韓國經營科學會誌
第22卷 第2號
1997年 6月

연속적인 최대-최소 연결비율 문제: 회선망에서의 공정성 및 효율성을 보장하는 경로설정*

박구현** · 우재현**

Successive Max-min Connection-Ratio Problem: Routing with Fairness and Efficiency in Circuit Telecommunication Networks*

Koohyun Park** · Jae-Hyun Woo**

Abstract

This paper considers a new routing problem, successive max-min connection ratio problem(SMCRP), arised in circuit telecommunication networks such as SONET and WDM optical transport network. An optimization model for SMCRP is established based on link-flow formulation. It's first optimization process is an integral version of maximum concurrent flow problem. Integer condition does not give the same connection-ratio of each node-pair at an optimal solution any more. It is also an integral multi-commodity flow problem with fairness restriction. In order to guarantee fairness to every node-pair the minimum of connection ratios to demand is maximized.

NP-hardness of SMCRP is proved and a heuristic algorithm with polynomial-time bound is developed for the problem. Augmenting path and rerouting flow are used for the algorithm. The heuristic algorithm is implemented and tested for networks of different sizes. The results are compared with those given by GAMS/OSL, a popular commercial solver for integer programming problem.

* 본 논문은 정보통신부 대학기초연구지원사업(과제관리번호: 96184-CT-I1)의 지원금에 의해 수행되었음
** 홍익대학교 산업공학과

1. 서 론

통신망에서 제기되는 네트워크 경로 문제를 소개하고 문제의 해법을 제시하고자 한다. 무방향 네트워크(undirected network)에서 노드쌍별 연결 수요가 주어질 때 수요 대비 최소 연결비율을 최대화시키는 문제를 최소 연결비율 최대화 문제(MCRP: Maxi-mim Connection Ratio Problem)라고 정의한다. 네트워크에서 k번째 노드쌍의 연결 수요를 t_k라고 할 때, 전체 노드쌍 $(k=1,2,\ldots,S)$에 대해 결정변수 r_k를 k번째 노드쌍의 연결수라고 하면 MCRP는 주어진 네트워크의 링크용량 범위 내에서 $\min\{\frac{r_k}{t_k} | k=1,\ldots,S\}$을 최대화시키는 연결경로 및 경로 할당 연결수를 결정하는 문제이다. MCRP는 노드쌍별 연결수의 합을 단순히 최대화하는 것이 아니라 노드쌍간의 공정한 연결정도를 가능한 유지하도록 경로 할당을 하겠다는 것이다. 그러나 최소 연결비율을 갖는 노드쌍에 대해서 더 이상 연결을 증가시킬 수 없다면 허용된 네트워크 용량에서 두 번째 적은 연결비율을 갖는 노드쌍에 대해서 연결을 최대화시키는 등의 적은 연결비율 순으로 연속해서 연결비율을 최대화하는 문제를 연속적인 최대-최소 연결비율 문제(SMCRP: Successive Max-min Connection Ratio Problem)라고 정의한다. 따라서 MCRP는 SMCRP의 첫 번째 최적화 과정에 해당된다.

SMCRP는 하나의 근원지 노드에서 하나의 목적지 노드로 보내는 최대흐름문제(maximum flow problem)의 일반형으로 복수개의 근원지-목적지 노드쌍을 갖는 복수상품 흐름문제(multicommodity flow problem)에 공정성(fairness) 제약이 있는 경우라고 생각할 수 있다. 복수상품 흐름문제는 각 노드쌍의 수요를 만족하면서 링크의 용량 조건을 만족하는 흐름을 발견하는 문제이다.[5] 따라서 MCRP는 복수상품 흐름문제의 변형으로 링크용량 조건을 만족하면서 노드쌍별 수요 대비 흐름비율의 최소값을 최대화시키는 흐름을 발견하는 문제로 이해할 수 있다. 사실 실수범위의 흐름양을 허용한다면 최적해에서 노드쌍별 수요대비 흐름비율의 값은 모두 일치하게 되며 이를 처리율(throughput)이라고 한다. 이와 같은 같은비를 갖는 노드쌍별 처리율의 최대화 문제는 동시흐름 최대화 문제(maximum concurrent flow problem)로 표현된다.[7] 동시흐름 최대화 문제는 근원지 노드와 목적지 노드가 구분되지 않고 동시(concurrent)에 흐름을 받기도 하고 보내기도 하는 패킷망의 처리율 최대화 문제에 해당된다. 그러나 동일한 네트워크에 대해서 모든 링크용량을 절반으로 한 경우의 MCRP의 최적해는 원래의 링크용량에 대한 동시흐름 최대화 문제의 대칭적인 최적경로해의 한쪽 방향의 해가 된다. 따라서 MCRP는 동시흐름 최대화 문제의 정수형 버전이라고 할 수 있다.

동시흐름 최대화 문제가 패킷망에서 망의 용량 범위 내에서 공정성을 유지하는 흐름경로 설정 문제에 응용될 수 있다면 MCRP는 회선망에서의 공정성을 유지하는 연결경로 설정문제에 응용될 수 있다. MCRP를 포함하는 본 연구의 SMCRP는 회선망에서 공정성을 가능한 최대로 유지하면서 망자원의 이용을 최대화하는 연결경로 설정문제에 응용될 수 있다. 여기서 회선망이란 동기식 광전송망(SONET)이나 파장분할다중화(WDM) 광전달망을 염두에 둔 것으로 동기식 광전송망이나 WDM 광전달망에서의 연결경로

설정을 위한 실용적 알고리즘의 개발이 본 연구의 동기가 되었다.[1,6,8] 일반적으로 회선망에서의 연결경로 설정문제는 대규모의 이산최적화문제로 일반적인 최적화문제의 해법으로 해결하기 어려운 문제로서 본 연구에서는 네트워크의 특성을 이용하는 발견적 알고리즘을 제시하고자 한다.

2. 경로 최적화 모형

네트워크의 경로 최적화 문제는 링크-흐름 모형 (arc-flow formulation) 및 패스-흐름 모형 (path-flow formulation)의 두 가지 모형화가 가능하다.[3] 링크-흐름 모형은 링크별로 연결수를 결정하는 것이고, 패스-흐름 모형은 종단 노드쌍간의 가능한 패스별로 연결수를 결정하는 것이다. 종단 노드쌍을 연결하는 패스수는 네트워크가 커질수록 지수적으로 증가하기 때문에 모든 연결패스를 포함하는 패스-흐름 모형은 매우 비효율적인 방법이 된다. 물론 종단 노드쌍을 연결하는 모든 패스를 고려하지 않고 홉수 제한(hop limit) 등의 현실적 조건을 추가하면 일부 패스만을 고려하게 되어 오히려 링크-흐름 모형에 비해 효율적인 방법이 될 수도 있다. 본 절에서는 링크-흐름에 기초하여 모형을 수립하며 이를 위해 사용되는 기호 및 표현을 정리하면 다음과 같다.

$G=(N, E)$: 무방향 네트워크로 N은 노드집합이고 E은 무방향 링크집합이다. 링크 (i,j)와 링크 (j,i)는 구분하지 않으며 만일 $(i,j)\in E$라면 $(j,i)\in E$이다.

u_{ij}: 링크 $(i,j)\in E$의 연결 가능 용량

S : 연결을 요구하는 노드쌍의 수

s_k : k번째 노드쌍의 근원지노드 $(k=1,\ldots,S)$

d_k : k번째 노드쌍의 목적지노드 $(k=1,\ldots,S)$

t_k : k번째 노드쌍의 연결수요 $(k=1,\ldots,S)$

r_k : 결정변수로 k번째 노드쌍의 연결수 $(k=1,\ldots,S)$

x_{ij}^k, x_{ji}^k : 결정변수로 k번째 노드쌍을 위해 링크 $(i,j)\in E$에 서로 반대 방향으로 연결패스에 할당되는 연결수

연결을 요구하는 노드쌍에서 근원지 및 목적지의 구별은 모형상 요구되는 것이지 어느쪽 노드를 근원지 또는 목적지 노드로 가정하던 최적해의 결과는 동일하다. 그러나 근원지 및 목적지 노드의 선택은 결정변수에 영향을 준다. 예를 들어 첫 번째 노드쌍 {1,9}에 대해서 노드1을 근원지로 노드9를 목적지로 하여 최적해에서 다음과 같은 2가지 연결패스가 결정되었다고 가정한다.

연결패스1: 1 - 5 - 7 - 9 (연결수: 2)
연결패스2: 1 - 7 - 5 - 9 (연결수: 3)

이때 최적해는 $x_{15}^1=2$, $x_{57}^1=2$, $x_{79}^1=2$ 및 $x_{17}^1=3$, $x_{75}^1=3$, $x_{59}^1=3$ 가 된다. 만일 근원지와 목적지를 바꾸면 최적해는 $x_{97}^1=2$, $x_{75}^1=2$, $x_{51}^1=2$ 및 $x_{95}^1=3$, $x_{57}^1=3$, $x_{71}^1=3$ 로

바뀐다. 또한 이 예에서 알 수 있듯이 x_{57}^1과 x_{75}^1은 동일한 노드쌍 {1,9}를 연결하는 데 링크 (5,7) 또는 (7,5)가 서로 다른 방향으로 연결패스에 할당되었음을 나타낸다.

n개의 목적에 대해서 우선 순위가 $f_1, f_2, \ldots, f_n$ 순으로 주어지는 복수목적(multi-objective)의 목적함수를 함수 f_1에 대해서 먼저 최대화하고, 그 조건하에서 f_2에 대해서 최대화하고, 추가된 조건하에서 f_3를 최대화하는 순서로 최적화 과정을 진행시키는 것을 연속 최대화(successive maximize)라고 정의하고

$$\text{S}-\text{Maximize}\ [f_1, f_2, \ldots, f_S]$$

와 같이 표현하기로 한다. 또한 $f_1, f_2, \ldots, f_S$의 최소값을 최대화하고, 그 조건하에서 $f_1, f_2, \ldots, f_S$의 두 번째 최소값을 최대화하고, 추가된 조건하에서 $f_1, f_2, \ldots, f_S$의 세 번째 최소값을 최대화하는 순서로 최적화 과정을 진행시키는 것을

$$\text{S}-\text{Maximize sortmin}[f_1, f_2, \ldots, f_S]$$

로 표현하기로 정의한다. 그러면 문제 SMCRP는 다음의 $(P1)$과 같은 연속 최대화 모형이 된다.

$$(P1)\begin{cases} \text{S}-\text{Maximize} & \text{sortmin}\left[\dfrac{r_1}{t_1}, \dfrac{r_2}{t_2}, \ldots, \dfrac{r_S}{t_S}\right] \\ \text{Subject to} & \displaystyle\sum_{k=1}^{S}(x_{ij}^k + x_{ji}^k) \le u_{ij},\ (i,j)\in E \\ & \displaystyle\sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ji}^k = \begin{cases} r_k, & i = s_k \\ -r_k, & i = d_k \\ 0, & i \neq s_k\ \&\ i \neq d_k \end{cases} \\ & \qquad k = 1, \ldots, S \\ & x_{ij}^k \ge 0,\ x_{ji}^k \ge 0,\ (i,j)\in E,\ r_k \ge 0,\ k = 1, \ldots, S: \text{integer} \end{cases}$$

모형 $(P1)$의 첫 번째 제약식은 한 링크를 경유하는 모든 연결패스에 할당된 용량의 합은 링크용량을 초과할 수 없다는 제약식이고, 두 번째 제약식은 종단 노드쌍간 연결량 r_k의 연결패스가 존재하게 해주는 제약식으로 복수상품 흐름문제(multicommodity flow problem)의 제약식들과 매우 유사하다. 사실 최적화문제 $(P1)$는 NP-hard이며 이는 무방향 2-상품 흐름문제를 이용하여 증명할 수 있다.

[정리 1] SMCRP $(P1)$은 NP-hard 이다.

(증명) NP-complete인 무방향 2-상품 흐름문제[5]가 SMCRP 문제로 다항식 변환(polynomial transformation)될 수 있음을 보이면 된다. 무방향 2-상품 흐름문제의 예(instance) 즉, 네트워크, 링크용량, 두쌍($S=2$)의 근원지-목적지 노드 및 흐름 요구량을 SMCRP 문제의 그것으로 그대로 놓는다. 따라서 SMCRP의 최적해에서 무방향 2-상품 흐름문제의 답을 다항식 변환에 의해 얻을 수 있음을 보이면 된다. k-상품의 링크 $(i,j)\in E$에서의 흐름량을 f_{ij}^k, f_{ji}^k $(k=1,2)$라고 할 때 다음의 4가지 조건이 성립되는 흐름량이 존재하는가의 질문이 무방향 2-상품 흐름문제이다.[5]

(i) $k=1,2$ 및 모든 링크 $(i,j)\in E$에 대해

서 $f_{ij}^k = 0$ 또는 $f_{ji}^k = 0$이 성립되어야 한다.

(ii) $k=1,2$에 대해서 s_k에서 d_k로 가는 순흐름(net flow)은 t_k이상이 되어야 한다.

(iii) $k=1,2$에 대해서 s_k 및 d_k를 제외한 모든 노드에서 순흐름은 0이 되어야 한다.

(iv) 모든 링크 $(i,j)\in E$에 대해서 $\max\{f_{ij}^1, f_{ji}^1\} + \max\{f_{ij}^2, f_{ji}^2\} \le u_{ij}$ 이 성립되어야 한다.

이제 SMCRP $(P1)$의 최적해에서 $r_k \ge t_k$ $(k=1,2)$이면 무방향 2-상품 흐름문제의 답이 '예'이고 반대방향으로 무방향 2-상품 흐름문제의 답이 '예'이면 SMCRP $(P1)$의 최적해에서 $r_k \ge t_k$ $(k=1,2)$임을 증명한다.

먼저 SMCRP $(P1)$의 최적해에서 $r_k \ge t_k$ $(k=1,2)$이면 무방향 2-상품 흐름문제의 답은 '예'임을 증명한다. SMCRP의 k-상품을 위한 링크 $(i,j)\in E$에서의 최적 링크 연결량을 x_{ij}^k, x_{ji}^k $(k=1,2)$라고 하고 $k=1,2$에 대해서 f_{ij}^k, f_{ji}^k를 $f_{ij}^k = \max\{x_{ij}^k - x_{ji}^k, 0\}$ 및 $f_{ji}^k = \max\{x_{ji}^k - x_{ij}^k, 0\}$로 놓는다. 그러면 임의의 k에 대해서 $x_{ij}^k \ge x_{ji}^k$이면 $f_{ij}^k = x_{ij}^k - x_{ji}^k$가 되고 $f_{ji}^k = 0$이므로

$$f_{ij}^k - f_{ji}^k = x_{ij}^k - x_{ji}^k \tag{1}$$

이 되고

$$\begin{aligned}\max\{f_{ij}^k, f_{ji}^k\} &= \max\{x_{ij}^k - x_{ji}^k, 0\} \\ &= x_{ij}^k - x_{ji}^k \\ &\le x_{ij}^k + x_{ji}^k\end{aligned} \tag{2}$$

이 된다. 또한 $x_{ij}^k < x_{ji}^k$이면 $f_{ji}^k = 0$가 되고 $f_{ji}^k = x_{ji}^k - x_{ij}^k$이므로

$$f_{ij}^k - f_{ji}^k = -(x_{ji}^k - x_{ij}^k) = x_{ij}^k - x_{ji}^k \tag{3}$$

이 되고

$$\begin{aligned}\max\{f_{ij}^k, f_{ji}^k\} &= \max\{0, x_{ji}^k - x_{ij}^k\} \\ &= x_{ji}^k - x_{ij}^k \\ &\le x_{ij}^k + x_{ji}^k\end{aligned} \tag{4}$$

이 된다. 따라서 식(1),(3)의 결과로부터 무방향 2-상품 흐름문제의 링크 흐름 f_{ij}^k, f_{ji}^k은 조건(i)을 만족하고

$$\begin{aligned}&\sum_{j:(i,j)\in E} f_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} f_{ji}^k \\ &= \sum_{j:(i,j)\in E} (f_{ij}^k - f_{ji}^k) \\ &= \sum_{j:(i,j)\in E} (x_{ij}^k - x_{ji}^k) \\ &= \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ji}^k\end{aligned} \tag{5}$$

가 성립되므로 조건(ii),(iii)을 만족시킨다. 또한 식(2),(4)로부터 조건(iv)을 만족시킴을 알 수 있다.

다음으로 SMCRP의 $(P1)$의 최적해에서 $r_1 < t_1$이거나 $r_2 < t_2$이면 무방향 2-상품 흐름문제의 답은 '아니오'임을 증명한다. 만일 무방향 2-상품 흐름문제의 4가지 조건을 모두 만족하는

링크 흐름량 f_{ij}^k, f_{ji}^k $(k=1,2)$이 있다고 가정한다. 이제 $z_{ij}^k = f_{ij}^k$ 및 $z_{ji}^k = f_{ji}^k$로 놓으면 z_{ij}^k, z_{ji}^k는 조건(i),(iv)로부터 문제 $(P1)$의 첫 번째 제약식을 만족시키고, 조건 (ii),(iii)으로부터 각 $k=1,2$에 대해서 어떤 $r_k^* \geq t_k$가 존재하여

$$\sum_{j:(i,j)\in E} f_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} f_{ji}^k = \sum_{j:(i,j)\in E} z_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} z_{ji}^k = \begin{cases} r_k^*, & i = s_k \\ -r_k^*, & i = d_k \\ 0, & i \neq s_k \ \& \ i \neq d_k \end{cases} \quad (6)$$

이 성립된다. 따라서 이와 같은 z_{ij}^k, z_{ji}^k 및 r_k^*는 SMCRP $(P1)$의 가능해가 된다. 그러나 $r_1^* > r_1$ 또는 $r_2^* > r_2$이므로 이는 x_{ij}^k, x_{ji}^k 및 r_1, r_2이 SMCRP $(P1)$의 최적해라는 것에 모순된다. (증명끝)

수요대비 최소 연결비율을 ρ라고 하면

$$\rho = \text{Min}\{\frac{r_1}{t_1}, \frac{r_2}{t_2}, \ldots, \frac{r_S}{t_S}\} \quad (7)$$

로 놓으면 MCRP는 다음의 $(P2)$와 같은 최적화 모형이 된다:

$$(P2)\begin{cases} \text{Maximize} & \rho \\ \text{Subject to} & r_k - t_k\rho \geq 0, \ k=1,\ldots,S \\ & \sum_{k=1}^{S}(x_{ij}^k + x_{ji}^k) \leq u_{ij}, \ (i,j)\in E \\ & \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ij}^k - \sum_{j:(i,j)\in E} x_{ji}^k = \begin{cases} r_k, & i=s_k \\ -r_k, & i=d_k \\ 0, & i\neq s_k \ \& \ i\neq d_k \end{cases} \\ & k=1,\ldots,S \\ & x_{ij}^k \geq 0, \ x_{ji}^k \geq 0, \ (i,j)\in E, \ r_k \geq 0, \ k=1,\ldots,S: \text{integer}, \ \rho \geq 0: \text{real} \end{cases}$$

모형 $(P2)$에서 첫 번째 제약식은 식(7)을 반영한 선형제약식이다. 모형 $(P2)$는 연속적인 최적화모형 $(P1)$의 첫 번째 최적화 과정에 해당되므로 $X(1), X(2)$를 각각 모형 $(P1)$ 및 $(P2)$의 해집합이라고 하면 $X(1) \subseteq X(2)$의 관계를 갖게 된다.

[따름정리 2] MCRP $(P2)$는 NP-hard 이다.

(증명) 정리 1과 같이 NP-complete인 무방향 2-상품 흐름문제가 MCRP의 $(P2)$로 다항식 변환될 수 있음을 보이면 된다. $S=2$ 이기 때문에 정리 1의 증명과 동일하다.(증명끝)

3. 경로 설정 알고리즘

전 절에서 증명한 바와 같이 SMCRP 및 MCRP의 최적해를 구하는 효율적인 알고리즘을 발견하기는 매우 어렵기 때문에 본 절에서는 다항식 시간만에 근사해를 제공하는 발견적 알고리즘을 제시한다. 제시되는 알고리즘은 증가패스(augmenting path)와 재경로(rerouting) 과정을 이용한 알고리즘이다.

하나의 근원지-목적지 노드쌍에 대한 최대흐름문제의 정수해를 제공하는 증가패스 알고리즘

은 잔여 네트워크(residual network)와 증가패스를 이용한다. 근원지-목적지를 연결하는 연결패스 용량을 제외한 잔여 링크용량을 잔여용량(residual capacity)이라 하고 잔여용량을 갖는 링크로 구성된 네트워크를 잔여 네트워크이라 한다. 잔여 네트워크에서 근원지와 목적지를 연결하는 증가패스를 찾고 이 증가패스에 가능한 최대용량을 할당함으로 근원지-목적지의 흐름양을 증가시킬 수 있다. 더 이상 증가패스가 발견되지 않으면 현재의 흐름이 최대흐름이 된다.[3]

동시흐름 최대화 문제는 선형계획문제이므로 내부점법(interior-point algorithm)을 적용하면 다항식 시간만에 해를 구할 수 있다. 그러나 네트워크의 노드 수가 40개를 넘어서면 문제의 크기가 매우 커져 일반적인 선형계획 해법을 적용하기 어렵다. 모든 링크가 동일한 용량(uniform capacity)을 갖는 동시흐름 최대화 문제는 재경로 흐름 알고리즘으로 근사해를 발견할 수 있다.[7] 여기서 링크 길이는 링크를 경유하는 흐름패스에 할당된 흐름량의 함수로 표현되며 흐름패스에 할당된 흐름량이 증가하면 링크 길이는 증가하게 된다. 각 노드쌍에 대해서 흐름패스의 길이 및 최단경로 패스를 계산하여 길이 차이가 최대가 되는 흐름패스를 선정한다. 선정된 패스의 흐름 일부를 최단경로 패스로 재경로한다. 변경된 흐름을 반영하여 각 링크의 길이를 갱신하여 흐름의 재경로 과정을 반복한다. 재경로 과정이 반복됨에 따라 경로 변경되는 흐름양은 점차 감소되어 궁극적으로 모든 노드쌍에 대해서 흐름패스의 길이가 최단경로 길이가 된다.

본 연구의 SMCRP 문제 및 그 첫 번째 최적화 과정에 해당되는 MCRP 문제는 복수의 노드쌍을 연결하는 문제이므로 증가패스 알고리즘을 적용할 수 없으며 노드쌍간 정수 연결량을 요구하기 때문에 실수해를 제공하는 동시흐름 최대화 문제의 근사화법을 적용할 수는 없다. 또한 동시흐름 최대화 문제는 실수의 흐름량을 허용하기 때문에 단지 두 흐름패스 상호간 흐름량을 변경(재경로)하여 요구량 대비 최소 흐름비율을 증가시킬 수 있는 반면에 SMCRP에서는 두 연결패스만을 갖고 정수 연결을 재경로할 때 최소 연결비율의 증가를 보장할 수 없기 때문에 복수의 연결패스의 연결량을 취소시켜 재경로를 시도한다.

SMCRP 문제의 발견적 알고리즘에서는 각 노드쌍의 수요 대비 연결비율을 순증가(pure augmenting) 과정 및 재경로(rerouting) 과정을 통해 증가시킨다. 순증가 과정에서는 각 노드쌍의 연결비율에 대한 올림차순으로 우선순위를 정렬한 뒤 최소 연결비율을 갖는 노드쌍부터 증가패스를 발견하여 연결량을 증가시킨다. 우선순위와 잔여 네트워크를 갱신한 뒤 다시 최소 연결비율을 갖는 노드쌍에 대해서 순증가 과정을 반복한다. 만일 최소 연결비율 노드쌍이 잔여 네트워크에서 증가패스를 발견할 수 없으면 다음 우선순위의 노드쌍으로 순증가 과정을 넘긴다. 우선순위를 따라 이와 같은 과정을 반복한다. 마지막 우선순위 노드쌍에서 증가패스를 발견하지 못하게 되면 재경로 과정이 행해진다.

재경로 과정에는 경로 변경되는 연결량의 규모에 따라 두가지가 있다. 첫 번째는 적은 규모의 재경로 과정으로 각 노드쌍의 연결패스에서 최소 연결비율 이상에 해당되는 연결량(정수값)을 취소시킨다. 이와 같이 하여 생긴 잔여용량의 링크를 이용하여 최소 연결비율을 갖는 노드쌍의 증가패스를 발견하고 연결용량을 증가시킨다. 적은 규모의 재경로 과정에서 연결량 일부를 취소함에도 불구하고 최소 연결비율 노드쌍의 증가패스가 발견되지 않으면 큰 규모의 재경로 과정을 행한다. 큰 규모의 재경로 과정은 다른 노

드쌍의 연결패스에서 최소 연결비율 이하까지도 연결을 취소시키는 것이다. 재경로 과정에 의해 증가패스가 발견되면 다시 순증가과정으로 돌아간다. 큰 규모의 재경로 과정은 과정전과 비교하여 최소 연결비율이 증가되지 않으면 알고리즘의 수행을 멈춘다. 다음은 증가패스 알고리즘과 재경로 흐름 알고리즘을 이용한 SMCRP 문제의 발견적 알고리즘이다:

발견적 알고리즘

[단계 0] 초기화(initialization) 과정

(0-1) 초기 경로해 $x_{ij}^{k}(\forall k, \forall ij)$ 및 모든 노드쌍의 연결비율을 0으로 초기화한다.

(0-2) 주어진 네트워크를 잔여 네트워크로 놓는다.

(0-3) 큰 재경로 과정 상태를 비활성 ($Big = 0$)으로 놓는다.

(0-4) 노드쌍에 대해 우선순위를 임의로 결정한다.

(0-5) 우선순위에서 가장 앞에 있는 노드쌍을 선택한다.

[단계 1] 순증가(pure augmenting) 과정

(1-1) 선택된 노드쌍의 연결비율을 R이라고 놓는다. $R \geq 1.0$이면 멈춘다. 현재의 경로해 $x_{ij}^{k}(\forall k, \forall ij)$를 최적 근사해로 취한다.

(1-2) $R < 1.0$이면 선택된 노드쌍을 연결하는 증가패스를 발견한다. 증가패스가 없으면 다음 우선순위 노드쌍의 증가패스를 발견한다. 마지막 우선순위 노드쌍까지 증가패스가 발견되지 않으면 단계 2로 간다.

(1-3) 발견된 증가패스에 대해 노드쌍의 연결수요를 초과하지 않는 범위에서 최대한 연결량을 할당한다.

(1-4) 노드쌍의 연결비율을 갱신하고 노드쌍의 우선순위를 연결비율의 올림차순으로 재정렬한다.

(1-5) 경로해 $x_{ij}^{k}(\forall k, \forall ij)$ 및 잔여 네트워크를 갱신한다.

(1-6) 우선순위에서 가장 앞에 있는 노드쌍을 선택한 뒤 단계 1을 반복한다.

[단계 2] 작은 재경로(small rerouting) 과정

(2-1) 최소 비율 노드쌍을 제외한 모든 노드쌍에 대해 연결비율이 $R + \alpha$ 이상은 유지하면서 취소할 수 있는 연결량을 모두 취소시킨다.

(2-2) 잔여 네트워크를 갱신하고 최소 비율 노드쌍을 연결하는 증가패스를 발견한다. 증가패스가 없으면 단계 3으로 간다.

(2-3) 증가패스에 최소 비율 노드쌍의 연결수요를 초과하지 않는 범위에서 최대한 연결량을 할당한다.

(2-4) 노드쌍의 연결비율을 갱신하고 노드쌍의 우선순위를 연결비율의 올림차순으로 재정렬한다.

(2-5) 경로해 $x_{ij}^{k}(\forall k, \forall ij)$ 및 잔여 네트워크를 갱신한다.

(2-6) 우선순위에서 가장 앞에 있는 노드쌍을 선택한 뒤 단계 1로 간다.

[단계 3] 큰 재경로(big rerouting) 과정

(3-1) 큰 재경로 과정 상태가 활성 ($Big = 1$)이면 과정전의 최소 연결비율 R_o과 과정후의 최소 연결비율 R을

비교한다:

- $R < R_o + \beta$이면 멈추며 과정전의 경로해 $y_{ij}^k(\forall k, \forall ij)$를 최적 근사해로 취한다.
- $R \geq R_o + \beta$ 이면 $Big = 0$으로 놓는다.

(3-2) 큰 재경로 과정 상태가 비활성($Big = 0$)이면 $y_{ij}^k = x_{ij}^k(\forall k, \forall ij)$ 및 $R_o = R$로 놓는다. 큰 재경로 상태를 활성($Big = 1$)으로 놓는다.

(3-3) 최소 비율 노드쌍을 제외한 모든 노드쌍에 대해 연결비율이 $R\gamma$까지 연결량을 취소시킨다.

(3-4) 잔여 네트워크를 갱신하고 최소 비율 노드쌍을 연결하는 증가패스를 발견한다. 증가패스가 없으면 멈추며 경로해 $y_{ij}^k(\forall k, \forall ij)$를 최적 근사해로 취한다.

(3-5) 증가패스에 최소비율 노드쌍의 연결수요를 초과하지 않는 범위에서 최대한 연결량을 할당한다.

(3-6) 노드쌍의 연결비율을 갱신하고 노드쌍의 우선순위를 연결비율의 올림차순으로 재정렬한다.

(3-7) 경로해 $x_{ij}^k(\forall k, \forall ij)$ 및 잔여 네트워크를 갱신한다.

(3-8) 우선순위에서 가장 앞에 있는 노드쌍을 선택한 뒤 단계 1로 간다.

발견적 알고리즘의 재경로 과정의 취소수준을 결정하는 파라미터 α, β, γ 는 알고리즘의 반복(iteration)수에 영향을 준다. 노드쌍의 연결수요의 최대값을 D라고 표현하기로 한다. 즉,

$$D = \max\{t_1, t_2, \ldots, t_S\} \tag{7}$$

라고 하면 순증가 과정 및 작은 재경로 과정은 증가패스에 의한 한번 반복수행으로 최소 비율 노드쌍의 연결비율이 $\frac{1}{D}$ 이상 증가하게 된다. 작은 재경로 과정 및 큰 재경로 과정의 α와 β는 동일한 최소 연결비율을 유지하면서 상이한 경로해를 무한히 반복하는 싸이클 현상을 방지하기 위해 삽입한 파라미터이다. 싸이클을 방지하기 위한 α, β값은 양수이어야 하나 될 수 있으면 해집합을 축소하지 않도록 적게 선정해야 한다. 근사해를 구하는 데 영향을 최소화하는 α, β값의 범위는 식(8)과 같다.

$$0 < \alpha, \beta \leq \delta = \min\{\frac{1}{D}, \min\{|\frac{1}{t_i} - \frac{1}{t_j}| \mid t_i \neq t_j,\ i,j=1,\ldots,S\}\} \tag{8}$$

큰 재경로 과정에서 최소 연결비율이 β 이상 증가되지 않으면 반복되지 않고 알고리즘의 수행이 끝나기 때문에 알고리즘은 다항식 반복수만에 근사해를 제공하게 된다. 큰 재경로 과정의 γ는 $0 \leq \gamma < 1$의 수로 취소수준을 나타낸다.

[정리 3] 발견적 알고리즘의 총 반복수는 $0 < \alpha \leq \delta$일 때 $O(\frac{SD(1-\gamma+2\beta)}{2\beta})$이다. 특히 α, β의 범위가 모두 $0 < \alpha, \beta \leq \delta$일 때 총 반복수는 $O(\frac{SD(1-\gamma+2\delta)}{2\delta})$이 된다.

(증명) 발견적 알고리즘에서 순증가 과정 및 작은 재경로 과정은 한번 반복에 의해 최소 연결비율로 선택된 노드쌍의 연결비율이 $\frac{1}{D}$ 이상이 증가하기 때문에 최소 연결비율이 $\frac{1}{D}$

만큼 증가하기 위해서는 모든 노드쌍의 연결비율이 동일할 때를 가정하여 최대 노드쌍의 수 S 만큼의 반복이 요구된다. 따라서 큰 재경로 과정이 처음으로 활성상태가 될 때의 최소 연결비율을 R이라고 하면 그때까지의 반복수는 최대 SDR이 된다. 이후 다시 큰 재경로 과정으로 돌아올 때 최소 연결비율이 β 이상 증가되지 않으면 알고리즘은 멈추게 된다. 따라서 큰 재경로 과정의 반복수는 최대 $N = \lfloor \frac{1-R}{\beta} \rfloor$ 이 된다. 여기서 $\lfloor x \rfloor$는 x보다 크지 않은 최대 정수값을 의미한다. 이제 알고리즘이 멈출 때까지의 총 반복수를 TN이라고 한다면 TN은 다음과 같이 된다.

$$
\begin{aligned}
TN &\le SDR + SD\{R+\beta-\gamma R\} + SD\{R+2\beta-\gamma(R+\beta)\} + \cdots + SD\{R+N\beta-\gamma(R+(N-1)\beta)\} \\
&= SDR + SD\{(1-\gamma)R + (1-\gamma)(R+\beta) + \cdots + (1-\gamma)(R+(N-1)\beta) + N\beta\} \\
&= SDR + SD\{(1-\gamma)(NR + \frac{N(N-1)}{2}\beta) + N\beta\} \\
&\le SDR + SD(1-\gamma)\{\frac{1-R}{\beta}R + \frac{1}{2}\frac{1-R}{\beta}\frac{1-R-\beta}{\beta}\beta\} + SD\frac{1-R}{\beta}\beta \\
&= SD\{(1-\gamma)\frac{(1-R^2-\beta(1-R))}{2\beta} + 1\} \\
&\le \frac{SD(1-\gamma+2\beta)}{2\beta}. \quad (1-R^2-\beta(1-R)<1 \text{ 이므로})
\end{aligned}
$$

그러나 $0 < \beta \le \delta$일 때 큰 재경로 과정에 의해 최소 연결비율이 증가된다면 그 값은 δ이상이므로 최대 반복수는 $O(\frac{SD(1-\gamma+2\delta)}{2\delta})$이 된다. (증명끝)

4. 알고리즘 구현 및 적용 결과

전 절에서 제시한 발견적 알고리즘은 개괄적 절차를 나타내고 있으며 초기화 과정의 노드쌍의 우선순위 결정방법, 증가패스의 발견방법, 재경로 과정에서 연결비율의 취소수준 및 취소방법 등을 구체적으로 어떻게 구현하느냐에 따라 알고리즘의 적용 결과가 달라진다.

초기 노드쌍의 우선순위는 연결수요에 따라 올림차순 또는 내림차순으로 정할 수 있다. 잔여네트워크에서 증가패스는 hop수에 의한 최단경로 패스 및 최대 잔여용량 패스로 결정할 수 있다. 만일 hop수에 의한 최단경로 패스를 이용하려 한다면 breadth-first search에 의해 발견할 수 있고, 최대 잔여용량 패스를 이용하려 한다면 Dijstra algorithm을 수정하여 발견할 수 있다.[3] 만일 노드쌍간 가능한 연결패스 중 일부만을 후보패스로 고려하는 패스-흐름 모형이라면 후보패스에 대해서만 증가패스가 될 수 있는지 검사하면 된다.

재경로 과정의 취소수준은 정리 3의 결과에서 알 수 있듯이 알고리즘 수행시간에 영향을 준다.

취소수준이 커지면 해의 탐색영역은 넓어지나 알고리즘 수행시간이 늘어난다. 재경로 과정에서 연결량의 취소방법은 알고리즘의 결과에 매우 민감하다. 연결량 취소방법에는 다음의 세 가지 방식이 있다.

- 선입선출: 취소되는 순서는 일찍 연결된 패스순이다.
- 후입선출: 취소되는 순서는 늦게 연결된 패스순이다.
- 분산취소: 연결된 패스들에 대해서 가능한 같은 양씩 취소한다.

다양한 구현방법에 대한 발견적 알고리즘의 적용 결과 및 비교는 [2]를 참고할 수 있다. 본 연구에서는 초기 우선순위로는 연결수요의 올림차순으로, 증가패스는 hop수에 의한 최단경로 패스로, 재경로 과정의 취소수준 등을 결정하는 파라미터는 $\alpha=\beta=0.0001$, $\gamma=0.5$, 연결량 취소방식은 분산취소인 경우에 국한하며 이를 기본 알고리즘이라 한다.

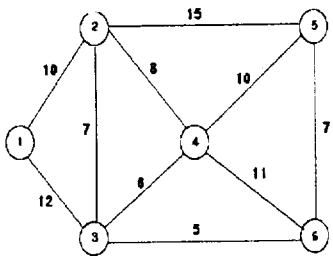
기본 알고리즘의 수행 과정을 보이기 위한 적용 네트워크와 근원지-목적지 노드쌍, 그리고 노드쌍들의 연결수요는 [그림 1]과 같다. 링크 위에 쓰여진 숫자는 용량이다.

[단계 0] 초기화 과정

모든 노드쌍의 연결비율을 0으로 한다. 노드쌍에 대한 우선순위는 {1,4}, {2,6}, {3,5}순으로 정한다. 모든 $k=1,2,3$ 및 모든 $(i,j)\in E$에 대해 초기경로해를 $x_{ij}^{k}=0$로 놓는다. 큰 재경로 과정을 비활성화 상태로 한다. 즉, $Big=0$.

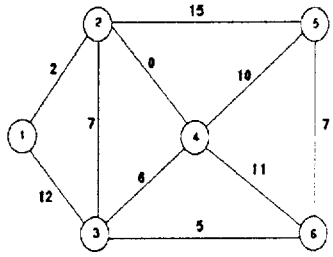
[단계 1] 순증가 과정

우선순위에서 가장 앞에 위치한 노드쌍 {1,4}를 선택한 후 증가패스 1-2-4를 찾고, 이 경로로 8을 연결한다. 경로해, 노드쌍의 우선순위, 잔여 네트워크, 노드쌍의 연결비율 등을 갱신하면 다음과 같다.



노드쌍	연결수요
{1, 4}	10
{2, 6}	15
{3, 5}	20

[그림 1] 알고리즘 적용을 위한 네트워크 문제



노드쌍	연결수요
{1, 4}	0.8
{2, 6}	0
{3, 5}	0

[그림 2] 순증가 과정 1회 실시 후의 잔여 네트워크 및 노드쌍별 연결비율

- 경로해: 연결경로 1-2-4에 연결수 8, 즉,

$$x_{12}^1 = x_{24}^1 = 8$$

- 노드쌍의 우선순위: {2,6}, {3,5} {1,4}

새로이 갱신된 우선순위에서 가장 앞에 위치한 노드쌍 {2,6}을 선택한 후 증가패스 2-3-6을 찾고, 이 경로로 5를 연결한다. 그리고 경로해, 잔여 네트워크, 노드쌍의 연결비율, 노드쌍의 우선순위 등을 갱신한다. 다음은 이와 같은 단계 1의 순증가 과정을 5회 반복 시행한 후의 경로해, 잔여 네트워크, 노드쌍의 연결비율, 노드쌍의 우선순위를 보여주고 있다.

- 경로해: 연결경로 1-2-4에 연결수 8, 즉,

$$x_{12}^1 = x_{24}^1 = 8$$

연결경로 2-3-6에 연결수 5, 즉,

$$x_{23}^2 = x_{36}^2 = 5$$

연결경로 2-5-6에 연결수 7, 즉,

$$x_{25}^2 = x_{56}^2 = 7$$

연결경로 2-5-4-6에 연결수 3, 즉,

$$x_{25}^2 = x_{54}^2 = x_{46}^2 = 3$$

연결경로 3-2-5에 연결수 2, 즉,

$$x_{32}^3 = x_{25}^3 = 2$$

연결경로 3-4-5에 연결수 6, 즉,

$$x_{34}^3 = x_{45}^3 = 6$$

연결경로 3-1-2-5에 연결수 2, 즉,

$$x_{31}^3 = x_{12}^3 = x_{25}^3 = 2$$

- 노드쌍 우선순위: {3,5}, {1,4}, {2,6}

[그림 3]에서 보듯이 노드쌍 {2,6}은 연결비율이 1이고, 노드쌍 {1,4}와 노드쌍 {3,5}은 근원지, 목적지간에 더 이상 증가 패스를 발견할 수 없다. 그리고 최소연결비율이 0.5로서 1보다 작으므로 단계 2의 작은 재경로 과정으로 넘어간다.

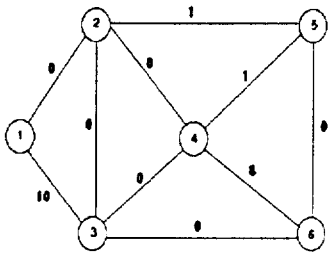
[단계 2] 작은 재경로 과정

노드쌍 {3,5}의 연결비율이 최소이므로 노드쌍 {3,5}를 제외한 나머지 두 노드쌍에 대해 최소연결비율 0.5와 α (= 0.0001)를 합한 0.5001이상의 연결비율을 유지하면서 취소할 수 있는 연결량을 모두 취소시킨다. 작은 재경로 과정에서의 취소내용은 〈표 1〉과 같으며 취소후의 경로해, 잔여 네트워크, 연결비율은 [그림 4]와 같다.

〈표 1〉 작은 재경로 과정에서의 취소 내용

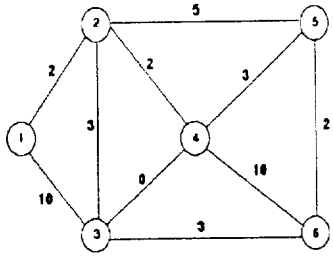
노드쌍	연결경로	연결수	취소연결수
{1, 4}	1 - 2 - 4	8	2
{2, 6}	2 - 3 - 6	5	3
	2 - 5 - 6	7	2
	2 - 5 - 4 - 6	3	2

취소 연결비율을 갖는 노드쌍 {3,5}에 대해 증가패스 3-2-5를 발견하고, 이 경로로 3을 연결한



노드쌍	연결수요
{1, 4}	0.8
{2, 6}	1.0
{3, 5}	0.5

[그림 3] 작은 재경로 과정 직전의 잔여 네트워크 및 노드쌍별 연결비율



노드쌍	연결수요
{1, 4}	0.6
{2, 6}	0.53
{3, 5}	0.5

[그림 4] 작은 재경로 과정에서 취소 이후 잔여 네트워크 및 노드쌍별 연결비율

다. 경로해, 잔여 네트워크, 노드쌍의 연결비율, 노드쌍의 우선순위 등을 갱신한다. 그리고, 단계 1로 돌아간다.

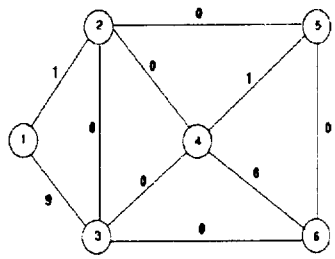
이러한 방식으로 단계 1과 단계 2를 계속 시행한다. [그림 5]는 단계 1의 순증가 과정을 3회 시행하고, 단계 2의 작은 재경로 과정을 거쳐서 다시 단계 1의 순증가 과정을 2회 시행한 후의 잔여 네트워크와 노드쌍 연결비율을 나타낸 것이다.

[그림 5]에서 보듯이 근원지-목적지 노드쌍을 연결하는 증가패스를 발견할 수 없다. 그리고 최소연결비율은 0.73로서 1보다 작으므로 단계 2의 작은 재경로 과정으로 넘어가게 된다. 단계 2의 과정을 살펴보면 최소 연결비율을 갖는 노드쌍 {2,6}을 제외한 노드쌍에 대해 최소연결비율과 α 를 더한 값인 0.7301이상의 연결비율을 유지하면서 취소할 수 있는 연결량을 모두 취소시킨다. 그러나, 노드쌍 {1,4}와 노드쌍 {3,5} 모두 연결을 한 개만 취소시켜도 연결비율이 0.7301이하가 되므로 결국 작은 재경로 과정에서 취소되는 것은 없다. 따라서, 최소 연결비율을 갖는 노드쌍 {2,6}은 작은 재경로 과정이후에도 증가패스를 발견치 못하므로 단계 3의 큰 재경로 과정으로 간다.

[단계 3] 큰 재경로 과정

큰 재경로 과정이 비활성(Big =0)이므로 최소연결비율을 $R_0 = R(=0.73)$로, 경로해를 $y_{ij}^k = x_{ij}^k(\forall k, \forall ij)$로 놓고, 큰 재경로 과정 상태를 활성($Big=1$)으로 한다. 노드쌍 {2,6}의 연결비율이 최소이므로 노드쌍 {2,6}을 제외한 나머지 두 노드쌍에 대해 최소 연결비율 0.73과 $\gamma=0.5$를 곱한 0.365이상의 연결비율을 유지하면서 취소할 수 있는 연결량을 모두 취소시킨다. 취소 내용은 〈표 2〉와 같고 취소후의 잔여 네트워크 및 연결비율은 [그림 6]과 같다.

큰 재경로 과정으로 들어오기 전 선택된 최소연결비율 노드쌍 {2,6}에 대해 증가패스 2-4-6에

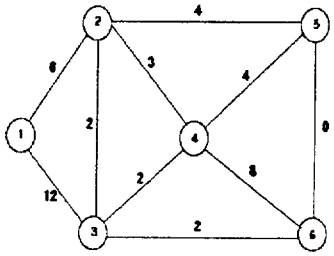


노드쌍	연결수요
{1, 4}	0.8
{2, 6}	0.73
{3, 5}	0.75

[그림 5] 큰 재경로 과정 직전의 잔여 네트워크 및 노드쌍별 연결비율

〈표 2〉 큰 재경로 과정에서의 취소 내용

노드쌍	취소 경로	연결수	취소연결수
{1, 4}	1 - 3 - 4	1	1
	1 - 2 - 4	7	3
{3, 5}	3 - 1 - 2 - 5	2	2
	3 - 6 - 4 - 5	3	2
	3 - 2 - 5	5	2
	3 - 4 - 5	5	1



노드쌍	연결수요
{1, 4}	0.4
{2, 6}	0.73
{3, 5}	0.4

[그림 6] 큰 재경로 과정에서 취소 이후 잔여 네트워크 및 노드쌍별 연결비율

3을 연결한다. 경로해, 잔여 네트워크, 노드쌍의 연결비율 및 노드쌍 우선순위를 갱신한다. 그리고, 단계 1로 돌아간다.

이후 단계 1을 4회, 단계 2를 1회, 다시 단계 1을 4회 반복 시행하고 나면 [그림 5]의 상황에 도달하게 되고 따라서 다시 큰 재경로 과정에 다다르게 된다. 이제는 큰 재경로 과정이 활성상태($Big=1$)이므로 $R_o=0.73$과 현재의 최소 연결비율 $R=0.73$에 $\beta=0.0001$를 합한 값과 비교한다. $R<R_o+\beta$이므로 알고리즘은 멈추며 y_{ij}^k를 최적 근사해로 취하고, 최소 연결비율의 최대값은 0.73이 된다. 기본 알고리즘 적용 결과를 정리하면 〈표 3〉과 같다.

이제는 발견적 알고리즘의 해가 최적해에 얼마나 근사한가를 실험하기 위해 MCRP의 최적화 모형 ($P2$)에 대해 기본 알고리즘의 적용결

〈표 3〉 기본 알고리즘의 예제 문제의 적용 결과

노드쌍	연결수요	연결수	연결비율	연결 경로	경로별 연결수
{1, 4}	10	8	0.8	1 - 2 - 4	7
				1 - 3 - 4	1
{2, 6}	15	11	0.73	2 - 3 - 6	2
				2 - 5 - 6	7
				2 - 5 - 4 - 6	1
				2 - 4 - 6	1
{3, 5}	20	15	0.75	3 - 2 - 5	5
				3 - 4 - 5	5
				3 - 1 - 2 - 5	2
				3 - 6 - 4 - 5	3

과와 GAMS/OSL의 적용결과를 비교한다. GAMS는 대규모의 복잡한 수리계획문제를 쉽게 모델링하여 적용할 수 있게 World Bank에서 개발한 언어이고 OSL은 IBM에서 개발한 혼합정수계획문제의 solver이다.[4]

적용 네트워크는 실제 미국 및 유럽에서 고려하는 광전송망으로 NSF 네트워크와 EON (Europeon Optical Network)이다. NSF 네트워크와 EON의 기본 재원은 〈표 4〉와 같고 토폴로지 및 링크용량은 [그림 7] 및 [그림 8]과 같다.

〈표 4〉 NSF 네트워크 및 EON의 기본 재원

네트워크	노드 수	링크 수	최대차수(degree)
NSF	14	20	4
EON	19	37	7

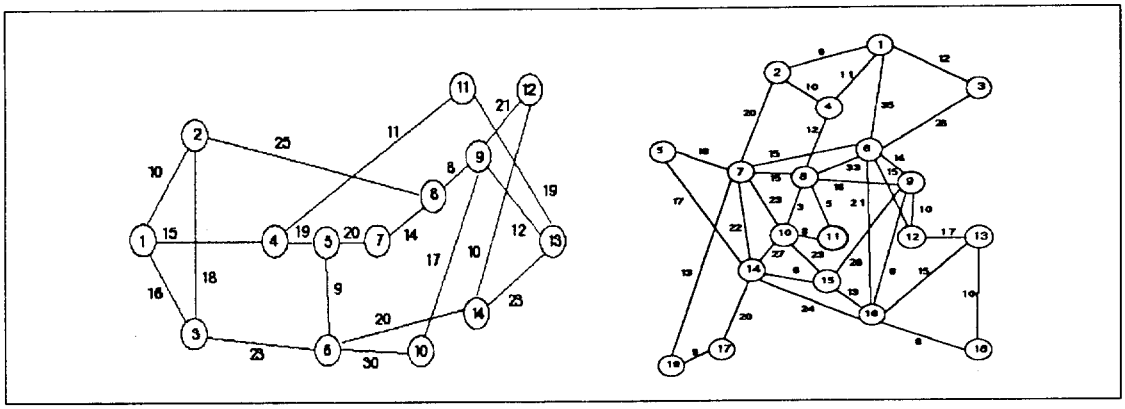
총 12회에 걸쳐 다양한 노드쌍에 대해서 기본 알고리즘 및 GAMS/OSL을 적용하였다. 〈표 5〉는 실험내용을 정리한 표이다.

〈표 5〉의 12가지의 실험에 대해 기본 알고리즘은 SMCRP의 근사해를 제공하였고, GAMS/OSL는 MCRP의 최적화 모형 $(P2)$의 해를 제공하였다. 각 solver는 HP workstation HP9000/700S를 이용하였다. 〈표 6〉은 12회에 걸쳐 기본 알고리즘 및 GAMS/OSL을 적용한 결과를 비교한 표이다. 기본 알고리즘 및 GAMS/OSL에 의해 제공되는 구체적인 경로해는 생략하고 최소 연결비율값만을 비교하였다.

〈표 5〉 기본 알고리즘과 GAMS/OSL의 비교를 위한 실험

실험	네트워크	노드쌍 수	연결수요	정수형 결정변수 수
1	NSF	5	10 ~ 30	200
2	NSF	6	8 ~ 25	240
3	NSF	6	8 ~ 21	240
4	NSF	6	9 ~14	240
5	NSF	8	6 ~ 20	320
6	EON	3	22 ~ 83	222
7	EON	4	25 ~ 58	296
8	EON	4	6 ~ 50	296
9	EON	5	35 ~ 59	370
10	EON	5	9 ~ 65	370
11	NSF	91	3(동일)	3,640
12	EON	166	1(동일)	12,284

〈표 6〉의 2번째 열(column)은 정수조건을 포함하는 정수계획문제 $(P2)$의 결과이고 3번째 열은 정수조건을 완화시킨 LP relaxation 문제의



[그림-7] NSF 네트워크

[그림-8] EON

〈표 6〉 기본 알고리즘과 GAMS/OSL의 최소 연결비율값 결과 비교

실험	GAMS/OSL (정수조건포함) 최소비율	GAMS/OSL (정수조건완화) 최소비율상한	기본 알고리즘		
			최소비율	작은재경로 반복수	큰재경로반복수
1	0.600	0.620	0.600	9	1
2	0.667	0.800	0.773	13	2
3	0.857	0.872	0.857	6	1
4	0.846	0.895	0.857	7	1
5	0.850	0.862	0.800	6	1
6	0.759	0.782	0.723	6	1
7	0.759	0.763	0.746	14	4
8	0.840	0.840	0.840	1	1
9	0.514	0.514	0.514	1	1
10	0.600	0.610	0.600	9	2
11	*	0.347	0.333	15	2
12	*	*	1.00	1	1

* GAMS/OSL 메모리 문제로 적용 불가능

결과로 $(P2)$에서 나올 수 있는 최소연결비율의 상한 한계값을 제공한다. 총 12회의 실험에서 8회의 경우는 기본 알고리즘이 GAMS/OSL(정수조건포함)의 결과해 이상의 좋은 해를 제공하였으며 나머지 4회의 경우도 비교적 근사해를 제공하였다고 할 수 있다. 특히 실험 11, 12와 같은 대규모 경로설정 문제에 대해서는 GAMS/OSL이 해를 제공하지 못하였고 실험 12에 대해서는 정수조건을 완화시킨 선형계획문제에 대해서도 해를 제공하지 못하였다. 기본 알고리즘이 GAMS/OSL보다 더 좋은 결과를 제공할 수 있는 것은 GAMS/OSL이 branch-and-bound 알고리즘에 근거하여 정수해를 구하기 때문에 문제 상황에 따라 subproblem 가지가 많아져 메모리 한계에 걸리면 멈추게 되어 있기 때문이다. 따라서 이와 같은 경우는 최적해를 구해서 멈춘 경우가 아니다.

5. 결 론

본 연구에서 동기식 광전송망(SONET) 및 WDM 광전달망과 같은 회선망에서 공정한 연결을 보장하는 경로설정 문제에 응용될 수 있는 SMCRP(연속적인 최대-최소 연결비율 문제)와 이의 첫 번째 최적화 과정에 해당되는 MCRP (최소 연결비율 최대화 문제)를 제기하였다. SMCRP 및 MCRP가 NP-hard 문제임을 무방향 2-상품 흐름문제를 이용하여 증명하였다. 특히 MCRP는 동시흐름 최대화 문제의 정수형 버전으로, 또는 복수상품 흐름문제에 공정성 제약이 추가된 문제로 이해할 수 있다.

단일상품의 최대흐름문제의 증가패스 알고리즘과 동시흐름 최대화 문제의 재경로 흐름 알고리즘을 개념적으로 이용한 SMCRP 문제의 발견적 알고리즘을 개발하였다. 발견적 알고리즘은 다항식 반복수만에 근사해를 제공함을 증명하였

다. 발견적 알고리즘을 C++로 구현하였으며 간단한 네트워크 문제에 적용하여 알고리즘 수행 과정을 보였다. 또한 미국의 NSF 네트워크 및 유럽의 EON에 적용하였으며 그 결과를 GAMS/OSL의 결과와 비교하였다.

본 연구에서 제안한 SMCRP 문제의 발견적 알고리즘은 노드쌍간 연결 공정성을 갖는 SONET의 초기경로 설정에 이용될 수 있으며 대규모 망장애에 의해 재난받은 노드쌍간 트래픽이 모두 복구할 수 없을 때 공정한 복구방법을 주는 복구경로 및 복구 트래픽 할당 문제에도 적용 가능하다. 또한 본 연구는 서론에서 언급하였듯이 WDM 광전달망에서 연결 공정성을 갖는 파장경로를 발견하기 위한 연구에서 비롯되었으며 본 연구에서 제안한 발견적 기법을 기초로 WDM 광전달망의 파장경로의 특성을 적절히 반영하면 효율적인 파장경로 발견 및 파장할당 알고리즘을 얻을 수있을 것으로 기대한다. 본 연구의 SMCRP 문제의 발견적 기법은 그 자체로 WDM 광전달망의 연결 공정성을 갖는 파장경로의 연결비율의 하한 값을 제공하며, 연결수요를 만족하는 최소파장수 결정문제의 하한 값을 제공한다. 이와 관련된 연구는 추후 별도의 논문에서 취급할 예정이다.

참 고 문 헌

[1] 이종원, 박구현, 이창희, "광전달망에서 최소 파장 수의 한계값을 구하는 실질적인 방법", *추계종합학술발표회 논문집*, 한국통신학회, 1996.

[2] 박구현, 우재현, "연속적인 최대-최소 연결비율 문제의 발견적 알고리즘 구현 및 수치적용", *춘계공동학술대회 논문집*, 한국경영과학회 및 대한산업공학회, 1997.

[3] Ahuja, R.K., Magnanti, T.L., and Orlin, J.B., ***Network Flows: Theory, Algorithms,*** and Applications, Prentice-Hall, 1993.

[4] Brooke, A., Kendrick, D. and Meerraus, A., ***GAMS: A User's Guide, Release 2.25,*** boyd and fraster, The Scientific Press Series, 1992.

[5] Garey, M.R. and D.S. Johnson, ***Computers and Intractability: A Guide to the Theory of NP-Completeness,*** W.H. Freeman and Company, 1979.

[6] Green, P.E. JR., ***Fiber Optic Networks,*** Prentice-Hall, 1993.

[7] Shahrokhi, F. and D.W. Matula, "The Maximum Concurrent Flow Problem", ***Journal of the Association for Computing Machinery,*** Vol. 37, No. 2, 1990.

[8] Wu, T.-H., ***Fiber Network Service Survivability,*** Artech House, Boston, 1992.