

기대수익률과 주가변동성의 관계 연구

고광수*

A Study on the Relationship between expected stock return and volatility

Kwangsoo Ko*

Abstract

There have been many studies concerning the relationships between stock returns and volatilities. Their positive relationship is well known from the theoretical point of view, but not empirically shown. French, Schwert and Stambaugh [11] has empirically provided the indirect evidence of the positive relationship between expected stock return and expected volatility. However, their study lacks some statistical validity. This study reexamines the relationship using regression diagnostics and GARCH model from an international point of view. The empirical results fail to show the positive relationship between expected stock return and expected volatility, which contradicts those of French, Schwert and Stambaugh [1].

1. 서론

주식시장에서 주가수익률 (stock return)과 주가변동성 (stock return volatility) 사이에 양의 상관관계가 존재한다는 명제는 이론적으로 규명이 되어 왔다.¹⁾ Merton [18]의 연구는 탐색적

로 양자의 관계를 분석하였다. 그러나 실증적 입장에서 이를 뒷받침하는 연구는 매우 드물었다. Fama and French [7,8], Porterba and Summers [20], Schwert [21], Ball and Kothari [1], Ferson [9], Lee and Ohk [15], Bekaert and Harvey [2] 등은 주가수익률 및 주가변동성의 시간 변화성과 양자간의 관계를 살펴본 대

* 한국증권경제연구원 연구위원

1) 주가수익률이라는 의미에는 주가수익률 자체 뿐만 아니라 주가수익률에서 무위험수익률을 차감한 위험 프리미엄의 개념이 포함된다. 또한 주가수익률의 기대치를 의미하는지 비기대치를 의미하는지도 명확하지 않다. 한편, 주가변동성도 기대치를 의미하는지 비기대치를 의미하는지가 매우 모호한 경우도 많다. 그러나, 본 논문에서 관계를 규명하고자 하는 본질적 대상은 모두 사전적 (ex-ante) 기대치를 의미하며, 주가수익률도 위험 프리미엄을 의미한다.

표적 연구들이다. 이들의 연구는 나름대로 시간 변화의 증거를 제시하였으나 양자간의 관계를 명확히 규명하고 있지는 못하다.

최초로 기대수익률 (expected rate of return) 과 주가변동성의 관계를 명시적으로 분석한 것은 French, Schwert and Stambaugh ([11], 이하 FSS라고 함)의 연구였다. FSS [11]는 1928년부터 1984년까지 미국 시장의 57년간 장기 시계열 자료를 이용하여 위험 프리미엄으로 표현된 기대수익률과 주가변동성의 기대치 사이에 양의 상관관계가 있다고 주장하였다. 그들은 이 분야의 대표적인 학자로서 매우 포괄적인 실증 분석을 행하였다. ARIMA 모형을 이용하여 주가변동성을 기대치와 비기대치로 분리하였고 여기서 분리된 주가변동성을 이용하여 실증분석하였다. 또한 주가변동성의 시간 변화성과 기대수익률과의 관계를 GARCH-M 모형을 이용하여 보여주었다. 그러나, 그들의 연구는 기대수익률과 주가변동성의 양의 상관관계를 보여주기 위하여 간접적인 증거만을 제시하였기 때문에 결과에 의문이 제기된다. 또한 통계적 적절성에 있어서도 좀 더 자세한 관찰이 요구된다고 할 수 있다.

본 연구에서는 FSS [11]의 연구를 통계학적 의미에서 되돌아 보고, 국제 증권시장 자료를 이용한 실증 분석을 통하여 그들 결과의 문제점을 제시하고자 한다. 또한, 통계적 의미의 신뢰성을 살펴보기 위하여 회귀진단 방법을 이용하였다. 본 연구의 검증 기간은 1987년 10월의 주가 대폭락을 포함하고 있어서 회귀진단의 매우 좋은 실험 환경을 제공하여 주고 있다. 다음 장에서는 본 연구에 사용된 자료와 주가변동성 추출 과정에 대하여 설명하고자 한다. 제Ⅲ장에서는 기대수익률과 주가변동성의 관계를 국제 증권시장의 자료를 이용하여 심층적으로 분석한다. 제Ⅳ장에서는 GARCH-M 방법을 이용하여 제Ⅲ장에서 도출

된 결과의 신뢰성을 검토한다. 마지막으로 제Ⅴ장은 결과의 요약을 통하여 논문을 맺고자 한다.

2. 자료의 처리와 주가변동성

2.1. 자 료

이론적 분석 결과는 결과만으로도 그 의미를 가질 수도 있으나 실증적 뒷받침이 안된다면 결과의 의미는 크게 퇴색할 것이다. 기대수익률과 주가변동성의 관계도 이론적 결과가 실증적 의미를 가질 때 더욱 유용하게 이용될 수 있다. FSS [11]는 기대수익률과 주가변동성의 이론적 관계를 구체적으로 실증분석 하였다는 데 큰 의미가 있었다고 본다. 그러나 Levi [16]가 언급하였던 실증분석상의 문제점들이 그들의 연구에 남아있다고 할 수 있다. 실증 분석의 결과는 검증 기간과 국가에 크게 의존할 가능성이 크고, 이로 인하여 실제로 존재하지 않는 사실이 발견되도록 종용될 가능성이 있다는 것이다. 본 연구에서는 이러한 가능성을 배제하기 위하여 미국, 영국, 일본, 우리나라의 자료를 동시에 사용하고자 한다. 또한 실증분석 기간도 FSS [11]의 연구와는 다르게 1987년 10월 주가 대폭락을 포함하는 최근 18년간을 채택하였다.

자료의 출처는 Financial Times와 일간 경제신문을 참조하였다. 구체적인 자료의 성질이 <표 1>에 기술되어 있다. S&P 500 지수는 다우지수와 함께 가장 신뢰받는 미국의 대표적 주가지수와, Nikkei 225 지수와 Financial Times 30 지수도 가장 역사가 오래된 일본과 영국의 주가지수로 주식시장을 가장 잘 반영하는 지표로 유명하다. 우리나라의 종합주가지수는 우리나라의 짧은 증

〈표 1〉 주가지수 자료 요약²⁾

국명	주가지수	기간	주가지수의 특성
미국	S&P 500 지수	1977.1~1994.12	시가총액시
영국	Financail Times 30 지수	1977.1~1994.12	다우식
일본	Nikkei 225 지수	1977.1~1994.12	다우식
한국	종합주가지수	1977.1~1994.12	시가총액식

권시장의 역사 때문에 분석이 가능한 유일한 주
가지수라고 생각된다.

위의 주가지수로부터 주가수익률들이 다음과
같이 계산된다.³⁾

$$i\text{일의 주가수익률: } r_i = \frac{I_i^d - I_{i-1}^d}{I_{i-1}^d} \quad (1)$$

단, $I_i^d = i$ 일의 주가지수 증가

$$t\text{월의 주가수익률: } R_t = \frac{I_t^m - I_{t-1}^m}{I_{t-1}^m} \quad (2)$$

단, $I_t^m = t$ 월 마지막 날의 주가지수 증가

위에서 계산된 일별 주가수익률을 이용하여
월별 주가변동성을 다음과 같이 정의하였다.⁴⁾
이 정의는 표준편차의 정의와 매우 유사하다.

$$t\text{월의 주가변동성: } \sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_t} r_i^2 - N_t \cdot \bar{r}_t^2} \quad (3)$$

단, $\bar{r}_t = t$ 월의 일별수익률 평균

$N_t = t$ 월의 관찰 갯수

2.2. 주가변동성의 기대치 추출

위의 (3)식에 의해 계산된 주가변동성은 사후
적으로 인식된 값이라고 볼 수 있다. 이러한 사
후적 주가변동성으로부터 주가변동성의 기대치
를 추출하기 위해서는 통계적 모형이 요구된다.
FSS [11]의 경우는 다음과 같은 ARIMA(0,1,3)
를 이용하여 주가변동성의 기대치를 산출하였다.
모형의 적용 이전에 주가변동성을 로그 변환시
켰다.

$$\text{ARIMA}(0,1,3) \text{ 모형: } (1-L) \ln \sigma_t = \theta_0 +$$

$$(1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \theta_3 L^3) u_t \quad (4)$$

단, $u_t =$ 잔차항 (white noise)

〈표 2〉는 (3)식에 의해 추출된 주가변동성의
통계적 특성과 (4)식의 ARIMA(0,1,3) 모형 추
정 결과를 보여주고 있다. (4)식은 FSS [11]에
의한 주가변동성 기대치 추출 방법이다. (4)식에
의해 추정된 모형의 적합치 (fitted value)를 이
용하여 주가변동성의 기대치를 다음과 같이 얻

2) 주가지수의 특성에서 시가총액식이란 각 주식의 기준시점 시가총액 (=주가×총주식수)에 가중되는 주가지수로 가장 현실적인 지수라고 인정된다. 이에 비해 다우식 주가지수는 각 주식의 기준시점 주가로 가중되는 지수로 계산이 쉬운 전통적 방법이다.

3) 보통 주가지수로부터 주가수익률을 산출할 때 배당은 고려하지 않는다.

4) 여기에서의 정의는 Schwert (1989)에서와 같은 것으로 FSS (1987)의 주가변동성 정의와 약간 형태가 다르다. 그러나 결과는 거의 유사하여 실증분석에는 아무런 차이가 없음을 밝혀둔다. 단지, 본 연구에서의 주가변동성은 월별 평균 주가수익률을 반영하여 주식시장의 활황 또는 침체로부터 발생하는 주가변동성의 급변을 최소화시켜 준다.

을 수 있다.⁵⁾

고자 하였다. 월별 계절성이 고려된 AR(12) 모형은 다음과 같다.

주가변동성 기대 추정치:

$$\widehat{\sigma}_t = \exp[\widehat{\log \sigma}_t + 0.5\text{Var}(u_t)] \quad (5)$$

단, $\widehat{\log \sigma}_t = \text{ARIMA}(0,1,3)$ 추정치

$\text{Var}(u_t) =$ 잔차항의 분산

AR(12) 모형:

$$\sigma_t = \sum_{j=1}^{12} \delta_j D_{jt} + \sum_{j=1}^{12} \phi_j \sigma_{t-j} + u_t \quad (6)$$

단, $D_{jt} =$ t가 j월에 속하면 1, 아니면 0이 되는 더미 변수

한편, ARIMA(0,1,3) 추출 방법의 오류를 보완하기 위하여 Schwert [21]의 AR(12) 모형도 함께 사용하여 결과의 견강성 (robustness)을 높이

(6)식으로부터의 적합치가 주가변동성의 기대 추정치가 된다.

<표 2> 주가변동성의 시계열 특성과 ARIMA(0,1,3) 모형의 추정 결과

Panel A: 주가변동성의 시계열 특성							
$\sigma_t = \sqrt{\sum_{i=1}^{N_t} r_i^2 - N_t \cdot \bar{r}_t^2}$							
국명	평균	표준편차	첨도	왜도	최대	최소	자기상관
미국	0.0376	0.0207	196.84	39.16	0.2625	0.0150	0.3147
영국	0.0448	0.0171	66.68	19.70	0.1880	0.0196	0.3665
일본	0.0391	0.0273	22.70	14.01	0.1998	0.0104	0.6272
한국	0.0487	0.0242	8.45	7.40	0.1694	0.0127	0.3424
Panel B: 주가변동성의 ARIMA(0,1,3) 추정 결과							
$(1-L) \ln \sigma_t = \theta_0 + (1 - \theta_1 L - \theta_2 L^2 - \theta_3 L^3) u_t$							
국명	θ_0	θ_1	θ_2	θ_3	R^2		
미국	0.0003	0.7166	-0.1317	0.2213	0.2857		
	(0.09) ^a	(10.65)	(-1.59)	(3.27)			
영국	-0.0029	0.6470	0.2040	0.0643	0.2055		
	(-1.68)	(9.42)	(2.53)	(0.94)			
일본	0.0016	0.4588	0.1467	0.1427	0.5251		
	(0.23)	(6.73)	(1.97)	(2.08)			
한국	-0.0010	0.6283	0.0319	-0.0557	0.3035		
	(-0.09)	(9.14)	(0.39)	(-0.81)			

a) 괄호 안은 t-값을 나타낸다.

5) σ_t 가 로그정규분포를 한다고 가정할 경우 σ_t 의 추정치는 (5)식과 같다. 자세한 내용은 Mood, Graybill and Boes [19]의 117쪽을 참조하시오.

3. 기대수익률과 주가변동성의 관계

3.1. FSS [11]의 연구 재검토

FSS [11]의 연구는 기대수익률과 주가변동성의 관계를 계량경제학적 방법론을 이용하여 최초로 심층 분석하였다는 공헌이 인정된다고 하겠으나, 결과의 신뢰성에 있어서 다음과 같은 몇 가지 문제점들이 있다고 할 수 있다.

첫째로, 기대수익률과 비기대 주가변동성간의 음의 상관관계를 보여줌으로써 기대수익률과 주가변동성의 기대치 사이에 양의 상관관계가 존재한다고 주장하였으며 이를 간접적인 (indirect) 증거라고 하였다. 그들의 논리는 다음과 같다. 어떤 달에 주가변동성이 기대치보다 매우 커지면 (즉, 비기대 주가변동성이 매우 커지면) 향후 주가변동성의 기대치를 증가시킨다. 만약, 주가변동성의 기대치가 기대수익률과 양의 상관관계가 있다면, 주가변동성의 기대치 증가는 미래 현금흐름의 할인율을 증가시킬 것이다. 미래의 현금흐름이 불변이라면 할인율 증가는 현재의 주가를 하락시킬 것이다. 즉, 주가변동성의 기대치와 기대수익률 사이에 양의 관계가 존재한다면 비기대 주가변동성과 기대수익률 사이에는 음의 관계가 나타난다는 것이다. 이러한 그들의 논리는 모순성을 내포하고 있다. 만약 올바른 모형에 의해서 주가변동성의 기대치가 추출되었다면 그 기대치와 기대수익률 사이에도 양의 상관관계가 존재하여야만 한다. 양의 상관관계를 보이지 못하는 주가변동성 기대치는 모형의 타당성에 문제가 있으므로 이러한 모형으로부터 추출된 비기대 주가변동성도 올바르다고 할 수는 없다. 따라서, 비기대 주가변동성과 기대수익률간의 관계

를 분석하는 것 자체가 무의미하다고 볼 수 있다.

둘째, FSS [11]는 회귀 모형의 추정시 추정된 기대 주가변동성을 이용하는 가중최소자승법 (Weighted Least Squares)을 사용하였는데 이에는 오류가 발생할 가능성이 매우 크다. 가중최소자승법은 가중치의 사용에 매우 민감하여 가중치에 오류가 있을 경우 추정치 자체가 크게 왜곡될 수 있다. 만약, 그들이 추정한 기대 주가변동성이 회귀식의 이분산성을 제거해주지 못한다면 가중최소자승법의 사용은 계수의 방향과 크기 뿐만 아니라 t-값도 왜곡시킬 수 있다.

셋째, 그들의 연구에서는 표본 수가 너무 많아 통계적 유의성이 실제보다 더욱 강하게 나타날 수 있다. Lindley [17]에 의하면 정규분포가 아닌 경우 표본의 수가 늘어날수록 유의성은 더욱 더 작아져야 한다고 지적하였다. 즉, 표본의 수가 늘어날수록 t-값은 더욱 커지게 될 수 있음을 의미한다. 그들 연구의 경우 표본의 수가 월별 수익률 683개로 매우 많다고 볼 수 있다. 그러나 이러한 효과가 결과에 어느 정도의 영향을 미쳤는가는 알기 힘들다.

네째, 비기대 주가변동성의 극단치가 존재할 경우 이에 대한 영향이 기대수익률과의 음의 관계 형성에 기여했을 가능성이 크다. 1929년의 경우 주가의 대폭락이 있었다. 이 경우 모형에 의해 예견되지 못했던 사건이므로 비기대 주가변동성은 커졌을 것이고, 수익률은 음수가 되었을 것이다. 그 이외에도 비정상적 관찰치에 의해 결과는 쉽게 왜곡될 수 있다. 이러한 극단치의 존재는 비기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 음의 상관관계를 발생시킬 가능성이 높다.

다섯째, 주가변동성과 기대수익률의 추정 및 관계를 동시에 살펴보는 GARCH-M 모형의 경우 양자의 관계는 없는 것으로 나타났다. 즉,

GARCH-M 모형은 그들의 주장을 뒷받침하지 못하였다.

위와 같은 문제점들을 보완하기 위하여 본 연구에서는 최근의 4개국 자료를 이용하여 그들의 실증분석을 재검토하였다. 주가변동성 모형의 부적절성을 피하기 위하여 Schwert [21]의 AR (12) 모형도 함께 사용하였다. 특히, 위의 네 번째 문제점을 보완하기 위하여 회귀진단 (regression diagnostics) 방법을 사용하였다.

3.2. 기대수익률과 주가변동성의 관계

3.2.1. 국제 주식시장에서의 실증분석

기대수익률과 주가변동성의 관계를 알아보기 위하여, 먼저 FSS [11]의 연구에서 사용되었던 모형을 위에서 추출된 주가변동성에 적용하여 보았다. 수익률은 월별수익률에서 무위험수익률을 차감한 위험 프리미엄을 사용하였다. 독립변수인 기대 주가변동성은 (5)식 및 (6)식을 이용하였고, 비기대 주가변동성은 (3)식에서 계산된 주가변동성에서 기대 주가변동성을 차감하여 산출하였다.

$$\text{비기대 주가변동성: } \sigma_t^u = \sigma_t - \hat{\sigma}_t \quad (7)$$

위험 프리미엄을 기대 및 비기대 주가변동성에 회귀시키는 회귀방정식은 다음과 같다.

$$\text{모형 1: } R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \varepsilon_t \quad (8)$$

$$\text{모형 2: } R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \gamma \cdot \sigma_t^u + \varepsilon_t \quad (9)$$

단, R_{ft} : t월의 무위험수익률⁶⁾

$\hat{\sigma}_t$: 추정된 t월의 기대 주가변동성

σ_t^u : 비기대 주가변동성

위에서 종속변수는 위험 프리미엄이 된다. (8)식과 (9)식의 추정시에 발생하는 이분산성을 교정하기 위하여 White [22]의 교정법을 이용하여 t-값을 계산하였다. 앞에서도 언급하였듯이 회귀식의 추정시에 가중최소자승법을 사용하면 추정 결과가 가중치에 민감하여 왜곡될 가능성이 높다. 이러한 문제점을 해소하기 위하여 여기서는 White [22]의 방법을 사용하였는데 이 경우 계수 추정치는 최소자승법과 같고 t-값만 이분산성을 고려하여 바뀌게 된다.

〈표 3〉은 프리미엄으로 표시된 수익률에 주가변동성을 회귀분석한 결과이다. Panel A는 ARIMA(0,1,3) 모형에 의한 주가변동성을 이용한 것이고, Panel B는 AR(12) 모형에 의한 주가변동성을 이용한 결과를 보여주고 있다. 먼저, Panel A의 결과를 보자. 모형 1의 경우 4개국 모두 비유의적인 β 계수를 나타내고 있다. 비유의적인 β 계수 추정 결과는 기대수익률과 주가변동성 사이에 통계적으로 유의적인 관계가 없음을 보여주고 있다. 이는 FSS [11]의 결과와 같다고 볼 수 있다. 모형 2에서도 β 계수는 통계적으로 비유의적이다. 한편, 비기대 주가변동성과 기대수익률의 관계를 보여주는 γ 계수를 볼 때 미국은 매우 유의적인 음의 관계를 보여주고 있다. 이는 FSS [11]의 결론을 옹호하는 듯 보인다. 그러나, 다른 3개국의 경우는 음의 γ 계수가 추정되기는 하였으나 모두 통계적으로 비유의적이어서 그들의 추론을 뒷받침하지

6) 무위험수익률은 여러 가지가 있을 수 있으나 여기서는 30일 T-bill 이자율 (미국, 영국), 콜시장 이자율 (일본), 단기자금 이자율 (한국) 등을 이용하였다. 자료의 출처는 International Financial Statistics임을 밝혀둔다.

〈표 3〉 주가변동성의 위험 프리미엄에 대한 회귀분석

Panel A: ARIMA(0,1,3) 모형에 의한 주가변동성 이용 결과							
모형 1: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \epsilon_t$							
모형 2: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \gamma \cdot \sigma_t^u + \epsilon_t$							
국명	모형 1		모형 2			R ²	Durbin-Watson
	α	β	α	β	γ		
미국	-0.0123 (-0.99) ^a	0.3826 (1.13)	-0.0091 (-0.71)	0.2984 (0.786)	-0.7755 (-3.57)*	0.1212	2.14
영국	0.0076 (0.36)	-0.1483 (-0.32)	0.0169 (0.82)	-0.3619 (-0.77)	-0.7539 (-1.42)	0.0463	2.08
일본	0.0099 (1.16)	-0.1691 (-0.66)	0.0116 (1.26)	-0.2177 (-0.78)	-0.4604 (-1.45)	0.0359	2.21
한국	-0.0030 (-0.27)	0.0837 (0.35)	0.0001 (0.01)	0.0150 (0.06)	-0.2098 (-0.76)	0.0048	2.01
Panel B: AR(12) 모형에 의한 주가변동성 이용 결과							
모형 1: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \epsilon_t$							
모형 2: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \gamma \cdot \sigma_t^u + \epsilon_t$							
국명	모형 1		모형 2			R ²	Durbin-Watson
	α	β	α	β	γ		
미국	0.0063 (0.41)	-0.0989 (-0.23)	0.0063 (0.47)	-0.0989 (-0.27)	-0.7805 (-3.11)*	0.1016	2.08
영국	0.0281 (1.31)	-0.6272 (-1.23)	0.0281 (1.45)	-0.6272 (-1.38)	-0.7857 (-1.36)	0.0506	2.08
일본	0.0106 (1.02)	-0.1729 (-0.58)	0.0106 (0.98)	-0.1729 (-0.55)	-0.5174 (-1.66)	0.0404	2.22
한국	0.0087 (0.55)	-0.1653 (-0.49)	0.0087 (0.55)	-0.1653 (-0.49)	-0.0522 (-0.16)	0.0015	2.02

a) 괄호 안은 t-값을 나타낸다. *는 5% 유의수준에서 통계적으로 유의적임을 의미한다.

못하고 있다. 영국과 일본의 경우는 다소 음의 관계가 있는 듯 보이기도 하나 통계적 유의성은 없다고 볼 수 있다.⁷⁾ 모형의 설명력 측면에서도 미국만이 12.12%로 10%보다 크지만 다른 3개국

은 모두 5% 이하의 매우 낮은 설명력을 보여주고 있다. 우리나라의 경우는 1%에도 미달하여 주가변동성이 위험 프리미엄을 전혀 설명하지 못하고 있음을 알 수 있다.

7) 여기에 최소자승추정에 의한 t-값은 보고되지 않았으나 그에 의하면 영국과 일본도 매우 유의적인 음의 값을 보여 주었다. 따라서, 〈표 3〉에서의 회귀식은 이분산성에 의해 크게 영향을 받고 있음을 알 수 있다.

Panel 2의 경우도 Panel 1과 거의 유사하다고 할 수 있다. 모형 1의 β 계수는 4개국 모두 음수로 비유의적이었다. 모형 2에서도 β 계수는 모두 비유의적이고, 미국만이 역시 통계적으로 유의적인 음의 γ 계수가 추정되었다. 모형의 설명력 측면에서도 Panel 1과 비슷한 결과가 나타났다.

이러한 결과로부터 유추해 볼 때 FSS [11]의 추론과 일치하는 것은 미국 뿐이라고 할 수 있다. 즉, 미국만이 그들이 주장한 대로 비기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 통계적으로 유의적인 음의 관계가 있어서 이것이 기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 양의 관계가 있다는 간접적 증거가 될 수 있다는 것이다. 영국과 일본의 경우는 그들의 추론에 맞추어 설명되지는 않지만 비기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 음의 관계가 우리나라의 경우보다는 잘 나타나고 있다. 이러한 결과의 도출은 앞에서도 설명하였듯이 비정상적인 관찰치의 영향일 가능성이 크다. 1987년 10월의 주가 대폭락 사태가 그러한 비정상적 관찰치로 가장 의심이 간다고 본다. 만약, 그러한 추론이 맞다면 주가 대폭락의 영향을 받지 않은 우리나라의 경우는 다른 결과를 보여줄 것이기 때문이다. 또한, 1987년 10월 주가대폭락의 영향이 <표 3>의 결과에 큰 영향을 미쳤다면 미국의 결과도 기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 양의 관계가 있다는 간접적 증거로 받아들여지기는 어려울 것이다.

3.2.2. 회귀진단에 의한 극단치 영향 분석

회귀분석에 의한 결과는 극단치에 의하여 영향을 받을 가능성이 있다. 즉, 극단치의 존재가

추정치에 매우 큰 영향을 미쳐서 존재하지 않는 경제 현상이 유추될 가능성이 크다는 것이다. 기대수익률과 주가변동성의 관계에서도 그러한 영향이 있을 수 있다. 재미있게도 위에서 분석된 기간이 하나의 비정상적인 관찰치를 포함하고 있다. 1987년 10월 19일은 '암흑의 월요일(Black Monday)'이라고 불리는 주가 대폭락일로 전세계적인 동조 현상이 나타났었다. 물론 자본 시장이 개방되어 있는 국가들에 공통적으로 나타난 현상이므로 우리나라에는 영향이 거의 없었으나 미국, 영국, 일본의 경우는 동조 현상이 심하게 나타났었다.⁸⁾ 10월 19일을 전후로 주가의 큰 하락이 발생하였기 때문에 1987년 10월의 수익률은 크게 떨어졌고, 주가변동성 또한 비정상적으로 커졌다. (3)식에 의해 계산된 1987년 10월의 사후적 주가변동성은 매우 커지는 것이 당연하나 기대 주가변동성은 1987년 9월까지의 자료를 이용하여 추정되므로 커질 이유가 전혀 없다. 따라서, (7)식에 의해 계산되는 비기대 주가변동성은 매우 크게 나타날 수 밖에 없다. 이에 회귀진단의 필요성이 있다. 비정상적인 음의 수익률과 비정상적인 양의 비기대 주가변동성의 영향은 (9)식의 회귀방정식을 크게 왜곡시킬 가능성이 있다.⁹⁾ 회귀진단은 이러한 영향력을 탐색하여 회귀분석의 올바른 결론을 내리도록 도와준다. 회귀진단의 장점은 추가적인 회귀식의 추정 없이도 각 관찰치의 추정치에 영향을 알기 쉽게 보여줄 수 있다는 것이다.

먼저, 각 관찰치의 영향력을 보여주는 회귀진단의 몇 가지 척도 중에서 독립변수만을 고려하는 레버리지 (leverage)부터 살펴보자. N개의 관찰치와 p개의 독립변수를 가지는 일반적인 회귀

8) 우리나라의 주식시장은 1993년부터 개방되기 시작하였고 1997년 2월 현재도 부분적인 개방에 머물러 있다. 따라서, 1987년 당시에 우리나라의 주식시장 상황은 다른 나라와 동조될 경제적 이유가 거의 없었다.

9) 한편, 기대 주가변동성은 큰 변화가 없었으므로 회귀계수 추정치에 있어 큰 영향이 있기 어렵다.

모형 ($Y = X\beta + \epsilon$)을 고려할 때, i 번째 관찰치의 레버리지는 다음과 같이 계산될 수 있다.¹⁰⁾

i 번째 관찰치의 레버리지:

$$h_i = x_i(X^t X)^{-1}x_i^t \quad (10)$$

단, x_i = 독립변수 행렬에서 i 번째 행벡터
 t = 벡터나 행렬의 전치 (transpose)
 를 나타내는 윗첨자

보통, 레버리지가 평균의 2배 내지 3배가 넘는 경우 극단치로서의 가능성이 있다고 보여져 추가적인 분석이 요구된다고 한다. 따라서, 레버리지가 $2p/N$ 또는 $3p/N$ 보다 큰 관찰치는 추가적인 분석이 요구된다고 할 수 있다.¹¹⁾

레버리지가 독립변수의 크기에만 의존한 척도임에 반하여 스튜던트화된 잔차 (studentized residual: R-Student)는 종속변수도 함께 고려한다. 이는 i 번째 관찰치를 제외하고 계산된 분산 추정치를 이용하여 i 번째 잔차를 스튜던트화 한 것이다.

스튜던트화된 잔차:

$$t_i = \frac{e_i}{s(i)\sqrt{1-h_i}} \quad (11)$$

단, e_i = i 번째 잔차

$s(i)$ = i 번째 관찰치 없이 추정된 잔차의 표준편차¹²⁾

스튜던트화된 잔차인 t_i 는 자유도 $(N-p-1)$ 의 t -분포를 따른다.¹³⁾ 따라서, 어떤 관찰치의 t_i 값이 t -분포의 임계치를 넘는다면 영향력이 큰 관찰치라고 할 수 있다.

스튜던트화된 잔차인 t_i 가 잔차항에 나타난 관찰치의 영향력을 보여준다면 다음의 척도인 DFBETA는 계수 추정치에의 영향을 보여준다. DFBETA는 전체 관찰치로부터 추정된 계수 벡터에서 i 번째 관찰치 없이 추정된 계수 벡터를 차감하여 얻어진다.

계수 추정치에의 영향:

$$DFBETA_i = \hat{\beta} - \hat{\beta}(i) = \frac{(X^t X)^{-1}x_i^t e_i}{(1-h_i)} \quad (12)$$

단, $\hat{\beta}(i)$ = i 번째 관찰치 없이 추정된 계수 추정치 벡터

결국 DFBETA는 관찰치의 영향에 의한 절대적인 계수 변화분 벡터를 말한다. 이 계수 변화분이 과연 큰 것인지 작은 것인지를 여부는 $\hat{\beta}_i$ 의 분산에 의해 결정될 수 있다. Belsley, Kuh and Welsch [3]는 다음과 같은 척도를 제안하여 계수 변화분의 정도를 판단하도록 하였다.

조정된 계수 변화분:

$$DFBETAS_{ij} = \frac{[\hat{\beta}_i - \hat{\beta}_i(i)]}{s(i)\sqrt{c_{ij}}} \quad (13)$$

10) 상수항도 독립변수에 포함되었다.

11) 레버리지의 합계는 추정하는 계수의 갯수와 같다. 따라서, 여기서는 3이 되고 레버리지의 평균은 $3/N$ 이 된다.

12) $s^2(i)$ 는 i 번째 관찰치를 제외하고 다시 추정하지 않아도 된다. 모든 관찰치를 이용한 분산 추정치인 s^2 으로부터 쉽게 유도된다.

$$s(i) = \sqrt{\frac{(N-p)s^2 - \frac{e_i^2}{1-h_i}}{N-p-1}}$$

13) 그러나 t_i 값들은 상호 종속적이다.

단, $c_{jj} = (X^t X)^{-1}$ 의 j 번째 대각선 원소

DFBETAS의 영향력 정도를 판단하기 위해서도 기준이 필요하다. Belsley, Kuh and Welsch [3]는 그 기준으로 $2/\sqrt{N}$ 을 제시하였다. 즉, DFBETA가 $2/\sqrt{N}$ 을 초과하면 영향력이 크다고 할 수 있다.

마지막 회귀진단의 척도로는 적합치 (fitted value)의 변화분을 들 수 있다. 이는 전체 관찰치로부터 추정된 적합치에서 i 번째 관찰치 없이 추정된 적합치를 차감하여 얻어진다. (12)식에 x_i 를 곱하면 다음의 적합치 변화분을 구할 수 있다.

$$\begin{aligned} \text{적합치 변화분: } DFFIT_i &= \hat{y}_i - \widehat{y}_i(i) \\ &= x_i[\hat{\beta} - x_i\widehat{\beta}(i)] = \frac{h_i e_i}{(1-h_i)} \quad (14) \end{aligned}$$

단, $\widehat{y}_i(i)$ = i 번째 관찰치 없이 추정된 계수를 이용한 i 번째 적합치

이를 적합치의 표준편차인 $s(i)/\sqrt{h_i}$ 로 표준화하면 다음의 조정된 적합치 변화분을 얻을 수 있다.

조정된 적합치 변화분:

$$DFFITS_i = \sqrt{h_i/(1-h_i)} \cdot t_i \quad (15)$$

(11)식에서 볼 때 h_i 와 t_i 가 크면 클수록 i 번째 관찰치의 영향력은 더 커진다고 할 수 있다. Belsley, Kuh and Welsch [3]에 의하면 DFFIT에 대한 판단의 지표로 $2\sqrt{p/N}$ 이 추천

되었다. 이러한 회귀진단은 어떤 관찰치를 제외하고 다시 회귀식을 추정할 필요가 없이 한 번의 회귀식 추정만으로 모든 척도의 계산이 가능하다는 장점이 있다.

이제부터는 이들을 이용하여 (9)식에 대해 회귀진단을 하기로 하자. (10)~(15)식의 척도들을 212개의 관찰치를 대상으로 모두 계산한 결과 1987년 10월의 관찰치는 예상했던 대로 미국 및 영국의 추정 결과에 가장 큰 영향을 미쳤다. 우리나라의 경우에는 전혀 영향이 없었고 일본의 경우에는 그 영향이 있기는 했으나 미국 및 영국에 비하여 그리 크지 않았다. 앞의 결과에서 미국의 경우 추가 분석이 요구되므로 <표 4>에는 1987년 10월 관찰치의 회귀진단 결과를 정리하였다.

Panel A는 ARIMA(0,1,3) 모형에 의한 주가 변동성을 이용한 것이고, Panel B는 AR(12) 모형에 의한 주가변동성을 이용한 결과를 보여주고 있다. 먼저, Panel A의 결과를 보자. 독립변수로만 계산되는 레버리지로 볼 때 미국, 영국은 1987년 10월의 영향이 매우 크고, 일본의 경우도 비교적 커서 판단의 임계치인 0.0425를 모두 크게 상회하고 있다.¹⁴⁾ 그러나 우리나라는 매우 작은 레버리지를 나타내어 전혀 영향이 없음을 쉽게 알 수 있다. 종속변수도 함께 고려된 R-Student에서도 미국과 영국은 1987년 10월의 관찰치가 t -분포상 매우 유의적인 음수임을 알 수 있다. 이는 잔차의 절대 크기가 극단적으로 커진 것에 기인하므로 1987년 10월의 관찰치는 극단치의 성질을 가지고 있음을 보여준다. 그러나, 일본은 R-Student에서도 큰 영향을 찾아볼 수 없고 우리나라는 전혀 영향이 없다.

이러한 영향은 계수 추정치의 변화분인

14) 이의 계산을 위해서 $3p/N$ 을 이용하였다.

DFBETA에서도 쉽게 확인된다. 미국과 영국의 경우 β 계수에서는 그다지 큰 변화가 없으나 γ 계수에서의 변화는 매우 커서 1987년 10월의 관찰치가 <표 3>에서의 계수 추정치에 얼마나 영향이 있었는가를 보여주고 있다. 미국의 DFBETA γ 는 -0.4784로 만약 1987년 10월의 관찰치를 제외하고 추정하였다면 γ 계수는 -0.2971 (= -0.7755+0.4784)이 되었을 것이다. 이로부터 <표 3>에 있어서 미국의 결과는 극단치에 의한 영향이었다고 결론지을 수 있다. 영국도 -0.7876이라는 DFBETA γ 를 보여주어 극단치인 1987년 10월의 관찰치가 없었다면 γ 계수도 양수로 추정되었을 것이다. 이러한 크기 변화를 DFBETAS γ 로 평가해 볼 때 미국과 영국은

모두 임계치 0.1374를 크게 상회한다.¹⁵⁾ 적합치의 변화분을 말해주는 DFFIT과 DFFITS도 이러한 증거들을 모두 확인시켜주고 있다. 미국과 영국은 각각 -5.3899와 -4.5246의 DFFITS를 나타내어 임계치인 0.2380보다 매우 크다.¹⁶⁾ 이러한 사실은 앞에서 분석된 비기대 주가변동성과 기대수익률 사이의 관계는 극단치에 의해서 유도되었으며, 만약 극단치가 존재하지 않았다면 그러한 관계가 없었음을 의미한다.

일본의 경우는 1987년 10월 관찰치의 DFBETAS γ 가 -0.14로 임계치 0.1374보다 약간 크고 DFFITS도 -0.5516으로 임계치인 0.2380보다 다소 크기는 하나 γ 계수 자체가 통계적으로 비유의적이었으므로 큰 영향이 있었다고 보

<표 4> 회귀진단 결과: 1987년 10월 관찰치의 경우

Panel A: ARIMA(0,1,3) 모형에 의한 주가변동성 이용 결과								
모형: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \gamma \cdot \sigma_t^u + \epsilon_t$								
국명	DFBETA				DFBETAS		DFFIT	DFFITS
	레버리지	R-Student	β	γ	β	γ		
미국	0.6305	-4.1261	-0.1311	-0.4784	-0.06	-0.89	-0.1050	-5.3899
영국	0.4157	-5.3641	-0.1238	-0.7876	-0.03	-0.79	-0.1179	-4.5246
일본	0.2382	-0.9862	-0.0198	-0.0830	-0.03	-0.14	-0.0124	-0.5516
한국	0.0120	0.5361	0.0092	-0.0046	0.01	-0.01	0.0004	0.0592
Panel B: AR(12) 모형에 의한 주가변동성 이용 결과								
모형: $R_t - R_{ft} = \alpha + \beta \cdot \hat{\sigma}_t + \gamma \cdot \sigma_t^u + \epsilon_t$								
국명	DFBETA				DFBETAS		DFFIT	DFFITS
	레버리지	R-Student	β	γ	β	γ		
미국	0.6266	-4.6284	-0.2239	-0.5725	-0.13	-0.90	-0.1191	-5.9953
영국	0.4124	-5.3228	-0.2826	-0.8535	-0.08	-0.69	-0.1157	-4.4596
일본	0.2146	-0.9224	-0.0223	-0.0760	-0.03	-0.12	-0.0106	-0.4822
한국	0.0176	0.6337	0.0176	-0.0119	0.01	-0.01	0.0008	0.0849

14) 이의 계산을 위해서 3p/N을 이용하였다.

15) 이의 계산을 위하여 $2/\sqrt{N}$ 을 이용하였다. 회귀진단 속도의 값은 모두 절댓값으로 인식하여 임계치와 비교하면 된다.

16) 이의 계산을 위해서 $2\sqrt{p/N}$ 를 사용하였다.

기는 어렵다. 이는 또 다른 측면에서 그 이유를 찾을 수 있다. <표 2>에서 일본 주가변동성의 표준편차는 2.73%로 가장 높은 편이었다. 이는 상대적으로 주가변동성의 변화가 더 컸음을 의미한다. 사실 1990년대 들어 일본 주식시장의 침체로 말미암아 주가변동성이 1987년 10월에 버금가는 달이 몇 번 있었다. 따라서, 1987년 10월의 주가변동성에 상응하는 다른 관찰치가 존재하여 그 영향을 상쇄시켰다고 볼 수 있다. 우리나라의 경우는 1987년 10월 관찰치의 영향이 전혀 나타나지 않았음을 여러 회귀진단 지표로부터 쉽게 알 수 있다. Panel B의 결과는 Panel A의 결과와 거의 유사하여 주가변동성 추출 모형이 회귀진단 결과에 거의 영향이 없었다고 할 수 있다.

4. GARCH-M 모형과 기대수익률

앞에서 분석된 결과에 의하면 실증적인 측면에서 볼 때 주가변동성과 기대수익률간에는 큰 관계가 없었음을 알 수 있었다. FSS [11]의 연구에서와는 달리 지난 18년간 동안에는 주가변동성과 기대수익률간의 관계는 거의 없었던 것으로 나타났다. 미국의 경우 양의 기대수익률과 비기대 주가변동성 사이에 유의적인 음의 관계가 관찰되기도 하였으나 이 역시 1987년 10월의 주가 대폭락에 기인한 극단치의 영향이었음을 알 수 있었다.

이제부터는 앞에서 분석되었던 결과를 Engle [6]과 Bollerslev [4] 등에 의해서 개발된 Generalized

Autoregressive Conditional Heteroscedasticity (이하 GARCH라 함) 모형을 이용하여 확인해보고자 한다. GARCH 모형 자체는 분산으로 표현된 변동성이 前期 殘差의 제곱과 前期 變動性의 합수로 표현된다는 것이다. 이는 시간에 따라 변하는 변동성을 모형화하는데 많이 사용되고 있다. 이러한 GARCH 모형의 수익률 회귀식에 설명변수로서 표준편차를 포함시켜 새로이 모형화하면 GARCH in Mean (이하 GARCH-M이라 함) 모형이 된다. 이를 수식으로 표현하면 (16), (17)식이 된다.

$$\text{수익률 회귀식: } (R_t - R_{ft}) = \alpha + \beta \sigma_t + \varepsilon_t \quad (16)$$

$$\text{변동성 방정식: } \sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \delta_2 \sigma_{t-1}^2 \quad (17)$$

여기서 우리가 관심이 있는 계수는 β 값이라고 할 수 있다. 만약 FSS [11]가 주장한대로 기대수익률과 기대 주가변동성 사이에 양의 관계가 존재한다면 β 값은 유의적인 양의 값이 추정되어야 한다. GARCH 모형에서는 극단치의 영향이 비교적 크지 않으므로 극단적 관찰치에 대한 더 이상의 분석이 요구되지는 않는다고 본다. 또한 변동성 방정식에서 추정되는 주가변동성 자체도 기대치의 의미를 가지고 있으므로 비기대 주가변동성으로 인한 효과도 없다고 볼 수 있다.

GARCH 모형의 추정은 널리 사용되고 있는 BHHH 방법을 이용하였다. <표 5>는 GARCH (1,1)-M 모형의 추정 결과를 보여주고 있다.¹⁷⁾

17) GARCH 모형에서 전기 잔차와 전기 변동성의 차수를 각각 1로 준 이유는 일반적으로 주가수익률 분석시에 GARCH(1,1) 모형이 주가변동성을 충분히 포착한다는 기존의 연구에 기반을 두었다. 여기에서도 GARCH(1,1)은 주가변동성을 포착하는데 충분한 설명력이 있었고, 미국과 영국의 경우에는 전기 잔차의 영향을 삭제하여도 아무 상관이 없었다.

〈표 5〉 GARCH-M 모형의 적용 결과

GARCH(1,1)-M 모형: $(R_t - R_{ft}) = \alpha + \beta\sigma_t + \varepsilon_t$					
$\sigma_t^2 = \delta_0 + \delta_1\varepsilon_{t-1}^2 + \delta_2\sigma_{t-1}^2$					
국명	α	β	δ_0	δ_1	δ_2
미국	-0.0322	0.8019	0.0002	0.0191	0.8978
	(-1.08) ^a	(1.16)	(1.99)*	(0.58)	(16.44)*
영국	0.0574	-1.0223	0.0004	0.0103	0.8485
	(1.13)	(-1.09)	(1.68)	(0.40)	(9.29)*
일본	0.0020	0.0846	0.0001	0.2646	0.7207
	(0.32)	(0.48)	(2.66)*	(3.20)*	(11.37)*
한국	0.0091	-0.1277	0.0002	0.1177	0.8404
	(1.01)	(-0.74)	(2.41)*	(2.48)*	(18.34)*

a) 괄호 안은 t-값을 나타낸다. *는 5% 유의수준에서 통계적으로 유의적임을 의미한다.

먼저, 변동성 방정식에서 전기 변동성의 계수인 δ_2 를 보자. 4개국 모두 매우 유의적인 양수의 계수를 보여주고 있다. 이는 변동성 측정에 있어서 강한 자기상관 경향이 있음을 보여준다. 전기 잔차의 제곱은 일본과 한국의 경우는 양수로 유의적이나 미국과 영국은 비유의적인 것으로 보아 GARCH(0,1) 모형이 더 적합한 것으로 보인다.¹⁸⁾ 전체적으로 GARCH 모형은 변동성의 시간 변화성을 잘 포착한다고 보여진다.

이제 수익률 회귀식의 계수인 β 를 살펴보자. FSS [11]의 결론대로 기대수익률과 기대 주가 변동성 사이에 양의 관계가 존재한다면 β 는 유의적인 양수가 추정되어야 한다. 미국과 일본의 경우는 양수가 추정되기는 하였으나 비유의적이다. 그러나, 영국과 한국은 음의 계수를 보여줌으로써 기대수익률과 기대 주가변동성간의 양의

관계를 전혀 보여주지 못하고 있다. 이는 FSS 〈표 5〉 GARCH-M 모형의 적용 결과[11]의 주장을 반박하는 결과이자 앞에서 분석된 결과를 확인시켜 주고 있다.¹⁹⁾ 만약 이 결과에 오류가 있었다면 그것은 모형 설계 (model specification)에 문제가 있을 수 있다. FSS [11]에서도 모형 설계에 있어서의 오류 가능성이 있을 수 있음을 지적하였다. 그러나, 앞에서의 여러 가지 분석 결과 등을 함께 고려해 볼 때 모형 설계상의 오류 가능성에도 불구하고 실증적으로 기대수익률과 기대 주가변동성 사이에 양의 관계가 존재한다고 할 수는 없다.

18) GARCH(0,1) 모형도 추정하여 보았으나 그 결과도 GARCH(1,1) 모형과 거의 비슷하였다.

19) 물론, 이러한 결과가 이론적 입장에서 기대수익률과 기대 주가변동성 사이에 양의 관계를 부정하는 것은 아니다. 단지, 실증적 입장에서 추정된 기대 주가변동성과 기대수익률 사이에 유의적인 양의 관계가 있다고 볼 수는 없다는 것이다.

5. 결 론

FSS [11]는 기대수익률과 비기대 주가변동성 간의 음의 상관관계를 보여줌으로써 기대수익률과 주가변동성의 기대치 사이에 양의 상관관계가 존재한다고 주장하였으며 이를 간접적인(indirect) 증거라고 하였다. 그러나 그들의 연구에서는 몇 가지 통계적 문제점들이 남아있다. 여기서는 FSS [11]의 연구 결과를 국제 주식시장의 자료를 이용하여 재검토하여 보았다. 미국, 영국, 일본, 한국의 4개국 자료를 이용하여 그들의 연구를 확장시켰고, 주가변동성 추출 모형을 추가하여 결과의 건강성(robustness)을 높였다. 또한, 극단치의 영향을 분석하기 위하여 회귀진단 모형을 도입하였고, GARCH-M 모형으로 앞서 분석된 결과를 확인하여 보았다.

이로부터 기대수익률과 기대 주가변동성 사이에 이론적인 양의 관계가 존재한다 할지라도 아직 실증적으로는 이를 뒷받침할 실증적 근거가 없음을 보여주었다. 이러한 결과가 재무적 측면에서 제시하는 바는 앞으로 주가변동성을 좀더 정확히 측정할 수 있는 모형의 개발에 있다고 하겠다. 올바른 주가변동성 모형의 개발은 금융 파생상품 가격결정에 가장 중요한 역할을 한다는 점에서도 의미가 크다고 하겠다. 한편, 금융 파생상품의 가격으로부터 산출되는 내재적변동성을 이용하여 주가변동성의 기대치를 계산하고 이를 이용하여 비기대 주가변동성을 산출하여 주가수익률과의 관계를 분석하는 것도 향후 연구로서 가능하다고 본다.

참 고 문 헌

- [1] Ball, Ray and S.P. Kothari, 1989, Nonstationary Expected Returns: Implications for Tsts of Market Efficiency and Serial Correlations in Returns, *Journal of Financial Economics*, Vol. 25, 51-74.
- [2] Bekaert, Geert and C. R. Harvey, 1997, Emerging Equity Market Volatility, *Journal of Financial Economics*, 29-97.
- [3] Belsley, D.A., E. Kuh and R.E. Welsch, 1980, *Regression Diagnostics: Identifying Data and Sources of Collinearity*, John Wiley & Sons
- [4] Bollerslev, Tim, 1986, Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity, *Journal of Econometrics*, Vol. 31, 307-328.
- [5] Conrad, J. and G. Kaul, 1988, Time-Variation in Expected Returns, *Journal of Business* 61, 409-425.
- [6] Engle, Robert F., 1982, Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation, *Econometrica*, Vol. 50, 987-1008.
- [7] Fama, E.F., and K.R. French, 1988, Permanent and Temporary Components of Stock Prices, *Journal of Political Economy* 96, 246-273.
- [8] Fama, E.F. and K.R. French, 1989, Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds, Working paper #220, University of Chicago.

- [9] Ferson, W.E., 1989, Changes in Expected Security Returns, Risk, and the Level of Interest Rates, *Journal of Finance* 44, 1191- 1218.
- [10] Ferson, W.E. and C.R. Harvey, 1989, Time Variation of Economic Risk Premiums, Working paper, University of Chicago and Duke University.
- [11] French, K.R., G.W. Schwert and R.F. Stambaugh, 1987, Expected Returns and Stock Market Volatility, *Journal of Financial Economics* 19, 3-30.
- [12] Gibbons, D.I. and G.C. McDonald, 1987, The Complementary Use of Regression Diagnostics and Robust Estimators, *Naval Research Logistics*, Vol. 34, 109-131.
- [13] Harris, L., 1989, S&P 500 Cash Stock Volatilities, *Journal of Finance* 44, 1155-1176.
- [14] Hsieh, D.A. and M.H. Miller, 1990, Margin Regulation and Stock Market Volatility, *Journal of finance* 45, 3-30.
- [15] Lee, Sang-Bin and Ki-Yool Ohk, 1990, Time-Varying Volatilities and Stock Market Returns: International Evidence, *Pacific-Basin Capital Market Research*, Vol. II.
- [16] Levi, M., 1988, Weekend effects in Stock Market Returns: An Overview, in *Stock Market Anomalies*, edited by Elroy Dimson, 43-51.
- [17] Lindley, D.V., A Statistical Paradox, *Biometrika*, 1957, pp.187-192.
- [18] Merton, Robert C., 1980, On Estimating the Expected Return on the Market: An Exploratory Investigation, *Journal of Financial Economics*, Vol. 8, 323-361.
- [19] Poterba, J.M. and L.H. Summers, 1986, The Persistence of Volatility and Stock Market Fluctuations, *American Economic Review*, Vol. 76, 1142-1151.
- [20] Poterba, J.M. and L.H. Summers, 1988, Mean Reversion in Stock Prices: Evidence and Implications, *Journal of Financial Economics* 22, 27-59.
- [21] Schwert, G.W., 1989, Why Does Stock Market Volatility Change over Time?, *Journal of Finance* 44, 1115-1153.
- [22] White, Halbert, 1980, A Heteroskedasticity-Consistent Covariance Matrix Estimator and a Direct Test for Heteroskedasticity, *Econometrica*, Vol. 48, 817-830.