韓國經營科學會誌
第22卷 第1號
1997年 3月



# 샘플링 검사가 수행되는 폐쇄형 생산 시스템의 성능분석*

이 효 성**

# Performance Evaluation of Closed Manufacturing Systems with Sampling Inspections

Hyo-Seong Lee

## Abstract

In this paper we consider closed flow line systems with sampling inspections. The total number of parts in the system is assumed to be N. The processings carried out at each station do not always meet the requirement of quality. Therefore, upon completion of its processing at each station, a part is inspected to determine whether the processings meet the requirement of quality or not. We assume that inspections are done on a random basis. If a part is found to be defective by an inspection, it is fed back to the appropriate station. Two different cases will be considered in this study: a three-station flow line system with infinite buffers and a two-station flow line system with finite buffers. For each case, we will develop an exact method to obtain the performance measures such as throughput, machine utilization, average outgoing quality and manufacturing lead time. For the case of the two-station flow line system with finite buffers, we will also develop an approximation method using a state-aggregation technique. Then using these results, we will try to find an optimal inspection policy which maximizes the expected net profit under a certain cost structure. Although we present the results only for the two or three station flow line system in this paper, the results obtained in this paper can be extended easily to the system which consists of more than two or three stations.

* 본 연구는 94년도 한국과학재단 연구지원(과제번호: 941-1000-023-1)에 의한 결과임.
** 경희대학교 산업공학과

# 1. 연구배경

대기행렬 이론을 이용한 생산 시스템의 효율적인 설계와 운용에 대해서는 지난 10여년간 많은 연구가 수행되어져 왔다 [2,4]. 그러나 대부분의 기존 연구에서는 작업장에서의 가공이 항상 완벽하게 이루어 진다고 가정하거나 작업장에서 불량가공이 존재할 경우 즉시 탐지되어 재가공 된다는 가정하에 분석이 이루어 졌다. 작업장에서의 불량가공이 즉시 탐지되기 위해서는 가공이 끝난 직후 각 작업장에서 부품을 전수검사하여야만 가능하나 이는 많은 검사비용이 소요되고 납품시의 평균 출검품질(AOQ: Average Outgoing Quality)이 요구되는 이상으로 낮아지기 때문에 비경제적이다. 따라서 실제 생산 시스템에서는 전수 검사 대신에 샘플링 검사를 많이 사용하고 있다.

생산 시스템에서의 샘플링 검사가 이와 같이 중요함에도 불구하고 분석상의 어려움 때문에 이에 대한 연구는 그동안 제한적으로 수행되어져 왔다. 하나의 작업장으로 구성된 생산 시스템의 경우에 Tapiero와 Hsu는 가공시간이 지수분포를 따르고 작업물의 도착이 Poisson과정을 따른다는 가정하에 M/M/1 대기행렬 시스템을 이용하여 최적 샘플링 검사방식을 구하는 분석방법을 제시하였다[9]. Hsu와 Tapiero는 이 연구를 확장하여 가공시간이 일반분포를 따를 경우에 대한 분석을 M/G/1 대기행렬 시스템을 이용하여 수행하였다[6]. 생산 시스템이 두 개 이상의 작업장으로 구성되어 대기 네트웍를 형성하는 경우에 대한 분석도 Tapiero와 Hsu에 의하여 수행되었다[10]. 이들은 Whitt의 분해법(decomposition method)을 이용하여 샘플링 검사가 수행되는 주문(job-shop)형 생산 시스템에서의 평균출검품질을 근사적으로 구하는 순환식(recursive equation)을 유도하였다. 그러나 이 연구는 정확한 해(exact solution)를 제공해 주지 못할 뿐 아니라 불량가공의 탐지시 불량가공이 탐지된 작업장에서 재가공이 수행되어야 한다는 불합리한 가정하에서 분석되었다. 불량으로 판명된 작업물이 불량가공의 원인이 된 작업장으로 보내져 재가공된다는 가정하에서의 연구는 생산 시스템이 2개의 작업장으로 이루어 지고 대기장소(buffer)가 존재하지 않는 개방형 대기 네트웍에 대해 Tapiero와 Hsu에 의해 수행되었다[8]. 그러나 이 연구는 각 작업장에서의 불량가공 확률이 높을 경우에는 만족할 만한 해를 산출해 주지 못하며 특히 구해진 AOQ의 값은 실제값과 큰 차이가 있음이 발견된다. 동일한 생산 시스템에 대해 이효성은 정확한 해를 산출해 주는 기법 및 Tapiero와 Hsu의 기법에 비해 우수한 해를 산출해 주는 근사적 기법을 제시하였다[1]

자동화된 생산 시스템의 경우에는 개방형 대기네트웍보다 폐쇄형 대기네트웍로 모형화하는 것이 현실적인 경우가 많다[3]. 따라서 본 연구에서는 샘플링 검사가 수행되는 폐쇄형 생산 시스템에 대한 분석을 시도하고자 하며, 대기장소의 크기가 무한한 세개의 작업장으로 구성된 생산 시스템과 대기장소의 크기가 유한한 두개의 작업장으로 구성된 생산 시스템에 대한 분석이 이루어진다. 각 작업장에서의 가공시간이 모두 지수분포를 따른다는 가정하에서 본 연구에서는 각각의 경우에 대해 정확한 해를 제공해 주는 분석기법이 개발되며, 대기장소의 크기가 유한한 두개의 작업장으로 구성된 생산 시스템의 경우에는 근사적 분석기법도 아울러 개발된다. 본 연구에서 개발된 분석기법은 안정상태 확률, 각 작업장에서의 평균 재공품(work-in-process inventory)의 수, 생산율(throughput), 평균 출검품질(AOQ)

등 중요한 성능분석치를 신속하게 계산하여 준다. 본 연구에서는 또한 개발된 분석기법을 이용하여 요구되는 평균 출검품질을 충족 시키면서 생산율을 극대화 시키거나, 적절한 비용구조하에서 단위기간당 기대수익을 최대화하여 주는 최적 샘플링 검사 방식을 구해 보고자 한다. 본 연구에서는 2개 혹은 3개의 작업장으로 구성된 생산 시스템을 분석대상으로 하였으나 본 연구에서 개발된 분석기법은 작업장의 수가 2개 혹은 3개 이상인 생산 시스템의 분석에도 적용될 수 있어 그 유용성이 크다고 볼 수 있다.

## 2. 대기장소의 크기가 무한한 세개의 작업장으로 구성된 생산시스템의 성능분석

본 절에서는 샘플링 검사가 수행되는 3개의 작업장으로 구성된 폐쇄형 생산 시스템을 분석하고자 한다. 폐쇄형 생산 시스템의 특성상 시스템 내에 존재하는 부품수는 N으로 일정하고, 이 경우 N은 팔렛(pallet) 혹은 픽스춰(fixture)의 수로 간주될 수 있다. 생산 시스템의 형태는 흐름식 생산라인 시스템(flow line system)으로서 직렬방식으로 연결된 3개의 작업장에서의 순차적인 가공에 의해 생산이 이루어진다. 즉, 작업장 1에서 가공을 마친 부품은 다음 가공을 작업장 2에서 받게되고, 작업장 2에서 가공을 마친 부품은 작업장 3에서 최종 가공을 받은 후 완제품으로 출하된다. 완제품이 출하되는 즉시 빈 팔렛에는 가공을 기다리는 새로운 부품이 적재되어 작업장 1에 보내진다. 각 작업장에서의 가공은 완벽하지 못하고 일정 비율의 불량가공이 발생하며, 작업장 i에서의 가공이 불량일 확률은 $p_i$(i=1, 2, 3)라 가정한다. 불량가공을 발견하기 위하여 각 작업장에서는 샘플링 방식에 의해 검사가 수행되며, 작업장 i에서 가공이 끝난 부품이 검사를 받게 될 확률은 $\alpha_i$(i=1, 2, 3)라 가정한다. 검사에 의해 불량으로 판명된 부품들은 불량가공의 원인이 된 최초의 작업장으로 보내어져 재가공을 받게된다. 즉 검사에 의해 작업장 j에서의 가공이 최초의 불량가공이었음이 판명되면 그 부품은 작업장 j로 보내져 작업장 j에 처음 들어온 부품과 동일하게 취급된다. 각 작업장은 $s_i$개의 동일한 기계로 구성되어 있으며, 작업장 i에서의 가공시간은 평균 $\frac{1}{\mu_i}$ (i=1, 2, 3) 인 지수분포를 따른다. 또한 각 작업장은 충분히 큰 대기장소(buffer space)를 확보하고 있어 어떠한 형태의 봉쇄(blocking)도 발생하지 않는다고 가정한다. 본 절의 목적은 이와같은 생산 시스템을 폐쇄형 대기네트웍로 모형화한 후 생산 시스템의 중요한 성능분석치를 구하는 것이다.

상기 생산 시스템은 대기장소의 크기가 무한하고, 각 작업장에서의 서비스 시간이 지수분포를 따르므로 승법형 네트웍(product form network)의 요건을 만족하고 있다. 그러나 한 작업장에서 가공을 마친 부품이 다음 가공을 어떤 작업장에서 받아야할 지에 대한 결정은 그 부품의 과거 가공 경력에 대한 정보를 필요로 하므로 상기 생산 시스템을 단일계층 네트웍(single-class network)으로 모델링하면 승법형 네트웍의 또 다른 요건인 확률적 경로(probabilistic routing) 요건을 충족 시키지 못한다. 즉, 작업장 3에서 가공을 마치고 검사를 받은 부품의 경우, 작업장 1, 2에서의 과거 가공 경력에 따라, 다음 가공을 작업장 1에서 받아야 할 수도 있고, 작업장 2에서 받아야 할 수도 있으며, 경우에 따라 작업장 3에서 받아야 할 수도 있다. 그러나 각 작업장에

들어오는 부품을 과거 가공 경력에 따라 별도의 계층으로 구별지워 주면, 부품의 계층에 과거 가공 경력에 대한 정보가 포함되므로 확률적 경로 요건을 충족시키는 승법형 네트웍으로의 변환이 가능하다. 이 경우 각 계층간의 변환이 발생하므로 상기 생산 시스템의 분석을 위해서는 계층변환(class membership swiching)이 허용되는 복수계층-단일체인 네트웍(multi-class single-chain network)으로 모델링하여야 한다. 이를 위하여 작업장 2와 작업장 3에 체류하고 있는 부품의 계층을 다음과 같이 정의한다.

작업장 2 : 계층 A : 작업장 1에서의 가공이 양호한 부품
계층 B : 작업장 1에서의 가공이 불량한 부품

작업장 3 : 계층 A : 작업장 1, 2에서의 가공이 모두 양호한 부품
계층 B : 작업장 1에서의 가공은 양호했으나 작업장 2에서의 가공이 불량한 부품
계층 C : 작업장 1에서의 가공이 불량한 부품

작업장 1에서는 최초의 가공이 수행되므로 작업장 1에 체류중인 부품은 별도의 계층구분이 필요없다.

이상과 같이 각 작업장에서의 부품의 계층이 정의되면, 각 작업장에서의 부품의 계층별 경로 방식은 확률적 경로가 됨을 쉽게 확인할 수 있으며, 작업장 i에 있는 j계층 부품을 (i,j)라 표시하면 경로확률 행렬는 다음과 같이 주어진다.

$$Q=\begin{array}{c|cccccc} & (1) & (2,A) & (2,B) & (3,A) & (3,B) & (3,C) \\ \hline (1) & p_1\alpha_1 & 1-p_1 & p_1(1-\alpha_1) & 0 & 0 & 0 \\ (2,A) & 0 & p_2\alpha_2 & 0 & 1-p_2 & p_2(1-\alpha_2) & 0 \\ (2,B) & \alpha_2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1-\alpha_2 \\ (3,A) & 1-p_3\alpha_3 & 0 & 0 & p_3\alpha_3 & 0 & 0 \\ (3,B) & 1-\alpha_3 & \alpha_3 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ (3,C) & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array}$$

위 경로확률 행렬의 두 번째 행을 설명하면 다음과 같다. 작업장 2에 존재하는 계층 A부품은 작업장 1에서의 가공이 양호한 부품이다. 이 부품이 작업장 2에서 양호한 가공을 받을 확률은 $1-p_2$이며 이 경우 이 부품은 계층 A로서 작업장 3으로 이동된다. 만일 작업장 2에서의 가공이 불량하고 작업장 2에서 검사를 받게되면(확률 $p_2\alpha_2$) 이 부품은 작업장 2에서 재작업을 받게되며 작업장 1에서의 가공이 양호했기 때문에 작업장 2에서의 계층은 계속 A가 된다. 반면에 작업장 2에서의 가공이 불량하고 작업장 2에서 검사를 받지 않게 되면(확률 $p_2(1-\alpha_2)$) 이 부품은 계층 B로서 작업장 3으로 이동된다. 다른 행에 대한 경로확률도 유사하게 설명되어 질 수 있다.

작업장 $i$의 $j$ 계층 부품의 상대적 방문율(relative visitation rate)을 $v_{(i,j)}$라 표시하면, 위 경로확률 행렬로부터 다음과 같은 트래픽 방정식(traffic equations)을 작성할 수 있다.

$$v_{(1)} = p_1\alpha_1 v_{(1)} + \alpha_2 v_{(2,B)} + (1-p_3\alpha_3)v_{(3,A)} + (1-\alpha_3)v_{(3,B)} + v_{(3,C)},$$

$$v_{(2,A)} = (1-p_1)v_{(1)} + p_2\alpha_2 v_{(2,A)} + \alpha_3 v_{(3,B)},$$

$$v_{(2,B)} = p_1(1-\alpha_1)v_{(1)}.$$

$$
\begin{aligned}
v_{(3,A)} &= (1-p_2)v_{(2,A)} + p_3\alpha_3 v_{(3,A)} \\
v_{(3,B)} &= p_2(1-\alpha_2)v_{(2,A)} \\
v_{(3,C)} &= (1-\alpha_2)v_{(2,B)}
\end{aligned} \tag{1}
$$

$v_1=1$로 놓고 식(1)을 풀면 $v_{(i,j)}$의 값은 다음과 같이 주어진다.

$$
\begin{aligned}
v_{(2,A)} &= \frac{1-p_1}{1-p_2\alpha_2-p_2(1-\alpha_2)\alpha_3}, \\
v_{(2,B)} &= p_1(1-\alpha_1), \\
v_{(3,A)} &= \frac{(1-p_1)(1-p_2)}{(1-p_3\alpha_3)1-p_2\alpha_2-p_2(1-\alpha_2)\alpha_3}, \\
v_{(3,B)} &= \frac{(1-p_1)(1-p_2)}{1-p_2\alpha_2-p_2(1-\alpha_2)\alpha_3}, \\
v_{(3,C)} &= p_1(1-\alpha_1)(1-\alpha_2).
\end{aligned} \tag{2}
$$

계층별로 상대적 방문율이 구해지면 계층을 구분하지 않은 작업장별 상대적 방문율은 다음과 같이 구해진다.

$$
\begin{aligned}
v_1 &= 1, \\
v_2 &= v_{(2,A)} + v_{(2,B)}, \\
v_3 &= v_{(3,A)} + v_{(3,B)} + v_{(3,C)}.
\end{aligned} \tag{3}
$$

승법성질이 성립되는 복수계층-단일체인 모형은 상대적 방문율이 동일한 단일계층 모형으로 단순화 시켜도 정확한 성능분석이 가능하다. 따라서 본 연구에서는 계층을 구분하지 않은 작업장별 상대적 방문율을 이용하여 단일계층 모형으로 단순화 시킨 후 시스템의 성능분석치를 구하도록 한다. 시스템의 성능분석을 위해서는 합성적 알고리듬(convolution algorithm), 평균치 분석(mean value analysis)등 승법형 네트웍을 분석할 수 있는 어떤 기법도 사용되어 질 수 있으나 본 연구에서는 합성적 알고리듬을 사용하고자 한다.

$$
C_i(n) = \begin{cases} n, & \text{if } n \le s_i, \\ s_i, & \text{if } n > s_i. \end{cases} \tag{4}
$$

라 정의하면 부품이 n개 있을 경우의 작업장 i의 서비스율(가공율)은

$$
\mu_i(n) = \mu_i \cdot C_i(n), \quad i=1,2,3, \tag{5}
$$

과 같이 주어진다.

$$
V_i(n) = \prod_{j=1}^{n} C_i(j), \quad Y_i = \frac{v_i}{\mu_i}
$$

라 정의하면 작업장 1, 2, 3에 각각 부품이 $n_1$, $n_2$, $n_3$개 존재할 안정상태 확률은 다음과 같이 표현된다.

$$
P(n_1,n_2,n_3/N) = \frac{1}{G(N)} \prod_{i=1}^{3} \frac{Y_i^{n_i}}{V_i(n_i)}, \tag{6}
$$

여기서, G(N)은 정상화 계수(normalization

constant)이며, 합성적 알고리듬 등에 의해 구할 수 있다. 작업장 i에 부품이 n개 존재할 확률은 다음과 같이 주어진다[7].

$$P_i(n/N)=\frac{Y_i^n}{V_i(n)}\frac{G(N-n\backslash i)}{G(N)}, \qquad (7)$$

여기서 G(N-n\i)는 네트웍 내의 고객 수가 N-n이고 작업장 i가 제거된 대기네트웍의 정상화계수이다. 작업장 i의 생산율과 작업장 i의 기계 이용율은 다음과 같다.

$$\begin{aligned} X_i(N) &= v_i\frac{G(N-1)}{G(N)}, \\ U_i(N) &= \frac{Y_i}{s_i}\frac{G(N-1)}{G(N)}. \end{aligned} \qquad (8)$$

계층을 구분하지 않은 안정상태 확률이 구해지면 계층을 구분한 안정상태 확률은 다항정리(multinomial theorem)를 이용하여 구하여질 수 있다. 예를 들어 작업장 3에 A계층 부품이 $k_1$개, B계층 부품이 $k_2$개, C계층 부품이 $k_3$개 존재할 확률은 다음과 같이 주어진다.

$$P_3(k_1,k_2,k_3/N)=P_3(k/N)\frac{k!}{k_1!k_2!k_3!}\left(\frac{v_{(3,A)}}{v_3}\right)^{k_1}\left(\frac{v_{(3,B)}}{v_3}\right)^{k_2}\left(\frac{v_{(3,C)}}{v_3}\right)^{k_3}, \qquad (9)$$

여기서, $k=k_1+k_2+k_3$ .

작업장 3에서 가공을 마친 후 작업장 1으로 보내지는 부품은 다음과 같이 2종류로 분류될 수 있다. 첫째는 작업장 3에서의 검사결과 가공불량으로 판명되어 재가공을 받기 위해 작업장 1으로 보내지는 부품이고, 둘째는 작업장 3에서 검사를 받지 않거나 검사 결과 양품으로 판정되어 출하되는 완제품이다. 시스템의 생산율은 이 중 두 번째 종류, 즉 단위시간당 작업장 3에서 출하되는 평균 완제품의 수이다. 시스템의 생산율을 구하기 위하여 작업장 3에 체류중인 부품 중 계층 A에 속하는 부품의 비율을 $\pi_A$라 정의한다. 그러면 $\pi_A$의 값은 식 (2)와 (3)으로 부터 다음과 같이 구하여 질 수 있다.

$$\begin{aligned} \pi_A &= \frac{v_{(3,A)}}{v_3} \\ &= \frac{(1-p_1)(1-p_2)}{(1-p_1)(1-p_2)(2-p_3\alpha_3)+p_1(1-\alpha_1)(1-\alpha_2)(1-p_3\alpha_3)1-p_2\alpha_2-p_2(1-\alpha_2)\alpha_3}. \end{aligned} \qquad (10)$$

작업장 3에서 가공을 마친 부품이 완제품으로 출하되기 위해서는 작업장 3에서 검사를 받지 않거나 검사를 받을 경우 작업장 1, 2, 3에서의 모든 가공이 양호해야만 한다. 작업장 1, 2, 3에서의 모든 가공이 양호할 확률은 $\pi_A(1-p_3)$ 이므로, 작업장 3에서 가공을 마친 임의의 부품이 완제품으로 출하될 확률은 $(1-\alpha_3)+\alpha_3\pi_A(1-p_3)$로 주어진다. 또한 작업장 3에서 가공을 마친 임의의 부품이 양품으로 출하될 확률은 $\pi_A(1-p_3)$로 표현된다. 이상으로 부터 시스템의 생산율, X(N), 단위시간당 출고되는 평균 양품의 수, $X_A(N)$, 평균 출검품질(AOQ)은 다음과 같이 구해진다.

$$X(N) = X_3(N)\{(1-\alpha_3)+\alpha_3\pi_A(1-p_3)\},$$

$$X_A(N) = X_3(N)\,\pi_A(1-p_3),$$

$$AOQ = 1 - \frac{X_A(N)}{X(N)} = \frac{(1-\alpha_3)\{1-\pi_A(1-p_3)\}}{1-\alpha_3+\alpha_3\pi_A(1-p_3)}. \quad (11)$$

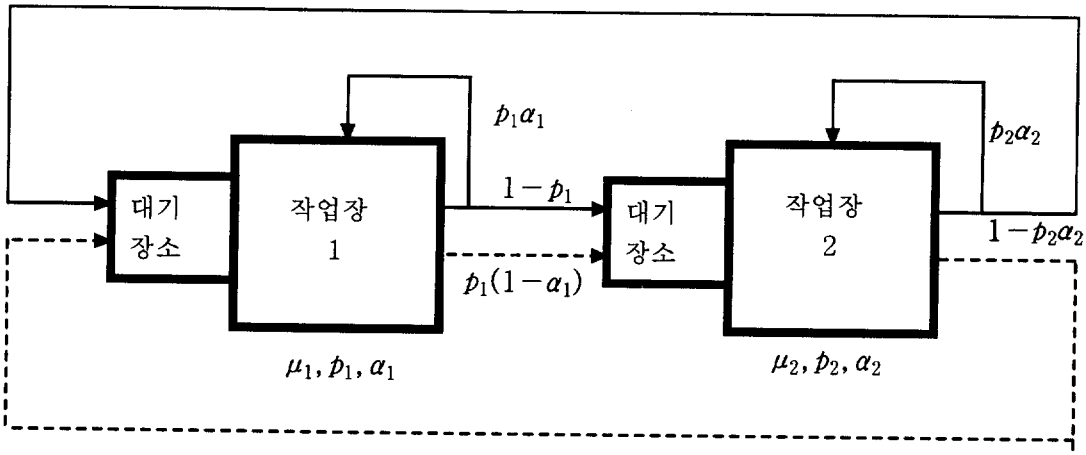
평균 제조 리드타임(manufacturing lead time: MLT)은 Little의 공식에 의해 다음과 같이 구하여 진다.

$$MLT = \frac{N}{X(N)}.$$

# 3. 대기장소의 크기가 유한한 두 개의 작업장으로 구성된 폐쇄형 생산 시스템의 성능분석

2절에서는 각 작업장에서의 대기장소의 크기가 무한하다는 가정하에 분석을 수행하였다. 그러나 실사회에 존재하는 대부분의 대기네트웍는 용량이 유한하며, 이러한 경우에는 봉쇄(blocking)가 발생하여 승법형태(product form)는 더이상 보존되지 못하고 네트웍의 분석은 매우 복잡해 진다. 본 절에서는 대기장소의 크기가 유한한 두개의 작업장으로 구성된 폐쇄형 생산 시스템에 대한 분석을 시도한다. 자동화된 생산 시스템에서는 작업장간의 대기장소가 없거나 있어도 극히 적게(1~2개) 설계되어 있는 것으로 보고되 있어[5] 이 모형은 현실적으로 매우 중요한 모형으로 판단된다. 각 작업장에는 하나의 기계만이 존재한다고 가정하며, 기계의 위치를 포함한 작업장 1의 대기장소의 크기를 $C_1$, 작업장 2의 대기장소의 크기를 $C_2$라 표시한다. 시스템 내에는 N개의 팔렛이 존재하며, 작업장 i의 불량율은 $p_i$, 검사율은 $\alpha_i$라 가정한다. 만일 검사를 끝낸 부품이 검사받은 작업장에서 재가공을 받아야 하는 경우에는 검사 즉시 재가공이 수행되고 다른 작업장으로 보내지는 경우에는 선입선출 원칙에 따라 해당 작업장의 대기행렬에서 가공순서를 기다려야 한다고 가정한다. 본 절에서는 이와같은 생산시스템의 정확한 해를 산출해 주는 분석기법과 근사해를 산출해 주는 분석기법이 연구된다. 정확한 해를 산출해 주는 분석기법은 대기장소의 크기와 팔렛의 수가 비교적 적은 소규모 생산시스템에만 적용가능하며 근사적 분석기법은 대기장소의 크기와 팔렛의 수에 관계없이 항상 적용 가능하다.

상기 생산시스템은 폐쇄형 대기네트웍로 모형화될 수 있으며 작업장 2에서 가공을 마친 부품의 다음 경로를 결정해 주기 위해 작업장2에 체류중인 부품을 작업장 1에서의 가공이 양호했으면 계층 A로, 작업장 1에서의 가공이 불량했으면 계층 B로 분류한다. 설명의 편의상 본 연구에서는 작업장 1과 작업장 2의 대기장소의 크기가 각각 2($C_1=C_2=2$)이고 팔렛의 수는 3(N=3)인




〈그림 1〉 두개의 작업장으로 구성된 생산 시스템의 복수계층 폐쇄형 대기 네트워크 모형

생산 시스템을 분석 예로 택하고자 하며 이를 대기 네트웍로 표시하면 그림 1과 같다.

화살표로 표시된 그림 1의 각 작업장에서의 계층별 경로확률을 설명하면 다음과 같다. 작업장 1에 체류중인 부품이 작업장 1에서 양호한 가공을 받을 확률은 $1-p_1$이며 이 경우 이 부품은 계층 A로서 작업장 2로 이동된다. 만일 작업장 1에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받게되면 이 부품은 작업장 1에서 재 작업을 받게되며 이와같은 확률은 $p_1\alpha_1$으로 주어진다. 반면에 작업장 1에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받지 않는다면 이 부품은 작업장 2에 계층 B로 이동되며 이와같은 확률은 $p_1(1-\alpha_1)$으로 주어진다. 작업장 2에 체류중인 부품의 경로확률도 유사하게 설명되어 질 수 있다. 작업장 2에 체류중인 계층 A 부품이 작업장 2에서 불량한 가공을 받고 작업장 2에서 검사를 받게되면 이 부품은 계층 A로서 작업장 2에 다시 들어와 재작업을 받게된다. 이와같은 사이 발생할 확률은 $p_2\alpha_2$ 이며 이와같은 경우 이외에는 작업장 2에 체류중인 계층 A 부품은 완제품으로 출하(작업장 1으로 이동)된다. 반면에 작업장 2에 체류중인 계층 B 부품은 작업장 2에서 가공을 받은 후 검사 여부에 관계없이 항상 작업장 1으로 이동된다. 즉 작업장 2의 계층 B 부품이 작업장 2에서 검사를 받게 되면 재작업을 위해 작업장 1으로 이동되고, 검사를 받지 않으면 완제품이 되어 작업장 1으로 이동된다. 따라서 작업장 2에 체류중인 계층 B 부품의 작업장 1으로의 경로확률은 1이 된다.

작업장 i에서 가공을 마친 부품이 다음 가공을 작업장 j에서 받아야 할 경우 작업장 j에 빈 대기장소가 존재하지 않으면 작업장 i의 기계는 봉쇄(block) 당하게 된다. 이 경우에는 작업장 i에서 가공을 마친 부품은 작업장 j의 가공이 끝날 때 까지 작업장 i에서 대기하여야 하며, 작업장 j의 대기장소가 생기는 즉시 작업장 j로 이동하여 가공을 받게 된다. 각 작업장에서의 가공시간이 지수분포를 따르므로 이 생산 시스템은 연속시

간형 마코브 체인으로 모델링될 수 있다. 정확한 해를 구하기 위해서는 작업장 2에 존재하는 모든 부품의 작업장 1에서의 가공 경력에대한 정보를 포함 시켜야 하므로 팔렛의 수 및 작업장 2의 대기장소의 크기가 증가하면 이에따라 상태의 수는 기하 급수적으로 증가한다. 본 예제와 같이 단순한 생산 시스템의 경우에도 정확한 분석을 위해서는 다음과 같이 15개의 상태가 정의되어져야 한다.

(2,b) : 작업장 1에 두개의 부품이 존재하며 작업장 2의 부품은 봉쇄당하고 있음

(2,i) : 작업장 1에 두개의 부품이 존재하며 작업장 2에는 i계층 부품이 가공중임 (i=A,B)

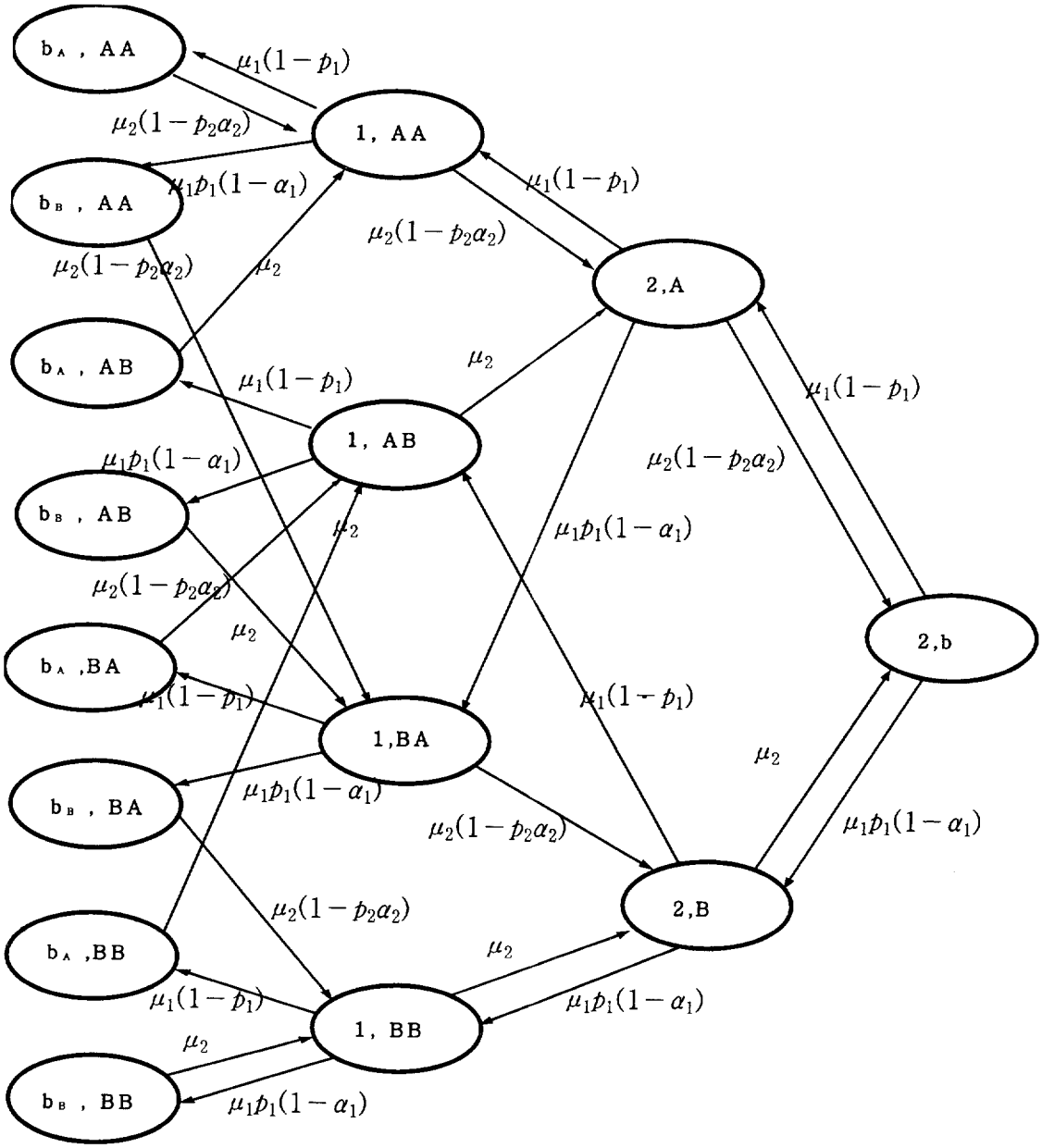
(1,ij) : 작업장 1에 한개의 부품이 존재하며 작업장 2에는 i계층 부품이 가공중이고 j계층 부품이 대기중임(i=A,B, j=A,B)

($b_A$,ij) : 작업장 1에는 작업장 1에서의 가공이 양호했던 한개의 부품이 봉쇄당하고 있으며 작업장 2에는 i계층 부품이 가공중이고 j계층 부품이 대기중임(i=A,B, j=A,B)

($b_B$,ij) : 작업장 1에는 작업장 1에서의 가공이 불량했던 한개의 부품이 봉쇄 당하고 있으며 작업장 2에는 i계층 부품이 가공중이고 j계층 부품이 대기중임(i=A,B, j=A,B)

시스템의 상태를 위와같이 정의하면 시스템의 상태전이 다이어그램(state-transition diagram)은 그림 2와 같이 그려질 수 있다

그림 2에 표시된 각 상태의 전이율을 예를들어 설명하면 다음과 같다. 상태 (1,AB)는 작업장 1에 한 개의 부품이 존재하고 작업장 2에는 계층 A 부품은 대기 중이며 계층 B 부품은 가공을 받고 있는 상태를 나타낸다. 작업장 2에서 가공중인 계층 B 부품의 가공이 끝나면 이 부품은 작업장 1으로 이동 되므로 작업장 1에는 2개의 부품이 존재하게 된다. 작업장 2에는 계층 A 부품이 가공을 받게 되므로 이 경우 상태 (1,AB)는 상태 (2,A)로 전이되며 전이율은 $\mu_2$가 된다. 반면에 작업장 1에서 가공중인 부품의 가공이 끝나면 다음과 같은 3가지 상황이 발생할 수 있다. 첫째, 작업장 1에서의 가공이 양호하면 이 부품은 작업장 2로 이동 되어져야 만하나 작업장 2에 대기 장소가 존재하지 않으므로 봉쇄 당하게 된다. 따라서 이 경우에는 상태 ($b_A$,AB)로 전이되며 전이율은 $\mu_1(1-p_1)$이 된다. 둘째, 작업장 1에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받지 않는 경우에도 가공을 마친 부품은 봉쇄 당하게 된다. 이 경우에는 작업장 1에서의 가공이 불량 하였으므로 상태 ($b_B$,AB)로 전이되며 전이율은 $\mu_1 p_1(1-\alpha_1)$이 된다. 셋째, 작업장 1에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받는 경우에는 검사를 마친 부품은 작업장 1에서 즉시 재작업을 받아야 한다. 이 경우에는 상태가 변하지 않으므로 전이율은 표시될 필요가 없다. 상태 (2,b)에서 다른 상태로의 전이율도 유사하게 설명된다. 상태 (2,b)는 작업장 1에는 2개의 부품이 존재하며 작업장 2의 부품은 봉쇄 당하고 있는 상태를 나타낸다. 이 경우 작업장 1의 가공이 끝나면 다음과 같은 3가지 경우가 발생할 수 있다. 첫째, 작업장 1에서의 가공이 양호하면 이 부품은 계층 A로서 작업장 2로 이동해 가공을 받게된다. 동시에 작업장 2에서 봉쇄중인 부품은 작업장 1으로 이동되므로 작업장 1에는 2개의 부품이 존재하게 된




〈그림 2〉 복수계층 폐쇄형 대기네트워크 모형의 상태전이 다이어그램

다. 따라서 이 경우에는 상태 (2,A)로 전이되며 전이율은 $\mu_1(1-p_1)$이 된다. 둘째, 작업장 1에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받지 않는 경우에는 가공을 마친 부품은 계층 B로서 작업장 2로 이동해 가공을 받게된다. 작업장 2에서 봉쇄중인 부품은 동시에 작업장 1으로 이동되므로 상태는 (2,B)로 전이되며, 이 경우 전이율은 $\mu_1p_1(1-\alpha_1)$이 된다. 셋째, 작업장 1

에서의 가공이 불량하고 작업장 1에서 검사를 받는 경우에는 검사를 마친 부품은 작업장 1에서 즉시 재작업을 받아야 한다. 이 경우에는 상태가 변하지 않으므로 전이율은 표시될 필요가 없다.

시스템이 상태(i,j)에 있을 확률을 P(i,j)라 정의하면 상태전이 다이어그램으로부터 균형 방정식(balance equations)을 작성할 수 있고, 균형 방정식의 해를 구함으로써 안정상태 확률, P(i,j), 의 값을 계산할 수 있다. P(i,j)의 값이 구해지면 부품의 계층을 구분하지 않은 안정상태 확률을 구할 수 있다. P12를 작업장 1에 부품이 1개 작업장 2에 부품이 2개 있을 확률, P21을 작업장 1에 부품이 2개 작업장 2에 부품이 1개 있을 확률, Pb2를 작업장 1의 부품은 봉쇄 당하고 작업장 2에는 부품이 2개 있을 확률, P2b를 작업장 2의 부품은 봉쇄 당하고 작업장 1에는 부품이 2개 있을 확률이라 정의하면 이들 확률은 다음과 같이 구하여 질 수 있다.

$$
\begin{aligned}
P_{2b} &= P(2,b),\\
P_{21} &= P(2,A)+P(2,B),\\
P_{12} &= P(1,AA)+P(1,AB)+P(1,BA)+P(1,BB),\\
P_{b2} &= 1-P_{2b}-P_{21}-P_{12}.
\end{aligned}
\tag{12}
$$

시스템의 안정상태 확률이 계산되면 시스템의 성능평가치는 안정상태 확률로 부터 쉽게 구하여 질 수 있다. 작업장 i에 존재하는 평균 재공품의 수를 $L_i$, 시스템의 생산율을 X, 단위시간당 출고되는 평균 양품의 수를 $X_A$, 작업장i의 기계의 활용율을 $U_i$, 평균 제조 리드타임을 MLT라 하면 이들 값은 다음과 같이 구하여 진다.

$$
\begin{aligned}
L_1 &= P_{12}+P_{b2}+2(P_{2b}+P_{21}),\\
L_2 &= P_{2b}+P_{21}+2(P_{12}+P_{b2}),\\
X &= \{P(2,A)+P(1,AA)+P(1,BA)+P(b_A,AA)+P(b_B,AA)+P(b_A,BA)+P(b_B,BA)\}\mu_2(1-p_2\alpha_2)\\
&\quad +\{P(2,B)+P(1,AB)+P(1,BB)+P(b_A,AB)+P(b_B,AB)+P(b_A,BB)+P(b_B,BB)\}\mu_2(1-\alpha_2),\\
X_A &= \{P(2,A)+P(1,AA)+P(1,BA)+P(b_A,AA)+P(b_B,AA)+P(b_A,BA)+P(b_B,BA)\}\mu_2(1-p_2),\\
AOQ &= 1-\frac{X_A}{X},\\
U_1 &= P_{12}+P_{2b}+P_{21},\\
U_2 &= P_{12}+P_{b2}+P_{21},\\
MLT &= \frac{N}{X.}
\end{aligned}
\tag{13}
$$

본 예제와 같이 소규모 생산 시스템의 경우에는 연속시간형 마코브 체인을 이용하여 정확한 분석이 가능하다. 그러나 대기장소의 크기와 팔렛의 수가 증가하면 상태의 수가 기하 급수적으로 증가하여 연속시간형 마코브 체인에 의해 정확한 성능분석을 수행하는 것이 현실적으로 불가능해지며, 이러한 이유로 근사적 분석기법의 개발이 요구된다. 이와같이 시스템의 상태의 수가 급격히 증가하는 이유는 시스템의 상태에 부품의 과거 가공 경력에 대한 정보가 포함돼야 하기 때문이다. 따라서 시스템의 상태에 과거 가공 경력에 대한 정보를 포함 시키지 않으면 정확한 성능분석은 불가능해 지나 상태변수의 수가 크게 줄어들어 계산량이 급격히 감소한다. 이는 일종의 상태통합 기법(state-aggregation technique)으로서 과거 가공경력을 구분하지 않고 각 작업장에 존재하는 부품의 수만 같으면 동일한 상태로 간주해 상태의 수를 줄여주는 기법이다. 본 연구에서는 복수계층 모형을 단일계층 모형으로 근사화 시킴으로써 상태통합 후의 상태간 전이율(transition rate)을 구하게 되며, 근사적 해의 정확도는 단일계층 모형에서의 경로확률값이 얼마나 합리적으로 결정 되는 가에달려있다. 본 연구에서는 복수계층 모형에서의 작업장 간의 부품 흐름율이 단일계층 모형에서의 작업장 간의 부품 흐름율과 일치 하도록 단일계층 모형의 경로확률을 구하여 줌으로써 근사적 해의 정확도를 높이고자 한다. 작업장 i에서 가공을 마친 임의의 부품이 다음 가공을 작업장 j에서 받을 단일계층 네트웍의 경로확률을 $q_{ij}$라 하면, 그림 1의 복수계층 네트웍은 그림3의 단일계층 네트웍으로 근사화 된다.

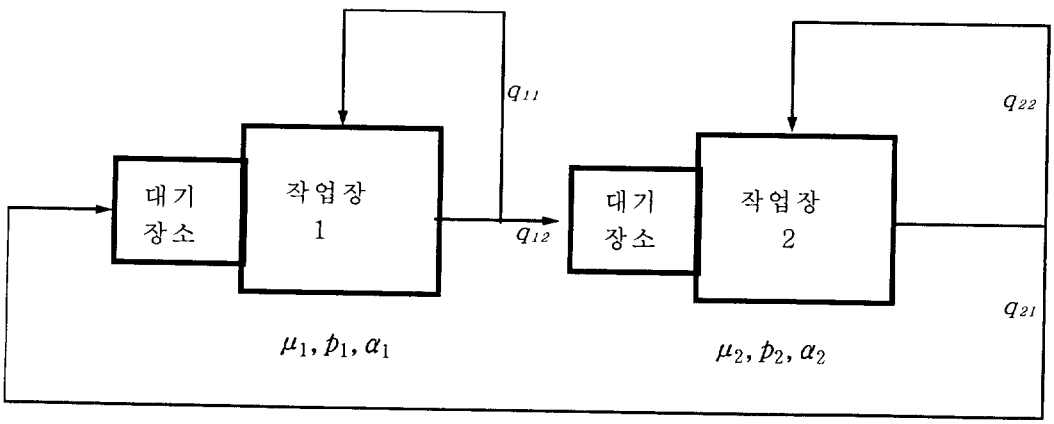
그림 3의 대기네트웍는 $q_{ij}$의 값만 주어지면 연속시간형 마코브 체인으로 간단히 분석되어 질 수있다. 이를 위하여 시스템의 상태를 다음과 같이 4상태로 정의한다.

$b_1$ : 작업장 1이 봉쇄중임(작업장 2에는 2개의 부품이 존재함)

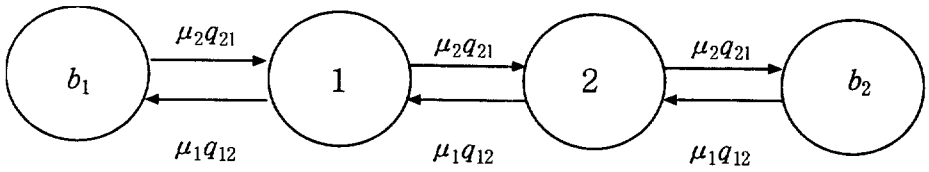
i : 작업장 1에 i개의 부품이 존재함(작업장 2에는 3-i개의 부품이 존재하며 봉쇄는 발생하지 않음), i=1,2

$b_2$ : 작업장 2가 봉쇄중임(작업장 1에는 2개의 부품이 존재함)

시스템의 상태를 이와같이 정의하면 마코브 체인의 상태전이 다이어그램은 그림 4와 같이 표현된다.




〈그림 3〉 단일계층으로 근사화된 폐쇄형 대기네트워크 모형




〈그림4〉 단일계층 폐쇄형 대기네트워크모형의 상태전이 다이어그램

그림 2를 그림 4와 비교해 보면 그림 2의 몇 개의 상태들이 그림 4의 한 상태로 통합되어져 있음을 알 수있다. 즉, 그림 2의 상태 (2,A)와 (2,B)는 그림 4의 상태 2로 통합되어져 있고, 그림 2의 4가지 상태 (1,ij)는 그림 4의 상태 1로 통합되어져 있으며, 그림 2의 8가지 상태 ($b_A$,ij), ($b_B$,ij)는 그림 4의 상태 $b_1$ 으로 통합되어져 있음을 알 수 있다. 따라서 복수계층 네트웍를 단일계층 네트웍로 근사화 시킴은 연속시간형 마코브 체인의 상태 수를 줄여주기 위하여 상태통합기법을 적용한 것임을 알 수 있다. 또한 그림 4의 상태전이 다이어그램에서 미지수는 $q_{ij}$ 뿐이므로 근사적 기법의 정확도는 $q_{ij}$값이 얼마나 합리적으로 결정 되는 가에 달려있음을 알 수있다.

그림 4에서 볼 수 있듯이 단일계층으로 근사화된 대기네트웍의 추계적 과정은 출생-소멸과정(birth and death process)이다. 따라서 $\rho=\frac{\mu_2 q_{21}}{\mu_1 q_{12}}$라 정의하면 시스템의 안정상태 확률은 다음과 같이 간단히 구하여 질 수 있다.

$$\begin{aligned} P(b_1) &= \frac{1}{1+\rho+\rho^2+\rho^3}, \\ P(1) &= \rho P(b_1), \\ P(2) &= \rho P(1), \\ P(b_2) &= \rho P(2). \end{aligned} \tag{14}$$

이상에서 보듯이, $q_{ij}$값만 결정되면 출생-소멸 과정을 분석 함으로써 대기네트웍의 안정상태 확률을 구할 수 있다. 본 연구에서는 단일계층 네트웍에서의 작업장간의 부품 흐름율이 복수계층 네트웍에서의 작업장간의 부품 흐름율과 동일해 지도록 $q_{ij}$값을 결정한다. 이를 위하여 우선 복수계층 네트웍의 트래픽 방정식을 풀어 각 작업장별 상대적 방문율을 계층별로 구한다. 복수계층 네트웍의 경로확률 행렬은 그림 1로 부터 다음과 같이 주어진다.

$$Q = \begin{array}{c} \\ (1) \\ (2,A) \\ (2,B) \end{array} \begin{array}{c} \begin{array}{ccc} (1) & (2,A) & (2,B) \end{array} \\ \begin{bmatrix} p_1\alpha_1 & 1-p_1 & p_1(1-\alpha_1) \\ 1-p_2\alpha_2 & p_2\alpha_2 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \end{array}$$

$v_1=1$로 놓고 트래픽 방정식을 풀면 그 결과는 다음과 같다.

$$\begin{aligned} v_1 &= 1, \\ v_{(2,A)} &= \frac{1-p_1}{1-p_2\alpha_2}, \\ v_{(2,B)} &= p_1(1-\alpha_1). \end{aligned} \tag{15}$$

식 (15)로 부터 작업장 2의 상대적 방문율은 다음과 같이 구하여진다.

$$v_2 = v_{(2,A)} + v_{(2,B)} = \frac{1-p_1\alpha_1-p_1p_2\alpha_2+p_1p_2\alpha_1\alpha_2}{1-p_2\alpha_2}. \tag{16}$$

작업장 2의 부품중 계층 A에 속하는 부품의 비율을 $\beta_A$, 계층 B에 속하는 부품의 비율을 $\beta_B$라 하면 식(15), (16)으로부터 $\beta_A$와 $\beta_B$는 다음과 같이 표현된다.

$$\begin{aligned}\beta_A &= \frac{v_{(2,A)}}{v_2} \\ &= \frac{1-p_1}{1-p_1\alpha_1-p_1p_2\alpha_2-p_1p_2\alpha_1\alpha_2}, \\ \beta_B &= \frac{v_{(2,B)}}{v_2} \\ &= \frac{p_1(1+p_2\alpha_1\alpha_2-\alpha_1-p_2\alpha_2)}{1-p_1\alpha_1-p_1p_2\alpha_2}.\end{aligned} \tag{17}$$

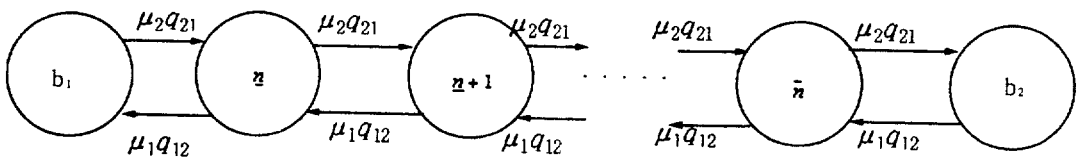
$\beta_A$, $\beta_B$가 구해지면 복수계층 네트웍에서의 작업장간 부품 흐름율을 단일계층 네트웍에서의 작업장간 부품 흐름율과 동일하게 하여 주는 경로확률 $q_{ij}$는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned}q_{11} &= p_1\alpha_1, \\ q_{12} &= 1-q_{11}, \\ q_{21} &= 1-\beta_Ap_2\alpha_2, \\ q_{22} &= \beta_Ap_2\alpha_2.\end{aligned} \tag{18}$$

이상과 같이 식(17)에 의해 $\beta_A$, $\beta_B$의 값을 구한 후 식(18)에 의해 $q_{ij}$값을 구하게 되면, 식(14)에 의해 안정상태 확률을 구할 수 있다. 안정상태 확률이 구하여 지면 시스템의 성능평가치는 다음과 같이 구하여 진다.

$$\begin{aligned}U_1 &= P(b_2)+P(2)+P(1), \\ U_2 &= P(b_1)+P(2)+P(1), \\ X_A &= U_1\mu_2\beta_A(1-p_2), \\ X &= U_2\mu_2q_{21}-\beta_B\alpha_2, \\ AOQ &= 1-\frac{X_A}{X}, \\ MLT &= \frac{N}{X}.\end{aligned} \tag{19}$$

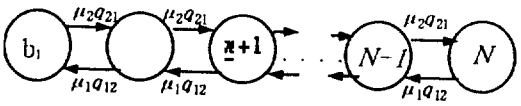
이상의 근사적 과정은 작업장 i의 대기장소의 크기가 $C_i$(i=1,2)이고, 팔렛의 수가 N인 일반적인 경우에도 적용 가능하다. 두개의 작업장으로 구성되어 있는 생산 시스템의 경우에는 이를 단일계층 모형으로 근사화하면 대기장소의 크기 및 팔렛의 수와 관계없이 추계적 과정은 항상 출생-소멸 과정이 됨을 보일 수 있다. 이를 증명하기 위해 작업장 1에 존재할 수 있는 최소 부품수를 $\underline{n}$, 작업장 1에 존재할 수 있는 최대 부품수를 $\bar{n}$라 하자. 그러면 $\underline{n}=\max(0, N-C_2)$, $\bar{n}=\min(N, C_1)$와 같이 표현된다. 우선 작업장 1과 2가 모두 봉쇄 당할



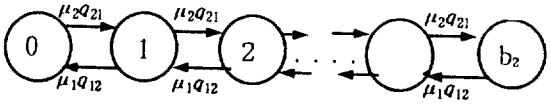

〈그림 5〉 $N > \max(C_1, C_2)$ 일 경우의 상태전이 다이어그램

수 있는 $N > \max(C_1, C_2)$의 경우를 살펴보자. 분석을 위해 작업장 1이 봉쇄당한 상태를 $b_1$, 봉쇄가 발생하지 않으며 작업장 1에 i개의 부품이 존재하는 상태를 i, 작업장 2가 봉쇄당한 상태를 $b_2$라 정의하면 상태전이 다이어그램은 그림 5와 같이 됨을 알 수 있다.

$N \leq C_1$의 경우에는 작업장 2는 봉쇄 당하지 않으며 $N \leq C_2$ 의 경우에는 작업장 1이 봉쇄당하지 않는다. 이 경우의 상태전이 다이어그램은 각각 그림 6에 표시된 바와 같다.




$N \leq C_1$ 의 경우




$N \leq C_2$ 의 경우

〈그림 6〉 $N \leq C_1$ 및 $N \leq C_2$ 일 경우의 상태전이 다이어그램

그림 5와 그림 6에서 볼 수 있듯이 단일계층 모형으로 근사화된 시스템의 추계적 과정은 모두 출생-소멸 과정이다. 따라서 $q_{ij}$값만 결정되면 안정상태 확률을 쉽게 구할 수 있으며, $q_{ij}$값은 대기장소의 크기와 팔렛의 수와 관계없이 식 (17), (18)을 사용하여 구할 수 있다. 이상의 방법에 의해 구해진 시스템의 성능평가치들은 근사치이나 이중 AOQ만은 정확한 값이다. 왜냐하면 AOQ는 $q_{ij}$값에 의해 완전히 결정되고, 위 기법에 의해 구해진 $q_{ij}$값은 복수계층 네트웍와 단일계층 네트웍의 작업장간 흐름율을 동일하게 하여주는 정확한 값이기 때문이다.

본 절에서 개발된 근사적 기법의 정확도를 평가하기 위하여 많은 예제를 통하여 실험을 하여 보았다. 실험 결과 근사적 기법에의해 구해진 해는 실제 해와 비교해 오차가 거의 없는 매우 우수한 해임이 발견되었다. 그러나 불량율과 검사율이 모두 높을 경우에는 근사적 기법에 의해 얻어진 해는 정확도가 다소 떨어짐이 관측되었다. 그러나 이 경우에도 오차의 정도는 극히 작으며 불량율이 0.5 이상의 작업장은 현실적으로는 거의 존재하지 않으므로 본 연구에서 개발된 근사적 기법은 정확한 기법을 대신하여 사용할 수 있는 매우 유용한 기법이라 판단된다. 아래에 불량율이 낮은 경우(예제1)와 높은(예제2) 두가지 대표적인 경우에 대한 실험 결과를 소개한다.

〈예제 1〉 $C_1=2$, $C_2=2$, $N=3$, $\mu_1=1$, $P_1=0.2$ , $\alpha_1=0.6$, $\mu_2=1$, $P_2=0.2$, $\alpha_2=0.6$.

| 성능평가치 | $L_1$ | $L_2$ | $U_1$ | $U_2$ | X | AOQ | MLT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 정확한 해 | 1.5055 | 1.4945 | 0.7540 | 0.7458 | 0.6273 | 0.1259 | 4.7822 |
| 근사해 | 1.5055 | 1.4945 | 0.7541 | 0.7459 | 0.6274 | 0.1259 | 4.7816 |

〈예제 2〉 $C_1=2$, $C_2=2$, $N=3$, $\mu_1=1$, $P_1=0.6$ , $\alpha_1=0.8$, $\mu_2=1$, $P_2=0.6$, $\alpha_2=0.8$.

| 성능평가치 | $L_1$ | $L_2$ | $U_1$ | $U_2$ | X | AOQ | MLT |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 정확한 해 | 1.5589 | 1.4411 | 0.7874 | 0.7002 | 0.3339 | 0.2743 | 8.9858 |
| 근사해 | 1.5584 | 1.4416 | 0.7922 | 0.7044 | 0.3359 | 0.2743 | 8.9319 |

실험 결과에서 볼 수 있듯이 불량율이 비교적 낮은 예제 1의 경우에는 근사적 기법에 의해 구해진 해는 실제해와 거의 일치한다. 불량율과 검사율이 모두 높은 예제 2의 경우에도 근사해는 매우 우수함을 알 수 있다. 본 예제 이외의 모든 실험 예제에서도 이와 유사한 결과가 얻어졌으며, 앞에서 설명한 바와 같이 근사적 기법에 의해 구하여진 AOQ는 실제해와 동일한 값을 갖음을 본 예제를 통하여서도 확인할 수 있다.

## 4. 최적 샘플링 검사 정책

특정한 샘플링 검사 방식에 대하여 시스템의 성능분석치를 구할 수 있게 되면, 이를 이용하여 최적 샘플링검사 정책을 구할 수 있게 된다. 본 절에서는 앞에서의 연구결과를 최적 샘플링 검사 정책을 수립하는데 어떻게 활용할 수 있는지 살펴 보고자 한다. 본 연구에서는 시스템 운용과 관련하여 다음과 같은 비용이 발생한다고 가정한다. 작업장 i에서 검사가 수행될 때 마다 $CI_i$ $(i=1, 2, 3)$의 검사 비용이 발생하며 작업장 i에서 기계가 가동중일 경우 단위시간당 $CO_i$ $(i=1, 2, 3)$의 기계가동 비용이 발생한다. 또한 최종 생산제품이 양품일 경우 개당 $C_A$ 만큼의 이익이 발생하며 불량품인 경우 개당 $C_B$ 만큼의 이익이 발생한다고 가정한다. $C_A$, $C_B$는 각각 개당 판매비용에서 원자재 가격을 뺀 비용이라 생각할 수 있으며 따라서 $C_B$는 음의 값을 취하는 경우도 흔히 발생한다. 이와같은 비용구조 하에서 최적 샘플링 검사방식을 찾는 문제는 다음의 수리계획 문제로 귀착된다.

$$\max \quad C_A X_A(N) + C_B[X(N) - X_A(N)] - \sum_{i=1}^{3} CI_i X_i(N)\,\alpha_i - \sum_{i=1}^{3} CO_i\, U_i(N) s_i$$

$$s.t. \quad 0 \le \alpha_i \le 1, \quad i = 1, 2, 3$$

예제를 통해 실험해 본 결과 상기 수리계획 문제는 다수의 국소 극대점(local maximum)이 존재하는 매우 불규칙한 행태(behavior)를 갖음이 관측 되었다. 따라서 일반적인 탐사기법(search technique)을 사용하면 국소 극대점에 빠지기 쉬우므로 작업장의 수가 많을 경우에는 시뮬레이티드 어닐링(simulated annealing)기법이나 유전 알고리듬(genetic algorithm)기법 등을 사용하여 국소 극대점에서 벗어 날 수 있도록 하는 것이 바람직 하다. 본 논문의 경우에는 작업장의 수가 3개 이하이고, $\alpha_i$의 범위가 0에서 1사이로 제한되어 있으므로 실행가능 영역에서 전체탐사(enumerative search)를 시도하여도 비교적 빠른 시간 내에 최적해를 찾을 수 있게 된다. 즉, 각각의 $\alpha_i$의 값을 0부터 시작하여 1에 도달할 때 까지 0.001씩 증가시키며 목적함수 값을 계산한 후 이중 최대 값을 산출해 주는 $\alpha=(\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3)$를 구하면 이가 곧 최적 검사 방식이 된다.

위에서 설명한 비용 구조하에서 대기장소의 크기가 무한한 세개의 작업장으로 구성된 생산 시스템의 최적 샘플링 검사 방식을 다음 예에서 구해본다.

〈예제3〉

$N=20,\ \mu_1=\mu_2=\mu_3=1.5,\ p_1=p_2=p_3=0.2,\ s_1=s_2=s_3=1,$

$C_A=6,\ C_B=-1,\ CI_1=CI_2=0.5,$

$CI_3=1,\ CO_1=CO_2=CO_3=1.$

예제3의 단위시간당 기대수익을 극대화하여 주는 최적 검사방식을 구하여 보면 $\alpha_1=\alpha_3=0$, $\alpha_2=1$을 얻게 된다. 최적 검사정책을 사용할 경우 단위시간당 기대수익은 1.3399이며 평균 출검 품질은 0.2가 된다. 또한 각 작업장에서의 기계의 활용율은 $U_1=0.8271$, $U_2=0.9926$, $U_3=0.6617$이고, 평균 재공품의 수는 $L_1=4.3597$, $L_2=13.7119$, $L_3=1.9284$이며 제품의 생산에 소요되는 평균 제조 리드타임은 20.1501이다.

폐쇄형 대기네트웍의 경우에는 단위기간당 생산율을 극대화 시키는 것이 중요한 목표가 될 경우가 많다. 특히 특정 거래처에 제품을 정기적으로 납품하는 경우에는 평균 출검품질이 일정한 값 이하로 유지되어야 한다는 조건이 붙을 경우가 많다. 이와같이 요구되는 평균 출검품질, $\xi$, 을 충족 시키면서 생산률을 극대화 시키기 위한 검사방식은 다음의 수리계획 문제를 풀음으로써 구할 수 있다.

$$\max \quad X(N)$$

$$s.t. \quad AOQ \le \xi$$

$$0 \le \alpha_i \le 1,\ i=1,2,3.$$

이와같은 목표하에서 대기장소의 크기가 유한하고 두개의 작업장으로 구성된 폐쇄형 생산 시스템의 최적 검사정책을 다음 예에서 구해 보자.

〈예제4〉

$C_1=2,\ C_2=2,\ N=3,\ \mu_1=1,\ p_1=0.2,\ \mu_2=1,\ p_2=0.2,\ \xi=0.15$ .

평균 출검품질을 0.15 이하로 유지하면서 생산율을 극대화하여 주는 최적 검사정책을 구하여 보면 $\alpha_1=0.974, \alpha_2=0.315$가 되며 이때의 평균 출검품질은 0.15이다. 또한 최적 검사정책을 사용할 경우 얻게 되는 생산율은 0.6459이며 평균 제조 리드타임은 4.6446, 기계 활용율은 $U_1=0.8038$, $U_2=0.6905$이다.

## 5. 결 론

본 연구에서는 각 작업장에서 샘플링 검사가 수행되는 폐쇄형 생산 시스템의 성능평가를 위한 수리적 분석기법을 개발하였다. 검사에 의해 불량으로 판명된 부품은 불량가공의 원인이된 최초의 작업장으로 보내어져 재가공된다는 합리적인 가정하에서 분석이 수행되었다. 연구대상은 2개 및 3개의 작업장으로 구성된 생산시스템이며 대기장소의 크기가 무한한 경우와 유한한 경우에 대해 모두 분석을 시도하였다. 본 연구에서는 대기장소의 크기가 무한한 생산 시스템에 대해서는 정확한 성능분석이 수행 되었으며 대기장소의 크기가 유한한 생산 시스템에 대해서는 정확한 분석기법과 함께 근사적 분석기법이 제시 되었다. 본 연구에서 제시된 근사적 분석 기법은 일종의 상태통합 기법으로서 상태통합은 복수계층 모형을 단일계층 모형으로 단순화시키는 기법에 의해 이루어 진다. 본 연구에서는 복수계층 모형에서와 단일계층 모형에서의 작업장

간 부품 흐름율이 동일해 지도록 단일계층 모형의 경로확률을 결정해 줌으로써 근사적 해의 정확도를 높일 수 있었다. 본 연구에서 개발된 분석기법은 특정한 샘플링 검사 방식하에서의 평균 출검품질, 평균 재공품의 수, 생산율, 기계의 활용율, 평균 제조 리드타임 등 중요한 성능 평가치를 신속하게 제공하여 준다. 또한 본 연구에서 개발된 분석기법은 검사에 소요되는 비용, 기계가동 비용, 출고되는 양품 및 불량품의 개당 수익 및 손실 등을 고려한 비용구조하에서 단위 기간당 기대수익을 극대화 시켜주는 최적 샘플링 검사정책을 수립하는데 이용될 수 있음을 예제를 통하여 보여 주었다.

## 참 고 문 헌


[1] 이효성, "샘플링검사가 수행되는 생산시스템의 성능분석", '95 대한산업공학회 추계학술대회 발표논문집, (1995) pp.247-252

[2] Buzacott, J. A., and J, G. Shanthikumar, "Design of Manufacturing Systems Using Queueing Models," ***Queueing Systems,*** v.12(1992), pp.135-214

[3] Buzacott, J. A., and D. D. Yao, "Flexible Manufacturing Systems : A Review of Analytical Models," ***Management Science,*** v.32, No.7(1986), pp.890-905

[4] Dallery, Y., and S. B. Gershwin, "Manufacturing Flow Line System: A review of models and analytical results," ***Queueing Systems,*** v.12(1992), pp.3-24

[5] Hatvany, J., ***World Survey on CAM,*** Butterworths, Kent, U.K. (1983)

[6] Hsu, L. F., and C.S. Tapiero, "A Bayes Approach to Quality Control of an M/G/1 Queue," ***Naval Research Logistics,*** v.35 (1988), pp.327-343.

[7] Kant, K., ***Introduction to Computer System Performance Evaluation,*** McGraw Hill(1992), New York

[8] Tapiero, C. S., and L. F. Hsu, "Ramdomized Quality Control of a 2-Station Manufacturing Process with Blocking," ***IEEE Trans. on Reliab.,*** v. 35(1986), pp.455-458

[9] Tapiero, C. S., and L. F. Hsu, "Quality Control of the M/M/1 Queue," ***Int. J. of Prod. Res.,*** v.25(1987), pp.447-445

[10] Tapiero, C. S., and L. F. Hsu, "Quality Control of an Unreliable Random FMS : with Bernoulli and CSP Sampling," ***Int. J. of Prod. Res.,*** v.26(1988), pp.1125-1135