

B-스플라인 곡선의 기하특성을 이용한 형상 오프셋(2)

- 제어다각형 오프셋에서 발생하는 루프의 제거에 대한 연구 -

정 재 현* · 김 희 중** · 조 우 승**

Shape offsetting using the geometric properties of B-spline curves(2)

- A Study on the removal of loops in control polygon offsetting -

J. H. Jeong · H. J. Kim · W. S. Cho

Key words : offset (오프셋), tool-path (공구경로), self-interference loop (자체 교차 루프), loop removal (루프 제거), fillet (필렛), B-spline control polygon (B-스플라인 제어 다각형)

Abstract

The offsetting method using geometric properties of B-spline control polygon is more faster than using of general normal vector in offset processing. But this method itself does not solve the problems of loop removal in normal offsetting. Generally the distance between neighborhood spans of B-spline control polygon is greater than the offset distance, the loops are occurred in offsetting. For generating of the more precision tool-path in NC machining, the loops of offset must be removed.

In this paper, two methods for loop removal are introduced in offsetting of B-spline curve. One is using the intersection of B-spline control span which being occurred of the loop. The other is using two B-spline curve divisions divided from original B-spline curve or its offset curve. After the intersection point of loop was searched, the loop being removed to cusp. Also the method for filleting of cusp is inspected to more precision cutting. It is shown that the offsetting using B-spline control polygon is more effective in the sculptured surface machining.

1. 서 론

B-스플라인 제어 다각형의 특성을 이용한 자유형상의 오프셋은 형상 데이터의 법선 오프셋^{1,2)}에 비하

* 한국해양대학교 기계냉동자동차공학부(원고접수일 : 97년 4월)
** 한국해양대학교 대학원 기계공학과

여 빠른 계산 시간과 적은 데이터 수를 갖는 장점이 있다. 따라서 이러한 자유형상 생성기법을 가공 정보 생성에 적용하기 위한 여러 연구가 계속 진행 중³⁾이나, 제어 다각형을 이용한 방법 역시 근본적인 읍셋에서 발생하는 몇몇 문제를 아직 해결하지 못하고 있는 상태이다. 그 중의 하나가 읍셋 형상에서 발생하는 루프의 제거이다. 읍셋거리가 이웃하는 형상 간의 거리보다 클 경우에 읍셋 형상은 겹치거나 혹은 단독으로 떨어지게 되는데, 형상이 겹치게 되면 그 결과로 루프가 발생한다. 그러므로 보다 완벽한 가공 정보의 생성을 위해서는 읍셋 생성시에 발생하는 루프의 효율적 제거가 필수적이다. 본 연구에서는 제어 다각형 읍셋 기법에서의 루프 발생을 보다 효율적으로 제거하기 위한 방법의 하나로 B-스플라인 곡선의 형상 제어 특성을 이용하는 방안을 제시하고자 한다.

2. 제어 다각형 읍셋과 루프 발생

B-스플라인 제어 다각형을 이용한 형상 읍셋 기법은 다음과 같은 과정으로 이루어진다.

- 1) 단일 제어 다각형의 각 변을 읍셋방향으로 읍셋거리만큼 이동시킨다.
- 2) 이동된 각 변을 직선으로 확장하여 가장 이웃하는 확장 직선과의 교점을 순차적으로 구한다. 단, 다른 확장 직선과 일정 범위내에서 이웃하지 않게 독자적으로 읍셋된 경우는 계산에서 제외한다.
- 3) 다각형의 시작과 끝 점을 포함한 읍셋 교점으로 새로운 제어 다각형을 구성한다. 이 과정에서 읍셋 스패น과 확장 스패んの 관계를, 읍셋 스패んの 연장으로 보는 방법과 새로운 스패んの 추가로 보는 방법이 있다.

① 읍셋 형상 스패んの 연장: 확장된 영역을 원래 형상의 연장으로 처리하게 되면, 형상과 읍셋간의 매개변수화와 기하특성이 동일하므로 별다른 계산없이 읍셋된 형상의 식을 구할 수 있는 특성이 있다.

$$C(t) = \sum_{i=1}^{n+1} P_i N_{i,k} \quad (1)$$

식 (1)은 일반적인 B-스플라인 곡선의 식을 나타

낸다. 식에 $n+1$ 개의 P_i 가 제어 다각형의 위치점을 나타낸다. 다음의 노트 포인트와 제어점의 관계에서 식 (2)가 성립한다.

$$m+1 = n+1+k \quad (2)$$

② 읍셋 형상 스패んの 추가: 원래의 제어 다각형에 대하여 제어점을 추가시켜 새로운 제어 다각형을 구성한다. 그러므로 원래 형상보다 많은 수의 제어점을 보유하게 되므로 다양한 형상 제어가 가능하게 된다. 식 (1)과 식 (2)에서 제어점의 수가 증가하게 되면, 식을 만족시키기 위해서는 곡선의 차수(k)가 줄거나 노트 포인트의 수($m+1$)가 증가되어야 한다. 그러나 곡선의 차수를 줄이는 것은 형상에 미치는 영향이 크다는 것을 식 (3)에서 알 수 있다. 그러므로 노트 포인트의 수를 조절하는 것이 바람직하다.

$$N_{i,k}(t) = \frac{(t-x_i)}{x_{i+k}-x_i} N_{i,k-1}(t) + \frac{(x_{i+k}-t)}{x_{i+k}-x_{i+1}} N_{i+1,k-1}(t) \quad (3)$$

그러므로

$$(m+a) = (n+a)+k \quad (4)$$

의 관계가 유지되어야 한다. 동일하게 증가된 a 개의 제어점 수 만큼 노트 포인트의 수도 a 개 증가되어야 한다. Fig. 1은 3개의 제어점을 가지는 B-스플라인 곡선 스패ん이 5개의 제어점을 가지는 읍셋 스패ん으로 확장된 경우를 보인 것이다.

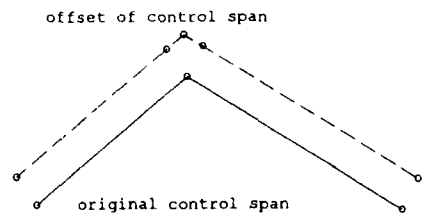


Fig. 1 The control spans and the extended offset spans with more control points

4) 읍셋 제어 다각형에 의하여 원래의 곡선식으로 자유형상 곡선을 생성한다. 그러면 B-스플라인

기하 특성에 의하여 두 형상은 동일한 기하 특성을 나타내게 된다.

5) 오프셋 형상과 원래 곡선과 각 구간별 오차를 비교하여 검증한다.

이러한 과정의 오프셋 생성은 적정한 오프셋 거리에 대하여 대부분 양호한 결과를 보였다.“ 현재까지 오프셋과정에서 발생하는 루프는 일차적인 절삭 가공에서는 루프영역을 지나가게 하고, 이차적으로 손가공이나 방전가공등의 방법으로 정밀 가공을 하고 있다.

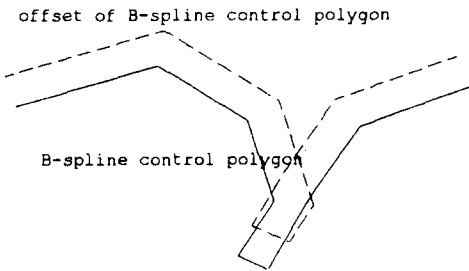


Fig. 2 A B-spline control polygon and the offset of control polygon

Fig. 2는 일반적인 B-스플라인 제어 다각형과 오프셋 제어 다각형을 비교한 것이고, Fig. 3은 3차 non-periodic B-스플라인 곡선과 오프셋 곡선을 비교한 것으로서 오프셋 형상은 원래 곡선에 대하여 루프와 오버-컷(over cutting)을 발생시킨다. 루프는 일반적으로 곡률반경이 오프셋거리보다 작을 경우에 발생하게 된다. 이러한 루프 발생의 처리에 대해서 먼저 제거부분을 단(cusp)으로 만들고 필렛(fillet)처리를 한다.

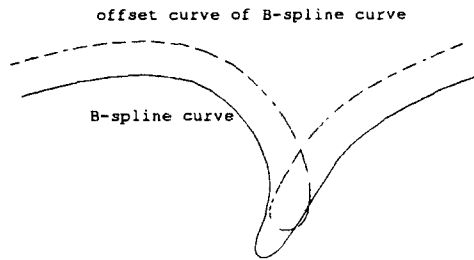


Fig.3 A B-spline spline curve and the offset of curve with a loop

3. 루프 발생의 파악과 제거법

루프 발생 지점은 오프셋제어 다각형의 교차지점과 근접한 위치에 있으므로 오프셋제어 다각형의 교차가 일어나는 가를 조사하여 발생점을 파악할 수 있다. 그리고 다른 방법으로써, 오프셋 곡선을 두 개의 연결된 곡선으로 생각하고 두 곡선의 교차로서 루프가 발생하는 부분을 파악하는 방법을 제시하고자 한다.

1) 오프셋 제어 다각형 교차를 이용한 방법

① 제어 다각형 각 변의 기울기를 점검하므로써 서로 교차하는 다각형 스패를 쉽게 찾을 수 있다. 이때 루프의 발생은 두 스패를 시작과 끝으로 하는 범위에서 이루어 지게 된다. 식 (1)의 B-스플라인 곡선에서 스패의 교차를 파악하기 위한 것은 P_i 이다. P_i 는 2차원에서는 (x_i, y_i) 로, 3차원에서는 (x_i, y_i, z_i) 로 구성되는 형상 포인트이다. 그러므로 곡선의 각 스패는 $(x_i, y_i) - (x_{i+1}, y_{i+1})$ 로 구성된다.

② Table 1과 같이 데이터베이스를 생성한 후, 교차 포인트를 검사하는 작업을 진행한다. 기계가공 형상의 경우를 생각할 때, 스패의 시작과 끝에

Table 1 The temporary database of the offset of B-spline curve

span no.	coordinates	tangent
1	$(x_1, y_1) - (x_2, y_2)$	m_1
2	$(x_2, y_2) - (x_3, y_3)$	m_2
3	$(x_3, y_3) - (x_4, y_4)$	m_3
...
8	$(x_8, y_8) - (x_9, y_9)$	m_8

서의 교차 발생은 고려하지 않아도 된다. 일반적으로는 해당 검사 스패에서 2번째 이후의 스패와 교차가 발생하게 된다. 절삭 가공의 경우 대부분의 교차는 포켓등에서 발생하므로, 오프셋 과정에서 한 개의 루프내에 또 다른 루프가 발생하게 될 경우에는 가장 외곽 루프를 선택한다. Fig. 4는 동시에 여러 개의 루프를 가진 오프셋형상에 대한 경우를 나타낸다.

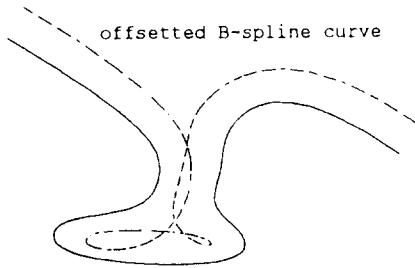


Fig. 4 The offset of B-spline curve with multiple loops

교차가 발생하는 부분은 데이터베이스의 위치 점을 이용하여 직선의 교차 조건으로 교차점을 파악할 수 있다.

③ 루프의 발생은 B-스플라인 형상의 컨벡스-헐(convex-hull) 특성에 의하여 교차 제어 다각형내의 형상 진행 방향에서 발생하게 된다. 즉, 교차 스펬의 아래 쪽에서 루프가 발생하게 된다.

④ 파악된 교차점을 지나는 임의의 직선(본 예에서는 좌표축과 평행하는 직선)과 오프셋 곡선 형상간의 두 교차점 A, B를 구할 수 있다. 직선과 교차하는 곡선 부분의 판단을 위해서 B-스플라인 곡선을 재생성할 필요가 있다. 이러한 경우 전체 부분에 대한 재생성은 불필요한 시간을 초래하므로 교차 발생 스펬 부분의 곡선만을 재생성한다. Fig. 5는 오프셋 교차점을 지나는 직선이 좌표축과 평행한 경우의 예를 보인 것이다.

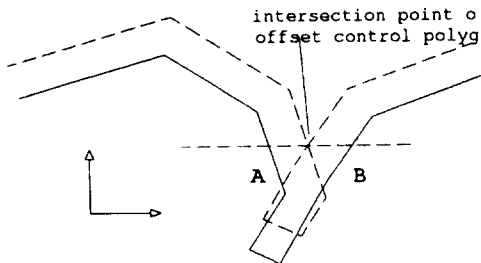


Fig. 5 The intersection of B-spline offset control polygon and a line

⑤ 직선 AB 간의 거리가 지정한 오차 이내의 값을 가지게 되는 부분까지 직선을 아래로 이동하므로써 최종 교차점을 구할 수 있게 된다. Fig. 6은

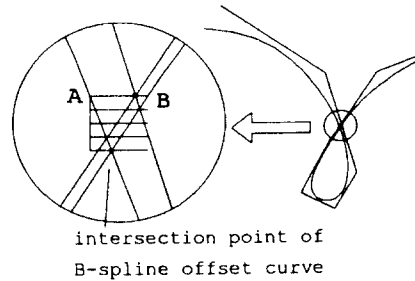


Fig. 6 The loop checking with the intersection of control polygon spans

이상의 과정을 나타낸 것이다.

⑥ 이상의 방법으로 오프셋 형상의 교차점을 구한 이후에는 나머지 영역을 삭제하게 된다. Fig. 7은 루프 영역을 제거한 단의 형상이다. 이 방법은 일반적인 자유형상에 쉽게 적용이 가능하며, 루프의 발생이 예상되는 지점의 처리나 복수 루프의 처리가 쉽다.

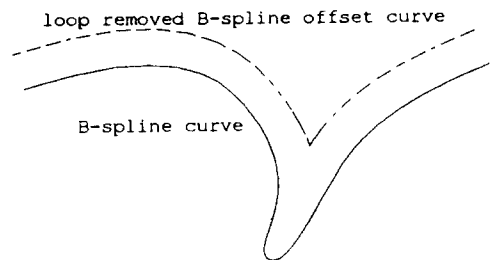


Fig. 7 A offset curve with the cusp after loop removal operating

2) 분리된 두 곡선의 교차를 이용한 방법

B-스플라인 자유곡선은 한 스펬의 변화가 $\pm k$ 스펬에 영향을 미치므로 제어 다각형을 이용하여 쉽게 두 곡선으로 분리할 수 있다. 그러므로 오프셋된 곡선을 두 개의 자유곡선으로 간주할 수 있다. 먼저, 교차가 발생하는 두 오프셋 곡선 $O_1(t)$ 과 $O_2(u)$ 가 다음의 식 (5)

$$O_1(t) - O_2(u) = 0 \tag{5}$$

을 만족하게 된다.

또, 두 자유곡선 식의 위치벡터 차를 $d(t,u)$ 로 할 때, 두 매개변수의 미소변화량 Δt 와 Δu 에 대한 d 의 변화는 테일러 급수전개의 제 1항으로 다음과 같이 표현된다.⁹⁾

$$d(i + \Delta t, u + \Delta u) = d(t, u) + \frac{\partial d}{\partial t} \Delta t + \frac{\partial d}{\partial u} \Delta u \quad (6)$$

위 식(6)을 d 와 원래 위치벡터에 대한 편미분으로 표현하면 다음과 같다.

$$\left[\frac{\partial O_1}{\partial t} \quad \frac{\partial O_2}{\partial u} \right] \begin{bmatrix} \Delta t \\ \Delta u \end{bmatrix} = -O_1(t) + O_2(u) \quad (7)$$

Δt 와 Δu 는 곡선의 시작점에서 t 와 u 에 각각 더해져서 다음 단계로 진행하게 된다. 이것은 앞서의 방법과 달리 양 방향에서 접근이 가능하므로 계산상 유리하다. 그러나 이 방법은 복수개의 교차점으로 인한 루프 발생 부분의 파악에는 곤란하다. Fig. 8은 두 개의 곡선으로 분리된 오프셋 곡선의 교차점을 보인 것이다. 이 방법은 원래 곡선과 오프셋 곡선의 경우나 기하 특성이 동일하므로 적용 대상에는 상관이 없다.

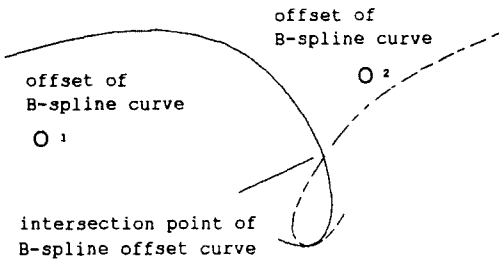


Fig. 8 A loop checking with two B-spline offset curves

본 절에서 제안한 분리 형상의 오프셋 방법은 이전의 방법에 비교하여 간단한 루틴으로 루프를 제거할 수 있다. 그리고 이 방법의 효율적인 이용을 위해서는 앞 절의 전체 자유형상에 대한 오프셋으로 루프 발생 지역 파악후에 적용할 필요가 있다.

4. 루프 제거 단의 필렛 처리

실제 루프를 제거한 후 단 부분에 가공 여유를 주기 위하여는 루프 제거 부분을 필렛 처리할 필요가 있다. 실제 가공에서 공구가 미세한 단의 부분을 오버-컷할 가능성이 있으므로 다음의 방법을 이용하여 필렛 처리한다.

1) 오프셋에서의 단을 원래 곡선 C_1 과 C_2 의 오프셋 교차로 발생한 것으로 정의한다.

2) 두 곡선 C_1 과 C_2 상의 점 Q_1 과 Q_2 에 접하는 반경 R 의 원을 정의한다. 이 원의 중심점은 오프셋 곡선의 교차점 C 와 일치한다. C 는 C_1 과 C_2 의 오프셋인 O_1 과 O_2 의 교차점이다. 분리된 오프셋 곡선과 원래 곡선은 매개변수 형태와 접점에서의 기울기 등과 같은 기하특성이 동일하다. Fig. 9는 루프가 제거된 단의 필렛 처리를 보인 것이다.

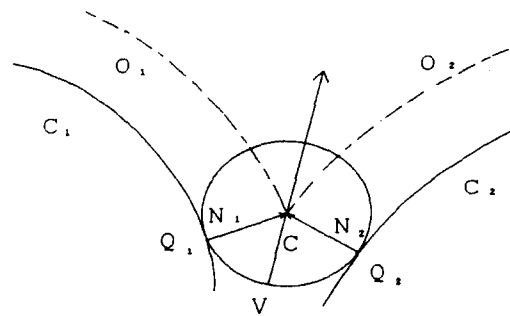


Fig. 9 The fillet for loop removed cusp of B-spline offset curve

3) Q_1 과 Q_2 에서의 O_1 과 O_2 에 대한 법선을 N_1 과 N_2 로, 루프 발생 부분쪽의 N_1 과 N_2 사이의 각을 이등분하는 단위 법선벡터를 V 로 정의한다. 그러면 오프셋 곡선의 단을 필렛하기 위한 반경 r 인 원의 중심도 같은 방향에 존재하게 된다. 본 연구에서는 Tiller⁶⁾의 방법과는 달리 직접 V 방향으로 오프셋하여 오프셋 곡선 O 에 접하는 반경 r 의 원호를 근사적으로 구하는 방법을 시도하였다. 그러므로 필렛과 오프셋곡선 O 의 부드러운 연결을 위한 이동거리는 오프셋거리 R 에 필렛반경 r 을 더한 거리로 결정하는 것이 가장 간단하나, 적절한 필렛 반경의 설정이 우선 요구된다.

4) 구성된 오프셋 곡선의 매개변수 범위를 (t_s, t_e) 라

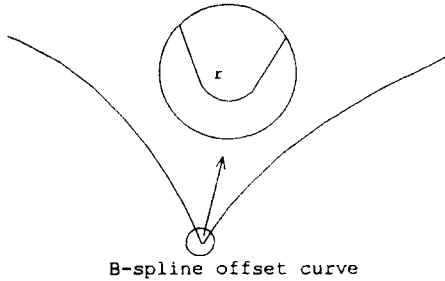


Fig. 10 The B-spline offset curve with a fillet

하면 O'_1 은 (t_s, t_1) , O'_2 는 (t_2, t_e) 로 정의되는 새로운 오프셋 곡선을 정의할 수 있다. 이때 최종적으로 B-스플라인 형상으로 재정의의 위해서는 필렛을 구성하는 원호를 B-스플라인 곡선 형상으로 정의해야 한다. 이 곡선은 (t_1, t_2) 범위로 매개변수화되고, O'_1 과 O'_2 에 결합되며, 원호는 t_1 과 t_2 범위에서 복수개의 노트를 가지는 복합 B-스플라인 곡선으로 정의할 수 있다. Fig. 10은 단을 필렛 처리한 최종 형상이다.

5. 결 론

자유곡선의 가공정보를 생성하기 위한 오프셋 생성에서 발생하는 루프의 파악과 제거에 대한 연구를 수행한 결과 다음과 같은 결론을 얻을 수 있었다.

1) 2차원 혹은 3차원 곡선 형상의 오프셋에서 발생하는 루프의 발생점을 파악하는 방법으로 B-스플라인 제어 다각형의 기하특성을 이용하였다.

2) 루프의 발생점 파악을 위하여 원래 곡선을 분리하는 방안을 제시하였으며, 이는 제어 다각형을 이용한 루프 제거와 동일한 결과를 보였다. 그리고, 이전의 방법에 비하여 그 수행과정이 간단하므로 루프 발생파악과 제거에 효율적이었다.

3) 루프가 제거된 단을 가공 오차를 고려하여 부드러운 형상의 필렛으로 만들어, 최종 오프셋 형상을 생성하는 방안을 제시하였다.

한편, 단의 필렛 처리에 있어 시험적인 방법의 의해 필렛 반경을 결정하는 방법등을 개선하기 위한 방안이 추후 연구될 필요가 있다.

참고문헌

- 1) J. Hoschek, "Offset curves in the plane", CAD, Vol. 17, No. 2, 1985
- 2) S. Coquillart, "Computing offsets of B-spline curves", CAD, Vol. 19, No. 6, 1987
- 3) B. Pham, "Offset curves and surfaces: a brief study", CAD, Vol. 24, No. 4, 1992
- 4) 김희중, 정재현 "B-스플라인 곡선의 기하특성을 이용한 형상 오프셋 (1)", 한국박용기관학회지, Vol. 20, No. 1, 1996, pp.46~47
- 5) 장봉준, "자유곡면 오프셋에서의 공구간섭 제거에 관한 연구", 한국해양대학교 석사학위 논문, 1997, pp.7~10
- 6) W. Tiller and E. Hanson, "Offsets of two-dimensional profiles", IEEE CG&A, Vol. 4, pp.40~41, 1984.