

푸리에 변환 간섭 해석법을 이용한 구면의 미세 변위 측정*

손영준 · 주신호 · 권진혁 · 최옥식

영남대학교 물리학과

(1997년 2월 3일 받음)

안구표면과 같은 미세구면의 변위를 알아내기 위하여 Twyman-Green 간섭계를 이용하였으며 반송무늬(carrier fringe)를 형성시켜 푸리에 변환법으로 미세구면의 변위 분포를 측정하였다. 기준위치에서 일정한 반송무늬가 형성되도록 한 후 구면이 변화할 때 반송무늬의 변화방향을 관측하였으며, 반송무늬의 변화방향에 의해 구면의 변화방향을 알아내었다. 푸리에 변환법(Fourier transform method)을 이용하여 CCD카메라에서 받아들여진 한 장의 간섭무늬로부터 위상분포를 얻어내고 구면의 변위 분포를 계산하였다. 공간주파수 영역에서 변위에 대한 정보를 분리함으로써 간섭무늬의 배경분포 및 잡음을 제거하였으며, 구면의 변위에 대한 3차원 분포를 이론적인 계산값과의 측정오차가 $\lambda/10$ 이내에서 얻어내었다.

I. 서 론

투명한 구면의 변위 측정은 안구표면의 레이저 시술시 중요한 문제이다. 안구표면의 변화를 정확하게 알아야 올바른 시술이 가능하므로 여러 가지 측정이 시도되고 있다. 형상측정에 많이 쓰이는 주사형 방식은 측정영역을 이동하면서 측정해야하기 때문에 많은 시간이 소요되며, 안구표면과 같은 움직이는 물체의 순간적인 형상의 측정에는 제한적이다. 또한 주사를 위한 기계적인 부분에서의 오차도 무시할 수 없는 제한 요인이다. 안구표면은 유리구슬과 같은 광학면이므로 간섭계를 이용하면 형상측정 및 변위측정이 가능하다.^[1-4] 간섭계를 이용한 측정법은 변위면 전체를 동시에 측정할 수 있으므로 안구표면과 같은 순간적인 형상 측정이 요구되는 때에 적합하다.

간섭계를 이용한 측정에서는 형상에 대한 정보를 포함하고 있는 간섭무늬를 해석하는 방법에 있어서 다양한 해석법이 있으며 응용하는 분야에 따라 적합한 방법을 선택하는 것이 중요하다. 구표면의 순간적인 형상측정에는 한 개의 간섭무늬를 이용하여야 한다는 요구조건이 따른다. 푸리에 변환법(Fourier transform method)은 한 개의 간섭무늬로도 높은 정밀도의 측정을 수행할 수 있어 이 요구조건을 만족시킨다. 푸리에 변환법은 한 개의 간섭무늬를 푸리에 변환하여 공간주파수 영역에서 필요한 주파수밴드를 분리해낸후 역푸리에 변환하여 위상정보를 얻어내는 방법으로서, 스펙클과 같은 간섭무늬의 잡음이 동시에 제거되며 위상변이법(phase shifting method)에서와 같이 위상변이를 위한 고정밀도의 장치가 필요하지 않고 대부분의 처리를 컴퓨터에 의존하므로 자동화하기에 좋다는 장점이 있다.^[5-9] 그러나 푸리에 변환에서의 정밀도를 높이기 위하여 간섭무늬를 받아들이는 검출기의 공간분해능이 높아야하며 각 화소(pixel)들의 빛에 대한 민감도

(sensitivity)가 일정해야 한다.^[4] 최근의 CCD카메라의 성능 향상은 이러한 문제들을 해결해주고 있다.

본 연구에서는 Twyman-Green 간섭계를 이용하여 안구표면과 흡사한 곡면을 가진 유리구슬의 구표면 변위를 측정하였다. 사용된 광원은 632.8 nm의 파장을 가지고 있는 He-Ne 레이저였다.

II. 푸리에 변환을 이용한 간섭무늬 측정법

일반적인 간섭무늬의 강도 분포 $g(x, y)$ 는 식 1과 같이 나타낼 수 있다.

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \phi(x, y) + \text{noise} \quad (1)$$

식 1에서 $a(x, y)$ 는 배경 강도 분포, $b(x, y)$ 는 변조강도분포의 진폭을 나타내며 마지막 항은 간섭무늬에 포함되어 있는 고주파 잡음을 나타낸다. 간섭무늬의 변조주파수가 낮을 때, 즉 간섭무늬가 완만하게 변화할 경우에는 배경 공간주파수의 스펙트럼과 위상을 포함하는 변조공간주파수 스펙트럼이 섞여버려서 위상분포에 잡음이 많이 포함되거나 아예 위상분포를 얻어내지 못하게 된다. 이러한 문제를 해결하기 위해 변조강도분포에 일정한 공간주파수를 가지고 있는 간섭무늬 즉, 반송무늬(carrier fringe)를 포함시키면, 푸리에 공간상에서 위상을 포함하는 스펙트럼이 반송무늬의 주파수에 위치하게 되기 때문에 배경분포를 나타내는 스펙트럼으로부터 완전하게 분리될 수 있으며 식 2와 같은 분포로 변화된다.

$$g(x, y) = a(x, y) + b(x, y) \cos \{ \phi(x, y) + 2\pi f_0 x \} \quad (2)$$

여기에서 반송무늬의 주파수를 나타내는 f_0 는 특별한 장치가 없이도 간섭계의 참조광(reference beam)을 반사시키는 거울을 적당한 각도로 기울여주면 생성된다. 생성된 간섭무늬의 강도분포는 $c(x, y) = \frac{1}{2} b(x, y) e^{i\phi(x, y)}$ 로 둘 때 식 3으로 표현할 수 있으며,

* 본 연구는 1995년도 한국과학재단의 핵심전문연구(951-0205-020-2)와 영남대학교의 부분적 지원으로 이루어졌습니다.

$$g(x, y) = a(x, y) + c(x, y)e^{i2\pi f_0 x} + c^*(x, y)e^{-i2\pi f_0 x} \quad (3)$$

다시 푸리에 변환에 의하여 식 4가 된다.

$$G(f_x, y) = A(f_x, y) + C(f_x - f_0, y) + C^*(f_x + f_0, y) \quad (4)$$

식 4로부터 위상분포에 대한 스펙트럼 분포의 중심주파수가 배경 스펙트럼과 f_0 만큼 분리되어 있는 것을 알 수 있다. 필터링의 과정을 거쳐 $C(f_x - f_0, y)$ 를 분리해 낸 후 주파수가 영인 방향으로 f_0 만큼 이동시키면 $C(f_x, y)$ 가 얻어지며, 이것을 푸리에 역변환하면 식 5와 같은 위상분포를 얻어낼 수 있다.

$$\phi(x, y) = \arctan \left(\frac{\text{Im}\{c(x, y)\}}{\text{Re}\{c(x, y)\}} \right) \quad (5)$$

이 방법이 적용되기 위한 조건은 다음과 같다.

- 반송무늬의 주파수가 추출하고자 하는 위상분포의 최대 기울기보다 커야 한다.

$$2\pi|f_0| > \max \left| \frac{d\phi}{dx} \right|$$

- 배경 항과 최대진폭항은 반송무늬주파수보다 완만한 분포여야 한다.

$$2\pi|f_0| \gg \max \left| \frac{d}{dx} a(x, y) \right| \quad \text{and}$$

$$2\pi|f_0| \gg \left| \frac{d}{dx} b(x, y) \right|$$

- 반송무늬의 주파수 f_0 는 샘플링 주파수의 절반 보다 작아야 한다(이것을 Nyquist 조건이라 한다).

$$f_0 < f_{\max} = \frac{1}{2}h : h = x_{i+1} - x_i$$

이상의 조건이 만족될 때 정확한 위상분포가 얻어질 수 있다.

III. 곡면 형상 측정 및 결과

3.1. 실험방법

그림 1은 Twyman-Green 간섭계와 간섭무늬 해석을 위한 장치도를 나타낸다. 그림 1에서 레이저로부터 나온 광은 빗살가르계에 의해 참조광과 물체광으로 나뉘어진다. 물체광은 수차가 정밀하게 잘 보정된 카메라 렌즈에 의해 측정될 곡면에 입사되며, 곡면으로서 안구의 각막 표면과 흡사한 지름 8 mm의 유리구슬을 이용하였다. 유리구슬 표면의 낮은 반사율로 인한 선명도(visibility)의 감소현상 때문에 기준거울로서 생유리 췌기(wedge)면을 이용하였으며, 이 췌기를 기울여 반송무늬를 형성하였다. 이때 반송무늬의 주파수는 Nyquist조건과 구면 변화에 의한 간섭무늬의 변화가 CCD면의 측정범위를 벗어나지 않는 조건을 만족하도록 결정되어야 한다. Nyquist조건을 맞추기 위해 간섭무늬의 주기가 CCD면의 2-3화소를 넘도록 해야 하며, 곡면의 변화에 의해 간섭무늬가 너무 크게 변화하지 않도록 하기 위해 본 실험에서는 간섭무늬의 주기가 CCD면에서 약 15 화소가 되도록 하였다. 물체광의 경로에 원형 개구를 둔 것은 반송무늬를 만들어내기 위해 참조광이 기울어질

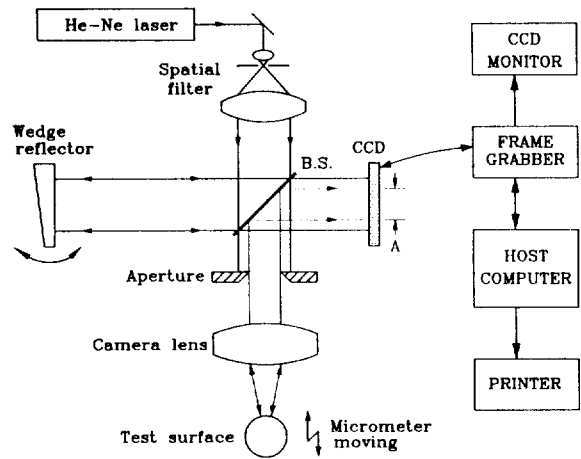


그림 1. Twyman-Green 간섭계를 이용한 곡면 변위 측정 장치도

때 CCD면 상에서 물체광이 참조광과 완전히 겹치도록 하기 위한 것이며, A는 이때 만들어진 간섭무늬의 면적으로서 원형 개구의 면적과 동일하게 된다. 측정될 유리구를 마이크로미터로 이동할 수 있도록 한 것은 구면의 변화를 유도하기 위한 것이다. 여기서 사용된 레이저는 파장이 632.8 nm의 He-Ne레이저이며 최대 출력은 10 mW였다. 간섭계에서 생성된 간섭무늬는 CCD카메라에 의해 아날로그 신호로 바뀌고 다시 아날로그 디지털 변환기(analog-digital converter)에 의해 디지털 화상으로 변환되어 화상처리기(frame grabber)내에 있는 프레임 메모리(frame memory)에 기록되며 동시에 CCD모니터로 나타나게 된다. 이때 프레임 메모리는 컴퓨터에 연결되어서 프로그램으로 처리할 수 있게 된다. 사용된 화상 처리 시스템은 Imaging Technology Inc.의 OFG VP1100-512-U-AT(line freq. 60 Hz)였으며 처리할 수 있는 화상의 크기는 512×480 pixel이었다. 또한 안구표면의 측정의 응용을 고려하여 약간의 진동이 있는 상황에서 실험을 수행하였다. 간섭무늬 해석을 위한 프로그램은 Microsoft C 7.0을 사용하여 작성하였으며, CCD카메라에 의해 얻어진 간섭무늬는 메디안 필터링을 이용하여 전처리(preprocessing)하였으며 푸리에 변환은 Cooley-Turkey 알고리즘으로 수행하였다.^{[10],[11]}

렌즈에 의한 물체광의 초점이 유리구슬의 중심에 있게 되면 구표면에서 반사된 물체광은 CCD면 상에서 평면파가 되며, 참조광을 적절히 기울여 반송무늬를 만들어주면 일정한 간격의 직선 간섭무늬가 생성되며 그림 2 (a)와 같은 간섭무늬가 얻어진다. 이때를 기준으로하여 구면의 중심을 이동하면 그림 2 (b)(c)와 같은 간섭무늬가 얻어진다. 그림 2 (b)는 구면의 중심을 전방으로 이동하였을 때의 간섭무늬이며 그림 2 (c)는 후방으로 이동하였을 때의 간섭무늬이다. 사진에서 볼 수 있듯이 기준 위치를 중심으로 간섭무늬의 변화방향으로 구면의 변화 방향이 나타난다는 것을 알 수 있으며 또한 같은 방향이라도 간섭무늬의 굴곡정도에 따라 변화한 양을 알 수 있다.

본 실험에서는 구면의 중심을 이동시키면 새로운 구표면이 형성된다는 점에 착안하여 변화된 구면을 얻어낼 수 있었다. 그림 3은 구 중심의 변화에 의한 새로운 구면의 생성에 대한 개념도로서 구 중심이 0일 때의 구면과 간섭무늬 상에서의 동등한

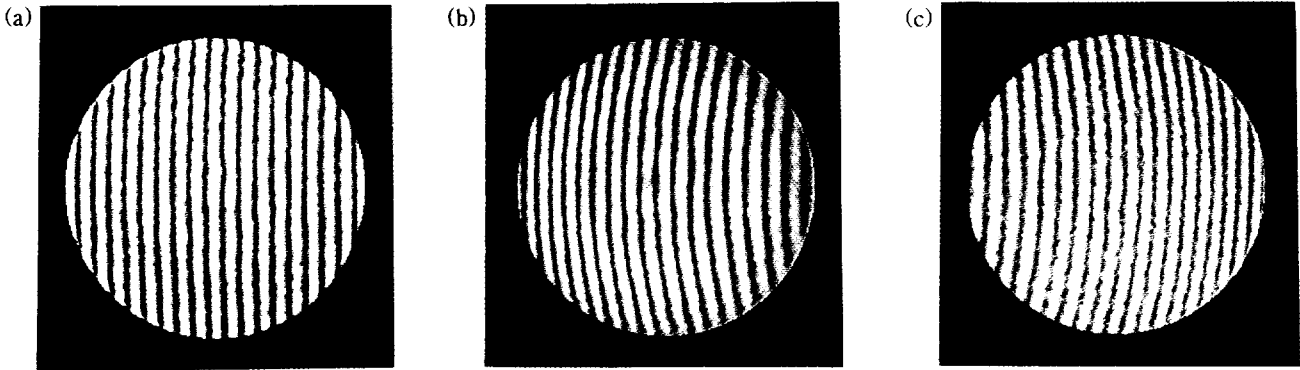


그림 2. 구면의 변화에 따른 간섭무늬의 변화. (a) 변위 $\Delta D=0$, (b) $\Delta D>0$, (c) $\Delta D<0$

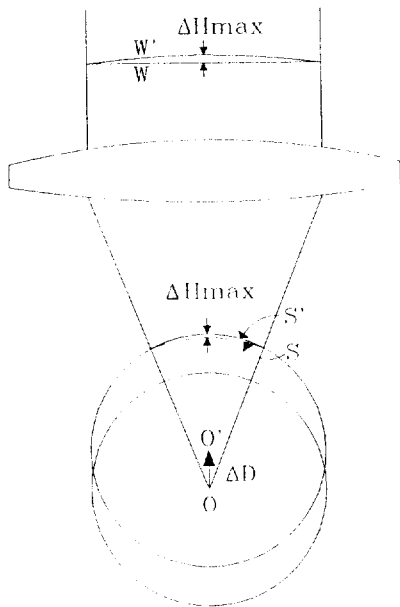


그림 3. 구 중심의 변위에 의한 파면 곡률의 변화

구면이 S면이며 구 중심이 O'으로 ΔD 만큼 이동되었을 때의 변화된 구면이 S'면이다. 렌즈에 의해 이동되기 전의 구면의 중심 O로 집광되는 광은 S면에 의하여 반사되며 렌즈를 지나 평면파 W가 된다. 이때 형성되는 간섭무늬가 그림 2 (a)와 같다.

구면의 중심을 이동하여 생성된 S'면에서 반사된 물체광은 구면의 변화(ΔH)에 대한 정보가 포함된 구면파 W가 되어 그림 2 (b)와 같이 새로운 모양의 간섭무늬를 만든다. ΔH_{max} 은 구면 변화의 최대치를 나타낸다. 얻어진 간섭무늬 전반적으로 약간의 저주파수의 배경잡음이 있는 것을 알 수 있는데 이것은 푸리에 변환에 의하여 쉽게 제거될 수 있었다. 간섭무늬를 푸리에 변환하면 배경잡음은 저주파수 대역에 분포하고 스펙클 잡음 및 먼지에 의한 잡음 등은 고주파수 대역에 분포한다. 그러므로 반송무늬의 공간주파수가 배경잡음의 저주파수 대역과 기타잡음의 고주파수 대역의 사이에 위치하도록 기준거울을 적절하게 기울여 주어야 한다. 위상에 대한 정보를 얻어내기 위하여 이 반송무늬의 주파수를 중심으로하는 대역통과필터(band pass filter)를 제작하였으며, 걸러낸 위상 정보대역을 반송무늬의 주파수만큼 중심으로 옮겨주는 작업

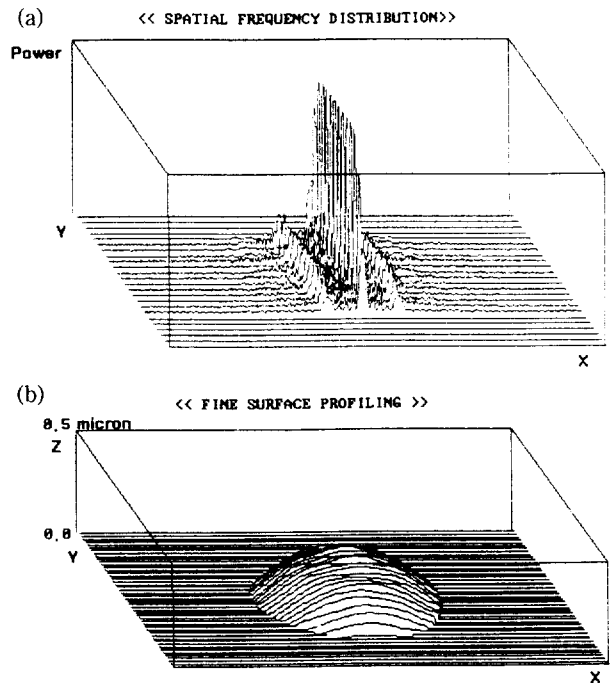


그림 4. (a) 간섭무늬의 푸리에 변환 3차원 분포 (b) 구면변화에 대한 파면의 3차원 분포

을 수행하였다. 얻어낸 위상정보에 대한 주파수대역을 역푸리에 변환하고 실수값과 허수값을 나누어주면 위상값이 얻어진다. 이렇게하면 소프트웨어적으로 모든 작업이 가능하므로 순간적으로 포착한 간섭무늬로부터 위상분포를 얻어낼 수 있게 된다.

IV. 실험결과

그림 4 (a)는 그림 2 (a)의 간섭무늬를 푸리에 변환하였을 때 공간주파수 분포에 대한 3차원 분포를 나타낸다. 가운데의 저주파수 대역이 배경 분포를 나타내며 그 양쪽의 고주파수 대역이 간섭무늬의 위상정보에 대한 정보를 포함하고 있다. 그림 4 (b)는 오른쪽의 고주파수 대역을 걸러내고 가운데로 이동한 후 역푸리에 변환하여 계산된 구면 변화에 대한 3차원 분포를 나타낸다.

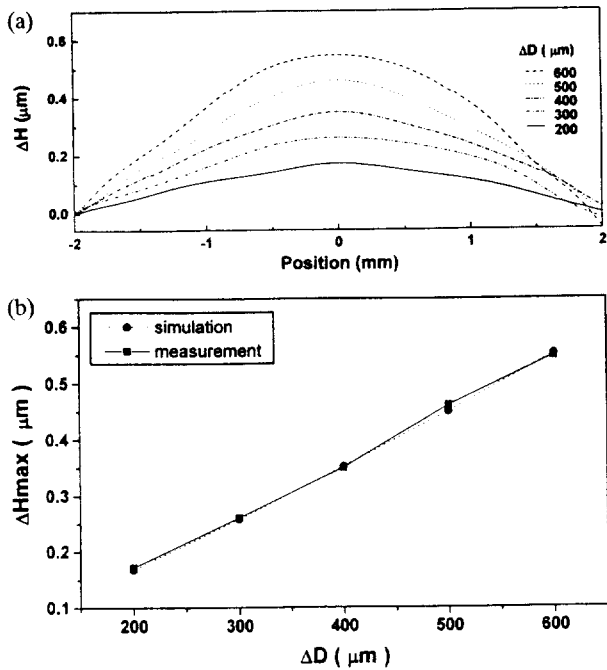


그림 5. (a) 구중심의 변위에 대한 구면 변화 분포
(b) 구면 변위 최대값에 대한 이론치와 측정치 비교

그림 5 (a)는 구중심의 변화 ΔD 의 크기에 따른 구면 변화 ΔH 에 대한 분포를 나타내며 거의 일정한 간격으로 변화하고 있다는 것을 알 수 있다. 오른쪽의 가장자리에서 약간 일치되지 않는 분포가 보이는데, 이것은 구면 변화에 의해 간섭무늬가 한쪽으로 기울어지면 오른쪽 및 왼쪽 가장자리의 위상이 일치하지 않기 때문에 샘플링하여 푸리에 변환하였을 때 일치하지 않는 만큼의 위상은 잃어버리게 됨으로 인해 일어나는 현상인 것으로 생각된다. 그러나 그 오차는 $\lambda/10$ 이내이므로 무시될 수 있다. 그림 5 (b)는 구중심의 변화 ΔD 의 크기에 따른 구면 변화의 최대치 ΔH_{max} 을 이론적인 계산에 의한 값과 비교한 그래프를 나타낸다. 그림에서 원형점은 계산에 의한 값을 나타내고 사각점은 측정된 값을 나타내며 오차가 최대 0.02 μm 이내로서 오차허용범위 이내인 것을 알 수 있으며 비교적 정확한 값을 얻어낼 수 있었다.

V. 결 론

투명한 구표면의 변위를 측정하기 위해 Twyman-Green간

섭계를 이용하였으며 얻어진 단일 간섭무늬로부터 푸리에 변환법을 이용하여 구표면의 변위에 대한 3차원 분포를 얻어낼 수 있었다. 실제 안구표면의 변화와 같은 효과를 얻어내기 위하여 구의 중심을 이동하여 새로운 면을 얻어낼 수 있었으며, 반송무늬의 굴곡방향으로부터 구표면의 변화방향을 알 수 있었다. 구중심의 변화량에 대한 구표면의 변화분포를 측정하였으며 균일한 변화분포를 얻어낼 수 있었다. 계산된 구표면 변화의 최대치와 비교하였을 때 약 0.02 μm 이내의 오차를 가짐을 알 수 있었다. 본 연구에서는 진동을 고려한 상황에서 순간적인 측정과 해석이 가능함을 확인하였으므로 실제 안구표면의 변위 측정에 응용될 수 있을 것이다. 또한 본 연구에서 간섭무늬의 변화를 측정하는 것이었으므로 어떤 면에 대하여도 기준면과 변형면의 형상을 측정하여 비교함으로써 어떠한 종류의 면의 변형이라도 측정할 수 있다. 그러므로 비구면인 실제 안구에 대하여도 충분히 적용이 가능할 것이다. 그러나 실제 안구표면의 측정에는 측정범위의 차이 및 그에 따른 간섭무늬 반송무늬의 변화정도 및 반송 주파수 선택에 대한 연구가 필요하다.

참 고 문 헌

- [1] G. T. Reid, *Optics and Lasers in Engineering*, 7, 37 (1986).
- [2] V. Parthiban & Rajipal S. Sirohi, *Optics and Lasers in Engineering* 11, 1033 (1989).
- [3] D. W. Robinson, G. T. Reid, *Interferogram analysis*, IOP Publishing Ltd (London 1993).
- [4] M. Takeda, *SPIE Vol.* 1121, 73 (1989).
- [5] M. Takeda, H. Ina, and K. Kobayashi, *J. Opt. Soc. Am.* 72, 156 (1982).
- [6] M. Takeda, *Jpn. J. Opt.* 13, 55 (1984).
- [7] W. W. Macy, Jr., *Appl. Opt.* 22, 3898 (1983).
- [8] M. Kujawinska and A. Spik, *Proc. 6th Congress Material Testing, Budapest* (1986).
- [9] M. Kujawinska, A. Spik, J. Wojciak, *SPIE Vol.* 1121, 130 (1989).
- [10] R. C. Gonzalez, R. E. Woods, *Digital Image Processing*, Addison Wesley Publishing Company(1992).
- [11] K. R. Castleman, *Digital Image Processing*, Prentice Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey(1979).
- [12] I. Pitas, *Digital Image Processing Algorithms*, Prentice Hall(UK)Ltd.(1993).

Profiling of fine displacement of spherical surface using Fourier transform method

Yeung Joon Sohn, Sin Ho Joo, Jin Hyuk Kwon and Ok Shik Choe
Department of Physics, Yeungnam University, Kyongsan 712-749, Korea

(Received : February 3, 1997)

Fine displacement of spherical surface was detected and analyzed by Twyman-Green interferometer and the interferogram analysis using Fourier transform method. The surface profile was obtained from single interferogram by introducing the carrier frequency to the interferogram. The interferogram was processed in the spatial frequency domain by fast Fourier transform, and the phase distribution was obtained by inverse Fourier transform. The 3-dimensional distribution for the surface displacement was obtained. It was compared with the calculated surface displacement and the error was less than $\lambda/10$.