

## 중요샘플링 시뮬레이션에 의한 ATM 노드의 성능평가

국광호\* · 이창호\*\* · 강성열\*\*\* · 오창환\*\*\*

### Performance Evaluation of ATM Node by Importance Sampling Simulation\*

Kwangho Kook\* · Changho Lee\*\* · Sungyeol Kang\*\*\* · Changhwan Oh\*\*\*

#### Abstract

The cell loss probability recommended in the B-ISDN is in the range of  $10^{-8} \sim 10^{-12}$ . When a simulation technique is used to analyze the performance of the ATM node, an enormous amount of computer processing time is required. In this study, we derive an importance sampling simulation technique that can be used to evaluate the performance of the ATM node very quickly, that is, the probability that the queue size at the ATM node reaches some large value  $N$ . The simulation results show that the backlog probability obtained by the importance sampling simulation is very close to that obtained by the ordinary simulation and the computer time can be reduced drastically by the importance sampling simulation.

## 1. 서 론

정보화 사회의 하부구조 역할을 하고 있는 정보통신망은 현재 고성능의 음성, 데이터, 비디오,

이미지 통신의 수요가 증가함에 따라 이들을 모두 만족시킬 수 있는 광대역 종합정보통신망(B-ISDN)으로 진화하고 있다. B-ISDN에서는 ATM 전송방식을 사용하는데, 사용자 정보들이 셀이라고 불리는 고정된 길이의 블럭 형태로

\* 서울산업대학교 산업공학과

\*\* 강남대학교 산업공학과

\*\*\* 한국전자통신연구원 교환기술연구단

전송되는 ATM 전송방식에서는 다양한 호로부터의 셀들이 통계적으로 다중화되어 전송되므로 네트워크의 각 노드에 가해지는 트래픽 부하가 노드의 처리능력을 초과할 경우에는 노드에서 셀이 손실되는 경우가 발생하며 셀 지연시간도 상당히 길어지게 된다.

B-ISDN 망을 사용하는 사용자들에 대한 서비스 품질은 이와 같은 셀 손실율이나 지연시간과 같은 요소들에 영향을 받으므로 망을 효율적으로 운영하기 위해서는 이들에 대한 분석이 필요하다. 성능평가 기법에는 이론적인 분석방법, 시뮬레이션에 의한 방법, 시험 시스템을 이용하여 실제로 측정하는 방법 등이 있는데 이들 중 시뮬레이션에 의한 방법만이 다양한 모델들에 대한 성능평가를 정확하게 수행할 수 있다. 예를 들면 ATM 교환시스템이나 B-ISDN에서 트래픽 폭주와 같은 복잡한 현상이 발생할 때에는 해석적인 방법에 의해 성능분석을 수행하는 것이 부적절하므로 시뮬레이션을 수행하는 것이 필요하다. 또한 해석적인 방법에 의해 근사적으로 성능분석을 하는 경우에도 이 결과를 검증하기 위해서는 시뮬레이션을 수행하는 것이 필요하다.

B-ISDN에서는 셀 손실율이  $10^{-8} \sim 10^{-12}$ 의 수준까지 요구되는 데 이러한 셀 손실율을 추정하기 위해서는 엄청난 양의 시뮬레이션 시간을 필요로 한다. 예를 들어 표본크기를 100으로 하고자 하면  $10^{10} \sim 10^{14}$ 개의 셀에 대한 시뮬레이션을 수행해야 한다. 따라서 셀 손실율을 성능척도로 ATM 교환시스템을 분석하고자 할 때 통상의 시뮬레이션 기법을 적용하는 것은 컴퓨터 수행 시간상 한계가 있으므로 시뮬레이션 수행시간을 많이 줄일 수 있는 속산 시뮬레이션 기법이 필요하다. 셀 손실율과 같은 희귀사건(rare event)들을 빨리 시뮬레이션하기 위한 속산 시뮬레

이션 기법으로 여러 방법들이 제안되고 있는데, 이에는 중요샘플링(importance sampling) ([1], [4],[5],[8],[9],[10]), 재시작(restart) 기법([11])등을 사용하는 분산 축소기법(variance reduction technique)과 tail extrapolation([6]), extreme value theory([2])등을 사용하는 외삽 기법(extrapolative technique) 등이 있다.

본 논문은 ATM 교환시스템의 성능을 속산 시뮬레이션 기법중의 하나인 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 분석하는 방법을 유도하고, 그 결과의 정확성을 보통의 시뮬레이션에 의해 얻은 결과와 비교하였다. 즉 ATM 교환시스템으로의 셀의 입력과정이 B-ISDN 호의 트래픽 특성을 묘사하는 데 많이 사용되는 IBP(Interrupted Bernoulli Process), MMBP(Markov Modulated Bernoulli Process) 형태를 따르고 셀의 서비스 시간은 일정한 시간을 갖는 경우에 ATM 교환시스템의 성능을 분석하였다.

2절에서는 희귀한 사건을 시뮬레이션하는 데 적합한 중요샘플링기법에 대해서 살펴보고, 3절에서는 ATM 교환시스템으로의 셀의 입력과정이 IBP, MMBP를 따르고 셀의 서비스 시간이 일정한 시간을 갖는 경우에 중요샘플링 기법에 의해 ATM 교환시스템의 성능을 분석할 수 있는 방법들을 유도하고 이의 정확성을 평가한다. 끝으로 4절에서는 결론 및 앞으로의 연구방향에 대해서 논한다.

## 2. 중요샘플링

중요 샘플링 시뮬레이션이란 시스템을 지배하는 확률분포를 변형하여 흥미있는 희귀한 사건

이 원래보다 훨씬 자주 발생하도록 한후 얻어진 결과를 다시 수정함으로써 희귀한 사건이 발생할 확률을 빨리 추정할 수 있는 방법을 말한다.

이 과정을 이산시간 마코프 사슬(Discrete-Time Markov Chain)의 경우를 예로 들어 설명하면 다음과 같다. 전이행렬  $F$ , 초기분포  $\gamma$ , 실수함수  $f$ 가 주어졌을 때 다음과 같은 이산시간 마코프 사슬을 시뮬레이션하는 문제가 있다고 하자.

$$\xi = E_P f(X_0, X_1, \dots) \quad (1)$$

위에서  $X = \{X_n : n \geq 0\}$ 는  $F$ 와  $\gamma$ 를 갖는 마코프 사슬이고,  $E_P(\cdot)$ 는  $F$ 와  $\gamma$ 를 갖는  $X$ 의 경로공간(path space) 상에서의 기대값을 나타낸다. 이 문제에 중요샘플링 시뮬레이션을 적용하기 위해 확률분포를 변형하는 절차는 다음과 같다.  $S = \{0, 1, \dots\}$ 가  $X$ 의 상태공간이고  $\gamma = (\gamma(i) : i \in S)$ ,  $P = (P(i, j) : i, j \in S)$ 이며  $j$ 가 고정된 시점  $n$ 까지의  $X$ 의 궤적에 의존한다고 하면 (1)식은 다음과 같이 된다.

$$E_P f(X_0, X_1, \dots) = \sum_{i_0, \dots, i_n} f(i_0, \dots, i_n) \gamma(i_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(i_k, i_{k+1}) \quad (2)$$

이때  $g : S_{n+1} \rightarrow R$ 을 다음의 성질을 갖는 확률질량함수(probability mass function)라 하자.

$$\begin{aligned} \gamma(i_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(i_k, i_{k+1}) &> 0 \\ \Rightarrow g(i_0, \dots, i_n) &> 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \xi &= \sum_{i_0, \dots, i_n} f(i_0, \dots, i_n) \frac{\gamma(i_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(i_k, i_{k+1})}{g(i_0, \dots, i_n)} g(i_0, \dots, i_n) \\ &= E_g f(X_0, \dots, X_n) \frac{\gamma(X_0) \prod_{k=0}^{n-1} P(X_k, X_{k+1})}{g(X_0, \dots, X_n)} \end{aligned} \quad (3)$$

그러면 (2)식은 (3)식과 같이 표현될 수 있다. 위에서  $E_g(\cdot)$ 는 확률질량함수  $g$ 를 갖는  $X$ 의 궤적상에서의 기대값을 나타낸다. (3)식에 의해  $\xi$ 는 확률질량함수  $g$ 로부터 확률변수  $\vec{X} = (X_0, \dots, X_n)$ 를 반복적으로 발생하고 이로부터 생성되는  $U_i = f(\vec{X}_i)$ 의 가중표본평균으로부터 구할 수 있음을 알 수 있다.

### 2.1 중요 샘플링 시뮬레이션을 위한 확률질량함수

중요 샘플링 시뮬레이션을 적용할 때 중요한 문제는 확률질량함수  $g$ 를 어떻게 선택하여야 희귀한 사건을 시뮬레이션 하는 시간을 최소로 할 수 있는가 하는 점이다.

$X$ 가 이산시간 마코프 사슬을 다룰 때  $A$ 를 희귀한 사건을 나타낸다고 하고  $\xi = p(A)$ 를 희귀한 사건  $A$ 가 발생할 확률이라고 하자.  $w_i$ 를  $i$ 번째 시뮬레이션 시행결과라 하면  $n$ 개의 독립적인 시뮬레이션으로부터  $\xi$ 를 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\hat{\xi}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(w_i)$$

위에서  $1_A(w_i)$ 는  $i$ 번째 시행결과가  $A$ 에 속하면 1 그렇지 않으면 0의 값을 갖는 지시함수(indicator function)를 나타낸다.

또한 (3)식으로부터  $w_i^*$ 를 마코프 확률질량함수  $g(w_i^*) = \nu(i_0) \prod_{k=0}^{n-1} K(w_{ik}^*, w_{ik+1}^*)$ 를 이용

한 중요 샘플링 시뮬레이션에 의해 얻은 결과라 하면  $n$ 개의 독립적인 시행으로부터  $\xi$ 를 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\widehat{\xi}_n = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(w_i^*) L(w_i^*)$$

$$L(w_i^*) = \frac{\gamma(w_i^*) \prod_{k=0}^{n-1} P(w_{ik}^*, w_{ik+1}^*)}{\nu(w_i^*) \prod_{k=0}^{n-1} K(w_{ik}^*, w_{ik+1}^*)}$$

이때  $\widehat{\xi}_n$ 의 분산은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \text{Var}(\widehat{\xi}_n) &= E[(\widehat{\xi}_n - \xi)^2] \\ &= E\left[\left(\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n 1_A(w_i) L(w_i) - \xi\right)^2\right] \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n E[1_A(w_i) L^2(w_i) - 2\xi 1_A(w_i) L(w_i) + \xi^2] \\ &= \frac{1}{n^2} \sum_{i=1}^n \left[ \int_A L^2(w_i) dg(w_i) - 2\xi E[1_A(w_i) L(w_i)] + \xi^2 \right] \\ &= \frac{1}{n} \left( \int_A L^2(w_i) dg(w_i) - \xi^2 \right) \end{aligned} \quad (4)$$

따라서  $g$ 를  $\int_A L^2(w_i) dg(w_i)$ 가 최소가 되도록 선택하는 것이 바람직하다.

## 2.2 GI/GI/1 큐잉 시스템의 중요샘플링 기법

A와 B가 각각 GI/GI/1 큐의 도착간격 시간과 서비스 시간의 분포함수를 나타낸다고 하자.  $M_a$ 와  $M_b$ 를 분포함수 A, B의 모멘트 발생함수라 하고  $1/\lambda$ 와  $1/\mu$ 를 A와 B의 평균이라 하자. 우리가 하나의 주기에서 큐길이가 N을 초과할 확률, 즉 시스템이 비어있는 상태에서 시작해서 0에 도착하기 전에 N에 도착할 확률  $\xi$ 를 추정하고자 한다고 하자. Large deviation theory를 이

용하여 점근적으로 효율적인 새로운 확률 measure를 구하는 절차를 설명하면 다음과 같다.

정의 1. A와 B로부터 새로운 확률 measure  $A^*$ 와  $B^*$ 를 다음과 같이 정의한다.

$$dA^*(z) = \frac{e^{\theta_a^* z} dA(z)}{M_a(\theta_a^*)}$$

$$dB^*(z) = \frac{e^{\theta_b^* z} dB(z)}{M_b(\theta_b^*)} \quad (5)$$

$\theta_a^*$ 와  $\theta_b^*$ 는  $M_a(-\theta^*)M_b(\theta^*) = 1$ 을 만족하는  $\theta^*$ 에 대해

$$\theta_a^* = -\theta^*$$

$$\theta_b^* = \theta^*$$

의 값을 갖는다.  $A^*$ 와  $B^*$ 는 파라미터  $\theta_a^*$ 와  $\theta_b^*$ 에 의해 지수변환된 measure라 일컬어진다.

정리 1[10]  $M_a(\theta) < \infty$ 이고  $M_b(\theta) < \infty$ 이면, (5)식에 의해 정의되는 지수변환된 확률 measure는 GI/GI/1 큐에 대해 (4)와 같이 표현되는 추정치의 분산을 최소화하는 점근적으로 최적인 변환이 된다.

$N(t)$ 를 시점  $t$ 에서의 큐의 길이를 나타낸다고 하면  $\xi$ 는  $N(0) = 0$ 에서 시작해서  $N(t)$ 가 0에 도달하기 전에 N에 도달할 확률이 된다. 중요샘플링 시뮬레이션에 의해  $\xi$ 를 추정하기 위해 시스템이 비어있는 시점에서 시작해서 처음으로 시스템이 비어있는 상태가 되거나 N에 도달할 때까지의 시간을 하나의 주기로 정의한다. 또한

$$V_k = \begin{cases} 1 : N(t) \text{가 } K\text{번째 주기에서 } N\text{에 도달할 경우} \\ 0 : N(t) \text{가 } K\text{번째 주기에서 } 0\text{에 도달할 경우} \end{cases}$$

라 하면  $\xi$ 의 불편추정량은 (5)식의  $A^*$ 와  $B^*$ 를 사용해서  $n$ 개의 주기를 시뮬레이션 한 후 다음과 같이 추정할 수 있다.

$$\xi^* = \frac{V_1 L_1 + V_2 L_2 + \dots + V_n L_n}{n} \quad (6)$$

위에서  $L_k$  는  $A_i \geq 0$  를  $i-1$ 번째와  $i$ 번째 도착 사이의 시간,  $B_i \geq 0$  를  $i-1$ 번째 고객을 서비스하는 시간,  $K_a$ 를  $k$ 번째 주기에 도착한 고객의 수,  $K_b$ 를  $k$ 번째 주기에서 서비스 받은 고객의 수를 나타낸다고 할 때 다음과 같이 정의된다[10].

$$L_k = \prod_{k=1}^{K_a} \frac{dA(A_k)}{dA^*(A_k)} \prod_{k=1}^{K_b} \frac{dB(B_k)}{dB^*(B_k)} \quad (7)$$

### 3. 중요샘플링 시뮬레이션에 의한 ATM 교환시스템의 성능 분석 결과

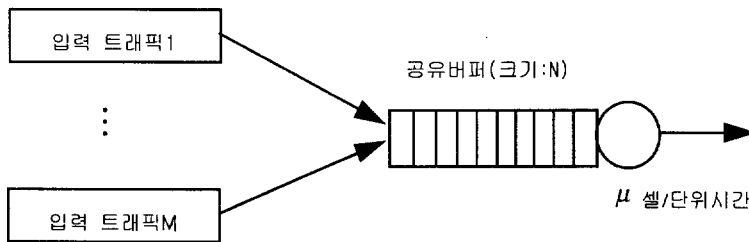
본 연구에서 고려되는 ATM 교환시스템은

(그림 1)과 같이  $M$ 개의 호로부터 입력 트래픽이 발생하며 셀의 서비스 시간은 항상 일정하고 크기가  $N$ 인 버퍼를 갖는다고 가정한다. 본 절에서는 ATM 교환시스템에 입력되는 트래픽이 IBP 또는 MMBP를 따르는 경우에 큐 길이가  $N$ 보다 크게 될 확률, 즉 버퍼가 full이 될 확률을 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 분석할 수 있는 방법을 기술하고 그 정확성을 시뮬레이션에 의해 검증한다.

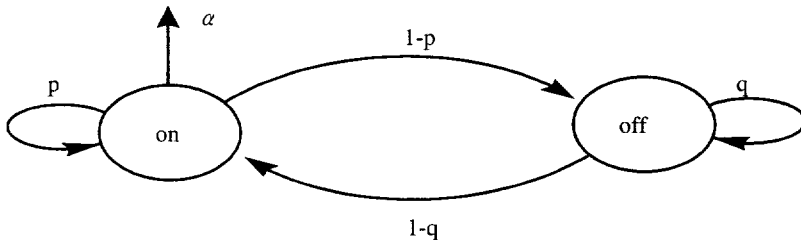
#### 3.1 입력트래픽이 IBP 모델을 따르는 경우

ATM 교환시스템에 입력되는 트래픽이 (그림 2)와 같은 IBP 모델을 따르는 하나의 호로부터 발생하며 셀의 서비스 시간은 항상  $1/\mu$ 인 일정한 시간을 갖는 경우를 고려한다.

IBP 모델은 IPP(Interrupted Poisson Process) 모델의 이산화된 경우로 슬롯화된 시간을 고려



(그림 1) ATM 교환시스템



(그림 2) IBP 모델

한다. 하나의 슬롯은 (그림 2)와 같이 on 상태에 있든지 off 상태에 있게 된다. On 상태에 있는 하나의 슬롯이 하나의 셀을 포함할 확률은  $\alpha$  이고 셀을 포함하지 않을 확률은  $(1-\alpha)$ 이며 off 상태에 있는 슬롯은 셀을 포함하지 않는다. 하나의 슬롯이 on 상태에 있다고 주어졌을 때 다음 슬롯에도 on 상태에 있을 확률은  $p$ 이며 off 상태로 바뀔 확률은  $(1-p)$ 가 된다. 유사하게 하나의 슬롯이 off 상태에 있다고 주어졌을 때 다음 슬롯에도 off 상태에 있을 확률은  $q$ 이며 on 상태로 바뀔 확률은  $(1-q)$ 이다.

IBP 모델에서의 셀의 도착간격시간의 모멘트 발생함수  $M_a(-\theta)$ 는 (8)식과 같이 되며[7]

$$M_a(-\theta) = \frac{\alpha[p + e^{-\theta}(1-p-q)]e^{-\theta}}{(1-\alpha)(p+q-1)e^{-2\theta} - [q + p(1-\alpha)]e^{-\theta} + 1} \quad (8)$$

서비스시간의 모멘트 발생함수  $M_b(\theta)$ 는 다음과 같이 된다.

$$M_b(\theta) = e^{\frac{1}{\mu}\theta}$$

따라서 2.2절의 정의 1에 의해서 새로운 확률 measure를 얻을 수 있다.

[예 1] (그림 2)에서  $\alpha=0.4$ ,  $p=0.8$ ,  $q=0.2$ 이고 서비스 시간이 항상 2라면 ( $\mu=1/2$ )

$$M_a(-\theta) \cdot M_b(\theta) = \frac{0.32e^{-\theta}}{-0.68e^{-\theta} + 1} e^{2\theta} = 1$$

을 만족하는  $\theta^* = 0.75377$ 을 얻는다.

(5)식으로부터 새로운 도착간격시간의 Laplace 변환은

$$\begin{aligned} \phi_a^*(\theta) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\theta z} dA^*(z) \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\theta z} \frac{e^{\theta^* z} dA(z)}{M_a(\theta^*)} \\ &= \frac{1}{M_a(\theta^*)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\theta-\theta^*)z} dA(z) \\ &= \frac{1}{M_a(-\theta^*)} \int_{-\infty}^{\infty} e^{-(\theta+\theta^*)z} dA(z) \\ &= \frac{1}{M_a(-\theta^*)} \phi_a(\theta+\theta^*) \end{aligned} \quad (9)$$

이 되므로 (8)식으로부터 새로운 도착간격시간의 Laplace 변환을 구하면

$$\begin{aligned} \phi_a^*(\theta) &= \frac{1}{M_a(-\theta^*)} M_a(-(\theta+\theta^*)) \\ &= \frac{0.6802e^{-\theta}}{-0.320e^{-\theta} + 1} \end{aligned} \quad (10)$$

이 되며 이를 역변환시키면 새로운 도착간격시간의 분포를 얻을 수 있다.

따라서 (8)식과 (10)식을 토대로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} p+q &= 1 \\ \alpha \cdot p &= 0.6802 \\ q+p(1-\alpha) &= 0.32 \end{aligned}$$

위 식으로부터 새로운 도착간격시간의 분포는  $\alpha^* = 0.85025$ ,  $p^* = 0.8$ ,  $q^* = 0.2$ 인 IBP 모델을 따름을 알 수 있다. 그리고 서비스 시간의 새로운 확률 measure는 (5)식으로부터

$$dB^*(z) = \frac{e^{0.75377z} dB(z)}{e^{2 \times 0.75377z}}$$

$$= \begin{cases} \frac{e^{0.75377 \times 2}}{e^{2 \times 0.75377 \times 2}} = 1 & ; z=2 \\ 0 & ; z \neq 2 \end{cases}$$

가 되어 새로운 서비스 시간도 항상 2인 deterministic 분포를 따른다.

IBP/D/1 모델을 따르는 ATM 교환시스템에서 큐 길이가 N을 초과할 확률인  $\xi$ 값은 새로운 확률 measure하에서 n개의 주기를 시뮬레이션한 후 (6)식에 의해 추정할 수 있다. (6)식에서  $L_k$ 는 k번째 주기의 시뮬레이션 수행시 매 슬롯마다 다음 <표 1>과 같이 구해진다. 이때  $dB^*(z) = dB(z)$ 이므로 셀의 서비스가 발생할 때에는  $L_k$ 에 변화가 없게 된다.

다음 <표 2>는 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션에 의해 큐 길이가 N을 초과하는 경우가 200번 발생되게 한 후  $\xi$ 를 추정할 값과 새로운 확률 measure를 이용하여 중요샘플링에 의해 큐 길이가 N을 초과하는 경우가 200

번 발생되게 한 후  $\xi$ 를 추정할 값을 나타낸다. <표 2>로부터 새로운 확률 measure를 이용하는 중요샘플링 기법에 의해  $\xi$ 값을 거의 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 또한 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션하는 경우에는 버퍼의 개수가 늘어날 때 셀의 발생수가 기하급수적으로 증가하는 반면 중요샘플링 기법을 적용하는 경우에는 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 즉  $\xi$ 가  $10^{-9}$  정도가 되더라도 빨리 시뮬레이션 할 수 있음을 알 수 있다.

### 3.2 입력트래픽이 MMBP 모델을 따르는 경우

ATM 교환시스템에 입력되는 트래픽이 (그림 3)과 같은 MMBP 모델을 따르는 하나의 호로부터 발생하며 셀의 서비스 시간은 항상  $1/\mu$ 인 일정한 시간을 갖는 경우를 고려한다.

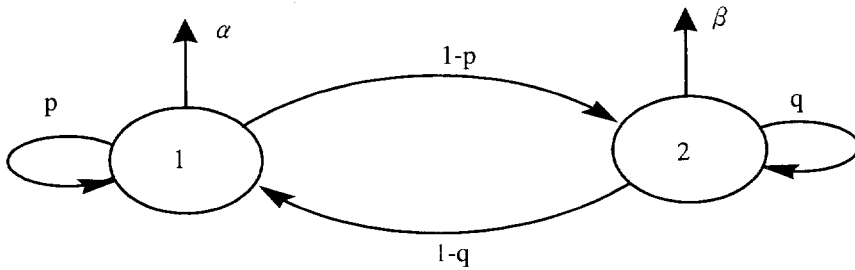
MMBP 모델은 MMPP(Markov Modulated Poisson Process) 모델의 이산화된 경우로 IBP와 마찬가지로 슬롯화된 시간을 고려한다. (그림

<표 1> IBP/D/1 시스템에서의  $L_k$ 의 계산

이전슬롯의 IBP 상태	현재슬롯의 IBP 상태	$L_k$
on	on, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{p\alpha}{p^* \alpha^*}$
	on, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{p(1-\alpha)}{p^*(1-\alpha^*)}$
	off	$L_k = L_k \times \frac{(1-p)}{(1-p^*)}$
off	off	$L_k = L_k \times \frac{q}{q^*}$
	on, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{(1-q)\alpha}{(1-q^*)\alpha^*}$
	on, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{(1-q)(1-\alpha)}{(1-q^*)(1-\alpha^*)}$

〈표 2〉 IBP/D/1 시스템에 대한 시뮬레이션 결과

버퍼갯수 (N)	직접시뮬레이션 $\alpha=0.4, \mu=0.5,$ $p=0.8, q=0.2$		중요샘플링 $\alpha^*=0.85025, \mu^*=2,$ $p^*=0.8, q^*=0.2$	
	평균	셀발생개수	평균	셀발생개수
3	0.18904	2040	0.17112	889
4	0.03630	14047	0.03455	1615
5	0.00656	70125	0.00643	2407
6	0.00180	421912	0.00167	3067
7	0.00044	676540	0.00036	3908



(그림 3) MMBP 모델

3)과 같은 2개의 상태를 갖는 MMBP 모델에서는 하나의 슬롯은 상태 1에 있든지 상태 2에 있게 된다. 상태 1에 있는 슬롯이 하나의 셀을 포함할 확률은  $\alpha$ 이고 셀을 포함하지 않을 확률은  $(1-\alpha)$ 이며, 상태 2에 대해서는 이 확률들이 각각  $\beta$ 와  $(1-\beta)$ 이다. 하나의 슬롯이 상태 1에 있다고 주어졌을 때 다음 슬롯에서도 상태 1에 있을 확률은  $p$ 이며 상태 2로 바뀔 확률은  $(1-p)$ 가 된다. 유사하게 하나의 슬롯이 상태 2에 있다고 주어졌을 때 다음 슬롯에도 상태 2에 있을 확률은  $q$ 이며 상태 1로 바뀔 확률은  $(1-q)$ 이다.

MMBP 모델에서의 셀의 도착간격시간의 모멘

트 발생함수  $M_a(-\theta)$ 는 다음과 같이 된다.[7]

$$M_a(-\theta) = \frac{c_2 e^{-2\theta} + c_1 e^{-\theta}}{d_2 e^{-2\theta} + d_1 e^{-\theta} + d_0} \quad (11)$$

$$c_2 = (1-p-q)[(1-q)(1-\beta)\alpha^2 + (1-p)(1-\alpha)\beta^2]$$

$$c_1 = (1-q)\alpha[p\alpha + (1-p)\beta] + (1-p)\beta[q\beta + \alpha(1-q)]$$

$$d_2 = (1-\alpha)(1-\beta)(p+q-1) [(1-q)\alpha + (1-p)\beta]$$

$$d_1 = -[(1-q)\alpha + (1-p)\beta] [q(1-\beta) + p(1-\alpha)]$$

$$d_0 = (1-q)\alpha + (1-p)\beta$$



한편 서비스 시간의 모멘트 발생함수  $M_b(\theta)$ 는 다음과 같이 된다.

$$M_b(\theta) = e^{\frac{1}{\mu}\theta}$$

따라서 2.2절의 정의 1에 위해서 새로운 확률 measure를 얻을 수 있다.

[예 2] (그림 3)에서  $\alpha=0.4$ ,  $\beta=0.2$ ,  $p=0.8$ ,  $q=0.8$  이고 서비스 시간이 항상 2.5 라면 ( $\mu=1/2.5$ )

$$M_a(-\theta) \times M_b(\theta) = \frac{-0.01824e^{-2\theta} + 0.0384e^{-\theta}}{0.03456e^{-2\theta} - 0.1344e^{-\theta} + 0.12} \times e^{2.5\theta} = 1 \quad (12)$$

을 만족하는  $\theta^*=0.31889$ 를 얻는다.

(11)식과 (9)식에 의해서 새로운 도착간격시간의 Laplace 변환을 구하면

$$\begin{aligned} \phi_a^*(\theta) &= \frac{1}{M_a(-\theta^*)} M_a(-(\theta + \theta^*)) \\ &= \frac{-0.021392 e^{-2\theta} + 0.061954 e^{-\theta}}{0.018264 e^{-2\theta} + 0.09777 e^{-\theta} + 0.12} \end{aligned} \quad (13)$$

이 되므로 이를 역변환시키면 새로운 도착간격시간의 분포를 얻을 수 있다. (13)식과 (11)식을 토대로 다음과 같은 식을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} \frac{(1-p-q)[(1-q)(1-\beta)\alpha^2 + (1-p)(1-\alpha)\beta^2]}{(1-\alpha)\beta^2} &= -0.021392 \\ \frac{(1-\alpha)(1-\beta)(p+q-1)}{[(1-q)\alpha + (1-p)\beta]} &= 0.018264 \\ \frac{(1-q)\alpha[p\alpha + (1-p)\beta] + (1-p)\beta}{[q\beta + \alpha(1-q)]} &= 0.061954 \\ \frac{[(1-q)\alpha + (1-p)\beta][q(1-\beta) + p(1-\alpha)]}{0.09777} & \end{aligned} \quad (14)$$

$$(1-q)\alpha + (1-p)\beta = 0.12$$

(14)식으로부터 다음 조건식들을 얻을 수 있다.

$$\begin{aligned} q(1-\beta) + p(1-\alpha) &= 0.81475 \\ (1-q)\alpha + (1-p)\beta &= 0.12 \\ (1-\alpha)(1-\beta)(p+q-1) &= 0.061954 \\ (1-q)\frac{\alpha^2}{(1-\alpha)} + (1-p)\frac{\beta^2}{1-\beta} &= 0.140552 \\ 0.12p\alpha + 0.12(1-p)\beta + (1-p)\beta(1-p-q) & \\ (\alpha-\beta) &= 0.061954 \end{aligned} \quad (15)$$

(15)식을 만족하는  $p, q, \alpha, \beta$  를 Robbins-Monro 형태의 stochastic gradient technique에 의해 구하면 새로운 도착간격시간의 파라미터들은  $\alpha^*=0.63595$ ,  $\beta^*=0.44975$ ,  $p^*=0.83389$ ,  $q^*=0.92855$  가 된다. 그리고 서비스 시간의 새로운 확률 measure는 (5)식으로부터 항상 2.5인 Deterministic 분포를 따름을 알 수 있다.

MMBP/D/1 모델을 따르는 ATM 교환시스템에서 큐 길이가 N을 초과할 확률인  $\xi$ 값은 새로운 확률 measure하에서 n개의 주기를 시뮬레이션한 후 (6)식에 의해 추정할 수 있다. (6)식에서  $L_k$ 는 IBP/D/1 시스템에서와 유사하게 k번째 주기의 시뮬레이션 수행시 매슬롯마다 다음 <표 3>과 같이 구해진다. 이때  $dB^*(z) = dB(z)$  이므로 셀의 서비스가 발생할 때에는  $L_k$ 에 변화가 없게 된다.

다음 <표 4>는 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션에 의해 큐 길이가 N이 되는 경우가 200번 발생되게 한 후  $\xi$ 를 추정한 값과 새로운 확률 measure를 이용하여 중요샘플링에

〈표 3〉 MMBP/D/1 시스템에서의  $L_k$ 의 계산

이전슬롯의 MMBP 상태	현재슬롯의 MMBP 상태	$L_k$
상태 1	상태 1, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{p\alpha}{p^*a^*}$
	상태 1, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{p(1-\alpha)}{p^*(1-a^*)}$
	상태 2, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{(1-p)\beta}{(1-p^*)\beta^*}$
	상태 2, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{(1-p)(1-\beta)}{(1-p^*)(1-\beta^*)}$
상태 2	상태 2, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{q\beta}{q^*\beta^*}$
	상태 2, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{q(1-\beta)}{q^*(1-\beta^*)}$
	상태 1, 셀 도착	$L_k = L_k \times \frac{(1-q)\alpha}{(1-q^*)a^*}$
	상태 1, 셀 도착하지 않음	$L_k = L_k \times \frac{(1-q)(1-\alpha)}{(1-q^*)(1-a^*)}$

〈표 4〉 MMBP/D/1 시스템에 대한 시뮬레이션 결과

버퍼갯수 (N)	직접시뮬레이션 $\alpha=0.4, \beta=0.2,$ $p=0.8, q=0.8, \mu=0.4$		중요샘플링 $\alpha^*=0.63595, \beta^*=0.44975,$ $p^*=0.83389, q^*=0.92855, \mu^*=0.4$	
	평균	셀발생개수	평균	셀발생개수
3	0.28058	4564	0.27650	624
4	0.12538	15198	0.12516	1325
5	0.05687	39430	0.05161	2047
6	0.02769	88967	0.02670	2850
7	0.00878	207258	0.00994	3901

의해 큐 길이가 N이 되는 경우가 200번 발생되게 한 후  $\xi$ 를 추정된 값을 나타낸다.

〈표 4〉로부터 새로운 확률 measure를 이용하는 중요샘플링 기법에 의해  $\xi$ 값을 거의 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 또한 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션하는

경우에는 버퍼의 개수가 늘어날 때 셀의 발생수가 기하급수적으로 증가하는 반면 중요샘플링 기법을 적용하는 경우에는 선형적으로 증가함을 알 수 있다. 즉  $\xi$ 가  $10^{-9}$  정도가 되더라도 빨리 시뮬레이션 할 수 있음을 알 수 있다.

3.3 입력 트래픽이 여러개의 IBP 모델로부터 발생하는 경우

실제의 ATM 노드로는 많은 입력 소스로부터 다양한 형태의 트래픽이 혼합하여 들어오게 된다. 이때 중요 샘플링 기법을 적용하기 위해서는 많은 트래픽이 중첩될 때 도착간격시간의 분포가 어떻게 변화하는 지를 파악하고 이를 토대로 (5)식에 의해 새로운 도착간격시간과 서비스시간의 분포를 유도하여야 한다. 그러나 많은 트래픽이 중첩될 때의 도착간격시간을 구하는 것은 매우 어렵고 또한 매우 많은 계산을 필요로 한다. 따라서 본절에서는 새로운 도착간격시간과 서비스시간의 파라메타 값들을 근사적으로 구하는 절차를 고려한 후 이의 정확성을 시뮬레이션에 의해 분석하고자 한다. ATM 교환시스템으로 입력되는 트래픽이 (그림 4)와 같이 5개의 IBP 모델로부터 입력되는 경우를 고려한다.

(그림 4)와 같이 5개의 IBP 모델로부터 트래픽이 입력되는 경우 새로운 도착간격시간과 서비스시간의 파라메타 값들을 다음과 같이 근사적으로 구한 후 이의 정확성을 분석한다.

- 1) 서버가 5개의 IBP 트래픽 스트림을 서비스하는 율이 각 스트림의 평균도착률에 비례한다고 가정하고 5개의 IBP 트래픽 스트림

을 서비스하는 율을 산출한다.

- 2) 1)에서 산출한 서비스율을 토대로 각각의 IBP 트래픽을 중요샘플링하기 위한 파라메타 값들을 3.1절에서와 같은 방법으로 산출한다.

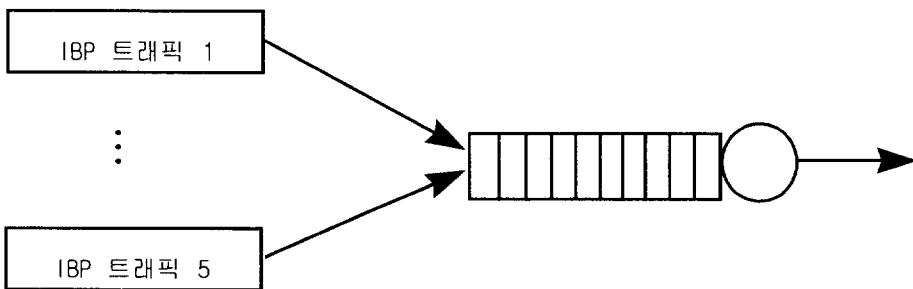
[예 3] (그림 4)에서 각각의 IBP 트래픽 스트림의 파라메타가  $\alpha_i=0.6, p_i=0.8, q_i=0.4, i=1, \dots, 5$ 이고 셀의 서비스 시간은 항상 0.4라고 하자 ( $\mu=2.5$ ). 그러면 중요 샘플링을 적용하기 위한 파라메타 값들은 다음과 같이 근사적으로 산출 될 수 있다.

먼저 각 IBP 트래픽의 평균 도착율을 구하면 각 IBP 트래픽이 on 상태에 있을 확률이  $0.75=(1-0.4)/(2-p-q)$ 이므로 평균도착율은  $0.45(=0.6 \times 0.75)$ 가 된다. 따라서 각 IBP 트래픽의 평균 서비스율  $\mu_i$ 는

$$\mu_i = 2.5 \times \frac{0.45}{5 \times 0.45} = 0.5$$

가 되므로 [예 1]에서와 같이 각 IBP 트래픽 ( $\alpha_i=0.6, p_i=0.8, q_i=0.4, \mu_i=0.5, i=1, \dots, 5$ )에 중요샘플링을 적용하기 위한 새로운 확률 measure를 구하면

$$\alpha_i^* = 0.87244, p_i^* = 0.91004, q_i^* = 0.3102, \mu_i^* = 0.5$$



(그림 4) 5개의 IBP 트래픽 입력 모델

〈표 5〉  $\sum_{i=1}^5$  IBP/D/1 시스템에 대한 시뮬레이션 결과

버퍼 개수 N	직접 시뮬레이션 $\alpha=0.6, p=0.8,$ $q=0.4, \mu=2.5$		중요샘플링(스트림1) $\alpha^*=0.8724, p^*=0.910,$ $q^*=0.392, \mu^*=2.5$		중요샘플링 (스트림1, 스트림2)	
	평균	셀갯수	평균	셀갯수	평균	셀갯수
3	0.81699	6585	0.81577	6319	0.82030	6237
4	0.62854	14472	0.62827	12570	0.63828	11134
5	0.42662	35109	0.42598	27392	0.41949	21596
6	0.27980	77139	0.27057	53033	0.29339	38011
7	0.19117	144489	0.19681	84975	0.18894	56930
버퍼 개수 N	중요샘플링 (스트림1, 스트림2, 스트림3)		중요샘플링 (스트림1, 스트림2, 스트림3, 스트림4)		중요샘플링 (모든 스트림)	
	평균	셀갯수	평균	셀갯수	평균	셀갯수
3	0.82062	6064	0.80852	6014	0.80724	6011
4	0.61465	10138	0.61103	9527	0.62342	9490
5	0.43294	18031	0.42196	15333	0.40078	14875
6	0.27423	30040	0.26568	25038	0.26156	23294
7	0.20086	42060	0.18873	33786	0.19545	30392

가 된다.

따라서 5개의 IBP 트래픽이 중첩되는 경우에 중요 샘플링을 적용하기 위한 파라미터 값들의 근사값은 다음과 같이 된다.

$$\begin{aligned} \alpha_i^* &= 0.87244, \quad p_i^* = 0.91004, \\ q_i^* &= 0.3102, \quad i=1, \dots, 5, \\ \mu^* &= 2.5 (= \mu_1 + \dots + \mu_5) \end{aligned}$$

다음 〈표 5〉는 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션에 의해  $\xi$ 를 산출한 값과 새로운 확률 measure를 근사적으로 산출한 후 첫 번째 IBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째와 두 번째 IBP 스트림에 대해

중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째, 두 번째, 세 번째 IBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 IBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 모든 IBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우에 시뮬레이션에 의해  $\xi$ 를 산출한 값을 나타낸다.

〈표 5〉로부터 근사적으로 중요 샘플링 기법을 적용하더라도 큐 길이가 N이 될 확률인  $\xi$ 값을 거의 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 그리고 위 예에서는 동일한 파라미터 값을 갖는 IBP 트래픽을 고려하였으나 다른 파라미터 값을 갖는 IBP 트래픽에 대해서도 유사한 방법으로 중요샘플링 기법을 적용할 수 있다.

3.4 입력 트래픽이 여러개의 MMBP 모델로부터 발생하는 경우

ATM 노드로 입력되는 트래픽이 (그림 5)와 같이 5개의 MMBP 모델로부터 입력되는 경우를 고려한다.

(그림 5)와 같이 5개의 MMBP 모델로부터 트래픽이 입력되는 경우에도 3.3절에서와 같은 방법으로 새로운 도착간격시간과 서비스 시간의 파라미터 값들을 근사적으로 구한 후 중요 샘플링 기법에 의해 시뮬레이션을 수행하여 큐 길이가 N이 될 확률인  $\xi$ 값을 추정할 수 있다.

[예 4] (그림 5)에서 각각의 MMBP 트래픽 스트림의 파라미터가  $\alpha_i=0.4, \beta_i=0.2, p_i=0.8, q_i=0.8, i=1, \dots, 5$ 이고 셀의 서비스 시간은 항상 0.4라고 하자( $\mu=2.5$ ) 그러면 중요 샘플링을 적용하기 위한 파라메타 값들은 근사적인 방법으로 다음과 같이 산출 할 수 있다.

먼저 각 MMBP 트래픽의 평균 도착율은

$$\frac{(1-a) \times \alpha + (1-p) \times \beta}{2-p-q} = 0.3$$

가 되므로 각 MMBP 트래픽의 평균 서비스율  $\mu_i$ 는

$$\mu_i = 2.5 \times \frac{0.3}{5 \times 0.3} = 0.5$$

가 된다. 따라서 [예 2]에서와 같이 각 MMBP

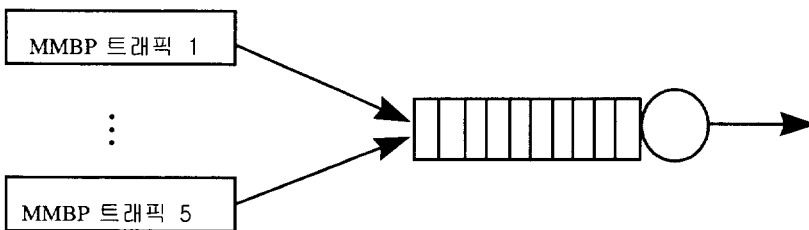
트래픽( $\alpha_i=0.4, \beta_i=0.2, p_i=0.8, q_i=0.8, \mu_i=0.5, i=1, \dots, 5$ )에 중요샘플링을 적용하기 위한 새로운 확률 measure를 구하면

$$\alpha_i^* = 0.78666, \beta_i^* = 0.65830, p_i^* = 0.88009, q_i^* = 0.94781, \mu_i^* = 0.5$$

가 된다. 따라서 5개의 MMBP 트래픽이 중첩되는 경우에 중요 샘플링을 적용하기 위한 파라메터 값들의 근사값은 다음과 같이 된다.

$$\alpha_i^* = 0.78666, \beta_i^* = 0.65830, p_i^* = 0.88009, q_i^* = 0.94781, i=1, \dots, 5, \mu^* = 2.5 (= \mu_1 + \dots + \mu_5)$$

다음 <표 6>은 원래의 확률 measure를 이용하여 직접 시뮬레이션에 의해  $\xi$ 를 산출한 값과 새로운 확률 measure를 근사적으로 산출한 후 첫 번째 MMBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째와 두 번째 MMBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째, 두 번째, 세 번째 MMBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 첫 번째, 두 번째, 세 번째, 네 번째 MMBP 스트림에 대해 중요샘플링을 적용한 경우, 모든 MMBP 스트림에 대해 중요 샘플링을 적용한 경우에 시뮬레이션에 의해  $\xi$ 를 산출한 값을 나타낸다.



(그림 5) 5개의 MMBP 트래픽 입력 모델

〈표 6〉  $\sum_{i=1}^5$  MMBP/D/1 큐잉 시스템에 대한 시뮬레이션 결과

버퍼 개수 N	직접 시뮬레이션 $\alpha=0.4, \beta=0.2,$ $p=0.8, q=0.8, \mu=2.5$		중요샘플링(스트림1) $\alpha^*=0.7866, \beta^*=0.65830$ $p^*=0.88009, q^*=0.9478$		중요샘플링 (스트림1, 스트림2)	
	평균	셀발생갯수	평균	셀발생갯수	평균	셀발생갯수
3	0.53879	2707	0.52737	2540	0.52189	2185
4	0.28902	7906	0.27604	6391	0.27125	4805
5	0.10557	22070	0.10453	17501	0.10341	10613
6	0.03700	91811	0.03729	45389	0.03482	21156
7	0.01217	177980	0.00871	61532	0.01081	40088
버퍼 개수 N	중요샘플링 (스트림1, 스트림2, 스트림3)		중요샘플링 (스트림1, 스트림2, 스트림3, 스트림4)		중요샘플링 (모든 스트림)	
	평균	셀발생갯수	평균	셀발생갯수	평균	셀발생갯수
3	0.52187	2183	0.52615	2081	0.50367	2036
4	0.29015	4558	0.28320	3746	0.28105	3389
5	0.11726	8368	0.11324	6621	0.11612	5622
6	0.03961	14077	0.03257	10090	0.03313	8209
7	0.00866	20501	0.01032	13770	0.01072	10890

〈표 6〉로부터 근사적으로 중요 샘플링 기법을 적용하더라도 큐 길이가 N이 될 확률인  $\xi$ 값을 거의 정확하게 추정할 수 있음을 알 수 있다. 그리고 [예 4]에서는 동일한 파라미터 값을 갖는 MMBP 트래픽을 고려하였으나 다른 파라미터 값을 갖는 MMBP 트래픽에 대해서도 유사한 방법으로 중요샘플링 기법을 적용할 수 있다.

#### 4. 결론

본 연구에서는 ATM 교환시스템에 입력되는 트래픽이 IBP 또는 MMBP 모델을 따르는 하나의 호로부터 발생하는 경우에 큐 길이가 N이 될 확률을 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 추정하는 방법을 유도하였고 또한 M개의 호로부터 발생

하는 경우에도 큐 길이가 N이 될 확률을 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 근사적으로 추정하는 방법을 유도하였으며, 그 정확성을 시뮬레이션 결과와 비교 분석함으로써 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 추정한 결과가 매우 정확함을 알 수 있었다. 따라서 ATM 교환시스템의 성능을 중요샘플링 시뮬레이션에 의해 분석하는 것이 가능하리라 평가된다.

그러나 실제 ATM 교환시스템의 성능을 분석하기 위해서는 음성, 데이터, 비디오 트래픽 등이 혼합해서 들어오는 경우를 분석하는 것이 필요한데, 이와 같이 여러 형태의 트래픽이 혼합되는 경우에는 셀들의 도착간격시간의 모멘트 발생함수를 구하는 것이 매우 어려우므로 중요샘플링을 적용하는 것이 거의 불가능하다. 그러나 〈표 5〉와 〈표 6〉으로부터 입력 트래픽이 여러 호로부터 발생하는 경우 그중 일부분에 대해

서만 중요샘플링 시뮬레이션을 적용하더라도 매우 정확하게 큐 길이가  $N$ 이 될 확률을 추정할 수가 있음을 알 수 있으므로, 여러 종류의 트래픽이 혼합되는 경우에도 그중 IBP, MMBP 모델을 따르는 음성호에 대해서만 중요샘플링 시뮬레이션 기법을 적용하고 다른 호들은 원래의 트래픽 특성을 갖도록 입력되게 한 후 시뮬레이션을 수행함으로써 ATM 교환시스템의 성능을 분석할 수 있을 것이다.

그리고 중요샘플링 시뮬레이션을 적용하기 위한 변형된 확률분포는 정리 1과 같이 large deviation theory를 적용하여 구할 수도 있고, (4)식과 유사하게 표현되는  $E[(\xi - \bar{\xi})^2]$ 가 최소화되도록 stochastic gradient technique을 적용하여 구할 수도 있는 데 ([3]) 3.3절과 3.4절에서 제시한 방법에 의해서 근사적으로 변형된 확률분포를 구한 후, 이를 초기해로 사용하고 stochastic gradient technique을 적용하는 방법을 사용함으로써 변형된 확률분포를 구하는 시간을 절약할 수 있을 것이다.

본 연구에서는 하나의 ATM 교환시스템에서의 성능을 시뮬레이션에 의해 분석하는 방법만을 고려하였으나, B-ISDN은 여러 ATM 교환시스템이 연결된 큐잉 네트워크의 형태를 따르므로 B-ISDN의 성능을 시뮬레이션에 의해 분석하기 위해서는 향후 하나의 ATM 교환시스템에서 셀이 서비스 받은 후 떠나는 과정인 departure process에 대한 연구를 함으로서 B-ISDN망에 적용가능한 중요샘플링 시뮬레이션 기법을 연구하는 것이 필요할 것이다.

## 참 고 문 헌

- [1] M. Cottrel, J. C. Fort and G. Malgouyres, "Large Deviations and Rare Events in the Study of Stochastic Algorithms", IEEE Trans. on Auto. Cont., Vol. AC-28, No. 9, 1983.
- [2] V. Dijk, E. Aanen, H. van den Berg, and J. M. van Noortwijk, "Extrapolating ATM Simulation Results using Extreme Value Theory", ITC-13 Copenhagen, 1991, Proceedings "Queueing Performance and Control in ATM", North Holland.
- [3] M. Devetsikiotis, W. A. Al-qaq, J. A. Freebersyser and J. K. Townsend, "Stochastic Gradient Techniques for the Efficient Simulation of High Speed Networks using Important Sampling", In Proc. IEEE Global Telecom. Conf., GLOBECOM '93, Houston, Dec. 1993.
- [4] M. R. Frater, T. M. Lennon and B. D. O. Anderson, "Optimally Efficient Estimation of the Statistics of Rare Events in Queueing Networks", IEEE Trans. on Auto. Cont., Vol. 36, No. 12, Dec. 1991
- [5] P. W. Glynn and D. L. Iglehart, "Important Sampling for Stochastic Simulations", Management Science, Vol. 31, No. 11, Nov. 1989.
- [6] M. C. Jeruchim, "Techniques for Estimating the Bit Error Rate in the Simulation of Digital Communication Systems", IEEE JSAC, Vol. SAC-2, No.1, Jan. 1984.
- [7] R. O. Onvural, "Asynchronous Transfer Mode Techniques," Artech House, Inc.,

1994.

- [8] S. Parekh and J. Walland, "Quick Simulation Method for Excessive Backlogs in Networks and Queues", IEEE Tra. on Auto. Con., Vol. 34, No. 1, Jan. 1989. pp.887~896
- [9] S. P. Parekh. "Quick Simulation of Stationary Tail Probabilities at a Packet Switch", ITC 14, 1994.
- [10] J. S. Sadowski, "Large Deviations Theory and Efficient Simulation of Excessive Backlogs in a GI/GI/m Queue", IEEE Tran. on Auto. Con., Vol. 36, No. 12, Dec. 1991.
- [11] M. and J. Villen-Altamirano. "RESTART : A Method for Accerating Rare Events Simulation", ITC 13, Copenhagen, 1991.
- [12] 국광호, 이창호, "속산시물레이션에 의한 ATM 텔레트래픽 연구", ETRI 위탁연구 보고서, 1995.12.