 3단계의 결과와 변형률 분포에서 비슷한 양상을 나타내고 있었다. 이상을 종합해 볼 때 전문가 시스템이 제안한 5단계 드로잉 공정에 대한 변형률 분포보다 본 논문에서 제안한 3단계 드로잉 공정의 결과가 더 안정적임을 알 수 있다.



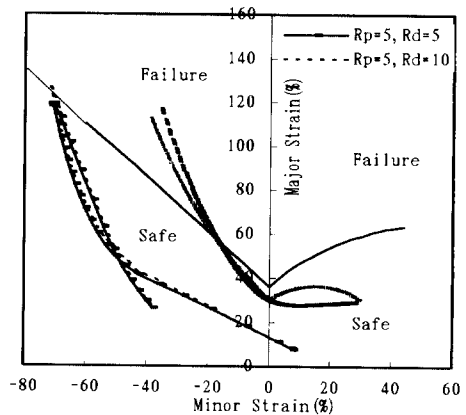
(a)



(b)



(a)



(b)

Fig. 13 (a) Nodal points in a final shape and intermediate shapes with a multi-step inverse method: cup height=50 mm; 2-step analysis; (b) Corresponding forming limit diagram;  $\mu_p=0.14$ ;  $\mu_r=0.14$ ; BHF=10 ton

Fig. 14 (a) Nodal points in a final shape and intermediate shapes with a multi-step inverse method: cup height= 50 mm; 3-step analysis; (b) Corresponding forming limit diagram:  $\mu_p=0.14$ ;  $\mu_r=0.14$ ; BHF=10 ton

#### 4. 결 론

본 논문에서는 축대칭 박판성형가공 문제에 있어서 모델링 형상을 이용하여 신속히 초기 블랭크의 모양과 변형률 분포를 계산할 수 있는 수치적인 기법을 제안하였다. 축대칭 문제는 변형의 주축이 거의 일정하게 고정되어 있기 때문에, 본 해석의 변형에너지와 증분해석의 변형에너지가 거의 같은 값을 갖게 된다. 경계조건에 의한 오차는 다단계 적용시 중간형상을 고려함으로써 완화할 수 있다. 제안된 해석 기법을 이용하여 블랭크 홀딩력과 마찰에 의한 영향을 신속히 알 수 있었다. 또한 한계 드로잉비가 큰 경우에 다단계 해석을 적용하여 중간형상과 단계수를 결정하는 것을 보여 주었다. 주된 공정변수로는 중간형상에 있어서의 편치와 다이의 곡률반경과 편치의 반경, 그리고 드로잉 되는 높이였다. 해석결과를 최종형상에 따라 물리적으로 타당하면서 신뢰성 있는 중간형상을 선정할 수 있음을 잘 보여준다.

#### 참고문헌

- (1) Keeler, S.P. and Backofen, W.A., 1963, "Plastic Instability and Fracture in Sheets Stretched over Rigid Punches", Trans. ASME, J. Eng. Industry, Vol.56, pp.25~48.
- (2) Jimma, T., 1970, "Deep Drawing Convex Polygon Shell Researches on the Deep Drawing of Sheet Metal by the Slip Line Theory. 1st Report", Japan Soc. Tech. for Plasticity, Vol.11, No.116, pp.653~670.
- (3) Vogel, H. and Lee, D., 1990, "An Analysis Method for Deep Drawing Process Design", Int. J. Mech. Sci., Vol.32, pp.891~905.
- (4) Zhaotao, Z. and Bingwen, L., 1986, "Determination of Blank Shapes for Drawing Irregular Cups Using an Electrical Analogue Method", Int. J. Mech. Sci. Vol.28, No.8, pp.499~503.
- (5) Xueshan, L. and Bingwen, L., 1986, "Modeling of Flange Deformation of Irregular Drawing Cups Using a Fluid Analogy", Int. J. Mech. Sci. Vol.28, No.8, pp.491~497.
- (6) Majlessi, S.A. and Lee, D., 1987, "Further Development of Sheet Metal Forming Analysis Method", Trans. ASME, J. Eng. Industry, Vol.109, pp.330~337.
- (7) Guo, Y.Q., Batoz, J.L., Detraux, J.M. and Duroux, P., 1990, "Finite Element procedures for Strain Estimations of Sheet Metal Forming Parts", Int. J. Numer. Methods Eng., Vol.30, pp.1385~1401.
- (8) 이충호, 허훈, 1996, "박판금속 성형공정에서의 블랭크 설계 및 변형률 예측", 대한기계학회논문집(A) 제20권 제6호, pp.1810~1818.
- (9) Levy, S., Shinh, C.F., Wilkinson, J.P.D., Stine, P. and McWilson, R.C., 1978, "Formability Topics-Metallic Materials", STP 647, edited by B. A. Niemeier, A. K. Schmieder, and J. R. Newby, pp.238~260, ASTM.
- (10) 박기철, 남재복, 최원집, 1994, "축대칭 프레스가공 제품의 변형률 예측기술과 변형여유해석에의 적용", 한국소성가공학회, 대한금속학회, 박판성형기술의 진보, 양동열, 허훈, 김용환편, pp.173~184.
- (11) 진인태, 최재찬, 1994, "플랜지 달린 원통형 다이프 드로잉 공정설계 Expert System 에 관한 연구", 한국소성가공학회 '94춘계학술대회 논문집, pp.109~117.
- (12) Hill, R., 1948, "A theory of the yielding and plastic flow of anisotropic metals", Proc. R. Soc. London A193, pp.281~297.
- (13) Swift, W., 1952, "Plastic instability under plane stress", J. Mech. Phys. Solids, Vol.1, pp.1~18.
- (14) Hill, R., 1952, "On discontinuous plastic states with special reference to localized necking in thin sheets", J. Mech. Phys. Solids, Vol.1, pp.19~30.
- (15) 전기찬, 1993, "박판금속의 성형", 반도체출판사, pp.190~207.